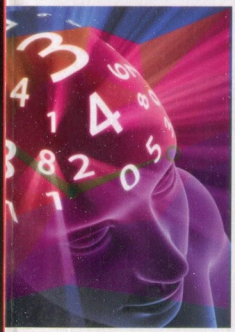
ওরাকল®

৩৫তম বিসিএস লিখিত. নতুন সিলেবাস অনুযায়ী

বিসিএস

গাণিতিক যুক্তি



ওরাকল পাবলিকেশন্স-ঢাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩৫তম বিসিএস লিখিত পরীক্ষার নতুন সিলেবাস অনুযায়ী এবং বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নপত্রের আলোকে বিশেষভাবে লিখিত।

ওরাকল বিসিএস গাণিতিক যুক্তি

রচনায়

- মহিবুর রহমান
- মনিনুর ইসলাম
- আব্দুল্লাহ আল মামুন
- জাহাঙ্গীর আলম
- ইব্রাহীম খলিল
- নিজাম উদ্দিন
- উজ্জ্বল হোসেন
- রমিজ রায়হান

সম্পাদনায়

ওরাকল সম্পাদনা পর্ষদ

ওরাকল পাবলিকেশন্স

৩৮, ২/ক বাংলাবাজার, ৩য় তলা, ঢাকা

শুভ নন্দা ০১৯১১ ৩১৩১০৩

ওরাকল
বিসিএস গাণিতিক যুক্তি

প্রকাশক
ওরাকল পাবলিকেশন্স
৩৮, ২/ক বাংলাবাজার
মান্নান মার্কেট, ৩য় তলা
ঢাকা-১১০০

স্বত্ব
প্রকাশক কর্তৃক সংরক্ষিত

প্রকাশকাল
প্রথম সংস্করণ : ফেব্রুয়ারি, ২০০৩
চতুর্থ সংস্করণ : ডিসেম্বর, ২০০৮
সপ্তম সংস্করণ : জুন, ২০১১
অষ্টম সংস্করণ : মার্চ, ২০১২
নবম সংস্করণ : জুন, ২০১২
দশম সংস্করণ : মে, ২০১৩
সংশোধিত ও পরিমার্জিত সংস্করণ : মার্চ, ২০১৫

মূল্য
আটশত পঞ্চাশ টাকা মাত্র

সূচিপত্র

গাণিতিক যুক্তি

বিগত বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ 9–198

Arithmetic
পাটিগণিত 199–598

পাটিগণিত বিষয়ক তথ্য 200

1. Simplification of Arithmetic
পাটিগণিতীয় সরলীকরণ 206
2. Unitary Method
ঐকিক নিয়ম 237
3. Average
গড় 300
4. Percentage
শতকরা 307
5. Simple & Compound Interest
সরল ও যৌগিক মুনাফা 344
6. L.C.M & G.C.D
ল.সা.গু ও গ.সা.গু 385
7. Ratio & Proportion
অনুপাত ও সমানুপাত 414
8. Profit & Loss
লাভ-ক্ষতি 462
9. Real Number
বাস্তব সংখ্যা 505
10. Measurement
পরিমাপ 517
11. Age
বয়স 523

শুভ নন্দা ০১৯১১ ৬১৬১০৬

12. Area & Measurement 533
ক্ষেত্র পরিমাপ

13. Miscellancous 577
বিবিধ প্রশ্ন

Algebra 599–952
বীজগণিত

1. Simplification of Algebra 600
বীজগণিতীয় সরলীকরণ

2. Algebraic Formulas 624
বীজগণিতের সাধারণ সূত্রসমূহ

3. Factorization of Polynomials 657
উৎপাদক বিশ্লেষণ

4. Linear and Quadratic Equations 687
একঘাত ও দ্বিঘাত সমীকরণ

5. Linear and Quadratic Inequalites 787
সরল ও দ্বিঘাত অসমতা

6. System of Linear Equations 801
রৈখিক সমীকরণ পদ্ধতি

7. Exponents and Logarithms 811
সূচক ও লগারিদম

8. সমান্তর ও গুণোত্তর অনুক্রম ও ধারা 834

9. Set Theory 851
সেটের সূত্র

10. Counting Principles : Permutations and Combinations, Elementary Probability 868
গণনার মূলনীতি : বিন্যাস ও সমাবেশ, সম্ভব্যতা

11. LCM & GCD 882
ল.সা.গু ও গ.সা.গু

12. Ratio and Proportion 910
অনুপাত–সমানুপাত

13. বিবিধ 923

Geometry 953–1076
জ্যামিতি

প্রাথমিক আলোচনা 954

1. Line, Angle, Triangle related theorems 965
রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্য

2. Theorem of Pythagoras 988
পীথাগোরাসের উপপাদ্য

3. Circle-Theorems, Corollaries 992
বৃত্ত সম্পর্কীয় উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

4. Area related theorems and construction 1007
ক্ষেত্রফল সম্পর্কীয় উপপাদ্য

5. Mensuration Plane figures and Solids 1022
পরিমিতি সরলক্ষেত্র ও ঘনবস্তু

6. Cartesian Geometry 1061
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

Trigonometry 1077–1096
ত্রিকোণমিতি

প্রাথমিক আলোচনা 1078

1. Problems on height and distances. 1087
দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক সমস্যা :

শুভ নন্দা ০১৯১১ ৬১৩১০৩

MATHEMATICAL REASONING

(For both General and Technical/Professional Cadres)

Total Marks-50

Mathematical Reasoning is based on the principles of Logic. A sound knowledge of MathematicalReasoning prepares one not only to solve mathematical problems but also develops the intellectual ability to resolve problems in all spheres of public life and to arrive at impartial and impersonal intelligent decisions.

The examination in Mathematical Reasoning will test the ability of the candidate to apply knowledge of Mathematics and Mathematical Reasoning acquired up to secondary level, especially to concrete application-oriented problems.

The syllabus of the examination is given below:

1. Simplification of Arithmetic and Algebraic Expressions.
2. Unitary Method, Average, Percentage, Simple and Compound interest, LCM, GCD, Ratio and Proportion, Profit and Loss.
3. Algebraic Formulas, Factorization of Polynomials, Linear and Quadratic Equations, Linear and Quadratic Inequalities.
4. Systems of Linear Equations with two or three unknowns.
5. Exponents and Logarithms. Exponential and Logarithmic functions.
6. Arithmetic and Geometric Sequences and Series.
7. Line, Angle, Triangle related theorems. Theorem of Pythagoras, Circle – Theorems, Corollaries.
8. Area related theorems and construction, Mensuration – plane-figures and solid objects.
9. Cartesian Geometry- Distance, Equation of a Straight Line.
10. Trigonometric ratios and functions. Problems on height and distances.
11. Set theory. Venn diagram.
12. Counting Principles, Permutations and Combinations. Elementary Probability.

Marks Distribution

Full marks is 50. Twelve questions will be set, each carrying five marks. The candidate will be asked to answer any ten questions out of twelve.

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

■ ৩৪তম বিসিএস ■

গাণিতিক যুক্তি

সময় : ২ ঘন্টা পূর্ণমান : ৫০

[দ্রষ্টব্য :– প্রার্থীদিগকে যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান প্রশ্নের শেষ প্রান্তে দেখানো হয়েছে।]

১। (ক) **সরল করুন :–**

$$\frac{২.৮ \text{ এর } ২.\dot{২}\dot{৭}}{১.৩\dot{৬}} + \frac{৪.\dot{৪}-২.৮\dot{৩}}{১.\dot{৩} + ২.৬২\dot{৯}} \text{ এর } ৮.২$$

সমাধান :

$$\frac{২.৮ \text{ এর } ২.\dot{২}\dot{৭}}{১.৩\dot{৬}} + \frac{৪.\dot{৪}-২.৮\dot{৩}}{১.\dot{৩} + ২.৬২\dot{৯}} \text{ এর } ৮.২$$

$$= \frac{\frac{২৮}{১০} \text{ এর } \frac{২২৭-২}{৯৯}}{\frac{১৩৬-১}{৯৯}} + \frac{\frac{৪৪-৪}{৯} - \frac{২৮৩-২৮}{৯০}}{\frac{১৩-১}{৯} + \frac{২৬২৯-২৬২}{৯০০}} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

$$= \frac{\frac{২৮}{১০} \text{ এর } \frac{২২৫}{৯৯}}{\frac{১৩৫}{৯৯}} + \frac{\frac{৪০}{৯} - \frac{২৫৫}{৯০}}{\frac{১২}{৯} + \frac{২৩৬৭}{৯০০}} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

$$= \frac{২৮}{১০} \text{ এর } \frac{২২৫}{৯৯} \div \frac{১৩৫}{৯৯} + \frac{\frac{৪০০-২৫৫}{৯০}}{\frac{১২০০+২৩৬৭}{৯০০}} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

শুভ নন্দা ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$$= \frac{২৮}{১০} \text{ এর } \frac{২২৫}{৯৯} + \frac{১৩৫}{৯৯} + \frac{\frac{১৪৫}{৯০}}{\frac{৩৫৬৭}{৯০০}} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

$$= \frac{২৮}{১০} \text{ এর } \frac{২২৫}{৯৯} \times \frac{৯৯}{১৩৫} + \frac{১৪৫}{৯০} \times \frac{৯০০}{৩৫৬৭} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

$$= \frac{১৪}{৩} + \frac{১০}{৩} = \frac{১৪+১০}{৩} = \frac{২৪}{৩}$$

$= ৮$

(খ) দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু ও গ.সা.গু যথাক্রমে ৪৬৪১ এবং ২১। একটি সংখ্যা ২০০ ও ৩০০ এর মধ্যে অবস্থিত হলে অপর সংখ্যাটি কত?

সমাধান : সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু ২১ হওয়ায়

মনে করি,

একটি সংখ্যা ২১x

অপর সংখ্যা ২১y (এখানে x ও y সহমৌলিক)

$\therefore$ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু = ২১ xy

শর্তমতে,

$২১xy = ৪৬৪১$

বা, $xy = \frac{৪৬৪১}{২১} = ২২১$

x ও y সহমৌলিক হওয়ায় আমরা পাই,

$xy = ২২১ = ১ \times ২২১$

$= ১৩ \times ১৭$

পর্যবেক্ষণ হতে, $x = ১$ হলে $y = ২২১$ এবং $x = ১৩$ হলে $y = ১৭$

সুতরাং, $x = ১$ এবং $y = ২২১$ হলে সংখ্যাদ্বয়

$২১x = ২১ \times ১ = ২১$

এবং $২১y = ২১ \times ২২১ = ৪৬৪১$

$x = ১৩$ এবং $y = ১৭$ হলে সংখ্যাদ্বয়

$২১x = ২১ \times ১৩ = ২৭৩$

এবং $২১y = ২১ \times ১৭ = ৩৫৭$

প্রশ্ন হতে আমরা পাই, একটি সংখ্যা ২০০ এবং ৩০০ এর মাঝামাঝি। সুতরাং, ২১ ও ৪৬৪১ সংখ্যাদ্বয় গ্রহণ যোগ্য নয়।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা ২৭৩ ও ৩৫৭।

২।(ক) একটি শহরের জনসংখ্যা প্রতি বছর শতকরা ৪ জন করে বৃদ্ধি পায় এবং ঐ শহরে জনসংখ্যা ছিল ২০০০০০০ জন। ৩ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান : আমরা জানি,

কোন বছরের জনসংখ্যা p এবং প্রতি বছর জনসংখ্যা শতকরা r হারে বৃদ্ধি পেলে n

সংখ্যক বছরের শেষে জনসংখ্যা হবে $P\left(১+\frac{r}{১০০}\right)^n$

এখানে, জনসংখ্যা $P = ২০,০০,০০০$

বৃদ্ধির হার $r = ৪$

বছরের সংখ্যা $n = ৩$

৩ বছর পর জনসংখ্যা হবে $= ২০,০০,০০০\left(১+\frac{৪}{১০০}\right)^৩$ জন

$= ২০.০০,০০০\left(\frac{১০০+৪}{১০০}\right)^৩$ জন

$= \frac{২০,০০,০০০ \times ১০৪ \times ১০৪ \times ১০৪}{১০০ \times ১০০ \times ১০০}$ জন

$= ২ \times ১০৪ \times ১০৪ \times ১০৪$ জন

$= ২২,৪৯,৭২৮$

উত্তর: ২২৪৯৭২৮ জন।

(খ) একই হার সুদে ৩০০ টাকার ৪ বছরের সুদ এবং ৫০০ টাকার ৫ বছরের সুদ একত্রে ১৪৮ টাকা হলে, শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত?

সমাধান : ৩০০ টাকার ৪ বৎসরের সুদ $= (৩০০ \times ৪) = ১২০০$ টাকার ১ বৎসরের সুদ

৫০০ " ৫ " " $= (৫০০ \times ৫) = ২৫০০$ " ১ " "

$\therefore$ বার্ষিক হিসেবে মোট টাকা $= (১২০০ + ২৫০০)$ টাকা

$= ৩৭০০$ টাকা

প্রশ্নমতে,

৩৭০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ১৪৮ টাকা

$\therefore ১$ " ১ " " $= \frac{১৪৮}{৩৭০০}$ "

$\therefore ১০০$ " ১ " " $= \frac{১৪৮ \times ১০০}{৩৭০০}$ " $= ৪$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৪%।

শুভ নন্দা ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩।(ক) একটি স্টিল মিলে মাসে ১৮০ টন রড উৎপাদন করে। প্রতি টন রডের কাঁচামাল বাবদ খরিদ মূল্য ১২,০০০ টাকা। ঐ মিলের মাসিক আনুষঙ্গিক খরচ ৯০,০০০ টাকা। প্রতি টন উৎপাদিত রড কত দামে বিক্রয় করলে শতকরা ১০ টাকা লাভ থাকবে?

সমাধান : প্রতি টন রডের কাঁচামাল বাবদ খরচ ১২০০০ টাকা

" " " মাসিক আনুষঙ্গিক খরচ ৯০০০০ ÷ ১৮০ বা ৫০০ "

∴ প্রতি টন রডের মোট উৎপাদন খরচ ১২৫০০ টাকা

উৎপাদন খরচ ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য ১১০ টাকা

∴ " " ১২৫০০ " " $\frac{১১০ \times ১২৫০০}{১০০}$ "

বা, ১৩,৭৫০ টাকা

উত্তর : ১৩,৭৫০ টাকা

(খ) একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা ২৪.৫ বর্গমিটার বেশি। উভয় ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যদি ১৩ মিটার হয় তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান : ধরি,

বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a

আমরা জানি, কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}$a

∴ $\sqrt{2}$a = ১৩

বা, a = $\frac{১৩}{\sqrt{2}}$ = ৯.১৯মি.

∴ বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(৯.১৯)^2$ = ৮৪.৫০ বর্গমিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের " = (৮৪.৫০ − ২৪.৫) = ৬০ ব.মি.

ধরি, আয়তক্ষেত্রর দৈর্ঘ্য = x

" প্রস্থ = y

∴ $x^2 + y^2 = ১৩^2$.....(i)

xy = ৬০.....(ii)

(i) হতে পাই,

$x^2 + y^2 = ১৩^2$

বা, $(x + y)^2 - 2xy = ১৬৯$

বা, $(x + y)^2 - ২.৬০ = ১৬৯$

বা, $(x + y)^2 = ১৬৯ + ১২০ = ২৮৯$

∴ x + y = ১৭.....(iii)

আবার,

$x^2 + y^2 = ১৬৯$

বা, $(x - y)^2 + 2xy = ১৬৯$

বা, $(x - y)^2 = ১৬৯ - ১২০ = ৪৯$

∴ x − y = ৭.....(iv)

(iii) ও (iv) যোগ করে,

2x = ২৪

∴ x = ১২

x এর মান (i) এর বসিয়ে পাই ১২ + y = ১৭

বা, y = ১৭ - ১২ = ৫

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ১২ মি.

" প্রস্থ = ৫ মি.

৪। একটি কাজ ক ২০ দিনে, খ ৩০ দিনে এবং গ ৬০ দিনে করতে পারে। প্রথম দিন হতে প্রতি তৃতীয় দিনে খ এবং প্রতি চতুর্থ দিনে গ, ক-কে সাহায্যে করলে ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হবে?

সমাধান : ৩, ৪ এর ল.সা.গু = ১২

∴ প্রতি ১২ দিনে খ কাজ করে (১২ ÷ ৩) = ৪ দিন

এবং "১২ " গ " " (১২ ÷ ৪) = ৩ "

ক ২০ দিনে করে কাজের ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

∴ " ১ " " " $\frac{১}{২০}$ "

∴ " ১২ " " $\frac{১২}{২০} = \frac{৩}{৫}$ "

আবার,

খ ১ দিনে করে কাজের $\frac{১}{৩০}$ অংশ

∴ " ৪ " " " $\frac{৪}{৩০} = \frac{২}{১৫}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

গ ১ দিনে করে কাজের $\frac{১}{৬০}$ অংশ

$\therefore$ "৩ " " " $\frac{৩}{৬০} = \frac{১}{২০}$ অংশ

প্রথম ১২ দিনে মোট কাজ হয় $\left(\frac{৩}{৫} + \frac{২}{১৫} + \frac{১}{২০}\right)$

$= \frac{৩৬ + ৮ + ৩}{৬০} = \frac{৪৭}{৬০}$ অংশ

কাজ বাকী থাকে $(১ - \frac{৪৭}{৬০}) = \frac{৬০ - ৪৭}{৬০} = \frac{১৩}{৬০}$ অংশ

পরবর্তী তৃতীয় দিনে ক, খ এর সাহায্য নিলে ৩ দিনে মোট কাজ হয়

$\left(\frac{১}{২০} \times ৩ + \frac{১}{৩০}\right)$ অংশ

$= \frac{৯ + ২}{৬০} = \frac{১১}{৬০}$"

বাকী কাজ থাকে $\left(\frac{১৩}{৬০} - \frac{১১}{৬০}\right)$ অংশ

$= \frac{১৩ - ১১}{৬০} = \frac{২}{৬০} = \frac{১}{৩০}$

মোট কাজ হয়েছে = (১২ + ৩) দিন = ১৫ দিন

১৬তম দিনে ক গ কে সাথে নিলে মোট কাজ হয় $\left(\frac{১}{২০} + \frac{১}{৬০}\right)$ অংশ

$= \frac{৩ + ১}{৬০} = \frac{৪}{৬০} = \frac{১}{১৫}$ অংশ

$\therefore \frac{১}{১৫}$ অংশ কাজ হয় ১ দিনে

$\therefore ১$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{১}$"

$\therefore \frac{১}{৩০}$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{৩০} = \frac{১}{২}$ দিনে

$\therefore$ কাজটি শেষ হতে মোট সময় লেগেছিল $\left(১৫ + \frac{১}{২}\right)$ দিন

$= ১৫\frac{১}{২}$ দিন

উত্তর : $১৫\frac{১}{২}$ দিনে

৫। **উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : –**

(ক) $2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4$

সমাধান :

$= 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4$
$= 4b^2c^2 + 2a^2b^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4$
$= (2bc)^2 - (a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2)$
$= (2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$
$= (2bc + b^2 + c^2 - a^2)\ (2bc - b^2 - c^2 + a^2)$
$= \{(b + c)^2 - (a)^2\}\ \{a^2 - (b - c)^2\}$
$= (b + c + a)\ (b + c - a)\ (a + b - c)\ (a - b + c)$ Ans.

(খ) যদি $x = b + c - a$, $y = c + a - b$ এবং $z = a + b - c$ হয় তবে দেখান যে, $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$.

সমাধান :

$x = b + c - a$ ..... (i)
$y = c + a - b$ ..... (ii)
$z = a + b - c$ ..... (iii)
(i) + (ii) + (iii) নং যোগ করে পাই,
$x + y + z = b + c - a + c + a - b + a + b - c = a + b + c$
(i) নং – (ii) নং
$x - y = b + c - a - c - a + b = 2(b - a)$
(ii) নং – (iii) নং
$x - z = c + a - b - a - b + c$
$= 2(c - b)$
(iii) নং – (i) নং
$z - x = a + b - c - b - c + a$
$= 2(a - c)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ L.H.S $= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

$= \frac{1}{2}(x + y + z)(2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx)$

$= \frac{1}{2}(x + y + z)\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\}$

$= \frac{1}{2}(a + b + c)\{4(b - c)^2 + 4(c - b)^2 + 4(a - c)^2\}$ মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2} \cdot 4(a + b + c)\{(b - a)^2 + (c - b)^2 + (a - c)^2\}$

$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$= 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S **(Proved)**

৬। (ক) দুই অংকবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে অংকদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 3 হয়; ঐ সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

সমাধান : ধরি,

একক স্থানীয় অংক = x

দশক স্থানীয় অংক = y

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10y + x$

প্রশ্নমতে, $\frac{10y + x}{xy} = 3$.....(i)

আবার, $10y + x + 18 = 10x + y$.....(ii)

বা, $9y - 9x = -18$

বা, $9(y - x) = -18$

বা, $y - x = -2$

বা, $x - y = 2$

বা, $x = 2 + y$.....(iii)

(i) নং এ (iii) থেকে x এর মান বসিয়ে $\frac{10y + x}{xy} = 3$

বা, $10y + x = 3xy$

বা, $10y + 2 + y = 3(2 + y)y$ (মান বসিয়ে)

বা, $11y + 2 = 6y + 3y^2$

বা, $11y + 2 - 6y - 3y2 = 0$

বা, $-3y^2 + 5y + 2 = 0$

বা, $3y^2 - 5y - 2 = 0$

বা, $3y^2 - 6y + y - 2 = 0$

বা, $3y(y - 2) + 1(y - 2) = 0$

বা, $(y - 2)(3y + 1) = 0$

$\therefore y = 2$ বা, $3y = 1$

বা, $y = \frac{1}{3}$ (ঋণাত্মক বলে গ্রহণযোগ্য নয়)

(iii) নং এ 'y' এর মান বসিয়ে পাই, $x = 2 + y$

বা, $x = 2 + 2$

$\therefore x = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি $= 2 \times 10 + 4$

$= 24$

উত্তর : সংখ্যাটি 24

(খ) **সমাধান করুন :–**

$$x^2 + y^2 = \frac{13}{6}(xy + 12)$$

$$2x - 3y = 12$$

সমাধান : $x^2 + y^2 = \frac{13}{6}(xy + 12)$ ------- (i)

$2x - 3y = 12$ ---------- (ii)

(ii) নং হতে পাই,

$2x - 3y = 12$

$\Rightarrow 2x = 12 + 3y$

$\Rightarrow x = \frac{12 + 3y}{2}$ ------- (iii)

x এর মান (i) নং সমীকরনে বসিয়ে পাই, $\left(\frac{12 + 3y}{2}\right)^2 + y^2$

$= \frac{13}{6}\left\{\left(\frac{12 + 3y}{2}\right)y + 12\right\}$

$\Rightarrow \frac{144 + 72y + 9y^2}{4} + y^2 = \frac{156y + 39y^2}{12} + 26$

$\Rightarrow 144 + 72y + 9y^2 + 4y^2 = \frac{156y + 39y^2 + 312}{3}$

$\Rightarrow 432 + 216y + 39y^2 = 156y + 39y^2 + 144$

$\Rightarrow 60y = -120$

$\Rightarrow y = -2$

y এর (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

শুভ নন্দী ০১৯২১ ৩১৩১০৩

$$x = \frac{12 + 3y}{2}$$

$$= \frac{12 + 3(-2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

∴ সমাধান : $x = 3$ ও $y = -2$

৭। (ক) $2p^2 - 15p - 27$ রাশিটিকে দুইটি রাশির বর্গের অন্তরফলরূপে প্রকাশ করুন।

সমাধান : $2p^2 - 15p - 27$

$= 2p^2 - 18p + 3p - 27$

$= 2p(p - 9) + 3(p - 9)$

$= (2p + 3)(p - 9)$

ধরি,

$2p + 3 = a$

$p - 9 = b$

আমরা জানি,

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2p + 3 + p - 9}{2}\right)^2 - \left(\frac{2p + 3 - p + 9}{2}\right)^2$$

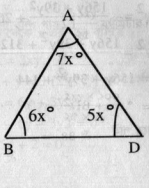
$$= \left(\frac{3p - 6}{2}\right)^2 - \left(\frac{p + 12}{2}\right)^2$$

(খ) ABC ত্রিভুজে $\angle B = 6x$ ডিগ্রি, $\angle C = 5x$ ডিগ্রি এবং $6\angle A = 7\angle B$ হলে, x এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান : $6\angle A = 7\angle B$

বা, $\angle A = \frac{7}{6}\angle B$

বা, $\angle A = \frac{7}{6} \times 6x = 7x$



এখন,

$7x + 6x + 5x = 7180°$

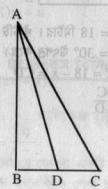
বা, $18x = 180°$

বা, $x = \frac{180°}{18}$

∴ $x = 10$

৮। ABC ত্রিভুজে $\angle A$= এক সমকোণ, AC এর উপর D একটি বিন্দু। তাহলে প্রমাণ করুন যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

সমাধান :



মনে করি, ΔABC এর $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC - এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

প্রমাণ : সমকোণী ΔABC এর $\angle A = \angle BAC = 90°$ ও অতিভুজ BC

∴ পীথাগোরাসে উপপাদ্য অনুসারে

$BC^2 = AB^2 + AC^2$.....(i)

আবার সমকোণী ΔABD-এ $\angle BAD = 90°$ এবং অতিভুজ BD

∴ পীথাগোরাসে উপপাদ্য অনুসারে

$BD^2 = AB^2 + AD^2$

বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$.....(ii)

(i) + (ii) নং থেকে পাই,

$BC^2 + AD^2 = AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$

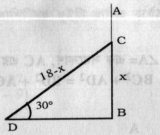
বা, $BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$

∴ $BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$ (প্রমাণিত)

শুভ নন্দা ০১৯১১ ৩৩৩১০৩

৯।(ক) 18 মিটার উচ্চ একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশটি বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সঙ্গে 30° কোণে স্পর্শ করলো। খুঁটিটি মাটি থেকে কত উঁচুতে ভেঙ্গেছিল?

সমাধান :



মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য AB = 18 মিটার। খুঁটিটি C বিন্দুতে বিচ্ছিন্ন হয়ে D বিন্দুতে ভূমির সাথে $\angle BDC = 30°$ উৎপন্ন করে। যদি খুঁটিটি x উচ্চতা ভেঙ্গে থাকে তবে AC = AB – BC = 18 – x = CD

$\therefore \Delta BCD$ -এ $\sin 30° = \frac{BC}{CD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{18-x}$

বা, $2x = 18 - x$

বা, $3x = 18$

$\therefore x = \frac{18}{3} = 6$

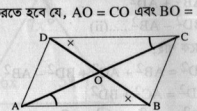
$\therefore$ খুঁটি টি 6 মিটার উঁচুতে ভেঙ্গেছিল।

(খ) প্রমাণ করুন যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সমাধান :

মনেকরি,

ABCD একটি সামন্তরিক এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AO = CO এবং BO = DO



প্রমাণ : যেহেতু AB ও DC পরস্পর সমান্তরাল এবং AC ও BD তাদের দুটি ছেদক, সেহেতু, $\angle BAC$ = একান্তর $\angle ACD$ এবং $\angle BDC$ = একান্তর $\angle ABD$

এখন, ΔAOB ও ΔCOD এর মধ্যে

$\angle OAB = \angle OCD$

$\angle OBA = \angle ODC$

এবং AB বাহু = DC বাহু

সুতরাং, $\Delta AOB \cong \Delta COD$

$\therefore$ AO = CO

অনুরূপভাবে, ΔAOD এবং ΔBOC -এ BO = DO.

অতএব, AO = CO এবং BO = DO **(প্রমাণিত)**

■ ৩৩তম বিসিএস ■

গাণিতিক যুক্তি

সময় : **২ ঘন্টা** **পূর্ণমান : ৫০**

[দ্রষ্টব্য:– ইংরেজি অথবা বাংলা যে কোনো একটি ভাষায় প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তবে টেকনিক্যাল শব্দগুলো ইংরেজিতে লেখা চলবে। প্রার্থীদিগকে যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান প্রশ্নের শেষ প্রান্তে দেখানো হয়েছে।]

১।(ক) **সরল করুন:–** ৫

$$\frac{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{6}}{\frac{1}{4} \text{এর} \frac{1}{5} + \frac{1}{7}} \div 15\frac{5}{9} \times \frac{9}{8}$$

সমাধান: $\frac{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{6}}{\frac{1}{4} \text{এর} \frac{1}{5} + \frac{1}{7}} \div 15\frac{5}{9} \times \frac{9}{8}$

$$= \frac{\frac{7}{2} - \frac{13}{6}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{7}} \div \frac{140}{9} \times \frac{9}{8}$$

শুভ নন্দা ০১৯২৯ ৩১৩১০৩

২১ — ১৩

$$= \frac{৬}{\frac{৭ + ২০}{১৪০}} \div \frac{১৪০}{৯} \times \frac{৯}{৪}$$

$$= \frac{৬}{\frac{২৭}{১৪০}} \div \frac{১৪০}{৯} \times \frac{৯}{৪}$$

$$= \frac{৮}{৬} \times \frac{১৪০}{২৭} \times \frac{৯}{১৪০} \times \frac{৯}{৪}$$

= ১ (উত্তর)

(খ) দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু, অন্তর ল.সা.গু যথাক্রমে ১২, ৬০, ২৪৪৮। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন। ৫

সমাধান: যেহেতু, সংখ্যাগুলির গ.সা.গু এর গুণিতক হয়ে থাকে, সুতরাং, মনে করি

সংখ্যা দুটি ১২x ও ১২y যেখানে x > y এবং x, y সহমৌলিক।

প্রশ্নমতে, ১২x – ১২y = ৬০

$\Rightarrow$ ১২ (x – y) = ৬০

$\therefore x - y = \frac{৬০}{১২} = ৫$

আবার, ১২x ও ১২y এর ল.সা.গু = ১২xy

$\therefore$ ১২xy = ২৪৪৮

$\therefore xy = \frac{২৪৪৮}{১২} = ২০৮$

এখন,

২ | ২০৪
২ | ১০২
৩ | ৫১
১৭

$\therefore$ ২০৪ = ১২ × ১৭

x, y সহমৌলিক এবং x > y হওয়ায়

x = ১৭, y = ১২ পর্যবেক্ষণ দ্বারা নির্নীত হল। এ দুটি সহমৌলিক এবং অন্তরফল

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয় ১২ × ১৭ = ২০৪ এবং

১২ × ১২ = ১৪৪।

উত্তর: ২০৪ এবং ১৪৪।

২।(ক) চারটি সমানুপাতিক রাশির প্রান্তীয় রাশি দুইটির গুণফল ২০০। ১ম রাশি ঃ ২য় রাশি = ১ ঃ ২ ২য়, রাশি ঃ ৪র্থ রাশি = ১ ঃ ৪ হলে সংখ্যা চারটি নির্ণয় করুন। ৫

সমাধান: ১ম রাশি ঃ ২য় রাশি

= ১ ঃ ২

২য় রাশি ঃ ৪র্থ রাশি

= ১ ঃ ৪

= ১ × ২ ঃ ৪ × ২

= ২ ঃ ৮

$\therefore$ ১ম রাশি ঃ ২য় রাশি ঃ ৪র্থ রাশি = ১ ঃ ২ ঃ ৮

মনে করি,

১ম রাশি x,

২য় রাশি ২x এবং

৪র্থ রাশি ৮x।

প্রান্তীয় রাশিদ্বয়ের গুণফল ২০০ হওয়ায়

x × ৮x = ২০০

বা, $৮x^2 = ২০০$

বা, $x^2 = ২৫$

$\therefore$ x = ৫

সুতরাং, ১ম রাশি = ৫

২য় রাশি = ২ × ৫ = ১০

৪র্থ রাশি = ৮ × ৫ = ৪০

যেহেতু, রাশিগুলি সমানুপাতিক,

সুতরাং, $\frac{\text{২য় রাশি}}{\text{১ম রাশি}} = \frac{\text{৪র্থ রাশি}}{\text{৩য় রাশি}}$

$\Rightarrow \frac{১০}{৫} = \frac{৪০}{\text{৩য় রাশি}}$

$\therefore$ ৩য় রাশি $= \frac{৪০ \times ৫}{১০} = ২০$

$\therefore$ নির্ণেয় রাশি চারটি– ৫, ১০, ২০ এবং ৪০। (উত্তর)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

(খ) একটি পিপায় তিনটি নল আছে। প্রথম দুটি দ্বারা যথাক্রমে p ও q মিনিটে পিপাটি পূর্ণ হয় এবং তৃতীয়টি দ্বারা r মিনিটে পরিপূর্ণ পিপাটি পানি শূন্য হয়। তিনটি নল এক সঙ্গে খুলে দিলে s মিনিট পর ৩য় নলটি বন্ধ করা হলে কত সময়ে পিপাটি পূর্ণ হবে? ৫

সমাধান : মনে করি,

t মিনিটে পিপাটি পূর্ণ হবে এবং

পিপাটির আয়তন v লিটার।

১ম নল দ্বারা 1 মিনিটে পূর্ণ হয় $\frac{v}{p}$ লিটার।

২য় " " 1 " " " $\frac{v}{q}$ লিটার।

৩য় " " 1 " খালি " $\frac{v}{r}$ লিটার।

∴ তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে

1 মিনিটে পূর্ণ হয় $= \left(\frac{x}{p}+\frac{v}{q}-\frac{v}{r}\right)$ লিটার।

∴ s " " " $= s\left(\frac{v}{p}+\frac{v}{q}-\frac{v}{r}\right)$ লিটার।

$= vs\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{r}\right)$ লিটার।

∴ বাকী আয়তন $= \left\{v - vs\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{r}\right)\right\}$ লিটার।

$= v\left\{1 - s\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{r}\right)\right\}$ লিটার।

৩য় নল বন্ধ করে দেওয়ায় বাকি অংশ পূর্ণ হবে ১ম ও ২য় নল দ্বারা।

ধরি, বাকী অংশ পূর্ণ হতে সময় লাগে t_1 মিনিট।

১ম ও ২য় নল দ্বারা 1 মিনিটে পূর্ণ হয় $= \left(\frac{v}{p}+\frac{v}{q}\right)$ লিটার

∴ ১ম ও ২য় " " t_1 " " " $= t_1\left(\frac{v}{p}+\frac{v}{q}\right)$ লিটার

$= vt_1\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)$ লিটার।

$\therefore vt_1\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right) = v\left\{1 - s\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{r}\right)\right\}$

$\Rightarrow t_1\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right) = 1 - s\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{r}\right)$

$\Rightarrow t_1 = \frac{1 - s\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{r}\right)}{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}$

∴ পিপাটি পূর্ণ হওয়ার মোট সময়,

$t \text{ মিনিট} = s + t_1 \text{ মিনিট} = s + \frac{1 - s\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{r}\right)}{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}$ মিনিট

$= \frac{s\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right) + 1 - s\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{r}\right)}{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}$ মিনিট

$= \frac{\frac{s}{r}+1}{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}$ মিনিট

$= \frac{pq\,(s+r)}{r\,(p+q)}$ মিনিট (Ans).

৩। (ক) একটি দ্রব্য বিক্রয় করে উৎপাদনকারী, পাইকারী বিক্রেতা ও খুচরা বিক্রেতা প্রত্যেক ২০% লাভ করে। যদি একটি দ্রব্যের খুচরা বিক্রয় মূল্য ২১.৬০ টাকা হয়, তাহলে দ্রব্যটির উৎপাদন খরচ কত?

সমাধান : খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভে, বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা

১২০ টাকা খুচরা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা।

∴ ১ " " " " " $= \frac{100}{120}$ "

∴ ২১.৬০ " " " " " $= \frac{100\times 2160}{120\times 100}$ " = ১৮ টাকা

∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ১৮ টাকা

আবার, পাইকারী বিক্রেতার ২০% লাভে,

১২০ টাকা পাইকারী বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " $= \frac{100}{120}$ "

∴ ১৮ " " " " " $= \frac{100\times 18}{120}$ = ১৫ টাকা।

∴ পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য = ১৫ টাকা

আবার, উৎপাদনকারীর ২০% লাভে,

১২০ টাকা উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য হলে উৎপাদন খরচ ১০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১ " " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

$\therefore$ ১৫ " " " " " " $= \frac{১০০ \times ১৫}{১২০}$

$= \frac{২৫}{২}$ টাকা = ১২.৫০ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদন খরচ ১২.৫০ টাকা।

উত্তর : ১২.৫০ টাকা।

(খ) **এক ব্যক্তি x টাকা ৪% সরল মুনাফা ও y টাকা ৫% সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করে বার্ষিক মুনাফা পান ৯২০ টাকা। যদি তিনি x টাকা ৫% সরল মুনাফা ও y টাকা ৪% সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করতেন তকে তাঁর বার্ষিক মুনাফা হত ৪৪০ টাকা। x ও y এর মান নির্ণয় করুন।**

সমাধান: ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৪ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৪}{১০০}$ "

$\therefore$ x " ১ " " $= \frac{৪ \times x}{১০০}$ " $= \frac{x}{২৫}$ টাকা।

আবার, ১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = ৫ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৫}{১০০}$ "

$\therefore$ y " ১ " " $= \frac{৫ \times x}{১০০}$ " $= \frac{y}{২০}$ টাকা

প্রথম শর্তানুসারে,

$\frac{x}{২৫} + \frac{y}{২০} = ৯২০$

বা, $\frac{৪x + ৫y}{১০০} = ৯২০$

বা, $৪x + ৫y = ৯২০০০$ ..... (i)

তদ্রূপে, দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$\frac{৫x}{১০০} + \frac{৪y}{১০০} = ৪৪০$

বা, $\frac{৫x + ৪y}{১০০} = ৪৪০$

বা, $৫x + ৪y = ৪৪০০০$ ..... (ii)

(i) $\times$ ৫ হতে পাই, $২০x + ২৫y = ৪৬০০০০$

(ii) $\times$ ৪ হতে পাই, $২০x + ১৬y = ১৭৬০০০$

(–) (–) (–)

(বিয়োগ করে) $৯y = ২৮৪০০০$

$\Rightarrow y = ৩১৫৫৫.৫৬$ (প্রায়)

(ii) নং- এ y এর মান বসাই–

$৫x + ৪y = ৪৪০০০$

বা, $৫x = ৪৪০০০ - ১২৬২২২.২২২$

বা, $৫x = -৮২২২২.২২২$

বা, $= -১৬৪৪৪.৪৪$ (প্রায়)

উত্তর: $x = -১৬৪৪৪.৪৪$ (প্রায়) এবং $y = ৩১৫৫৫.৫৬$ (প্রায়)

৪। **একটি কাজ ক ২০ দিনে, খ ৩০ দিনে এবং গ ৬০ দিনে করতে পারে। প্রথম দিন হতে প্রতি তৃতীয় দিনে খ এবং প্রতি চতুর্থ দিনে গ, ক-কে সাহায্য বরলে ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হবে?**

সমাধান : ৩, ৪ এর ল.সা.গু = ১২

$\therefore$ প্রতি ১২ দিনে খ কাজ করে $(১২ \div ৩) = ৪$ দিন

এবং " ১২ " গ " " $(১২ \div ৪) = ৩$ "

ক ২০ দিনে করে কাজের ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

$\therefore$ " ১ " " " $\frac{১}{২০}$ "

$\therefore$ " ১২ " " " $\frac{১২}{২০} = \frac{৩}{৫}$ "

আবার,

খ ১ দিনে করে কাজের $\frac{১}{৩০}$ অংশ

$\therefore$ " ৪ " " " $\frac{৪}{৩০} = \frac{২}{১৫}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

গ ১ দিনে করে কাজের $\frac{১}{৬০}$ অংশ

$\therefore$ "৩ " " " $\frac{৩}{৬০} = \frac{১}{২০}$ অংশ

প্রথম ১২ দিনে মোট কাজ হয় $\left(\frac{৩}{৫} + \frac{২}{১৫} + \frac{১}{২০}\right)$

$= \frac{৩৬ + ৮ + ৩}{৬০} = \frac{৪৭}{৬০}$ অংশ

কাজ বাকী থাকে $(১ - \frac{৪৭}{৬০}) = \frac{৬০ - ৪৭}{৬০} = \frac{১৩}{৬০}$ অংশ

পরবর্তী তৃতীয় দিনে ক, খ এর সাহায্য নিলে ৩ দিনে মোট কাজ হয়

$\left(\frac{১}{২০} \times ৩ + \frac{১}{৩০}\right)$ অংশ

$= \frac{৯ + ২}{৬০} = \frac{১১}{৬০}$ "

বাকী কাজ থাকে $\left(\frac{১৩}{৬০} - \frac{১১}{৬০}\right)$ অংশ

$= \frac{১৩ - ১১}{৬০} = \frac{২}{৬০} = \frac{১}{৩০}$

মোট কাজ হয়েছে = (১২ + ৩) দিন = ১৫ দিন

১৬তম দিনে ক গ কে সাথে নিলে মোট কাজ হয় $\left(\frac{১}{২০} + \frac{১}{৬০}\right)$ অংশ

$= \frac{৩ + ১}{৬০}$

$= \frac{৪}{৬০} = \frac{১}{১৫}$ অংশ

$\therefore \frac{১}{১৫}$ অংশ কাজ হয় ১ দিনে

$\therefore ১$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{১}$ "

$\therefore \frac{১}{৩০}$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{৩০} = \frac{১}{২}$ দিনে

$\therefore$ কাজটি শেষ হতে মোট সময় লেগেছিল $\left(১৫ + \frac{১}{২}\right)$ দিন

$= ১৫\frac{১}{২}$ দিন

উত্তর : $১৫\frac{১}{২}$ দিনে

৫। **উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন:–** ৩

(i) $x^2 + x - (a + 1)(a + 2)$

সমাধান : $x^2 + x - (a + 1)(a + 2)$

$= x^2 + x - (a + 1)(a + 1 + 1)$

$= x^2 + x - p(p + 1)$ [ধরি, $a + 1 = p$]

$= x^2 + x - p^2 - p$

$= x^2 - p^2 + x - p$

$= (x + p)(x - p) + 1(x - p)$

$= (x - p)(x + p + 1)$

$= (x - a - 1)(x + a + 1 + 1)$ {মান বসিয়ে}

$= (x - a - 1)(x + a + 2)$ (Ans)

(ii) $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান : $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

$= \{(4x)^2 - (5y)\}^2 - 2z(4x - 5y)$

$= (4x + 5y)(4x - 5y) - 2z(4x - 5y)$

$= (4x - 5y)(4x + 5y - 2z)$ (Ans)

(iii) $x^4 - 4x + 3$

সমাধান: $x^4 - 4x + 3$

$= (x^4 - 1) - 4x + 4$

$= (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 4(x - 1)$

$= (x^2 +)(x + 1)(x - 1) - 4(x - 1)$

$= (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1 - 4)$

$= (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1 - 3)$

$= (x - 1)(x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x + 3x - 3)$

$= (x - 1)\{x^2(x - 1) + 2x(x - 1) + 3(x - 1)$

$= (x - 1)(x - 1)(x^2 + 2x + 3)$

$= (x - 1)^2(x^2 + 2x + 3)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৬।(ক) যদি $2x = \frac{2}{x} + 3$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63$.

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$2x = \frac{2}{x} + 3$$

$$\Rightarrow \left(2x - \frac{2}{x}\right) = 3$$

$$\Rightarrow 2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \frac{3}{2}$$

প্রমাণ করতে হবে যে,

$$8x^3 = \frac{8}{x^3} + 63$$

$$\Rightarrow 8x^3 - \frac{8}{x^3} = 63$$

বামপক্ষ $= 8x^3 - \frac{8}{x^3}$

$$= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$$

$$= 8\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}$$

$$= 8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{3}{2}\right)\right\}$$

$$= 8\left\{\frac{27}{8} + \frac{9}{2}\right\}$$

$$= 8\left\{\frac{27 + 36}{8}\right\}$$

$$= 63$$

= ডানপক্ষ।

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ। (Proved)

(খ) যদি $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $ab + bc + ca = 0$ অথবা $a = b = c$.

সমাধান: প্রদত্ত মান হতে,

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} - \frac{3}{abc} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)\left\{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2\right\} = 0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)\left\{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2\right\} = 0$$

$$\text{হয়, } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{bc + ca + ab}{abc} = 0$$

$$\therefore ab + bc + ca = 0$$

অথবা, $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)^2 = 0$

$\therefore$ কতগুলি রাশির বর্গের সমষ্টি শূন্য হলে উহাদের প্রত্যেকটি রাশির বর্গের মান শূন্য হয়, সেহেতু–

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$$

$$\therefore a = b$$

আবার, $\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)^2 = 0$

$$\text{বা, } \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0$$

$$\therefore b = c$$

অতএব, $a = b = c$

সুতরাং $ab + bc + ca = 0$ অথবা, $a = b = c$ (Proved).

৭। একটি নদীর তীরে কোন এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ ৬০°। ঐ স্থান থেকে ২৫ মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখলো যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ ৩০° হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার নির্ণয় করুন। ১০

সমাধান: মনেকরি, স্তম্ভটির উচ্চতা AB = h মি. ও নদীর বিস্তার BC = x মি.

এখানে, $\angle BCA = 60°$, $\angle CDA = 30°$ এবং CD = 25 মি.

এখানে, $\tan 30° = \frac{AB}{BD}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BC + CD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 25}$$

$$\Rightarrow h\sqrt{3} = x + 25 \quad \text{..... (i)}$$

আবার, $\tan 60° = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\Rightarrow h = x\sqrt{3}$ ..... (ii)

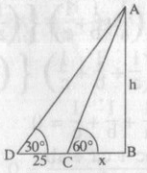
h এর মান (i) নং বসিয়ে, $h\sqrt{3}$

$= x + 25$

$\Rightarrow x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = x + 25$

$\Rightarrow 3x - x = 25$

$\Rightarrow x = 12\frac{1}{2}$



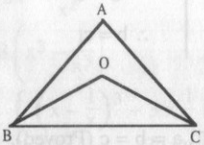
x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে

$h = x\sqrt{3} = \frac{25}{2}\sqrt{3}$

উত্তর : নদীর বিস্তার $12\frac{1}{2}$ মি. ও স্তম্ভটির উচ্চতা $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ মি.

৮। **ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.** ১০

সমাধান:



বি. নি.: ΔABC এর $\angle B$ এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে BO এবং CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমান করতে হবে যে,

$\Delta BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

প্রমাণ: ΔABC এর $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ..... (1)

আবার, ΔBOC এর $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ [উভয়পক্ষে $\frac{1}{2}\angle A$ যোগ করে]

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C) = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

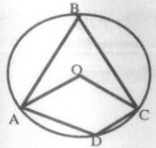
বা, $\angle BOC + \frac{1}{2} \times 180^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

বা, $\angle BOC + 90^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ (Proved)

৯।(ক) **প্রমাণ করুন যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।** ৫

সমাধান:



বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ এবং

$\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ

অঙ্কন: O, A এবং O,C যোগ করি।

প্রমাণ: একই চাপ ADC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ABC$)

আবার, একই চাপ ABC এর উপর দণ্ডায়মান

কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ADC$)

$\therefore \angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$

কিন্তু $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ = চার সমকোণ

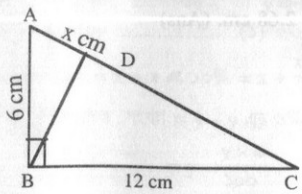
$\therefore 2(\angle ABC + \angle ADC)$ = চার সমকোণ

$\therefore \angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ।

তদ্রূপে প্রমাণ করা যায় যে, $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)

(খ) **ABC ত্রিভুজে $\angle B = 90^\circ$, AB = 6 সে.মি. ও BC = 12 সে. মি.। যদি D শীর্ষবিন্দু B থেকে AC বাহুর উপর লম্বের পাদবিন্দু হয়, তাহলে AD এর দৈর্ঘ্য কত?** ৫

সমাধান:



শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

দেওয়া আছে,

ΔABC-এর $\angle B = 90^\circ$

$AB = 6$ cm

$BC = 12$ cm

$BD \perp AC$

ধরি, $AD = x$ cm

ΔABC হতে পাই–

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$
$$= \sqrt{6^2 + 12^2}$$
$$= \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

এখন,

ΔABD হতে পাই, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{36 - x^2}$ ..... (i)

$\{AD = x$ ধরে $\}$

আবার,

ΔBDC হতে পাই, $BD = \sqrt{BC^2 - DC^2} = \sqrt{144 - (6\sqrt{5} - x)^2}$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\sqrt{36 - x^2} = \sqrt{144 - (6\sqrt{5} - x)^2}$$

বা, $36 - x^2 = 144 - (6\sqrt{5} - x^2)$

বা, $36 - x^2 = 144 - (180 - 12\sqrt{5}x + x^2)$

বা, $36 - x^2 = 144 - 180 + 12\sqrt{5}x - x^2$

বা, $12\sqrt{5}x = 36 + 36$

বা, $x = \frac{72}{12\sqrt{5}} = 2.68$

$\therefore AD = x$ cm $= 2.68$ cm. (Ans)

■ ৩২তম বিসিএস ■

১. (ক) কটি পুকুরের এক স্থানে পানির ২ ফুট উপরে লম্বভাবে দন্ডায়মান ডাঁটার উপর একটি পদ্মফুল ফুটে আছে। হঠাৎ তীব্রবেগে বাতাস আসলে ডাঁটাটি এক পাশে ৫ ফুট তাড়িত হয়ে পানিতে ডুবে যায়। পুকুরের ঐ স্থানে পানির গভীরতা কত? ৫

সমাধান,

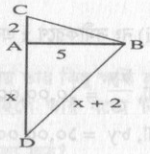
ধরি, পুকুরের গভীরতা $AD = x$ ফুট

পানির উপরে পদ্মফুলের অবস্থান $AC =$ ২ ফুট

পদ্মফুলটি C বিন্দু হতে তাড়িত হয়ে 5 ফুট দূরত্বে B বিন্দুতে ডুবে যায়।

$\therefore AB = 5$ ফুট

$\therefore BD = x + 2$ "



আমরা পাই,

$BD^2 = AD^2 + AB^2$

বা, $(x + 2)^2 = x^2 + 5^2$

বা, $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 25$

বা, $4x = 25 - 4$

বা, $x = \frac{21}{4} = 5.25$

সুতরাং, পুকুরের গভীরতা 5.25 ফুট। **উত্তর : 5.25 ফুট।**

(খ) কোনো শহরের লোকসংখ্যা ১০ লক্ষ। যদি পুরুষের সংখ্যা ১০% বৃদ্ধি পায় এবং স্ত্রীলোকের সংখ্যা ৬% কমে যায়, তবে শহরের লোকসংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না। ঐ শহরের পুরুষ ও স্ত্রীলোকের সংখ্যা কত? ৫

সমাধান,

ধরি, পুরুষের সংখ্যা x জন, স্ত্রীলোকের সংখ্যা y জন

$\therefore x + y = ১০,০০,০০০$ .....(১)

১০% বৃদ্ধি পেলে পুরুষের সংখ্যা $= x + x$ এর ১০% $= x + \frac{x \times ১০}{১০০} = \frac{১১০x}{১০০} = \frac{১১x}{১০}$

৬% কমে গেলে স্ত্রীলোকের সংখ্যা $= y - y$ এর ৬%

$= y - \frac{y \times ৬}{১০০} = \frac{৯৪y}{১০০} = \frac{৪৭y}{৫০}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রশ্নমতে, $\frac{১১x}{১০} + \frac{৪৭y}{৫০} = x + y$

বা, $\frac{৫৫x + ৪৭y}{৫০} = x + y$

বা, $৫৫x + ৪৭y = ৫০x + ৫০y$

বা, $৫x - ৩y = 0$

বা, $৫x = ৩y$

বা, $x = \frac{৩}{৫}\ y$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে, $\frac{৩}{৫}y + y = ১০,০০,০০০$

বা, $\frac{৮y}{৫} = ১০,০০,০০০$

বা, $৮y = ১০,০০,০০০ \times ৫$

বা, $y = \frac{৫০,০০,০০০}{৮} = ৬,২৫,০০০$

অর্থাৎ স্ত্রীলোক ৬,২৫,০০০ জন

∴ পুরুষ = ১০,০০,০০০ − ৬,২৫,০০০ = ৩,৭৫,০০০ জন

উত্তর : পুরুষের সংখ্যা ৩,৭৫,০০০ জন এবং স্ত্রীলোক সংখ্যা ৬,২৫,০০০ জন।

২. (ক) একটি দ্রব্য বিক্রয় করে উৎপাদনকারী, পাইকারী বিক্রেতা ও খুচরা বিক্রেতা প্রত্যেকে ২০% লাভ করে। যদি একটি দ্রব্যের খুচরা বিক্রয়মূল্য ২১.৬০ টাকা হয়, তাহলে দ্রব্যটির উৎপাদন খরচ কত? ১০

সমাধান : খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভে, বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা

১২০ টাকা খুচরা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা।

∴ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ২১.৬০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ২১৬০}{১২০ \times ১০০}$ " = ১৮ টাকা

∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ১৮ টাকা

আবার, পাইকারী বিক্রেতার ২০% লাভে,

১২০ টাকা পাইকারী বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ১৮ " " " " " $= \frac{১০০ \times ১৮}{১২০} = ১৫$ টাকা।

∴ পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য = ১৫ টাকা

আবার, উৎপাদনকারীর ২০% লাভে,

১২০ টাকা উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য হলে উৎপাদন খরচ ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ১৫ " " " " " " $= \frac{১০০ \times ১৫}{১২০}$

$= \frac{২৫}{২}$ টাকা = ১২.৫০ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদন খরচ ১২.৫০ টাকা।

উত্তর : ১২.৫০ টাকা।

(খ) এক ব্যক্তি একটি দ্রব্য ৪০০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার কিছু ক্ষতি হলো। যদি সে ঐ দ্রব্য ৫০০০ টাকায় বিক্রয় করতো তাহলে তার যতো টাকা ক্ষতি হয়েছিল তার $৬৬\frac{২}{৩}\%$ লাভ হতো। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত? ৫

সমাধান : মনে করি,

ক্ষতি = k টাকা

সুতরাং, ক্রয়মূল্য = (৪০০০ + k) টাকা

আমরা পাই,

ক্ষতি + ক্ষতির $৬৬\frac{২}{৩}\%$ = k + k এর $৬৬\frac{২}{৩}\%$ = k + k এর $\frac{২০০}{৩}\%$

= k + k এর $\frac{২০০}{৩} \times \frac{১}{১০০}$ = k + k এর $\frac{২}{৩}$

= $k + \frac{2k}{3} = \frac{৫k}{৩}$

শর্তানুসারে, $\frac{৫k}{৩} = ৫০০০ - ৪০০০$

বা, $\frac{৫k}{৩} = ১০০০$

বা, $৫k = ১০০০ \times ৩$

অতএব, $k = \frac{১০০০ \times ৩}{৫} = ৬০০$

অর্থাৎ, ক্ষতি ৬০০ টাকা।

সুতরাং ক্রয়মূল্য = (৪০০০ + ৬০০) = ৪৬০০ টাকা

উত্তর : ক্রয়মূল্য ৪৬০০ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩. (ক) একটি স্কুল পরীক্ষায় ৭০% পরীক্ষার্থী গণিতে এবং ৮০% পরীক্ষার্থী বাংলায় পাস করে। কিন্তু ১০% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করে। যদি ৩৬০ জন পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাস করে, তাহলে কতজন পরীক্ষার্থী পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করেছিল?৫

সমাধান :

গণিতে ফেল করে = ১০০% − ৭০% = ৩০%

বাংলায় ফেল করে = ১০০% − ৮০% = ২০%

গণিতে যে ৩০% ফেল করে তার মধ্যে উভয় বিষয়ে ১০% রয়েছে এবং বাংলা বিষয়ে যে ২০% ফেল করে এর মধ্যে উভয় বিষয়ের ১০% আছে।

শুধু গণিতে ফেল করে = ৩০% − ১০% = ২০%

" বাংলায় " " = ২০% − ১০% = ১০%

প্রতি এক বিষয়ে এবং উভয় বিষয়ে ফেল করে = ২০% + ১০% + ১০% = ৪০%

উভয় বিষয়ে পাশ করে = ১০০% - ৪০% = ৬০%

উভয় বিষয়ে ৬০ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী ১০০ জন

" " ১ " " " " " $= \frac{১০০}{৬০}$ "

" " ৩৬০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ৩৬০}{৬০} = ৬০০$ জন

অতএব, নির্ণেয় পরিক্ষার্থীর সংখ্যা ৬০০ জন।

উত্তর : ৬০০ জন।

(খ) একজন কলা ব্যবসায়ী ১০ টাকায় ৪টি এবং ১৫ টাকায় ৬টি করে কলা কিনে প্রতিটি ৩ টাকা দরে বিক্রয় করল। ইহাতে তার ২০০ টাকা লাভ হল। তাহলে সে কতগুলো ক্রয় করেছিল?

সমাধান : ৪টির ক্রয়মূল্য ১০ টাকা

∴ ১ " " $\frac{১০}{৪}$ " $= \frac{৫}{২}$ টাকা

আবার, ৬টির ক্রয়মূল্য ১৫ টাকা

∴ ১ " " $\frac{১৫}{৬}$ " $= \frac{৫}{২}$ টাকা

∴ উভয় ক্ষেত্রে আমরা পাই, ১টির ক্রয়মূল্য $\frac{৫}{২}$ টাকা

∴ ১টিতে লাভ হয় ৩ টাকা $- \frac{৫}{২}$ টাকা $= \frac{৬-৫}{২}$ " $= \frac{১}{২}$ টাকা

∴ $\frac{১}{২}$ টাকা লাভ হয় ১ টিতে

∴ ১ " " " $\frac{১ \times ২}{১}$ "

∴ ২০০ " " " $\frac{১ \times ২ \times ২০০}{১}$ " = ৪০০ টিতে

উত্তর : কলার সংখ্যা ৪০০টি।

৪. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : ৩

(i) $3x^5 + 2x + 5$

সমাধান :

ধরি, $f(x) = 3x^5 + 2x + 5$

$x = -1$ বসালে প্রদত্ত রাশিটির মান শূন্য হয় অর্থাৎ $f(-1) = 0$

∴ $x + 1$ প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক

∴ $3x^5 + 2x + 5$

$= 3x^5 + 3x^4 - 3x^4 - 3x^3 + 3x^3 + 3x^2 - 3x^2 - 3x + 5x + 5$

$= 3x^4(x + 1) - 3x^3(x + 1) + 3x^2(x + 1) - 3x(x + 1) + 5(x + 1)$

$= (x + 1)(3x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 5)$ Ans.

(ii) $4(a - 2)x^2 + a^2xy + (a + 2)y^2$

সমাধান :

ধরি, $a - 2 = p$ এবং $a + 2 = q$

∴ $a^2 - 4 = pq$

∴ $a^2 = 4 + pq$

∴ রাশিমালা দাঁড়ায়–

$4px^2 + (4 + pq)xy + qy^2$

$= 4px^2 + 4xy + pqxy + qy^2$

$= 4x(px + y) + qy(px + y)$

$= (px + y)(4x + qy)$

$= \{x(a - 2) + y\}\{4x + (a + 2)y\}$ [মান বসিয়ে]

$= (ax - 2x + y)(4x + ay + 2y)$ Ans.

(iii) $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

সমাধান :

$= 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4$

$= 4b^2c^2 + 2a^2b^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4$

$= (2bc)^2 - (a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2)$

$= (2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2)$
$= \{(b + c)^2 - (a)^2\}\{a^2 - (b - c)^2\}$
$= (b + c + a)(b + c - a)(a + b - c)(a - b + c)$ Ans.

৫. সমাধান করুন :

(ক) $8y^x - y^{2x} = 16,\ 2x = y^2$

সমাধান : $8y^x - y^{2x} = 16,\ 2^x = y^2$

$\therefore 8y^x - y^{2x} = 16$
$\Rightarrow 8y^x - (y^x)^2 = 16$
$\Rightarrow 8a - a^2 = 16$ [$y^x = a$ ধরে]
$\Rightarrow a^2 - 8a + 16 = 0$
$\therefore a = 4 \quad \therefore y^x = 4 = 2^2$
$\therefore y = 2^{\frac{2}{x}}$ ..... (1)
আবার, $2^x = y^2$
$\Rightarrow 2^x = (2^{2/x})^2$
$\Rightarrow 2^x = 2^{4/x}$
$\Rightarrow x = 4/x$
$\Rightarrow x^2 = 4$
$\therefore x = \pm 2$
$x = 2$ হলে (i) হতে,
$y = 2$
আবার, $x = -2$ হলে (i) হতে–
$y = \frac{1}{2}$

$\therefore (x,y) = (2,2)$ অথবা $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$

(খ) $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$

সমাধান : $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+16}} + \frac{\sqrt{x+16}}{\sqrt{x}} = \frac{25}{12}$

$\Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{25}{12}$ [$\sqrt{x} = a,\ \sqrt{x+16} = b$]

$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{25}{12}$

$\Rightarrow 12a^2 + 12b^2 = 25ab$

$\Rightarrow 12a^2 - 25ab + 12b^2 = 0$
$\Rightarrow 12a^2 - 16ab - 9ab + 12b^2 = 0$
$\Rightarrow 4a(3a - 4b) - 3b(3a - 4b) = 0$
$\Rightarrow (3a - 4b)(4a - 3b) = 0$
$\Rightarrow 3a - 4b = 0$
অথবা, $4a - 3b = 0$

$\therefore 3\sqrt{x} - 4\sqrt{x+16} = 0$
$\therefore 9x = 16(x + 16)$
$\therefore 9x - 16x = 256$
$\therefore -7x = 256$
$\therefore x = -\frac{256}{7}$

অথবা, $4\sqrt{x} - 3\sqrt{x+16} = 0$
অথবা, $16x = 9(x + 16)$
অথবা, $7x = 144$
$\therefore x = \frac{144}{7}$

৬. (ক) $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$ হলে $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান কত?

সমাধান : $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$.
$\Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{3}x$
$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

এখন, $\frac{x^6 + 1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

(খ) $(P + q)^2 = \sqrt[3]{27}$ এবং $p^2 = \sqrt{6} + q^2$ হলে $p^3q + pq^3$ = কত?

সমাধান : given that,

$(p + q)^2 = \sqrt[3]{27} = 3$
$\therefore p + q = \sqrt{3}$ ..... (i)
আবার, $p^2 = \sqrt{6} + q^2$
$\Rightarrow p^2 - q^2 = \sqrt{6}$
$\Rightarrow (p + q)(p - q) = \sqrt{6}$
$\Rightarrow \sqrt{3}(p - q) = \sqrt{6}$ [(i) হতে]
$\therefore p - q = \sqrt{2}$ .....(ii)
এখানে, $p^3q + pq^3$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= pq\,(p^2 + q^2) = \frac{2pq(p^2 + q^2)}{2}$

$= \frac{pq}{2}\left\{(p+q)^2 + (p-q)^2\right\}$

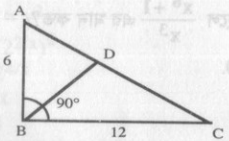
$= \frac{pq}{2}\{3 + 2\}$ (মান বসিয়ে)

$= \frac{5pq}{2} = \frac{5}{2}\left\{\left(\frac{p+q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-q}{2}\right)^2\right\}$

$= \frac{5}{2}\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}\left(\frac{3-2}{4}\right) = \frac{5}{8}$ Ans.

৭. (ক) **ABC ত্রিভুজে $\angle B = 90°$, AB = 6 সে.মি. ও BC = 12 সে.মি.। যদি D শীর্ষবিন্দু B থেকে AC বাহুর উপর লম্বের পাদ বিন্দু হয়, তাহলে AD-এর দৈর্ঘ্য কত?**

সমাধান :



সমকোণী ABC ত্রিভুজের অতিভুজ

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{36 + 44} = \sqrt{180}$

$\therefore AC = 6\sqrt{5}$

আবার, $BD \perp AC$ হলে,

ΔABD হতে

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$\therefore 36 = AD^2 + BD^2$

$\therefore BD^2 = 36 - AD^2$ .....(i)

আবার, ΔBDC হতে

$BC^2 = BD^2 + CD^2$

$\therefore 144 = BD^2 + CD^2$

$\therefore BD^2 = 144 - CD^2$ .....(ii)

এখন, (i) ও (ii) হতে

$36 - AD^2 = 144 - CD^2$

$\Rightarrow -AD^2 + CD^2 = 144 - 36$

$\Rightarrow -AD^2 + (AC - AD)^2 = 144 - 36$

$\Rightarrow -AD^2 + (6\sqrt{5} - AD)^2 = 108$

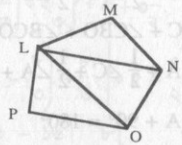
$\Rightarrow -AD^2 + 180 + AD^2 - 12\sqrt{5}\,AD = 108$

$\Rightarrow -12\sqrt{5}\,AD = -72$

$\therefore AD = \frac{72}{12\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ Ans. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ সে.মি.

(খ) **LMNOP একটি সুষম পঞ্চভুজ। LN এবং LO এর দুটি কর্ণ। প্রমাণ করুন যে, LN = LO.** ৫

সমাধান :



সাধারণ নির্বচন : প্রদত্ত শর্ত।

বিশেষ নির্বচন : LMNOP একটি সুষম পঞ্চভুজ যার দুটি কর্ণ LN ও LO

প্রমাণ করতে হবে যে, LN = LO

প্রমাণ : জানি, পঞ্চভুজের প্রতি বাহু সমান এবং প্রতিটি কোণও সমান।

এখন, ΔLMN ও ΔLPO এর মধ্যে,

LM = LP, MN = PO এবং

$\angle LMN = \angle LPO$ = অন্তর্ভুক্ত কোণ

$\therefore \Delta LMN \cong \Delta LPO$

$\therefore LN = LO$ (প্রমাণিত)

৮. **ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুদ্বয় যে বহিঃকোণদ্বয় উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.**

সমাধান : মনে করি,

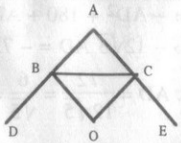
ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করায় B ও C বিন্দুতে দু'টি বহিঃকোণ $\angle CBD$ ও $\angle BCE$ উৎপন্ন হয় এবং তাদের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রমাণ: ΔABC এ $\angle A+\angle B+\angle C=180°$

$\therefore \frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C=90°$



বহিঃস্থ $\angle CBD$

= অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle BAC+\angle ACB$

$\therefore \frac{1}{2}\angle CBD=\frac{1}{2}(\angle BAC+\angle ACB)$

বা, $\angle CBO=\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle C$ .....(1)

অনুরূপভাবে, $\angle BCO=\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B$ .....(2)

ΔBOC এ, $\angle BOC+\angle CBO+\angle BCO=180°$

বা, $\angle BOC+\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle C+\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B=180°$

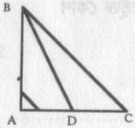
বা, $\angle BOC+\frac{1}{2}\angle A+90°=180°$

বা, $\angle BOC=180°-90°-\frac{1}{2}\angle A$

বা, $\angle BOC=90°-\frac{1}{2}\angle A$. (প্রমাণিত)

৯. ABC ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ, AC এর উপর D একটি বিন্দু। তাহলে প্রমাণ করুন যে, $BC^2+AD^2=BD^2+AC^2$.

সমাধান :



সাধারণ নির্বচন : প্রদত্ত শর্ত।

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে

সমকোণী ΔABC ত্রিভুজের AC এর উপর D একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে-

$BC^2+AD^2=BD^2+AC^2$

প্রমাণ : $BC^2=AB^2+AC^2$ .....(i)

এবং $BD^2=AB^2+AD^2$ .....(ii)

(i) - (ii) হতে-

$BC^2-BD^2=AC^2-AD^2$

$\therefore BC^2+AD^2=AC^2+BD^2$ (প্রমাণিত)

■ ৩১তম বিসিএস ■

১. সরল করুন :

$$\left(৫\frac{১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(৩\frac{১}{২}-২\frac{২}{৩}\right)\div২\frac{২}{৩}\right\}\div৫+৩\frac{১}{২}$$

সমাধান : $\left(৫\frac{১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(৩\frac{১}{২}-২\frac{২}{৩}\right)\div২\frac{২}{৩}\right\}\div৫+৩\frac{১}{২}$

$=\left(\frac{১১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(\frac{৭}{২}-\frac{৮}{৩}\right)\div\frac{৮}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$

$=\left(\frac{১১-৩৪}{২}\right)\times\left\{৪\left(\frac{২১-১৬}{৬}\right)\div\frac{৮}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$

$=\frac{-২৩}{২}\times\left\{৪\times\frac{৫}{৬}\div\frac{৮}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$ $=\frac{-২৩}{২}\times\left\{\frac{১০}{৩}\times\frac{৩}{৮}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$

$=\frac{-২৩}{২}\times\frac{৫}{৪}\times\frac{১}{৫}+\frac{৭}{২}$ $=\frac{৭}{২}-\frac{২৩}{৮}=\frac{২৮-২৩}{৮}=\frac{৫}{৮}$

২. একজন ব্যবসায়ী একই দামে দুইটি কম্পিউটার বিক্রি করল। একটির উপর সে ১৫% লাভ করল কিন্তু অপরটিতে তার ১৫% ক্ষতি হল। তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল?

সমাধান:

১৫% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ১৫) টাকা = ১১৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১১৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " $=\frac{১০০}{১১৫}$ "

$\therefore$ " ১০০ " " " $=\frac{১০০\times১০০}{১১৫}$ "

= ৮৬.৯৬ টাকা।

আবার, ১৫% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১৫) টাকা = ৮৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৮৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা।

$\therefore$ " ১ " " " $\frac{১০০}{৮৫}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ " ১০০ " " " $\frac{১০০ \times ১০০}{৮৫}$ " = ১১৭.৬৫ টাকা

∴ কম্পিউটার দুটির–
মোট বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ১০০) টাকা = ২০০ টাকা এবং
মোট ক্রয়মূল্য = (৮৬.৯৬ + ১১৭.৬৫) টাকা = ২০৪.৬১ টাকা।
∴ ক্ষতি = (২০৪.৬১ – ২০০) টাকা = ৪.৬১ টাকা।
এখন,
২০৪.৬১ টাকায় ক্ষতি হয় ৪.৬১ টাকা।
∴ ১ " " " $\frac{৪.৬১}{২০৪.৬১}$ "
∴ ১০০ " " " $\frac{৪.৬১ \times ১০০}{২০৪.৬১}$ " = ২.২৫ টাকা।

উত্তর: ২.২৫% বা $২\frac{১}{৪}$% ক্ষতি হয়।

বিকল্প: লাভ ১৫% এবং ক্ষতি ১৫%,
সুতরাং $(x - y + \frac{xy}{১০০})$%
লাভের ক্ষেত্রে (+) চিহ্ন এবং ক্ষতির ক্ষেত্রে (–) চিহ্ন ব্যবহার করে পাই

$= (১৫ - ১৫ - \frac{২২৫}{১০০})\% = \frac{৯}{৪}\% = ২\frac{১}{৪}\%$

৩. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৫০ বছর। যখন পুত্রের বয়স পিতার বর্তমান বয়সের সমান হবে তখন তাদের বয়সের সমষ্টি হবে ১০২ বছর। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় করুণ।

সমাধান : ধরি,
পুত্রের বর্তমান বয়স = x বছর
পিতার বর্তমান বয়স = (৫০ - x) বছর
বর্তমানে পিতার বয়স বেশি (৫০ - x - x) = ৫০ - ২x বছর
প্রশ্নমতে, x + ৫০ - ২x + (৫০ - x) + ৫০ - ২x = ১০২
বা, x + ৫০ - ৪x + ৫০ - x + ৫০ = ১০২
বা, - ৪x = ১০২ - ১৫০ বা, - ৪x = - ৪৮
বা, $x = \frac{-৪৮}{-৪}$
∴ x = ১২ বছর
পিতার বর্তমান বয়স = (৫০ - ২২) বছর = ৩৮ বছর
পুত্রের বর্তমান বয়স = ১২ বছর

৪. দুই অংকবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অংকদ্বয়ের সমষ্টি ৯; অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে ৪৫ কম। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

সমাধান : ধরি, একক স্থানীয় অংক = x
দশক স্থানীয় অংক = y ∴ সংখ্যাটি = ১০y + x
১ম শর্তমতে, x+y = ৯ .....(i)
২য় শর্তমতে ১০y + x -(১০x + y) = ৪৫
বা, ৯y - ৯x = ৪৫
∴ y - x = ৫ ..... (ii)
(i)+(ii)
x + y = ৯
- x + y = ৫
2y = ১৪
বা, $y = \frac{১৪}{২}$ ∴ y = ৭
(i) নং সমীকরণে y = ৭ বসাই
x + y = ৯
x + ৭ = ৯
বা, x = ৯ - ৭ ∴ x = ২
∴ সংখ্যাটি = (১০ × ৭) + ২ = ৭০ + ২ = ৭২

৫. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :
$(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)^2$

সমাধান : ধরি, a – 1 = p
এবং a + 1 = q
pq = (a+1) (a – 1) $= a^2 - 1$
∴ প্রদত্ত রাশিমালা দাঁড়ায়
$(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$
$= px^2 + (pq + 1)xy + qy^2$
$= px^2 + pqxy + xy + qy^2$
$= px(x + qy) + y(x + qy)$
= (x + qy) (px + y) [p ও q এর মান বসিয়ে পাই]
= {x + (a + 1) y} {(a – 1) x + y}
= (x + ay + y) (ax – x + y)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৬. **সমাধান করুন :**

$$ax + by = a^2 + b^2,\ 2bx - ay = ab.$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $ax + by = a^2 + b^2$ ..... (i)

এবং $2bx - ay = ab$ ..... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণের x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে গঠিত নির্ণায়ক।

$$\begin{vmatrix} a & b \\ 2b & -a \end{vmatrix} = -a^2 - 2b^2$$

$$\therefore x = \frac{\begin{vmatrix} a^2+b^2 & b \\ ab & -a \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ 2b & -a \end{vmatrix}} = \frac{-a^3 - ab^2 - ab^2}{-a^2 - 2b^2}$$

$$= \frac{-a^3 - 2ab^2}{-a^2 - 2b^2} = \frac{a(-a^2 - 2b^2)}{(-a^2 - 2b^2)} = a$$

$$\therefore y = \frac{\begin{vmatrix} a & a^2+b^2 \\ 2b & ab \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ 2b & -a \end{vmatrix}} = \frac{a^2b - 2a^2b - 2b^3}{-a^2 - 2b^2}$$

$$= \frac{-a^2b - 2b^3}{-a^2 - 2b^2} = \frac{b(-a^2 - 2b^2)}{(-a^2 - 2b^2)^2} = b \quad \therefore (x, y) = (a, b)$$

৭. **যদি $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b}$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,**

$$\frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z}.$$

সমাধান : ধরি, $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b} = k$

$\therefore x = k(b+c)$ ..... (i)

$y = k(c+a)$ ..... (ii)

$z = k(a+b)$ ..... (iii)

$$\therefore \frac{a}{y+z+x} = \frac{b}{z+x+y} = \frac{c}{x+y+z}$$

বা, $\frac{a}{k(c+a) + k(a+b) - k(b+c)}$

$= \frac{b}{k(a+b) + k(b+c) - k(c+a)}$

$= \frac{c}{k(b+c) + k(c+a) - k(a+b)}$

বা, $\frac{a}{ck + ak + ak + bk - bk - ck}$

$= \frac{b}{ak + bk + bk + ck - ck - ak}$

$= \frac{c}{bk + ck + ck + ak - ak - bk}$

বা, $\frac{a}{2ak} = \frac{b}{2bk} = \frac{c}{2ck}$

বা, $\frac{1}{2k} = \frac{1}{2k} = \frac{1}{2k}$

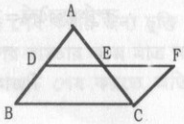
$\therefore \frac{a}{y+z-x} = \frac{b}{z+x-y} = \frac{c}{x+y-z} =$ (Proved)

৮. **প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং অর্ধেক।**

সমাধান :

মনেকরি,

ABC একটি ত্রিভুজ। এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E প্রমাণ করতে হবে যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$



অঙ্কন: D, E যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি। যেন EF = DE হয় এবং F,C যোগ করি।

প্রমাণ: Δ ADE এবং Δ CEF এর মধ্যে DE = EF, AE = CE এবং $\angle AED = \angle CEF$ [বিপ্রতীপ কোন]

$\therefore \Delta ADE = \Delta CEF$

$\therefore AD = CF = BD$ [$\therefore AD = BD$]

এবং $\angle DAE = \angle ECF$

কিন্তু এরা একান্তর কোণ [$\therefore AD \parallel CF$

$\therefore$ BD,CF এর সমান এবং সমান্তরাল।

DF রেখা BC এর সমান এবং সমান্তরাল

কিন্তু $DE = \frac{1}{2}DF$ [$\therefore DE = \frac{1}{2}BC$

$\therefore DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$ (প্রমানিত)

৯. **একটি গাছ এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, তার ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে ৩০° কোণ করে গাছের গোড়া থেকে ১০ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য কত ছিল?**

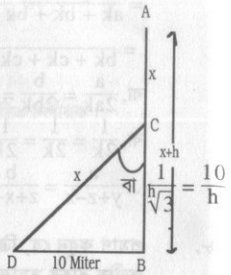
সমাদান :

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

ধরি,

গাছটির দৈর্ঘ্য AB = x+h মিটার। ধরি, গাছটি h মিটার উচ্চতায় ভেঙ্গে গিয়ে C বিন্দুতে $\angle BCD = 30°$ উৎপন্ন করেছে এবং BD = 10 মিটার।

এখানে, AC = DC = x মিটার ।



এখন BCD সমকোণী ত্রিভুজের $\tan \angle BCD = \frac{BD}{BC}$

বা, $\tan 30° = \frac{10}{h}$

$\therefore h = 10\sqrt{3}$ ..... (i)

আবার, BCD সমকোণী ত্রিভুজের, $\sin \angle BCD = \frac{BD}{CD}$

বা, $\sin 30° = \frac{10}{x}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{10}{x}$

$\therefore x = 20$ ..... (ii)

$\therefore$ সম্পূর্ণ গাছের দৈর্ঘ্য $= 20 + 10\sqrt{3} = ২০ + ১৭.৩২$

$= ৩৭.৩২$

■ ৩০তম বিসিএস ■

[দ্রষ্টব্য : ইংরেজি অথবা বাংলা যে কোনো একটি ভাষায় প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তবে টেকনিক্যাল শব্দগুলো ইংরেজিতে লেখা চলবে।]

ক–বিভাগ : প্রাথমিক গণিত

সময়–২ ঘণ্টা পূর্ণমান–৫০

(যে কোন দশটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান)

১। **সরল করুন : ১.৫ ÷ .০৭৫ × ৩.২৫ ÷১.৩ × ৩.৩ ÷ ২.২৫ – ১.৩৬**

সমাধান :

১.৫ ÷ .০৭৫ × ৩.২৫ ÷১.৩ × ৩.৩ ÷ ২.২৫ – ১.৩৬

$= \frac{১৫}{১০} \times \frac{১০০০}{৭৫} \times \frac{৩২৫}{১০০} \times \frac{১০}{১৩} \times \frac{৩৩}{১০} \times \frac{১০০}{২২৫} - \frac{১২৩}{৯০}$

$= ২০ \times \frac{৩২৫}{১০} \times \frac{৩৩}{১৩ \times ১০} \times \frac{৪}{৯} - \frac{৪১}{৩০}$

$= \frac{৬৫ \times ৩৩}{১৩} \times \frac{৪}{৯} - \frac{৪১}{৩০}$

$= ১৬৫ \times \frac{৪}{৯} - \frac{৪১}{৩০}$

$= ১৬৫ \times \frac{৪}{৯} - \frac{৪১}{৩০}$

$= \frac{২২০}{৩} - \frac{৪১}{৩০} = \frac{২১৫৯}{৩০} = ৭১.৯৬$

$= \frac{২১৫৯}{৩০} = ৭১.৯৬$

উত্তর : ৭১.৯৬

২। **একজন ঠিকাদার ২৫ দিনে একটি রাস্তার কাজ শেষ করার জন্য চুক্তি করে ৩০ জন শ্রমিক নিয়োগ করলো। কিন্তু ১৫ দিন পর রাস্তার কাজ মাত্র অর্ধেক শেষ হলো। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে রাস্তার কাজটি শেষ করতে অতিরিক্ত কতজন শ্রমিক নিয়োগের প্রয়োজন হবে?**

সমাধান :

দিন বাকি (২৫–১৫)দিন = ১০ দিন

কাজ বাকি $(১ - \frac{১}{২})$ অংশ

$= \frac{২-১}{২}$ অংশ $= \frac{১}{২}$ অংশ

অতএব,

$\frac{১}{২}$ অংশ কাজ ১৫ দিনে করে ৩০ জনে

$\therefore \frac{১}{২}$ " " ১ " " ৩০ × ১৫ "

$\therefore \frac{১}{২}$ " " ১০ " " $\frac{৩০ \times ১৫}{১০}$" = ৪৫ জনে

$\therefore$ অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করতে হয় =(৪৫ – ৩০) জন = ১৫ জন

উত্তর : ১৫ জন।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩। ১২০টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও দশ পয়সার মুদ্রা একত্রে ২৭ টাকা হলে, কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কত?

সমাধান :

ধরি,

পঁচিশ পয়সার মুদ্রা x টি

∴ পঁচিশ পয়সার মুদ্রার মান = ০.২৫x টাকা

∴ দশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = (১২০–x) টি

∴ দশ " " মান = ০.১০(১২০–x) "

প্রশ্নমতে,

$০.২৫x + ০.১০(১২০ - x) = ২৭.০০$

বা, $\frac{২৫x}{১০০} + \frac{১০(১২০-x)}{১০০} = \frac{২৭০০}{১০০}$

বা, $২৫x + ১২০০ - ১০x = ২৭০০$

বা, $১৫x = ১৫০০$

∴ $x = ১০০$

∴ (১২০– x)টি = ২০টি

উত্তর : পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ১০০ টি

দশ " " ২০ "

৪। একটি শার্ট ও একটি প্যান্টের মূল্য একত্রে ৫২৫.০০ টাকা। যদি শার্টের মূল্য ৫% এবং প্যান্টের মূল্য ১০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ঐগুলো কিনতে ৫৬৮.৭৮ টাকা লাগে। শার্ট ও প্যান্টের প্রত্যেকটির মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি,

শার্টের মূল্য x টাকা

প্যান্টের মূল্য (৫২৫ .০০– x) "

৫% বৃদ্ধিতে শার্টের মূল্য (১০০+৫)টাকা =১০৫ টাকা

১০০ টাকার শার্টের মূল্য হয় ১০৫ টাকা

∴ ১ " " " " $\frac{১০৫}{১০০}$ "

∴ x " " " " $\frac{১০৫ \times x}{১০০}$ "

১০% বৃদ্ধিতে প্যান্টের বিক্রয়মূল্য (১০০+১০) টাকা = ১১০ টাকা

অতএব, ১০০ টাকার প্যান্টের মূল্য ১১০ টাকা

∴ ১ " " " " $\frac{১১০}{১০০}$ "

∴ (৫২৫.০০–x)" " " " $\frac{১১০(৫২৫.০০-x)}{১০০}$ "

প্রশ্নমতে, $\frac{১০৫ \times x}{১০০} + \frac{১১০(৫২৫.০০-x)}{১০০} = ৫৬৮.৭৫$

বা, $\frac{১০৫x + ৫৭৭৫০ - ১১০x}{১০০} = ৫৬৮.৭৫$

বা, $\frac{৫৭৭৫০ - ৫x}{১০০} = ৫৬৮.৭৫$

বা, $৫৭৭৫০ - ৫x = ৫৬৮৭৫$

বা, $-৫x = ৫৬৮৭৫ - ৫৭৭৫০$

বা, $-৫x = -৮৭৫$

বা, $x = \frac{৮৭৫}{৫}$

∴ $x = ১৭৫$

শার্টের মূল্য ১৭৫ টাকা

∴প্যান্টের মূল্য (৫২৫.০০–১৭৫) " = ৩৫০ টাকা

উত্তর : শার্টের মূল্য ১৭৫ টাকা

প্যান্টের মূল্য ৩৫০ "

৫। **সরল করুন :**

$$\frac{1}{a-b} - \frac{2}{2a+b} + \frac{1}{a+b} - \frac{2}{2a-b}$$

সমাধান : $\frac{1}{a-b} - \frac{2}{2a+b} + \frac{1}{a+b} - \frac{2}{2a-b}$

$= \left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}\right) - 2\left(\frac{1}{2a+b} + \frac{1}{2a-b}\right)$

$= \frac{2a}{(a-b)(a+b)} - \left\{\frac{8a}{(2a+b)(2a-b)}\right\}$

$= 2a\left\{\frac{1}{(a-b)(a+b)} - \frac{4a}{(2a+b)(2a-b)}\right\}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= 2a\left\{\frac{4a^2-b^2-4a^2+4b^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)}\right\}$$

$$=2a \times \frac{3b^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)} = \frac{6ab^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)}$$

উত্তর : $\frac{6ab^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)}$

৬। **উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :**

$a(a+1)(a+2)(a+3)-15$.

সমাধান : $a(a+1)(a+2)(a+3)-15$

$= \{(a+1)(a+2)\}\{a(a+3)\}-15$

$= (a^2+3a+2)(a^2+3a)-15$

$= p(p+2)-15$ $[a^2+3a=p$ লিখে$]$

$= p^2+5p-3p-15 = (p+5)(p-3)$

$= (a^2+3a+5)(a^2+3a-3)$ (মান বসিয়ে)

উত্তর : $(a^2+3a+5)(a^2+3a-3)$

৭। $\frac{a+b}{b+c}=\frac{c+d}{d+a}$ **হলে, প্রমাণ করুন যে,**

$c=a$ অথবা, $a+b+c+d=0$.

সমাধান : দেওয়া আছে, $\frac{a+b}{b+c}=\frac{c+d}{d+a}$

বা, $\frac{b+c}{a+b}=\frac{d+a}{c+d}$

বা, $\frac{b+c}{a+b-b-c}=\frac{d+a}{c+d-d-a}$ (বিয়োজন করে)

বা, $\frac{b+c}{a-c}=\frac{d+a}{c-a}$

বা, $\frac{a-c}{b+c}=\frac{c-a}{d+a}$ (উল্টাকরন করে)

বা, $\frac{c-a}{b+c}+\frac{c-a}{d+a}=0$

বা, $(c-a)\{\frac{1}{b+c}+\frac{1}{d+a}\}=0$

$\therefore$ হয় $c-a=0$

অথবা, $c=a$

আবার, $\frac{1}{b+c}+\frac{1}{d+a}=0$

বা, $\frac{d+a+b+c}{(b+c)(d+a)}=0$

বা, $(a+b+c+d)=0$

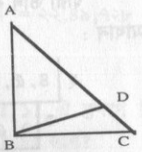
$\therefore c=a$ এবং $a+b+c+d=0$ (প্রমাণিত)

৮। **ত্রিভুজের একটি বাহু অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, প্রমাণ করুন যে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।**

সমাধান :

বিশেষ নির্বাচন ঃ

মনে করি, ΔABC $AC > AB$.



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC > \angle ACB$

অঙ্কন: AC থেকে AB এর সমান করে AD অংশ কাটি এবং B,D যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABD এ $AD = AB$

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$

কিন্তু ΔABC এ বহিস্থ $\angle ADB > \angle BCD$

$\therefore \angle ABD > \angle BCD$.

বা, $\angle ABD > \angle ACB$.

কিন্তু $\angle ABC > \angle ABD$ $[\because \angle ABD, \angle ABC$ এর একটি অংশ$]$

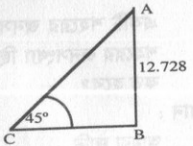
সুতরাং, $\angle ABC > \angle ACB$ (প্রমাণিত)

৯। **12.728 মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি দেয়ালের ছাদের সঙ্গে লাগানো মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। মইটির দৈর্ঘ্য কত?**

সমাধান :

ধরি,

দেয়াল AB (12.728মিঃ) মই AC-কে A বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, $\angle ACB=45°$, $AC=?$



ΔABC হতে, $\sin 45° = \frac{AB}{AC}$

Or, $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{12.728}{AC}$ $\therefore AC = 12.728 \times \sqrt{2} = 18.0001$

উত্তর ঃ 18.0001মিটার বা 18 মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

■ ২৯তম বিসিএস ■

[দ্রষ্টব্য : ইংরেজি অথবা বাংলা যে কোনো একটি ভাষায় প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তবে টেকনিক্যাল শব্দগুলো ইংরেজিতে লেখা চলবে।]

ক-বিভাগ : প্রাথমিক গণিত

সময়-২ ঘণ্টা পূর্ণমান-৫০

(যে কোন **দশটি** প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান)

১। **ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যাহা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু ৪, ৫, ৬, ও ৯ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে।**

সমাধান :

২ | ৪, ৫, ৬, ৯

৩ | ২, ৫, ৩, ৯

২,৫,১,৩

৪,৫,৬,৯ এর ল,সা, গু = ১৮০

১৮০×১+১ = ১৮১ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

১৮০×২+১ = ৩৬১ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

১৮০×৩+১ = ৫৪১ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

১৮০×৪+১ = ৭২১ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

১৮০×৫+১ = ৯০১ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

১৮০×৬+১ = ১০৮১ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

১৮০×৭+১ = ১২৬১ যা ১৩ বিভাজ্য

উ: ১২৬১।

২। **একটি শহরের জনসংখ্যা প্রতি বছর শতকরা ৪ জন করে বৃদ্ধি পায় এবং ঐ শহরের জনসংখ্যা ছিল ২০,০০, ০০০ জন। ৩ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?**

সমাধান :

আমরা জানি,

কোন বছরের জনসংখ্যা p এবং প্রতি বছর জনসংখ্যা শতকরা r করে বৃদ্ধি পেলে n সংখ্যক বছরের শেষে জনসংখ্যা হবে $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

এখানে, জনসংখ্যা P=২০,০০,০০০

বৃদ্ধির হার r = ৪

বছরের সংখ্যা n = ৩

৩ বছর পর জনসংখ্যা হবে = $২০,০০,০০০\left(১+\frac{৪}{১০০}\right)^৩$ জন

$=২০.০০,০০০\left(\frac{১০০+৪}{১০০}\right)^৩$ জন

$=\frac{২০,০০,০০০\times১০৪\times১০৪\times১০৪}{১০০\times১০০\times১০০}$ জন

=২ × ১০৪ × ১০৪× ১০৪ জন = ২২,৪৯,৭২৮

উত্তর: ২২৪৯৭২৮ জন।

৩। **৪০ কিলোগ্রাম দ্রবণে পানি এবং চিনির অনুপাত ৮ ঃ ১। ঐ দ্রবণে কি পরিমাণ চিনি মিশ্রিত করলে পানি ও চিনির অনুপাত ৮০ ঃ ১৯ হবে?**

সমাধান : পানি এবং চিনির অনুপাত= ৮ঃ১

অনুপাত দ্বয়ের যোগফল = ৮+১ =৯

∴ পানির পরিমাণ = $(৪০\text{এর}\frac{৮}{৯})$ কি: গ্রা:

$=\frac{৩২০}{৯}$ "

∴ চিনির পরিমাণ= $(৪০\text{ এর }\frac{১}{৯})$ কি: গ্রা:

$=\frac{৪০}{৯}$ "

মনে করি,

x কি: গ্রা: চিনি মিশাতে হবে

∴ প্রশ্নমতে, $\frac{৩২০}{৯} ঃ (x+\frac{৪০}{৯}) = ৮০ঃ১৯$

বা, $\frac{৩২০}{৯x+৪০} = \frac{৮০}{১৯}$

বা, $\frac{৪}{৯x+৪০} = \frac{১}{১৯}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, ৯x+৪০ = ৭৬ "

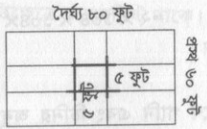
বা, ৯x=৩৬

∴ x=৪

উত্তর: ৪ কি.গ্রাম চিনি মেশাতে হবে।

৪। **৮০ ফুট দীর্ঘ এবং ৬০ ফুট বিস্তৃত একটি বাগানের ঠিক মাঝখানে ৫ ফুট বিস্তৃত দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ২টি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গফুট ২৫ টাকা হারে ঐ রাস্তা ঢালাই করতে কত খরচ হবে?**

সমাধান :



দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য = ৮০ ফুট এবং বিস্তৃতি বা প্রস্থ = ৬০ ফুট।

(রাস্তাসহ) বাগানের ক্ষেত্রফল = (৮০ × ৬০) ব.ফুট = ৪,৮০০ বর্গফুট।

বাগানের মাঝে রাস্তা থাকায়,

রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য (৮০ – ৫) ফুট = ৭৫ ফুট

রাস্তাবাদে বাগানের বিস্তৃতি (৬০ – ৫) ফুট = ৫৫ ফুট

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (৭৫ × ৫৫) ব. ফুট= ৪১২৫ বর্গফুট।

অতএব, রাস্তার ক্ষেত্রফল = বাগানের ক্ষেত্রফল – রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল

= (৪,৮০০ – ৪১২৫) ব.ফুট= ৬৭৫ বর্গফুট

∴ রাস্তা ঢালাই করতে মোট খরচ (৬৭৫ × ২৫) টাকা= ১৬৮৭৫ টাকা

উত্তর : ১৬৮৭৫ টাকা মাত্র।

৫। **কোন একজন মহিলার ২৪০৭৫ টাকা ছিল। তিনি নিজের জন্য ৬৭৫ টাকা রেখে অবশিষ্ট টাকা স্বামী, মা এবং কন্যাদ্বয়ের মধ্যে $\frac{১}{৪} : \frac{১}{৬} : \frac{২}{৩}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক কন্যা কত পেল?**

সমাধান ঃ মহিলার অবশিষ্ট টাকা = (২৪০৭৫ – ৬৭৫) টাকা= ২৩,৪০০ টাকা।

স্বামী ঃ মা ঃ কন্যাদ্বয় = $\frac{১}{৪} : \frac{১}{৬} : \frac{২}{৩}$

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = $\frac{১}{৪} + \frac{১}{৬} + \frac{২}{৩} = \frac{১৩}{১২}$

$\therefore$ কন্যাদ্বয় পায় = ২৩,৪০০ এর $\frac{\frac{২}{৩}}{\frac{১৩}{১২}}$

= ২৩,৪০০ এর $\frac{২}{৩} \times \frac{১২}{১৩}$

= ২৩,৪০০ এর $\frac{৮}{১৩}$ = ১৪,৪০০ টাকা।

$\therefore$ প্রত্যেক কন্যা পায় = ১৪,৪০০ ÷ ২ = ৭,২০০ টাকা।

উত্তর : ৭২০০ টাকা।

৬। **সরল করুন :**

$$\left\{\frac{b+\frac{a-b}{1+ab}}{1-\frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a-\frac{a-b}{1-ab}}{1-\frac{a(a-b)}{1-ab}}\right\} \div \left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$$

সমাধান :

$$\left\{\frac{b+\frac{a-b}{1+ab}}{1-\frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a-\frac{a-b}{1-ab}}{1-\frac{a(a-b)}{1-ab}}\right\} \div \left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$$

$$= \frac{b+\frac{a-b}{1+ab}}{1-\frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a-\frac{a-b}{1-ab}}{1-\frac{a(a-b)}{1-ab}} \div \left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$$

$$= \frac{\frac{b(1+ab)+(a-b)}{1+ab}}{\frac{1+ab-(a-b)b}{1+ab}} - \frac{\frac{a(1-ab)-(a-b)}{1-ab}}{\frac{1-ab-a(a-b)}{1-ab}} \div \frac{a^2-b^2}{ab}$$

$$= \frac{\frac{b+ab^2+a-b}{1+ab}}{\frac{1+ab-ab+b^2}{1+ab}} - \frac{\frac{a-a^2b-a+b}{1-ab}}{\frac{1-ab-a^2+ab}{1-ab}} \div \frac{a^2-b^2}{ab}$$

$$= \frac{a(b^2+1)}{(1+ab)} \times \frac{(1+ab)}{(1+b^2)} - \frac{-b(a^2-1)}{(1-ab)} \times \frac{(1-ab)}{-(a^2-1)} \div \frac{a^2-b^2}{ab}$$

$$= (a-b) \div \frac{a^2-b^2}{ab} = (a-b) \times \frac{ab}{a^2-b^2} = \frac{ab}{a+b} \quad \textbf{(Ans.)}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৭। (ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন ঃ

$a^3 - 3a^2b + 2b^3$

সমাধান : $a^3-3a^2b+2b^3$

$= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 - 2ab^2 + 2b^3$

$= a^2(a-b) - 2ab(a-b) - 2b^2(a-b)$

$= (a-b)(a^2 - 2ab - 2b^2)$

Ans : $(a-b)(a^2 - 2ab - 2b^2)$

অথবা,

ধরি, $a=b$

$\therefore f(b) = b^3 - 3.b^2.b + 2b^3$

$= b^3 - 3b^3 + 2b^3$

$= 3b^3 - 3b^3$

$=0$

∴ সুতরাং, প্রদত্ত রাশিমালায় মান শূন্য হবে তখনই যখন a=b হবে। সুতরাং (a-b) উহার একটি উৎপাদক।

$\therefore a^3-3a^2b+2b^3$

$= a^3-a^2b-2a^2b+2ab^2-2ab^2+2b^3$

$= a^2(a-b)-2ab(a-b)-2b^2(a-b)$

$= (a-b)(a^2-2ab-2b^2)$

Ans : $(a-b)(a^2-2ab-2b^2)$

(খ) সমাধান করুন ঃ

$2x + \frac{3}{y} = 1$

$5x - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$

সমাধান : $2x+\frac{3}{y} = 1$.....(i)

$5x - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$ .....(ii)

(i) নং থেকে পাই

$2x+\frac{3}{y} = 1$

বা, $\frac{2xy+3}{y} = 1$

বা, $2xy+3= y$

বা, $2xy=y-3$

বা, $x = \frac{y-3}{2y}$.....(iii)

x এর মান (ii) নং এ বসাই

বা, $5\left(\frac{y-3}{2y}\right) - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$

বা, $\frac{5y-15}{2y} - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$

বা, $\frac{5y-15-4}{2y} = \frac{11}{12}$

বা, $\frac{5y-19}{2y} = \frac{11}{12}$

বা, $60y-228 = 22y$

বা, $38y=228$

বা, $y = \frac{228}{38}$

$\therefore y = 6$

(iii) নং সমীকরণে y এর মান বসাই

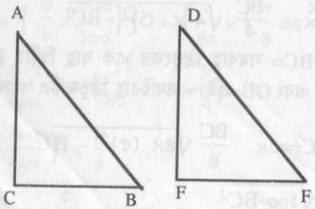
$x = \frac{6-3}{2\times 6}$

বা, $x = \frac{3}{12}$

$\therefore x = \frac{1}{4}$

নির্ণেয় সমাধান: $(x,y) = \left(\frac{1}{4}, 6\right)$

৮। যদি কোন ত্রিভুজ ABC-এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, ∠C = এক সমকোণ।



দেওয়া আছে, ΔABC-এ $AC^2+BC^2=AB^2$

প্রমান করতে হবে যে, ∠C= এক সমকোণ

অংকন: DEF এমন একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার ∠E= সমকোণ, DE=AC এবং FF=CB

প্রমান: ΔDEF থেকে পাই,

$DF^2 = DE^2+EF^2$

$= AC^2+CB^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

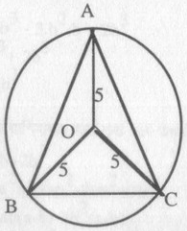
$= AB^2$ (পীথাগোরাস)

$\therefore DF = AB$

এখন, ΔABC ও ΔDEF সর্বসম; কারণ, এদের একটির তিনবাহু অপরটির অনুরূপ তিন বাহুর সমান।

$\therefore \angle E = \angle C$ = এক সমকোণ (প্রমাণিত)

৯। **৫ ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।**



মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজটি O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABC-বৃত্তে অন্তর্লিখিত।

ব্যাসার্ধ OB=OC=OA= 5 ইঞ্চি; ΔOAB, ΔOBC ও ΔOAC এর প্রত্যেকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল সমান।

অতএব, $\Delta ABC = 3 \times \quad \Delta O B C$

$\frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = ৩\times \quad \frac{BC}{4} \sqrt{4 \times (5)^2 - BC^2}$

এখানে, প্রথম BC= সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহু দ্বিতীয় BC= সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ OBC এর ভূমি এবং OB=৫ই:= সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির সমান বাহুদ্বয়ের একটি

অতএব, $\frac{\sqrt{৩}}{৪} BC^2 = ৩\times \quad \frac{BC}{৪} \sqrt{৪\times (৫)^2 - BC^2}$

বা, $BC = \sqrt{৩}\sqrt{১০০ - BC^2}$

বা, $BC^2 = ৩(১০০ - BC^2)$ [বর্গ করে]

বা, $৪BC^2 = ৩০০$

$\therefore BC^2 = ৭৫$

$\therefore$ " $ABC = \frac{\sqrt{৩}}{৪} BC^2 = \frac{\sqrt{৩}}{৪} \times ৭৫$ব: ই:

$= ৩২.৪৭৫$ ব: ই:

■ ২৮তম বিসিএস ■

[দ্রষ্টব্য : ইংরেজি অথবা বাংলা যে কোনো একটি ভাষায় প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তবে টেকনিক্যাল শব্দগুলো ইংরেজিতে লেখা চলবে।]

ক–বিভাগ : প্রাথমিক গণিত

সময়–২ ঘণ্টা পূর্ণমান–৫০

(যে কোন দশটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান)

১। **সরল করুন ঃ**

$[(৬.২৭\times ০.৫) \div \{(.৫ \text{ এর } .৭৫)\times ৮.৩৬\}] \div \{(.২৫ \text{ এর } .১)\times (.৭৫ \text{ এর } ২১.৩)\times .৫\}$

সমাধান ঃ

$[(৬.২৭ \times ০.৫) \div \{(.৫ \text{ এর } .৭৫) \times ৮.৩৬\}] \div \{(.২৫ \text{ এর } .১)\times (.৭৫ \text{ এর } ২১.৩)\times .৫\}$

$= \left[\left(\frac{৬২৭}{১০০} \times \frac{৫}{১০} \right) \div \left\{ \left(\frac{৫}{১০} \text{ এর } \frac{৭৫}{১০০} \right) \times ৮.৩৬ \right\} \right]$

$\div \left(\frac{২৫}{১০০} \text{ এর } \frac{১}{১০} \right) \times \left(\frac{৭৫}{১০০} \text{ এর } \frac{২১৩ - ২১}{৯} \right) \times .৫ \}$

$= \left[\left(\frac{৬২৭}{২০০} \div \left\{ \frac{৩}{৮} \times \frac{৮৩৬}{১০০} \right\} \right] \div \left\{ \frac{১}{৪০} \times \left(\frac{৭৫}{১০০} \text{ এর } \frac{১৯২}{৯} \right) \times \frac{৫}{১০} \right\} \right.$

$= \left[\frac{৬২৭}{২০০} \div \left\{ \frac{৩}{৮} \times \frac{৮৩৬}{১০০} \right\} \right] \div \left\{ \frac{১}{৪০} \times \left(\frac{৩}{৪} \text{ এর } \frac{১৯২}{৯} \right) \times \frac{১}{২} \right\}$

$= \left[\frac{৬২৭}{২০০} \div \frac{৬২৭}{২০০} \right] \div \left\{ \frac{১}{৪০} \times ১৬ \times \frac{১}{২} \right\}$

$= \left[\frac{৬২৭}{২০০} \times \frac{২০০}{৬২৭} \right] \div \frac{১}{৫}$

$= ১ \div \frac{১}{৫} = ১ \times \frac{৫}{১} = ৫$

উত্তর : ৫

২। **৫ টাকায় ৯টা দরে কমলা বিক্রয় করায় ২০% ক্ষতি হলো। প্রতি ডজন কমলা কি দরে ক্রয় করেছিল?**

সমাধান ঃ

২০% ক্ষতিতে বিক্রয় মূল্য (১০০ — ২০) টাকা = ৮০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য১০০ টাকা।

∴ " ১ " " " $\frac{১০০}{৮০}$ "

∴ " ৫ " " " $\frac{১০০ \times ৫}{৮০}$ "

$= ৬.২৫$ টাকা।

আবার, ৯টি কমলার বিক্রয় মূল্য ৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ৬.২৫ টাকা।

৯টি কমলার ক্রয়মূল্য = ৬.২৫ টাকা

∴ ১টি " " $= \frac{৬.২৫}{৯}$ "

∴ ১২টি " " $= \frac{৬.২৫ \times ১২}{৯}$ "

$= ৮.৩৩$ টাকা

উত্তর : ৮.৩৩ টাকা

৩। **দুই ব্যক্তি 'ক' এবং 'খ' একই ব্যাংক থেকে একই দিনে ১০% হার সরলসুদে পৃথক পৃথক পরিমাণ ঋণ গ্রহণ করে। 'ক' দুই বছর পর সুদে-আসলে যে অর্থ শোধ করে 'খ' ৩ বছর পর সুদে-আসলে সমপরিমাণ অর্থ শোধ করে। তাদের ঋণের অনুপাত নির্ণয় করুন।**

সমাধান :

মনে করি,

ক নেয় x টাকা এবং খ নেয় y টাকা।

∴ তাদের ঋণের টাকার অনুপাত x ঃ y।

১০% সুদে, ক-এর

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ১০ টাকা

∴ ১ " ১ " " $\frac{১০}{১০০}$ "

∴ x " ১ " " $\frac{১০ \times x}{১০০}$ "

∴ x " ২ " " $\frac{১০ \times x \times ২}{১০০}$ "

$= \frac{২০x}{১০০}$ টাকা $= \frac{x}{৫}$ টাকা

∴ ক এর ব্যাংকে পরিশোধ = $\left(x + \frac{x}{৫}\right)$ টাকা

$= \left(\frac{৫x + x}{৫}\right)$ টাকা $= \frac{৬x}{৫}$ টাকা।

অনুরূপে, খ-এর

y টাকার ৩ বছরের সুদ $\frac{১০ \times y \times ৩}{১০০}$ টাকা $= \frac{৩০y}{১০০}$ টাকা $= \frac{৩y}{১০}$ টাকা।

∴ খ এর ব্যাংকে পরিশোধ = $\left(y + \frac{৩y}{১০}\right)$ টাকা

$= \left(\frac{১০y + ৩y}{১০}\right)$ টাকা $= \frac{১৩y}{১০}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{৬x}{৫} = \frac{১৩y}{১০}$

বা, $\frac{৬x}{১৩y} = \frac{৫}{১০}$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{৫ \times ১৩}{৬ \times ১০}$

বা, x ঃ y = ৬৫ ঃ ৬০

= ১৩ ঃ ১২

উত্তর : ১৩ ঃ ১২

৪। **একটি পরীক্ষায় ৯০% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে এবং ৮৫% পরীক্ষার্থী গণিতে কৃতকার্য হয়। উভয় বিষয়ে কেউ যদি ফেল না করে এবং উভয় বিষয়ে ২২৫ জন ছাত্র কৃতকার্য হয়ে থাকলে ঐ পরীক্ষায় অংশগ্রহণকারী ছাত্রের সংখ্যা কত?**

সমাধান :

ইংরেজিতে ফেল করে, ১০০% — ৯০% =১০% পরীক্ষার্থী

গণিতে ফেল করে, ১০০% — ৮৫% =১৫% পরীক্ষার্থী

ইংরেজি এবং গণিতে ফেল করে ১০% + ১৫% = ২৫% পরীক্ষার্থী

মোট পাস করে ১০০% — ২৫% = ৭৫% পরীক্ষার্থী

প্রশ্নমতে,

৭৫ জন পাস করলে ছাত্রসংখ্যা ১০০ জন।

∴ ১ " " " " $\frac{১০০}{৭৫}$ "

ওরাকল (প্রিন্টেক্স) পাবলিকেশন্স - ৫

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$\therefore$ ২২৫ " " " $\frac{১০০ \times ২২৫}{৭৫}$ = ৩০০ জন

উত্তর : ৩০০ জন

৫। **একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কে ২০% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?**

সমাধান : মনে করি,

বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার

" প্রস্থ y মিটার

ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মিটার।

দৈর্ঘ্য ২০% বাড়ালে পাই,

দৈর্ঘ্য = x + x এর ২০% = x + x এর $\frac{২০}{১০০}$

$= x + \frac{x}{৫} = \frac{৬x}{৫}$

প্রস্থ ২০% বাড়ালে পাই,

প্রস্থ = y + y এর ২০%

$= y + y$ এর $\frac{২০}{১০০} = y + \frac{y}{৫} = \frac{৬y}{৫}$

$\therefore$ পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = $\frac{৬x}{৫} \times \frac{৬y}{৫} = \frac{৩৬xy}{২৫}$

ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন = $\frac{৩৬xy}{২৫} - xy = \frac{৩৬xy - ২৫xy}{২৫}$

$= \frac{১১xy}{২৫}$

xy বর্গমিটারে বৃদ্ধি পায় $\frac{১১xy}{২৫}$ বর্গমিটার।

$\therefore$ ১ " " " $\frac{১১xy}{২৫ \times xy}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " $\frac{১১xy \times ১০০}{২৫ \times xy}$ " = ৪৪ বর্গমিটার

= ৪৪ %

উত্তর : ৪৪ %

৬। **উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন ঃ**

(ক) $8x^3 - 4x - 1$

$= 8x^3 + 1 - 4x - 2$

$= (8x^3 + 1) - 2(2x + 1)$

$= \{(2x)^3 + (1)^3\} - 2(2x + 1)$

$= (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x.1 + (1)^2\} - 2(2x + 1)$

$= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1 - 2)$

$= (2x + 1)(4x^2 - 2x - 1)$

Ans. : $(2x + 1)(4x^2 - 2x - 1)$

(খ) $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x + a) + 1(x + a)$

$= (x + a)(ax + 1)$

Ans. : $(x + a)(ax + 1)$

৭। **সমাধান করুন :**

$\frac{5}{x - 1} + \frac{4}{x - 2} = \frac{9}{x - 3}$

Solve :

$\frac{5}{x - 1} + \frac{4}{x - 2} = \frac{9}{x - 3}$

Or, $\frac{5}{x - 1} + \frac{4}{x - 2} = \frac{5}{x - 3} + \frac{4}{x - 3}$

Or, $\frac{5}{x - 1} - \frac{5}{x - 3} = \frac{4}{x - 3} - \frac{4}{x - 2}$

Or, $\frac{5(x - 3) - 5(x - 1)}{(x - 1)(x - 3)} = \frac{4(x - 2) - 4(x - 3)}{(x - 3)(x - 2)}$

Or, $\frac{5x - 15 - 5x + 5}{(x - 1)(x - 3)} = \frac{4x - 8 - 4x + 12}{(x - 3)(x - 2)}$

Or, $\frac{-10}{(x - 1)(x - 3)} = \frac{4}{(x - 3)(x - 2)}$

Or, $-10(x - 2) = 4(x - 1)$ [উভয় পক্ষকে $(x - 3)$ দ্বারা গুন করে]

Or, $-10x + 20 = 4x - 4$

Or, $-10x - 4x = -4 - 20$

Or, $-14x = -24$

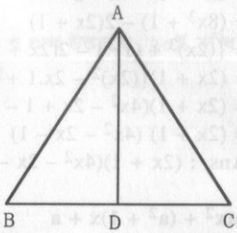
Or, $x = \frac{24}{14} = \frac{12}{7}$

Ans. : $\frac{12}{7}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৮। **ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$.**

সমাধান :



দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

প্রমাণ : যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD মধ্যমা, সুতরাং, এটি BC এর উপর লম্ব।

সুতরাং, $BD = CD = \frac{1}{2}BC$.

$\therefore$ ADB সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$.....(1)

ADC সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ .....(2)

(1) নং ও (2) নং যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + BD^2 + CD^2$

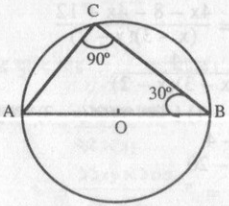
বা, $AB^2 + AB^2 = 2AD^2 + BD^2 + BD^2$[$\because$ AB = AC এবং BD = CD]

বা, $2AB^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ **(Proved)**

৯। **5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে যার একটি কোণ 30°। উহার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধান :



মনে করি, 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ ABC অন্তর্লিখিত আছে। $\angle ABC = 30°$ এবং $\angle ACB = 90°$ এবং অতিভুজ AB।

$\therefore \angle ACB$ = ১ সমকোণ।

$\therefore \angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। [$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ ১ সমকোণ]

$\therefore$ অতিভুজ AB হল বৃত্তটির ব্যাস।

$\therefore AB = OA + OB = (5 + 5)$ ইঞ্চি = 10 ইঞ্চি $\left[\begin{array}{c}\because \text{ ব্যাসার্ধ } OA = OB \\ = 5 \text{ ইঞ্চি}\end{array}\right]$

ΔABC হতে পাই

$\sin 30° = \frac{AC}{AB}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{10}$

$\Rightarrow AC = 5$ ইঞ্চি

$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{100 - 25}$

$= \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ ইঞ্চি।

$\therefore$ ত্রিভুজটির বাহু ৩টির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 ইঞ্চি, $5\sqrt{3}$ ইঞ্চি ও 5 ইঞ্চি। **(উত্তর)**

■ ২৭তম বিসিএস ■

[দ্রষ্টব্য : ইংরেজি অথবা বাংলা যে কোনো একটি ভাষায় প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তবে টেকনিক্যাল শব্দগুলো ইংরেজিতে লেখা চলবে।]

ক–বিভাগ : প্রাথমিক গণিত

সময়–১.৩০ ঘণ্টা পূর্ণমান–৫০

(যে কোন **দশটি** প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান)

১। **সরল করুন ঃ–**

$$\frac{8\frac{2}{9} + 2\frac{8}{15}}{8\frac{2}{9} - 2\frac{8}{15}} \div \frac{1\frac{2}{9}}{2\frac{2}{9}} \text{ এর } \frac{2\frac{2}{7}}{3\frac{1}{7}} \times \frac{1\frac{1}{7}}{5\frac{2}{7} + 6\frac{1}{7}}$$

সমাধান :

$$\frac{8\frac{2}{9} + 2\frac{8}{15}}{8\frac{2}{9} - 2\frac{8}{15}} \div \frac{1\frac{2}{9}}{2\frac{2}{9}} \text{ এর } \frac{2\frac{2}{7}}{3\frac{1}{7}} \times \frac{1\frac{1}{7}}{5\frac{2}{7} + 6\frac{1}{7}}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{\frac{৩৮}{৯} + \frac{৩৮}{১৫}}{\frac{৩৮}{৯} - \frac{৩৮}{১৫}} \div \frac{\frac{১১}{৯}}{\frac{২০}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{১৬}{৭}}{\frac{২২}{৭}} \times \frac{\frac{৮}{৭}}{\frac{৩৭}{৭} + \frac{৪৩}{৭}}$$

$$= \frac{\frac{১৯০+১১৪}{৪৫}}{\frac{১৯০-১১৪}{৪৫}} \div \frac{\frac{১১}{৯}}{\frac{২০}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{১৬}{৭}}{\frac{২২}{৭}} \times \frac{\frac{৮}{৭}}{\frac{৩৭}{৭} + \frac{৪৩}{৭}}$$

$$= \frac{\frac{৩০৪}{৪৫}}{\frac{৭৬}{৪৫}} \div \frac{\frac{১১}{৯}}{\frac{২০}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{১৬}{৭}}{\frac{২২}{৭}} \times \frac{\frac{৮}{৭}}{\frac{৮০}{৭}}$$

$$= \left(\frac{৩০৪}{৪৫} \times \frac{৪৫}{৭৬}\right) \div \left(\frac{১১}{৯} \times \frac{৯}{২০}\right) \text{ এর } \left(\frac{১৬}{৭} \times \frac{৭}{২২}\right) \times \left(\frac{৮}{৭} \times \frac{৭}{৮০}\right)$$

$$= \frac{৭৬}{১৯} \div \frac{১১}{২০} \text{ এর } \frac{৮}{১১} \times \frac{১}{১০}$$

$$= \frac{৭৬}{১৯} \div \frac{২}{৫} \times \frac{১}{১০}$$

$$= \frac{৭৬}{১৯} \times \frac{৫}{২} \times \frac{১}{১০} = ১$$

নির্ণেয় সরল ফল = ১

উত্তর : ১

২। **১০ টাকায় ১০টি ও ৮টি দরে সমান সংখ্যক আম খরিদ করে ১০ টাকায় ৯টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?**

সমাধান :

১০টি আমের ক্রয়মূল্য = ১০ টাকা

∴ ১ ” ” ” $= \frac{১০}{১০}$ ” = ১ টাকা

আবার,

৮টি আমের ক্রয়মূল্য = ১০ টাকা

∴ ১ ” ” $= \frac{১০}{৮}$ টাকা $= \frac{৫}{৪}$ টাকা

∴ ২টি আমের ক্রয়মূল্য $= \left(১+\frac{৫}{৪}\right)$ ” $= \frac{৯}{৪}$ টাকা

এখন, ৯টির আমের বিক্রয়মূল্য = ১০ টাকা

∴ ১ ” ”” $= \frac{১০}{৯}$ ”

∴ ২ ” ” ” $= \frac{১০\times২}{৯}$ ” $= \frac{২০}{৯}$ টাকা

∴ ক্ষতি $= \left(\frac{৯}{৪} - \frac{২০}{৯}\right)$ টাকা $= \frac{৮১-৮০}{৩৬}$ টাকা $= \frac{১}{৩৬}$ টাকা

$\frac{৯}{৪}$ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{১}{৩৬}$ টাকা

১ ” ” ” $= \frac{১}{৩৬} \times \frac{৪}{৯}$ ”

১০০ ” ” ” $= \frac{১}{৩৬} \times \frac{৪\times১০০}{৯}$

$= \frac{১০০}{৮১}$ টাকা $= ১\frac{১৯}{৮১}$ টাকা

উত্তর : $১\frac{১৯}{৮১}$ %

৩। **এক রসায়নবিদের নিকট একই এসিডের দুইটি দ্রবণ আছে, যার একটিতে এসিডের পরিমাণ ১৫% এবং অপরটিতে ২৫%। ২১% এসিডবিশিষ্ট ১২০ সি. সি. দ্রবণ তৈরি করার জন্য প্রতিটি দ্রবণের কত সি. সি. মিশাতে হবে, নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ধরি,

১ম দ্রবণ হতে গৃহীত এসিড = x সিসি

২য় ” ” ” ” = y সিসি

∴ $x + y = 120$ ..... (i)

এখন, ১ম দ্রবণে,

১০০ সিসির মধ্যে এসিড = ১৫ সিসি

১ ” ” ” $= \frac{১৫}{১০০}$ সিসি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

x " " " = $\frac{১৫\times x}{১০০}$ সিসি = $\frac{৩x}{২০}$ সিসি

আবার, ২য় দ্রবণে –

১০০ সিসির মধ্যে এসিড = ২৫ সিসি

১ " " " = $\frac{২৫}{১০০}$ সিসি

y " " " = $\frac{২৫\times y}{১০০}$ সিসি = $\frac{y}{৪}$ সিসি

নির্ণেয় দ্রবণে, ১০০ সিসির মধ্যে এসিড = ২১ সি.সি.

∴ ১২০ " " " = $\frac{১২০ \times ২১}{১০০}$ " = ২৫.২ সি.সি.

শর্তানুসারে,

$\frac{৩x}{২০} + \frac{y}{৪} = ২৫.২$

$\frac{৩x + ৫y}{২০} = ২৫.২$

বা, ৩x +৫y = ৫০৪ ..... (ii)

(i) নং সমীকরণের সাথে ৩ গুণ করে (ii) নং সমীকরণ হতে বিয়োগ করলে

৩x +৫y = ৫০৪ ..... (ii)

৩x +৩y = ৩৬০ ..... (ii)

(বিয়োগ) ২y = ১৪৪

বা, y = $\frac{১৪৪}{২}$ = ৭২

∴ x = (১২০ − ৭২) = ৪৮

নির্ণেয় ১ম দ্রবণ হতে নিতে হবে ৪৮ সিসি এবং ২য় দ্রবণ হতে নিতে হবে ৭২ সিসি।

উত্তর : ১ম দ্রবণ হতে ৪৮ সিসি এবং ২য় দ্রবণ হতে ৭২ সিসি।

৪। **একটি মিলে মাসে ৫০,০০০ ব্যাগ সিমেন্ট উৎপাদন হয়। ঐ মিলে আনুষঙ্গিক খরচ বাবদ মাসে ৮০,০০০ টাকা এবং কাঁচামাল ক্রয় বাবদ ৭৫,০০,০০০ টাকা মাসে খরচ হয়। ২০% হারে লাভ করতে হলে প্রতি ব্যাগ সিমেন্টের দাম কত টাকা ধার্য করতে হবে।**

সমাধান :

মোট খরচ = (৭৫,০০,০০০ + ৮০,০০০) টাকা

= ৭৫,৮০,০০০ টাকা

২০% লাভে বিক্রয়মূল্য হবে (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা

এখন, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা

" ১ " " " = $\frac{১২০}{১০০}$ "

" ৭৫,৮০,০০০ " " " = $\frac{১২০\times৭৫৮০০০০}{১০০}$ "

= ৯০,৯৬,০০০ টাকা

অতএব,

৫০,০০০ ব্যাগ বিক্রয় করতে হবে ৯০,৯৬,০০০ টাকায়

১ (প্রতি) " " " " $\frac{৯০৯৬০০০}{৫০০০০}$ " = ১৮১.৯২ টাকায়

∴ নির্ণেয় প্রতি ব্যাগ সিমেন্ট বিক্রয় করতে হবে ১৮১.৯২ টাকায়

উত্তর : ১৮১.৯২ টাকায়

৫। **একটি অডিটেরিয়ামে সারিতে সজ্জিত মোট ৬১৬ টি আসন আছে। প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা মোট সারির সংখ্যার চেয়ে ৬ বেশি হলে, প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা নির্ণয় করুন।**

সমাধান :

ধরি,

মোট সারির সংখ্যা = ক

∴ প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা = (ক + ৬)

প্রশ্নমতে, (৬+ক) × ক = ৬১৬

বা, ক^২ + ৬ক − ৬১৬ = ০

বা, ক^২ + ২৮ক − ২২ক −৬১৬ = ০

বা, ক(ক+২৮) − ২২(ক+২৮) = ০

বা, (ক+২৮)(ক−২২) = ০

∴ ক = ২২, ক = −২৮

কিন্তু সারির সংখ্যার ক্ষেত্রে ঋণাত্মক (Negative sign) গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ মোট সারির সংখ্যা = ২২।

প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা = (২২ + ৬) জন = ২৮ জন

∴ নির্ণেয় প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা ২৮ জন

উত্তর : ২৮ জন

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৬। ১০০ টাকায় ৪টি কমলা এবং ১২টি আপেল ক্রয় করা যায় অথবা ১০টি কমলা এবং ৫টি আপেল ক্রয় করা যায়। একটি কমলার মূল্য এবং একটি আপেলের মূল্য নির্ণয় করুন।

সমাধান :

৪টি কমলার + ১২টি আপেলের ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

বা, ৪০টি " + ১২০টি " " = ১০০০ টাকা ..... (i)

আবার, ১০টি কমলার + ৫টি আপেলের ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

বা, ৪০টি " + ২০টি " "= ৪০০ টাকা..... (ii)

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

১০০টি আপেলের ক্রয়মূল্য = ৬০০ টাকা

∴ ১টি " " $= \frac{৬০০}{১০০}$ টাকা = ৬ টাকা

∴ একটি আপেলের ক্রয়মূল্য = ৬ টাকা

∴ একটি কমলার ক্রয়মূল্য $= \frac{১০০-(১২\times৬)}{৪}$

$= \frac{১০০-৭২}{৪} = \frac{২৮}{৪} = ৭$

∴ নির্ণেয় ১টি আপেলের ক্রয়মূল্য ৬ টাকা এবং ১টি কমলার ক্রয়মূল্য ৭ টাকা

উত্তর : ১টি আপেলের ক্রয়মূল্য ৬ টাকা এবং ১টি কমলার ক্রয়মূল্য ৭ টাকা

৭। **দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করুন :**
$(3x + 5y)(7x - 5y)$

সমাধান :

$$(3x + 5y)(7x - 5y) = \left(\frac{3x+5y+7x-5y}{2}\right)^2 - \left(\frac{3x+5y-7x+5y}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{10x}{2}\right)^2 - \left(\frac{10y-4x}{2}\right)^2$$

$$= (5x)^2 - (5y - 2x)^2$$

$$= (5x)^2 - (5y - 2x)^2$$

Ans. $(5x)^2 - (5y - 2x)^2$

৮। **সমাধান করুন :**

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{3}{x-3}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{3}{x-3}$$

বা, $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x-3}$

বা, $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x-3} = \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x-2}$

বা, $\frac{x-3-2x+2}{(x-1)(x-3)} = \frac{x-2-2x+6}{(x-3)(x-2)}$

বা, $\frac{-x-1}{x-1} = \frac{-x+4}{x-2}$

বা, $(-x-1)(x-2) = (-x+4)(x-1)$

বা, $-x^2 - x + 2x + 2 = -x^2 + 4x + x - 4$

বা, $x + 2 = 5x - 4$

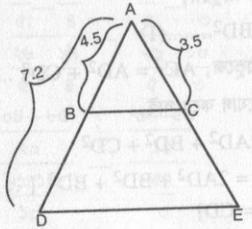
বা, $4x = 6$

বা, $x = \frac{6}{4}$

∴ $x = \frac{3}{2}$ (Solved)

৯। **ABC একটি ত্রিভুজ। BC-এর সমান্তরাল রেখা DE অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। AB = 4.5, AC = 3.5 এবং AD = 7.2 হলে, AE-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধান:



দেওয়া আছে, BC ∥ DE

সুতরাং ΔABC এবং ΔADE এর

∠B = ∠D, ∠C = ∠E (অনুরূপ কোণ)

এবং ∠A সাধারণ

∴ ত্রিভুজ দুটি সদৃশকোণী।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সুতরাং, $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

$\Rightarrow \frac{7.2}{4.5} = \frac{AE}{3.5}$ $\left[\because AB = 4.5,\ AC = 3.5 \text{ এবং } AD = 7.2 \text{ (দেওয়া আছে)}\right]$

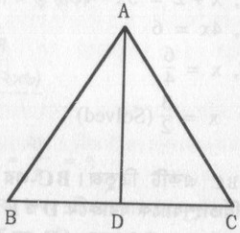
$\therefore AE = \frac{7.2}{4.5} \times 3.5$

$= 5.6$ (Ans)

১০। **ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$.**

সমাধান :

দেয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$



প্রমাণ : যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD মধ্যমা, সুতরাং এটি BC এর উপর লম্ব।

সুতরাং, $BD = CD = \frac{1}{2} BC$.

$\therefore$ ADB সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$.....(1)

ACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ .....(2)

(1) নং ও (2) নং যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + BD^2 + CD^2$

বা, $AB^2 + AB^2 = 2AD^2 + BD^2 + BD^2$ [$\because AB = AC$ এবং $BD = CD$]

বা, $2AB^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ **(Proved)**

■ ২৫তম বিসিএস ■

[দ্রষ্টব্য : ইংরেজি অথবা বাংলা যে কোনো একটি ভাষায় প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। তবে টেকনিক্যাল শব্দগুলো ইংরেজিতে লেখা চলবে।]

ক–বিভাগ : প্রাথমিক গণিত

সময়–১.৩০ ঘণ্টা পূর্ণমান–৫০

(যে কোন দশটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান)

১। **সরল করুন :**

$$\frac{8\frac{1}{8} - 3\frac{1}{3}}{8\frac{1}{8} \times 3\frac{1}{3}} + \frac{5\frac{1}{5} - 8\frac{1}{8}}{5\frac{1}{5} \times 8\frac{1}{8}} - \frac{5\frac{1}{5} - 3\frac{1}{3}}{5\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{3}}$$

সমাধান :

$$\frac{8\frac{1}{8} - 3\frac{1}{3}}{8\frac{1}{8} \times 3\frac{1}{3}} + \frac{5\frac{1}{5} - 8\frac{1}{8}}{5\frac{1}{5} \times 8\frac{1}{8}} - \frac{5\frac{1}{5} - 3\frac{1}{3}}{5\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{17}{8} - \frac{10}{3}}{\frac{17}{8} \times \frac{10}{3}} + \frac{\frac{26}{5} - \frac{17}{8}}{\frac{26}{5} \times \frac{17}{8}} - \frac{\frac{26}{5} - \frac{10}{3}}{\frac{26}{5} \times \frac{10}{3}}$$

$$= \frac{\frac{51 - 40}{12}}{\frac{85}{6}} + \frac{\frac{104 - 85}{20}}{\frac{13 \times 17}{10}} - \frac{\frac{78 - 50}{15}}{\frac{52}{3}}$$

$$= \frac{\frac{11}{12}}{\frac{85}{6}} + \frac{\frac{19}{20}}{\frac{13 \times 17}{10}} - \frac{\frac{28}{15}}{\frac{52}{3}}$$

$$= \frac{11}{12} \times \frac{6}{85} + \frac{19}{20} \times \frac{10}{13 \times 17} - \frac{28}{15} \times \frac{3}{52}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{১১}{১৭০} + \frac{১৯}{৪৪২} - \frac{৭}{৬৫}$

$= \frac{১৪৩ + ৯৫ - ২৩৮}{২২১০}$

$= \frac{২৩৮ - ২৩৮}{২২১০} = \frac{০}{২২১০} = ০$ (উত্তর : ০)

২। **ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা নির্ণয় করুন যাকে ৫, ৭, ১২, ১৫ দ্বারা ভাগ করলে অবশিষ্ট যথাক্রমে ২, ৪, ৯, ১২ থাকবে।**

৫ − ২ = ৩

৭ − ৪ = ৩

১২ − ৯ = ৩

১৫ − ১২ = ৩

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ অবশিষ্ট ৩

৫, ৭, ১২, ১৫ −এর ল. সা. গু।

৫ | ৫, ৭, ১২, ১৫

৩ | ১, ৭, ১২, ৩

১, ৭, ৪, ১

ল.সা.গু = ৫ × ৩ × ৭ × ৪ = ৪২০

ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০।

৪২০) ১০০০০০ (২৩৮

৮৪০

১৬০০

১২৬০

৩৪০০

৩৩৬০

৪০

৪২০ — ৪০ = ৩৮০

নির্ণেয় সংখ্যা = ১০০০০০ + ৩৮০ − ৩ = ১০০৩৭৭

উত্তর : ১০০৩৭৭

৩। **বনভোজনে যাওয়ার জন্য ২৪০০ টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে ঠিক করল। ১০ জন যাত্রী না আসায় মাথাপিছু ভাড়া ৮ টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কত জন যাত্রী গিয়েছিল এবং প্রত্যেককে কত করে ভাড়া দিতে হলো?**

সমাধান : মনেকরি,

যাত্রী সংখ্যা ক জন

$\therefore$ মাথাপিছু ভাড়া = $\frac{২৪০০}{ক}$ টাকা

১০ জন যাত্রী না আসায় যাত্রীসংখ্যা (ক − ১০) জন

$\therefore$ মাথাপিছু ভাড়া = $\frac{২৪০০}{ক - ১০}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{২৪০০}{ক - ১০} - \frac{২৪০০}{ক} = ৮$

বা, $২৪০০\left(\frac{১}{ক - ১০} - \frac{১}{ক}\right) = ৮$

বা, $\frac{১}{ক - ১০} - \frac{১}{ক} = \frac{৮}{২৪০০}$

বা, $\frac{ক - ক + ১০}{ক(ক - ১০)} = \frac{১}{৩০০}$

বা, $ক^২ - ১০ক = ৩০০০$

বা, $ক^২ - ৬০ক + ৫০ক - ৩০০০ = ০$

বা, $ক(ক - ৬০) + ৫০(ক - ৬০) = ০$

বা, $(ক - ৬০)(ক + ৫০) = ০$

হয়, $ক - ৬০ = ০$ | নতুবা $ক + ৫০ = ০$

বা, $ক = ৬০$ | বা, $ক = -৫০$

এটা গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore$ বাসে যাত্রী গিয়েছিল = ৬০ − ১০ = ৫০ জন

প্রত্যেকে ভাড়া দিয়েছিল = $\frac{২৪০০}{৬০ - ১০} = \frac{২৪০০}{৫০} = ৪৮$ টাকা।

উত্তর : ৪৮ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৪। কুকুর তাড়িত একটি খরগোশ যত সময়ে ৮ বার লাফ দেয়, কুকুরটি ততক্ষণে ৭ বার লাফ দেয়। কিন্তু খরগোশ ৫ লাফে যতদূর যায়, কুকুর ৪ লাফে ততদূর যায়। খরগোশের ও কুকুরের বেগের অনুপাত নির্ণয় করুন।

সমাধান :

খরগোশের ৫ লাফের দূরত্ব = কুকুরের ৪ লাফের দূরত্ব

$\therefore$ " ১ " " $\frac{৪}{৫}$ "

$\therefore$ " ৮ " " $\frac{৪ \times ৮}{৫} = \frac{৩২}{৫}$ "

$\therefore$ কুকুরের বেগ ঃ খরগোশের বেগ = ৭ ঃ $\frac{৩২}{৫}$ = ৩৫ ঃ ৩২

উত্তর : ৩৫ ঃ ৩২

৫। চালের দাম $১২\frac{১}{২}$% কমে যাওয়ায় ১৪,০০০ টাকায় পূর্বের দামে যে পরিমাণ চাল কেনা যেত, বর্তমান দামে তার চেয়ে এক কুইন্টাল চাল বেশি কেনা যায়। প্রতি কেজি চালের দাম আগে কত ছিল?

সমাধান :

মনে করি,

চালের পূর্ব মূল্য = ১০০ টাকা

তাহলে $১২\frac{১}{২}$% বা, $\frac{২৫}{২}$% কমে বর্তমান মূল্য $\left(১০০ - \frac{২৫}{২}\right)$ টাকা

$= \frac{২০০ - ২৫}{২}$ টাকা $= \frac{১৭৫}{২}$ টাকা

পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য = $\frac{১৭৫}{২}$ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " " $= \frac{১৭৫}{২ \times ১০০}$ "

$\therefore$ " ১৪০০০ " " " " $= \frac{১৭৫ \times ১৪০০০}{২ \times ১০০}$ "

= ১২২৫০ টাকা।

সুতরাং, পূর্বমূল্য অপেক্ষা মোট টাকা কমে = (১৪০০০ − ১২২৫০) টাকা

= ১৭৫০ টাকা

যেহেতু ১৭৫০ টাকা কমার ফলে ১ কুইন্টাল চাল বেশি কেনা যায়, সে কারণে ১ কুইন্টাল চালের বর্তমান দর ১৭৫০ টাকা।

আবার, বর্তমান মূল্য $\frac{১৭৫}{২}$ টাকা হলে পূর্বমূল্য = ১০০ টাকা

$\therefore$ " " ১ " " " $= \frac{১০০ \times ২}{১৭৫}$ "

$\therefore$ " " ১৭৫০ " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ১৭৫০}{১৭৫}$ = ২০০০ টাকা।

১কুইন্টাল বা ১০০ কেজির পূর্বমূল্য ২০০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{২০০০}{১০০}$ = ২০ টাকা

উত্তর : ২০ টাকা

৬। একটি শ্রেণীতে ১০০ জন ছাত্র ছিল। বার্ষিক পরীক্ষায় ৯৪ জন ছাত্র গণিতে পাশ করেছে, ৮০ জন ছাত্র ইংরেজিতে পাশ করেছে ও ৭৫ জন ছাত্র উভয় বিষয়ে পাশ করেছে। কত জন ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করেছে?

সমাধান : মোট ছাত্র ১০০ জন

উভয় বিষয়ে পাশ করে ৭৫ জন

$\therefore$ শুধু গণিতে পাশ করে (৯৪ − ৭৫) জন = ১৯ জন

শুধু ইংরেজিতে পাশ করে (৮০ − ৭৫) জন = ৫ জন

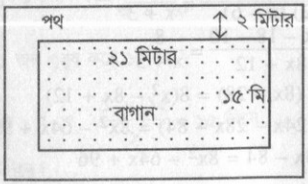
$\therefore$ এক বিষয়ে বা উভয় বিষয়ে পাশ করে (৭৫ + ১৯ + ৫) জন = ৯৯ জন।

$\therefore$ উভয় বিষয়ে ফেল করে (১০০ − ৯৯) জন = ১ জন।

উত্তর : ১ জন।

৭। একটি আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য ২১ মিটার ও প্রস্থ ১৫ মিটার। বাগানের বাইরে একে ঘিরে ২ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। বর্গমিটার প্রতি ৭৫ টাকা দরে পথটিকে ইট দিয়ে বাঁধাতে কত খরচ হবে?

সমাধান :



শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = ২১ মিঃ + (২ + ২) মিঃ = ২৫ মিটার

" " বিস্তার = ১৫ মিঃ + (২ + ২) মিঃ = ১৯ মিটার

∴ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = ২৫ × ১৯ বঃ মিঃ

= ৪৭৫ বঃ মিঃ

রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = ২১ × ১৫ বর্গ মিটার

= ৩১৫ বর্গমিটার

অতএব, রাস্তার ক্ষেত্রফল = ৪৭৫ বঃ মিঃ − ৩১৫ বঃ মিঃ

= ১৬০ বঃ মিঃ

∴ ইট বাঁধানোর মোট খরচ = ১৬০ × ৭৫ টাকা = ১২০০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় মোট খরচ ১২০০০ টাকা।

উত্তর : ১২০০০ টাকা।

৮। **উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :** $5(x+y)^2 + 18(x^2 - y^2) - 8(x-y)^2$

সমাধান : $5(x+y)^2 + 18(x+y)(x-y) - 8(x-y)^2$

মনে করি, $x+y=a$ এবং $x-y=b$

প্রদত্ত রাশিমালা $= 5a^2 + 18ab - 8b^2$

$= 5a^2 + 20ab - 2ab - 8b^2$

$= 5a(a+4b) - 2b(a+4b)$

$= (a+4b)(5a-2b)$

a ও b এর মান বসিয়ে

$= (x+y+4x-4y)(5x+5y-2x+2y)$

$= (5x-3y)(3x+7y)$

Ans. : $(5x-3y)(3x+7y)$

৯। **সমাধান করুন :**

$$\frac{3}{x-2} + \frac{5}{x-6} = \frac{8}{x+3}$$

সমাধান : $\frac{3}{x-2} + \frac{5}{x-6} = \frac{8}{x+3}$

বা, $\frac{3(x-6)+5(x-2)}{(x-2)(x-6)} = \frac{8}{x+3}$

বা, $\frac{3x+5x-18-10}{x^2-8x+12} = \frac{8}{x+3}$

বা, $(x+3)(8x-28) = 8(x^2-8x+12)$

বা, $(8x^2+24x-28x-84) = 8x^2-64x+96$

বা, $8x^2-4x-84 = 8x^2-64x+96$

বা, $60x = 96 + 84$

বা, $x = \frac{180}{60} = 3$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $x = 3$

১০। **চারজন পুরুষ এবং চরজন বালক যে কাজ তিন দিনে করতে পারে, দুই জন পুরুষ এবং সাতজন বালকের সেই কাজ করতে চার দিন লাগে। একজন পুরুষের একা ঐ কাজ করতে কত দিন লাগবে?**

সমাধান :

৪ জন পুরুষ + ৪ জন বালক ৩ দিনে করে কাজটি

∴ ৪ " " + ৪ " " ১ " " $\frac{১}{৩}$ অংশ ..... (i)

আবার,

২ জন পুরুষ + ৭ জন বালক ৪ দিনে করে কাজটি

∴ ২ " " + ৭ " " ১ " " $\frac{১}{৪}$ অংশ..... (ii)

(i) নং কে ৭ দ্বারা এবং (ii) নং কে ৪ দ্বারা গুণ করে

২৮ জন পুরুষ + ২৮ জন বালক ১ দিনে করে $\frac{৭}{৩}$ অংশ

৮ " " + ২৮ " " ১ " " $\frac{৪}{৪}$

বিয়োগ করে, ২০ জন পুরুষ ১ দিনে করে $\frac{৭}{৩} - \frac{৪}{৪}$

$= \frac{২৮-১২}{১২} = \frac{১৬}{১২} = \frac{৪}{৩}$ অংশ

∴ ১ জন পুরুষ ১ দিনে করে $\frac{৪}{৩ \times ২০}$ অংশ $= \frac{১}{১৫}$ অংশ

∴ $\frac{১}{১৫}$ অংশ ১ জন পুরুষ করে ১দিনে

∴ ১ (সম্পূর্ণ)" ১ " " $\frac{১ \times ১৫}{১} = ১৫$ দিনে

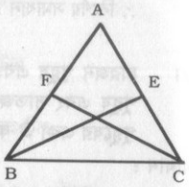
উত্তর : ১৫ দিনে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১০৩

১১। প্রমাণ করুন ত্রিভুজের দুটি শীর্ষ বিন্দু হতে এদের বিপরীত বাহু দুইটির উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় সমান হলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু হবে।

সমাধান :

ধরি, ΔABC এর B ও C শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে BE ও CF, $BE = CF$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$।



প্রমাণ : ΔBFC এবং ΔBEC এর মধ্যে উভয়ই সমকোণী।

$BE = CF$

অতিভুজ, BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\angle BEC = \angle BFC$ (BE ও CF যথাক্রমে AC ও AB এর উপর লম্ব বলে)

$\Delta BFC \cong \Delta BEC$

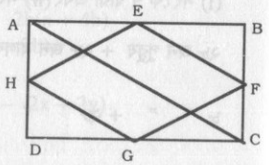
$\therefore BF = CF$ এবং $\angle FBC = \angle BCE$ অর্থাৎ $\angle ABC = \angle ACB$

$\therefore AB = AC$ (সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু বলে)

$\therefore AB = AC$ (প্রমাণিত)।

১২। প্রমাণ করুন যে, কোনো চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু চারটি পর্যায়ক্রমে সংযুক্ত করলে একটি সামন্তরিক উৎপন্ন হয়।

সমাধান : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের E, F, G, H যথাক্রমে AB, BC, CD এবং AD বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু। EF, FG, GH এবং EH যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, EFGH একটি সামান্তরিক।



অঙ্কন : AC যোগ করি।

প্রমাণ : ΔABC এর E, AB রেখার মধ্যবিন্দু। F, BC রেখার মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ EF রেখা AC রেখার সামান্তরাল ও অর্ধেক।

অর্থাৎ $EF \parallel AC$ এবং $EF = \frac{১}{২}AC$।

আবার, ΔADC এর AD ও DC রেখার মধ্যবিন্দু যথাক্রমে H এবং G।

$\therefore$ HG রেখা AC রেখার সামান্তরাল ও অর্ধেক।

অর্থাৎ $GH \parallel AC$ এবং $HG = \frac{১}{২}AC$।

$\therefore AC \parallel HG \parallel EF$ এবং $\frac{১}{২}AC = HG = EF$

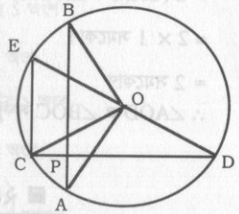
অর্থাৎ HG এবং EF পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, EH এবং FG পরস্পর সমান ও সামান্তরাল।

$\therefore$ EF GH চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সামান্তরাল বলে EFGH একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**

১৩। O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের দুটি জ্যা AB, CD বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে। প্রমাণ করুন $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ।

সমাধান :

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দু'টি P বিন্দুতে পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ = সম্পূরক কোন।



অঙ্কন : DO কে বর্ধিত করায় বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করে। E, C যোগ করি।

প্রমাণ : $\angle DCE = ৯০°$ (অর্ধবৃত্তস্থ কোণ)

$\therefore AB \parallel CE$

$\therefore$ চাপ AC = চাপ BE.

$\therefore \angle AOC = \angle BOE$ ..... (i)

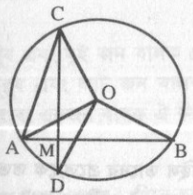
এখন $\angle AOD + \angle BOC = \angle AOD + \angle COE + \angle BOE$

$= \angle AOD + \angle AOC + \angle COE = \angle DOE = ২$ সমকোণ

যেহেতু দুটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে।

সুতরাং, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ = সম্পূরক কোণ। **(প্রমাণিত)**

বিকল্প:



বি. নি.: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ADBC বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি M বিন্দুতে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে। A; O; O; D; O; C ও O, B যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ।

অংকন: A, C যোগ করি।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

প্রমাণ: আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোন বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

$\therefore$ BC চাপের উপর–

কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ = বৃত্তস্থ $2\angle BAC$ ..... (i)

এবং AD চাপের উপর–

কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ = বৃত্তস্থ $2\angle ACD$ ..... (ii)

(i) + (ii) হতে পাই–

$\angle BOC + \angle AOD = 2(\angle BAC + \angle ACD)$

$= 2(CAM + \angle ACM)$

$= 2 \times 1$ সমকোণ [$\therefore$ ACM সমকোণী ত্রিভুজ $\angle ACM + \angle CAM = 1$ সমকোণ।]

$= 2$ সমকোণ

$\therefore \angle AOD$ ও $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ। (প্রমাণিত)

■ ২৪তম বিসিএস ■

১। **২০ জন ছাত্র গণিত পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করল। তাদের মধ্যে দুই জন গড়ে ৬০ নম্বর, তের জন গড়ে ৬৫ নম্বর ও অবশিষ্ট সকলে গড়ে ৫৫ নম্বর পেল। ছাত্ররা গড়ে কত নম্বর পেল?**

সমাধান :

দুইজন মোট পায় $৬০ \times ২ = ১২০$

তেরজন মোট পায় $৬৫ \times ১৩ = ৮৪৫$

পাঁচজন মোট পায় $৫৫ \times ৫ = ২৭৫$

২০ জনে মোট পায় $= ১২৪০$

গড় $= \frac{১২৪০}{২০} = ৬২.০$

উত্তর : ৬২.০

২। **কোন শ্রেণীতে যত জন ছাত্র ছিল তাদের প্রত্যেকে তত পাঁচ পয়সা করে চাঁদা দেওয়ায় মোট ১২৫.০০ টাকা হল। ঐ শ্রেণীতে মোট কত জন ছাত্র ছিল?**

সমাধান : ১২৫.০০ টাকা

$= ১২৫.০০ \times ১০০$

$= ১২৫০০$ পয়সা

প্রত্যেকে ৫ পয়সা দিলে $= ১২৫০০ \div ৫$

$= ২৫০০$ পয়সা

$\therefore$ ছাত্র সংখ্যা $= \sqrt{২৫০০} = ৫০$ জন

উত্তর : ৫০ জন

৩। **একটি পিপায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নলটি খুলে দিলে পিপাটি ২০ মিনিটে পূর্ণ হয়। দ্বিতীয় নলটি খুলে দিলে ৩০ মিনিটে পরিপূর্ণ পিপাটি খালি হয়। দুটি নল এক সংঙ্গে খুলে দিলে খালি পিপাটি কত সময়ে পূর্ণ হয়?**

সমাধান :

১ম নল দ্বারা ২০ মিনিটে পূর্ণ হয় পিপাটির ১ অংশ

$\therefore$ ১ম " " ১ " " " $= \frac{১}{২০}$ অংশ

২য় নল দ্বারা ৩০ মিনিটে খালি হয় পিপাটির ১ অংশ

$\therefore$ ২য় " " ১ " " " $= \frac{১}{৩০}$ অংশ

উভয় নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় $\left(\frac{১}{২০} - \frac{১}{৩০}\right)$ অংশ

$= \frac{৩ - ২}{৬০}$ অংশ $= \frac{১}{৬০}$ অংশ

$\frac{১}{৬০}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ মিনিটে

$\therefore$ (১) সম্পূর্ণ " " " $= \frac{১ \times ৬০}{১}$ "= ৬০ মিনিটে

উত্তর : ৬০ মিনিট

৪। **দুই জন পুরুষ এবং দুই জন বালক যে কাজ ছয় দিনে সম্পন্ন করতে পারে, তিন জন পুরুষ এবং আট জন বালক তা তিন দিনে সম্পন্ন করতে পারে। একজন পুরুষ বা একজন বালক ঐ কাজ কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে?**

সমাধান :

২ জন পুরুষ + ২ জন বালক ১ দিনে করে $\frac{১}{৬}$ অংশ কাজ ..... (i)

৩ " " + ৮ " " ১ " " $\frac{১}{৩}$ ..... (ii)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

(i) নং কে ৪ দ্বারা গুন করে।

৮ জন পুরুষ + ৮ জন বালক ১ দিনে করে $= \frac{১ \times ৪}{৬} = \frac{২}{৩}$

৩ " " + ৮ " " " " $\frac{১}{৩}$

(–) ৫জন পুরুষ " ১ দিনে করে $\left(\frac{২}{৩} - \frac{১}{৩}\right)$ অংশ

৫ জন পুরুষ $\frac{১}{৩}$ অংশ কাজ করে ১দিন

1 " " " " " $\frac{১ \times ৫ \times ৩}{১} = ১৫$ দিনে

(i) নং কে ৩ দ্বারা (ii) নংকে ২ দ্বারা গুন করে পাই

৬জন পুরুষ + ৬জন বালক ১ দিনে করে $= \frac{৩}{৬}$ অংশ

৬ " " + ১৬ " " ১ " " $= \frac{২}{৩}$ "

(–) (–) (–)

---

১০ জন বালক ১ দিনে করে $= \frac{১}{৬}$ অংশ

১ " " ১ " " $= \frac{১}{৬০}$ "

∴ ১ জন বালক $\frac{১}{৬০}$ অংশ করে = ১ দিনে

১ " " ১ " " = ১×৬০=৬০ দিনে

৫। **A, B ও C কে কিছু টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হল যে, A সমস্ত টাকার $\frac{১}{৪}$ অংশ, B অবশিষ্টের $\frac{১}{৬}$ অংশ এবং C ১২০ টাকা পেল। মোট কত টাকা A, B ও C –এর মধ্যে ভাগ করে দেওয়া হল?**

সমাধান :

মনেকরি, মোট টাকা = ১ টাকা

A পায় $\frac{১}{৪}$ অংশ

অবশিষ্ট $\left(১ - \frac{১}{৪}\right) = \frac{৩}{৪}$ অংশ

B পায় $\frac{৩}{৪}$ এর $\frac{১}{৬} = \frac{১}{৮}$ অংশ

C পায় $১ - \left(\frac{১}{৪} + \frac{১}{৮}\right)$

$= \left(১ - \frac{২ + ১}{৮}\right)$

$= \left(১ - \frac{৩}{৮}\right) = \frac{৮ - ৩}{৮} = \frac{৫}{৮}$

প্রশ্নমতে, $\frac{৫}{৮}$ অংশ = ১২০

∴ ১ অংশ $= \frac{১২০ \times ৮}{৫} = ১৯২$ টাকা

উত্তর : ১৯২ টাকা।

৬। **এক ব্যক্তি গাড়িযোগে ঘন্টায় ৬০ কিলোমিটার বেগে কিছুদূর অতিক্রম করে ঘন্টায় ৪০ কি. মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করে ৫ ঘন্টায় ২৪০ কি. মি. পথ গমন করেন। ৬০ কি. মি. বেগে কতদূর গিয়েছিলেন?**

সমাধান : ধরি,

৬০ কি.মি./ ঘন্টায় x দূরত্ব গিয়েছিল

৬০ কি.মি. বেগে x দূরত্ব যেতে সময় লাগে $\frac{x}{৬০}$ ঘন্টায়

৪০ কি.মি. বেগে (২৪০ – x) দূরত্ব যেতে সময় লাগে $\frac{২৪০ - x}{৪০}$ ঘন্টায়

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{৬০} + \frac{২৪০ - x}{৪০} = ৫$

বা, $\frac{২x + ৭২০ - ৩x}{১২০} = ৫$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, ৭২০ − x = ১২০ × ৫

বা, x = (৭২০ − ৬০০) = ১২০ কি.মি.

উত্তর : ১২০ কি.মি.

৭। **একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার এবং প্রস্থ ২৪ মিটার। বাগানটির ভিতরে চারিদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?**

সমাধান : আয়তকার বাগানের ক্ষেত্রফল = (৩২ × ২৪) = ৭৬৮ বর্গমিটার।

রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = ৩২ − (২ + ২) মিটার = ২৮ মিটার

" " " প্রস্থ = ২৪ − (২ + ২) মিটার = ২০ মিটার

" " " ক্ষেত্রফল = (২০ × ২৮) বর্গমিটার = ৫৬০ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৭৬৮ − ৫৬০) বর্গমিটার = ২০৮ বর্গমিটার

Ans. : ২০৮ বর্গমিটার

৮। **সরল করুন :** $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)-\frac{1}{x^2+1}$

সমধান : $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)-\frac{1}{x^2+1}$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)}\right)-\frac{1}{x^2+1}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{x^2-1}-\frac{1}{x^2+1}$

$=\frac{1}{x^2-1}-\frac{1}{x^2+1}$

$=\frac{x^2+1-x^2+1}{(x^2-1)(x^2+1)}=\frac{2}{x^4-1}$

Ans. : $\frac{2}{x^4-1}$

৯। **$(x^2+2x)^2+12(x^2+2x)-45$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।**

সমাধান : $(x^2+2x)^2+12(x^2+2x)-45$

ধরি, $x^2+2x=a$

$\therefore a^2+12a-45$

$=a^2+15a-3a-45$

$=a(a+15)-3(a+15)$

$=(a+15)(a-3)$

a এর মান বসিয়ে,

$(x^2+2x+15)(x^2+2x-3)$

$=(x^2+2x+15)(x^2+3x-x-3)$

$=(x^2+2x+15)\{x(x+3)-1(x+3)\}$

$=(x^2+2x+15)(x+3)(x-1)$

Ans. : $(x^2+2x+15)(x+3)(x-1)$

১০। **কোন ভগ্নাংশের লব ও হরের সংগে ২ যোগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{৭}{৯}$; আবার ঐ ভগ্নাংশের লব ও হর থেকে ৩ বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{১}{২}$। ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন।**

সমাধান : মনেকরি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x+২}{y+২}=\frac{৭}{৯}$

বা, ৯x + ১৮ = ৭y + ১৪

বা, ৯x − ৭y = −৪ ..... (i)

এবং $\frac{x-৩}{y-৩}=\frac{১}{২}$

বা, ২x − ৬ = y − ৩

বা, ২x − y = ৩

বা, ১৪x − ৭y = ২১

(ii) − (i)

১৪x − ৭y = ২১

৯x − ৭y = − ৪

৫x = ২৫

বা, $x=\frac{২৫}{৫}=৫$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

আবার, $2x - y = 3$

বা, $y = 2x - 3 = 2 \times 5 - 3 = 7$

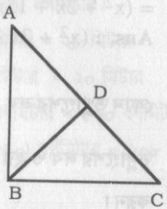
$\therefore$ ভগ্নাংশটি হচ্ছে $\frac{5}{7}$

১১। ABC ত্রিভুজের $\angle B = 90°$। D অতিভূজ AC –এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করুন যে $BD = \frac{1}{2}AC$.

সমাধান :

প্রমাণ : এখানে $AD = CD$

[$\therefore$ D, AC এর মধ্য বিন্দু।]



এখন $\angle ABD = \angle CBD$

[$\therefore$ সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয়ও পরস্পর সমান]

আবার $\angle ABD + \angle DBC = 1$ সমকোণ $= 90°$

$\therefore 2\angle CBD = 90°$ [$\therefore \angle ABD = \angle CBD$]

$\therefore \angle CBD = 45°$.

অতএব BD বাহু AC বাহুর উপর লম্ব হবে। অর্থাৎ $\angle ADB = \angle BDC = 1$ সমকোণ।

ΔADB ও ΔBDC–এ $AD = AC$, BD সাধারণ বাহু এবং $\angle ADB = \angle BDC$

সুতরাং $\Delta ADB \cong \Delta BDC$

অতএব $\angle A = \angle C$ হইবে। $\therefore \angle A = \angle C = 45°$

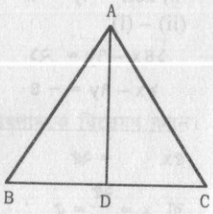
এখন $\angle CBD = \angle C = 45°$

$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}AC$ (প্রামাণিক)।

১২। **ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর উপর লম্ব। দেখান যে, $4AD^2 = 3AB^2$.**

সমাধান :

দেয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$।



প্রমাণ : যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD, BC এর উপর লম্ব।

সুতরাং, $BD = CD = \frac{1}{2}BC$.

$\therefore$ ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$.....(1)

ACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ .....(2)

(1) নং ও (2) নং যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + BD^2 + CD^2$

বা, $AB^2 + AB^2 = 2AD^2 + BD^2 + BD^2$ [$\therefore AB = AC$ এবং $BD = CD$]

বা, $2AB^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4}BC^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4}AB^2$ [$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজে $AB = BC$]

বা, $AB^2 - \frac{1}{4}AB^2 = AD^2$

বা, $\frac{3}{4}AB^2 = AD^2$ বা, $4AD^2 = 3AB^2$ (প্রমাণিত)।

১৩। **ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A = 90°$. BE ও CF মধ্যমা। প্রমান করুন যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$**

সমাধান :

$BE^2 = AB^2 + AE^2$ ..... (i)

$CF^2 = AC^2 + AF^2$ ..... (ii)

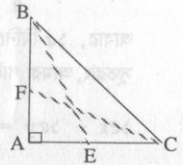
(i) হতে পাই, BE^2

$= AB^2 + \left\{\frac{1}{2}(AC)\right\}^2$

$= AB^2 + \frac{AC^2}{4}$

$\Rightarrow BE^2 = \frac{4AB^2 + AC^2}{4}$

$\Rightarrow 4BE^2 = 4AB^2 + AC^2$ ..... (iii)



(ii) নং হতে $CF^2 = AC^2 + \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4}$

$4CF^2 = 4AC^2 + AB^2$ ..... (iv)

(iii) + (iv)

$4BE^2 + 4CF^2 = 5AB^2 + 5AC^2$

$\Rightarrow 4(BE^2 + CF^2) = 5(AB^2 + AC^2)$

$= 5BC^2$

Ans. : $5BC^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১০৩

■ ২৩তম বিসিএস ■

১। দাঁড় বেয়ে একটি নৌকা স্রোতের অনুকূলে ৬ মিনিটে $১\frac{১}{২}$ কি.মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে $১\frac{১}{৪}$ কি. মি. যায়। নৌকা ও স্রোতের বেগ বের করুন।

সমাধান : মনে করি,

মিনিটে নৌকার বেগ = x কিঃ মিঃ

এবং " স্রোতের " = y "

৬ মিনিটে নৌকা স্রোতের অনুকূলে যায়, ৬ (x + y) কিলোমিটার

সুতরাং, আমরা পাই $৬(x + y) = \frac{৩}{২}$

বা, $x + y = \frac{৩}{২ \times ৬}$

বা, $x + y = \frac{১}{৪}$ .....(১)

আবার, ১৫ মিনিটে নৌকা স্রোতের প্রতিকূলে যায়, ১৫(x − y) কিলোমিটার

সুতরাং, আমরা পাই

$১৫x - ১৫y = \frac{৫}{৪}$

বা, $x - y = \frac{৫}{৪ \times ১৫}$

বা, $x - y = \frac{১}{১২}$ .....(২)

১ ও ২ নং যোগ করে, $x + y = \frac{১}{৪}$

$x - y = \frac{১}{১২}$

(যোগ করে) $২x = \frac{১}{৪} + \frac{১}{১২}$

$= \left(\frac{৩ + ১}{১২}\right) = \frac{১}{৩}$ কিঃ মিঃ

$\therefore x = \frac{১}{৩ \times ২} = \frac{১}{৬}$ কিঃ মিঃ

x এর মান (১) নং -এ বসিয়ে

$y = \left(\frac{১}{৪} - \frac{১}{৬}\right) = \frac{৩ - ২}{১২} = \frac{১}{১২}$ কিঃমিঃ

অতএব, স্রোতের বেগ প্রতি মিনিটে = $\frac{১}{১২}$ কিঃ মিঃ এবং

নৌকার " " " = $\frac{১}{৬}$ কিঃ মিঃ

উত্তর : নৌকার বেগ : $\frac{১}{৬}$ কিঃ মিঃ, এবং স্রোতের বেগ $\frac{১}{১২}$ কি. মি.

বিকল্প: মনে করি,

নৌকার বেগ x কি. মি./মিনিট

স্রোতের বেগ y কি.মি./মিনিট

স্রোতের অনুকূলে–

নৌকাটি ৬ মিনিটে যায় $১\frac{১}{২}$ কি. মি.= $\frac{৩}{২}$ কি. মি.

$\therefore$ " ১ " " $\frac{৩}{২ \times ৬} = \frac{১}{৪}$"

স্রোতের প্রতিকূলে

নৌকাটি ১৫ মিনিটে যায় $১\frac{১}{৪}$ কি.মি.= $\frac{৫}{৪}$ কি. মি.

$\therefore$ " ১ " " $\frac{৫}{৪ \times ১৫} = \frac{১}{১২}$"

আমরা জানি,

নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ = স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ

এবং নৌকার বেগ − স্রোতের বেগ = স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ।

$\therefore x + y = \frac{১}{৪}$ ..... (i) | $\therefore$ (i) নং থেকে–

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$x - y = \frac{১}{১২}$ ..... (ii)

$২x = \frac{১}{৪} + \frac{১}{১২}$

$= \frac{৪}{১২} = \frac{১}{৩}$

$\therefore x = \frac{১}{৩ \times ২} = \frac{১}{৬}$

$y = \frac{১}{৪} - \frac{১}{৬}$

$= \frac{৩ - ২}{১২}$

$= \frac{১}{১২}$

∴ নির্ণেয় নৌকার বেগ $\frac{১}{৬}$ কি.মি./ মিনিট বা ১০ কি.মি. / ঘন্টা

স্রোতের বেগ $\frac{১}{১২}$ কি.মি./ মিনিট। (বা ৫ মি.মি / ঘন্টা)

২। **কয়েকজন শ্রমিক একটি কাজ ১৮ দিনে করে দেবে বলে ঠিক করে। কিন্তু তাদের মধ্যে ৯ জন অনুপস্থিত থাকায় কাজটি ৩৬ দিনে সম্পন্ন হলো। ৩৬ জন শ্রমিক নিযুক্ত হলে কত দিনে কাজটি সম্পন্ন হতো?**

সমাধান :

মনে করি, মোট শ্রমিকের সংখ্যা =x জন

∴ অনুপস্থিত থাকায় শ্রমিকের সংখ্যা = (x − ৯) জন

সুতরাং, (x − ৯) জন : x জন = ১৮ দিন : ৩৬ দিন

বা, $\frac{x - ৯}{x} = \frac{১৮}{৩৬}$

বা, $\frac{x - ৯}{x} = \frac{১}{২}$

বা, ২x − ১৮ = x

বা, ২x − x = ১৮

∴ x = ১৮ জন

আবার,

৩৬ জন ঃ ১৮ জন = ১৮ দিন ঃ নির্ণেয় সময়

বা, $\frac{৩৬}{১৮} = \frac{১৮ \text{ দিন}}{\text{নির্ণেয় সময়}}$

∴ নির্ণেয় সময় = $\frac{১৮ \times ১৮}{৩৬}$

= ৯ দিন

অতএব, নির্ণেয় সময় ৯ দিন।

উত্তর : ৯ দিন।

বিকল্প নিয়মে,

মোট শ্রমিকের সংখ্যা x জন হলে অনুপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা (x − ৯) জন।

(x − ৯) জনে করে ৩৬ দিনে

∴ ১ " " ৩৬ × (x − ৯)

∴ x " " $\frac{৩৬(x - ৯)}{x}$

∴ $\frac{৩৬(x - ৯)}{x} = ১৮$

∴ x = ১৮ জন

১৮ জনে করে ১৮ দিনে

∴ ১ " " ১৮ × ১৮

∴ ৩৬ " " $\frac{১৮ \times ১৮}{৩৬} = ৯$ দিন

উত্তর : ৯ দিন।

৩। **একটি দ্রব্য ৬% লাভে বিক্রয় করা হলো। যদি ক্রয়মূল্য ৪% কম এবং বিক্রয় মূল্য ৪ টাকা বেশি হতো, তাহলে ১২$\frac{১}{২}$% লাভ হতো। কত মূল্যে দ্রব্যটি ক্রয় করা হয়েছিল?**

সমাধান :

মনে করি ,

ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

৬% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৬) = ১০৬ টাকা।

ক্রয়মূল্য ৪% কম হলে, ক্রয়মূল্য = (১০০ − ৪) = ৯৬ টাকা।

আবার, ১২$\frac{১}{২}$ % লাভে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $(১০০ + ১২\frac{১}{২}) = ১০০ + \frac{২৫}{২}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৬১০৩

$= \frac{২০০+২৫}{২}$ টাকা $= \frac{২২৫}{২}$ টাকা

∴ ১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{২২৫}{২}$ টাকা

১ " " " " $= \frac{২২৫}{২\times১০০}$ "

∴ ৯৬ " " " " $= \frac{২২৫\times৯৬}{২\times১০০}$ "

= ১০৮ টাকা

অধিক বিক্রয়মূল্য = ১০৮ টাকা − ১০৬ টাকা = ২ টাকা

∴ ২ টাকা বেশি বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

১ " " " " " $= \frac{১০০}{২}$ "

৪ " " " " " $= \frac{১০০\times৪}{২} = ২০০$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ২০০ টাকা।

উত্তর : ২০০ টাকা।

৪। **একজন লোক ৫% হার সুদে ৫০০ টাকা ধার করেন এবং কিছু কাল পরে $৩\frac{১}{২}$% হার সুদে আরও ৪০০ টাকা ধার করেন। দ্বিতীয় ধার নেয়ার ৬ মাস পরে তিনি উভয় ধার সুদে-মূলে ৯৯৪.৫০ টাকায় শোধ করেন। প্রথম ধার নেয়ার কত দিন পর তিনি ঐ ধার শোধ করেন?**

সমাধান :

দ্বিতীয় ধারের ক্ষেত্রে, ৬ মাস $= \frac{৬}{১২}$ বছর

$৩\frac{১}{২}$% বা $\frac{৭}{২}$% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $\frac{৭}{২}$ টাকা

∴ ১ " ১ " " $= \frac{৭}{২\times১০০}$ টাকা

∴ ৪০০ " $\frac{৬}{১২}$ " " $= \frac{৭\times৬\times৪০০}{২\times১০০\times১২}$ "

= ৭ টাকা

মোট আসল = ৫০০ টাকা + ৪০০ টাকা = ৯০০ টাকা

মোট সুদ = ৯৯৪.৫০ টাকা − ৯০০ টাকা

= ৯৪.৫০ টাকা

দ্বিতীয় ধারের সুদ ৭ টাকা হলে,

প্রথম ধারের সুদ = ৯৪.৫০ টাকা − ৭ টাকা

= ৮৭.৫০ টাকা

প্রথম ধারের ক্ষেত্রে ৫% হারে

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = ৫ টাকা

১ " ১ " " $= \frac{৫}{১০০}$ "

৫০০ " ১ " " $= \frac{৫\times৫০০}{১০০}$ " = ২৫ টাকা

∴ ২৫ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

১ " " " $= \frac{১}{২৫}$

৮৭.৫০ " " " $= \frac{৮৭.৫০\times১}{২৫}$ "

$= \frac{৭}{২}$ বৎসর $= ৩\frac{১}{২}$ বৎসর

অতএব, প্রথম ধার নেওয়ার $৩\frac{১}{২}$ বৎসর পর তিনি ধার শোধ করেন।

উত্তর : $৩\frac{১}{২}$ বৎসর।

৫। **বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে ৯ ফুট চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল ৩ একর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে প্রতি গজ ৩.৫০ টাকা হিসাবে কত ব্যয় হবে?**

সমাধান :

মনে করি,

মাঠের দৈর্ঘ্য = x গজ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬৬৬১০৩

∴ বর্গকারে মাঠের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গগজ

মাঠের বিতরের রাস্তার প্রস্থ = ৯ ফুট = ৩ গজ

∴ রাস্তা বাদে মাঠের দৈর্ঘ্য/প্রস্থ = $(x - ৩ \times ২) = x - ৬$ গজ

∴ " " " ক্ষেত্রফল = $(x - ৬)^২$ বর্গগজ

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $x^2 - (x - ৬)^২$ বর্গগজ

$= ১২x - ৩৬$ বর্গগজ

প্রশ্নমতে,

$১২x - ৩৬ = ৩ \times ৪৮৪০$ [∴ ১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ]

বা, $১২x = ১৪৫২০ + ৩৬$

বা, $১২x = ১৪৫৫৬$

∴ $x = ১২১৩$ গজ

রাস্তা বাদে মাঠের দৈর্ঘ্য = ১২১৩ − ৬ = ১২০৭ গজ

" " " পরিসিমা $৪ \times ১২০৭ = ৪৮২৮$ গজ

∴ বেড়া দিতে মোট খরচ হবে = ৪৮২৮ × ৩.৫০

= ১৬৮৯৮ টাকা (উ:)

৬। $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান : $2x + \frac{2}{x} = 3$

$\Rightarrow 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4} - 2$

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9 - 8}{4}$

$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = \frac{1}{16}$

$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = \frac{1}{16} - 2$

$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = \frac{-31}{16}$

Ans. : $\frac{-31}{16}$

বিকল্প পদ্ধতি :

$2x + \frac{2}{x} = 3$

বা, $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

বা, $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

এখন, $x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2 = \left(\frac{9}{4} - 2\right)^2 - 2$

$= \left(\frac{9 - 8}{4}\right)^2 - 2 = \frac{1}{16} - 2 = \frac{1 - 32}{16} = \frac{-31}{16}$

Ans. : $\frac{-31}{16}$

৭। দুই অংকবিশিষ্ট কোন সংখ্যার দশক স্থানীয় অংকটি একক স্থানীয় অংক হতে 5 বড়। সংখ্যাটি থেকে অংকদ্বয়ের সমষ্টির পাঁচ গুণ বিয়োগ করলে অংকদ্বয়ের স্থান বিনিময় হয়। সংখ্যাটি কত?

সমাধান : মনে করি, এককের অংক = x

∴ দশকের অংক = x + 5

∴ সংখ্যাটি = 10(x + 5) + x

প্রশ্নমতে, $10(x + 5) + x - 5(x + 5 + x) = 10x + x + 5$

বা, $10x + 50 + x - 10x - 25 = 11x + 5$

বা, $25 + x = 11x + 5$

বা, $11x - x = 25 - 5$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $10x = 20$

$\therefore x = 2$

সংখ্যাটি $= 10(2+5)+2 = 70+2 = 72$

Ans. : 72

৮। **একটি নদীর তীরে কোন এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ $60°$। ঐ স্থান থেকে 15 মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখল যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ $45°$ হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার বের করুন।**

সমাধান : মনেকরি,

স্তম্ভটির উচ্চতা $AB = h$ মি. ও নদীর বিস্তার $BC = x$ মি.

এখানে, $\angle BCA = 60°$, $\angle CDA = 45°$ এবং $CD = 15$ মি.

এখানে, $\tan 45° = \frac{AB}{BD}$

$\Rightarrow 1 = \frac{h}{BC+CD}$

$\Rightarrow 1 = \frac{h}{x+15}$

$\Rightarrow h = x + 15$ ..... (i)

আবার, $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow h = \sqrt{3}x$ ..... (ii)

h এর মান (i) নং বসিয়ে

$\sqrt{3}x = x + 15$

$\Rightarrow \sqrt{3}x = x + 15$

$\Rightarrow \sqrt{3}x - x = 15$

$\Rightarrow x(\sqrt{3}-1) = 15$

$\Rightarrow x = \frac{15}{\sqrt{3}-1} = \frac{15}{1.73-1} = \frac{15}{0.732} = 20.49$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে

$h = \sqrt{3} \times 20.49$

$= 35.49$ মিটার

উত্তর : নদীর বিস্তার 20.49 মি. ও স্তম্ভটির উচ্চতা 35.49 মি.

৯। **ΔABC —এ $AB = AC$ এবং BE ও CD যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়। প্রমাণ করুন যে, $\Delta BDC \equiv \Delta BCE$.**

সমাধান : ΔABC এ $AB = AC$ এবং BE ও CD যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ কোণদ্বয় সমদ্বিখন্ডক।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta BDC \equiv \Delta BCE$

প্রমাণ : ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

$\therefore \angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় বিপরীত বাহুর উপর লম্ব হবে।

$\therefore \angle BEC = \angle BDC =$ এক সমকোণ এবং $\angle B = \angle C$

এখন ΔBDC ও ΔBCE এর মধ্যে

$\angle BEC = \angle BDC$

$\angle B = \angle C$

BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

$\therefore \Delta BDC \equiv \Delta BCE$ (প্রমাণিত)

১০। **সমাধান করুন : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} = 7$, $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 21$**

সমাধান : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} = 7$ ..... (i)

$\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}\right) = 21$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right) = 21$

$\Rightarrow 7\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right) = 21$ [মান বসিয়ে]

$\Rightarrow \frac{1}{x}-\frac{1}{y} = 3$ ..... (ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে, $\frac{2}{x} = 10$

$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই, $\frac{2}{y} = 4$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$

Ans. : $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৩১৩১০৩

১১। **দুই অংকবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অংকদ্বয়ের সমষ্টি 9। অংক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 45 কম। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ধরি, একক স্থানীয় অংক x

$\therefore$ দশক স্থানীয় অংক $(9 - x)$

$\therefore$ সংখ্যাটি $10(9 - x) + x = 90 - 10x + x = 90 - 9x$

অংক দুইটি স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায় $10(x) + (9 - x)$

প্রশ্নমতে, $10x + 9 - x = 90 - 9x - 45$

বা, $9x + 9x = 45 - 9$

বা, $18x = 36$

$\therefore x = 2$

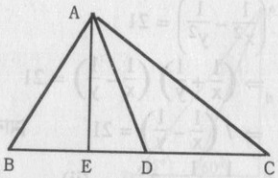
$\therefore$ সংখ্যাটি $90 - 9 \times 2 = 72$

Ans. : 72

১২। **ΔABC-এর AD একটি মধ্যমা। দেখান যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2+AD^2)$.**

সমাধান :

দেয়া আছে, ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$.



অঙ্কন : A বিন্দু হতে BC এর উপর AE লম্ব টানি।

প্রমাণ : ΔABDএ, $\angle ADB$ সূক্ষ্মকোণ।

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ ....(1)

ΔACD-এ, $\angle ADC$ স্থূলকোণ।

$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2 + 2CD.DE$

বা, $AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$ ...(2)

[যেহেতু AD, BC এর উপর মধ্যমা। সুতরাং, CD = BD]

(1) নং ও (2) নং যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

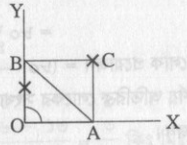
বা, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ (প্রমাণিত)।

১৩। **এমন একটি আয়ত অঙ্কন করুন, যার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পাঁচগুণ হবে।**

সমাধান : মনে করি, একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a দেওয়া আছে, সুতরাং এর ক্ষেত্রফল a^2 এরূপ একটি আয়ত আঁকতে হবে যার কর্ণের ওপর অংকিত বর্গের ক্ষেত্রফল $5a^2$ হবে।

অংকন : যে কোন রশ্মি OX এর উপর OY লম্ব আঁকি। OX থেকে OA = a এবং OY থেকে OB = 2a কাটি। AB যোগ করি। A ও B ক কেন্দ্র করে যথাক্রমে 2a ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। AC ও BC যোগ করি তাহলে OACB উদ্দিষ্ট আয়তক্ষেত্র। যার কর্ণের ওপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $5a^2$ বর্গ একক হবে।

প্রমাণ : $\angle BOA = 90°$



$\therefore \Delta AOB$ থেকে পাই

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

$= a^2 + (2a)^2$

$= a^2 + 4a^2$

$AB^2 = 5a^2$ (প্রমাণিত)

■ ২২তম বিসিএস ■

১। **একজন ঠিকাদার একটি কাজ ৮০ দিনে সম্পন্ন করার চুক্তিতে ৬০ জন লোক নিযুক্ত করল। ২০ দিন পরে দেখা গেল যে, কাজের মাত্র $\frac{১}{৫}$ অংশ সম্পন্ন হয়েছে। নির্দিষ্ট সময়ে (৮০ দিনে) কাজটি সম্পন্ন করতে হলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে?**

সমাধান :

২০ দিন পরে কাজের বাকী অংশ $= \left(১ - \frac{১}{৫}\right)$ অংশ

$= \left(\frac{৫ - ১}{৫}\right)$ অংশ $= \frac{৪}{৫}$ অংশ

দিন বাকী থাকে = (৮০ − ২০) দিন = ৬০ দিন

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\frac{১}{৫}$ অংশ কাজ ২০ দিনে করে ৬০ জন লোকে

$\therefore$ ১ " " ২০ " " $= \frac{৬০ \times ৫}{১}$ "

$\therefore$ ১ " " ১ " " $= \frac{৬০ \times ৫ \times ২০}{১}$ "

$\therefore \frac{৪}{৫}$ " " ১ " " $= \frac{৬০ \times ৫ \times ২০ \times ৪}{১ \times ৫}$ "

$\therefore \frac{৪}{৫}$ " " ৬০ " " $= \frac{৬০ \times ৫ \times ২০ \times ৪}{১ \times ৫ \times ৬০}$ "

= ৮০ জন লোকে

$\therefore$ অতিরিক্ত লোক প্রয়োজন = (৮০ — ৬০) = ২০ জন

অতএব, নির্ণেয় অতিরিক্ত লোকের সংখ্যা ২০ জন।

উত্তর : ২০ জন।

২। **একজন মাঝি স্রোতের অনুকূলে যে সময়ে ৮ কি. মি. যেতে পারে, স্রোতের প্রতিকূলে সেই সময়ে ৫ কি. মি. যেতে পারে। যদি স্রোতের বেগ প্রতি ঘন্টায় ১ কি. মি. বেশি হয় তবে সে স্রোতের প্রতিকূল অপেক্ষা অনুকূলে দ্বিগুণ বেগে যেতে পারে। নৌকা ও স্রোতের বেগ কত?**

সমাধান : মনে করি,

স্রোতের অনুকূলে ৮ কিলোমিটার যেতে সময় লাগে x ঘন্টা

$\therefore$ " প্রতিকূলে ৫ " " " " = x ঘন্টা

অনুকূলে,

x ঘন্টায় যায় ৮ কিঃ মিঃ

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৮}{x}$ " "

$\therefore$ নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ $= \frac{৮}{x}$ কিঃ মিঃ.....(১)

আবার, প্রতিকূলে,

x ঘন্টায় যায় ৫ কিঃ মিঃ

$\therefore$ ১ " " $\frac{৫}{x}$ " "

$\therefore$ নৌকার বেগ − স্রোতের বেগ $= \frac{৫}{x}$ কিঃ মিঃ..... (২)

১ নং ও ২নং যোগ করে,

নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ $= \frac{৮}{x}$

নৌকার " − " " $= \frac{৫}{x}$

---

২ × নৌকার বেগ $= \frac{৮}{x} + \frac{৫}{x}$

বা, নৌকার বেগ $= \frac{১}{২}\left(\frac{৮}{x}+\frac{৫}{x}\right)$

$\therefore$ নৌকার বেগ $= \frac{১৩}{২x}$ কিঃ মিঃ

১নং -এ মান বসিয়ে,

স্রোতের বেগ $= \frac{৮}{x} - \frac{১৩}{২x} = \frac{১৬ - ১৩}{২x} = \frac{৩}{২x}$ কিঃ মিঃ

স্রোতের বেগ ১ কিঃ মিঃ বেশি হলে স্রোতের বেগ $= \frac{৩}{২x} + ১$

$= \left(\frac{৩+২x}{২x}\right)$ কিঃ মিঃ

স্রোতের বেগ $\frac{৩+২x}{২x}$ কিলোমিটার হলে অনুকূলে,

নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ $= \frac{১৩}{২x} + \frac{৩+২x}{২x} = \frac{১৬+২x}{২x} = \frac{৮+x}{x}$ কিঃ মিঃ

স্রোতের বেগ $\frac{৩+২x}{২x}$ কিলোমিটার হলে প্রতিকূলে,

নৌকার বেগ − স্রোতের বেগ $= \frac{১৩}{২x} - \frac{৩+২x}{২x} = \frac{১০-২x}{২x} = \frac{৫-x}{x}$ কিঃ মিঃ

শর্তানুসারে, $\frac{৮ + x}{x} = ২\left(\frac{৫-x}{x}\right)$

বা, ৮ + x = ১০ − ২x

বা, ৩x = ২

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$\therefore x = \frac{২}{৩}$

$\therefore$ নৌকার বেগ $= \frac{১৩}{২ \times \frac{২}{৩}} = \frac{১৩ \times ৩}{৪} = \frac{৩৯}{৪} = ৯\frac{৩}{৪}$ কিঃ মিঃ

এবং স্রোতের বেগ $= \frac{৩}{২ \times \frac{২}{৩}} = \frac{৯}{৪} = ২\frac{১}{৪}$ কিঃ মিঃ

উত্তর : স্রোতের বেগ $= ২\frac{১}{৪}$ কিঃ মিঃ , এবং নৌকার বেগ $= ৯\frac{৩}{৪}$ কি. মি.

৩। **একটি দ্রব্য ৬% লাভে বিক্রয় করা হল। যদি ক্রয়মূল্য ৪% কম এবং বিক্রয়মূল্য ৪ টাকা বেশি হত, তাহলে $১২\frac{১}{২}$% লাভ হত। কত মূল্যে দ্রব্যটি ক্রয় করা হয়েছিল?**

সমাধান : মনে করি ,

ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

৬% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৬) = ১০৬ টাকা।

ক্রয়মূল্য ৪% কম হলে, ক্রয়মূল্য = (১০০ − ৪) = ৯৬ টাকা।

আবার, $১২\frac{১}{২}$ % লাভে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $১০০ + ১২\frac{১}{২} = \left(১০০ + \frac{২৫}{২}\right)$

$= \frac{২০০+২৫}{২} = \frac{২২৫}{২}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{২২৫}{২}$ টাকা

১ " " " " $= \frac{২২৫}{২ \times ১০০}$ "

$\therefore$ ৯৬ " " " " $= \frac{২২৫ \times ৯৬}{২ \times ১০০} = ১০৮$ টাকা

অধিক বিক্রয়মূল্য = ১০৮ টাকা − ১০৬ টাকা = ২ টাকা

$\therefore$ ২ টাকা বেশি বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

১ " " " " " $= \frac{১০০}{২}$ "

৪ " " " " " $= \frac{১০০ \times ৪}{২} = ২০০$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ২০০ টাকা।

উত্তর : ২০০ টাকা।

৪। **যদি A এর বয়স B এর অর্ধেক এবং B এর বয়স C এর অর্ধেক এবং তাদের বয়সের সমষ্টি ১১৪ বৎসর হয়, তবে প্রত্যেকের বয়স নির্ণয় করুন।**

সমাধান : A এর বয়স x বৎসর

$\therefore$ B " " 2x

$\therefore$ C " " 8x

প্রশ্নমতে,

$x + 2x + 8x = ১১৪$

বা, $7x = ১১৪$

বা, $x = \frac{১১৪}{৭}$ বৎসর $= ১৬\frac{২}{৭}$ বছর

$\therefore$ A এর বয়স $\frac{১১৪ \times ১}{৭}$ বছর $= ১৬\frac{২}{৭}$ বছর

B " " $\frac{১১৪ \times ২}{৭}$ " $= ৩২\frac{৪}{৭}$ "

C " " $\frac{১৪৪ \times ৪}{৭}$ " $= ৬৫\frac{১}{৭}$ "

উত্তর : $১৬\frac{৪}{৭}, ৩২\frac{৪}{৭}, ৬৫\frac{৪}{৭}$ বছর।

৫। **একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ এবং ক্ষেত্রফল ৭৬৮ বর্গ মিটার। প্রতিটি ৮০ সে. মি. বর্গ আকারের পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধাতে মোট কতটি পাথর লাগবে?**

সমাধান :

মনে করি,

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬১৬১০৩

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 'ক' মিটার

অতএব, দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = (৩ক × ক) বর্গমিটার

= ৩ক^২ বর্গমিটার

শর্তানুসারে,

৩ক^২ = ৭৬৮

বা, ক^২ = $\frac{৭৬৮}{৩}$

বা, ক^২ = ২৫৬

বা, ক = $\sqrt{২৫৬}$ = ১৬

∴ প্রস্থ ১৬ মিটার

দৈর্ঘ্য = ১৬মিটার × ৩ = ৪৮ মিটার

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

= ২ × (৪৮ + ১৬) মিটার

= ২ × ৬৪ মিটার

= ১২৮ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ১২৮ মিটার

বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{১২৮}{৪}$ মিটার

= ৩২ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৩২)^২ বর্গমিটার

= ১০২৪ বর্গমিটার

অতএব,

প্রতিটি পাথরের ক্ষেত্রফল = (৮০ সে.মি)^২

= (০.৮০ মিটার)^২

= ০.৬৪০০ বর্গমিটার

∴ পাথরের সংখ্যা = $\frac{১০২৪}{০.৬৪০০}$ = ১৬০০টি

উত্তর : ১৬০০টি

৬। **একটি পরীক্ষায় ১২০০ বালক পরীক্ষার্থী ছিল। যদি ৫০% বালক ও ৪০% বালিকা পরীক্ষায় পাস করে, বালিকা পরীক্ষার্থীর সংখ্যা নির্ণয় করুন। যেখানে মোট ৪৬% পরীক্ষার্থী পাস করেছে।**

সমাধান :

ধরি, মেয়ে পরিক্ষার্থী x

∴ মোট " = (১২০০ + x) জন

∴ প্রশ্নমতে,

(x এর ৪০%) + (১২০০ এর ৫০%) = (১২০০ + x) এর ৪৬%

বা, $x \times \frac{৪০}{১০০} + ১২০০ \times \frac{৫০}{১০০} = (১২০০ + x) \times \frac{৪৬}{১০০}$

বা, ৪০x + ৬০০০০ = ৫৫২০০ + ৪৬x

বা, ৪৬x – ৪০x = ৬০০০০ – ৫৫২০০

বা, ৬x = ৪৮০০

∴ x = ৮০০

∴ মেয়ে পরিক্ষার্থীর সংখ্যা = ৮০০ জন।

৭। **সমাধান করুন :** $\frac{2x-9}{7} + \frac{x-5}{6} = \frac{x-3}{3} + \frac{6x+1}{21}$

সমাধান :

$\frac{2x-9}{7} + \frac{x-5}{6} = \frac{x-3}{3} + \frac{6x+1}{21}$

বা, $\frac{2x-9}{7} - \frac{6x+1}{21} = \frac{x-3}{3} - \frac{x-5}{6}$

বা, $\frac{3(2x-9)-(6x+1)}{21} = \frac{2(x-3)-(x-5)}{6}$

বা, $\frac{6x-27-6x-1}{21} = \frac{2x-6-x+5}{6}$

বা, $\frac{-28}{21} = \frac{x-1}{6}$

বা, $\frac{-4}{3} = \frac{x-1}{6}$

বা, 3x – 3 = –24

বা, 3x = –24 + 3

বা, $x = \frac{-21}{3} = -7$

∴ নির্ণেয় সমাধান x = – 7

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

৮। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 5 সংখ্যাটির সাথে 9 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি কত?

সমাধান : মনেকরি,

একক স্থানীয় অংকটি x এবং দশক স্থানীয় অংকটি y

$\therefore$ সংখ্যাটি $10y + x$

প্রশ্নানুসারে, $x + y = 5$ ..... (i)

এবং $10y + x + 9 = 10x + y$

বা, $9 = 10x + y - 10y - x$

বা, $9 = 9x - 9y$

বা, $x - y = 1$ ..... (ii)

(i) + (ii) নং যোগ করে,

$x + y = 5$

$x - y = 1$

$2x = 6$

$\therefore x = 3$

x এর মান (ii) নং এ বসাইয়া

$x - y = 1$

বা, $3 - y = 1$

বা, $y = 2$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= (10 \times 2 + 3) = 20 + 3 = 23$

উত্তর : 23

৯। **সরল করুন :**

$$\frac{\left(p+\frac{1}{q}\right)^m\left(p-\frac{1}{p}\right)^m}{\left(q+\frac{1}{p}\right)^m\left(q-\frac{1}{p}\right)^m}$$

সমাধান :

$$\frac{\left(p+\frac{1}{q}\right)^m\left(p-\frac{1}{q}\right)^m}{\left(q+\frac{1}{p}\right)^m\left(q-\frac{1}{p}\right)^m}$$

$$= \frac{\left(\frac{pq+1}{q}\right)^m\left(\frac{qp-1}{q}\right)^m}{\left(\frac{pq+1}{p}\right)^m\left(\frac{qp-1}{p}\right)^m}$$

$$= \left(\frac{pq+1}{q}\times\frac{p}{pq+1}\right)^m \times \left(\frac{pq-1}{q}\times\frac{p}{pq-1}\right)^m$$

$$= \left(\frac{p}{q}\right)^m \times \left(\frac{p}{q}\right)^m$$

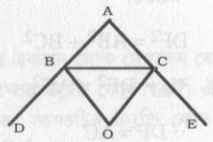
$$= \left(\frac{p}{q}\right)^{m+m} = \left(\frac{p}{q}\right)^{2m}$$

Ans. $\left(\frac{p}{q}\right)^{2m}$

১০। ΔABC- এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুতে যে বহিঃকোণদ্বয় উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.

সমাধান :

মনে করি, ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করায় B ও C বিন্দুতে দু'টি বহিঃকোণ $\angle CBD$ ও $\angle BCE$ উৎপন্ন হয় এবং তাদের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.প্রমাণ : ΔABC এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\therefore \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90°$

বহিঃস্থ $\angle CBD$=অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle BAC + \angle ACB$

$\therefore \frac{1}{2}\angle CBD = \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ACB)$

বা, $\angle CBO = \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle C$ ..... (1)

অনুরূপভাবে, $\angle BCO = \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B$ ..... (2)

ΔBOC এ, $\angle BOC + \angle CBO + \angle BCO = 180°$

শুভ নন্দী ০১৯১৫ ৬১৩১০৩

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle A + 90° = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle A$

বা, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$. (প্রমাণিত)।

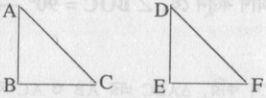
১১। **প্রমাণ করুন যে, যদি ত্রিভুজের একটি বাহুর বর্গ অন্য দু'টি বাহুর** বর্গের **সমষ্টির সমান হয়, তাহলে এই দু'টি বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণটি একটি** সমকোণ **হবে।**

সমাধান : মনে করি, ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B$ = এক সমকোণ।

অংকন : ΔDEF আঁকি, যার $\angle E$ = এক সমকোণ

এবং DE = AB ও EF = BC



প্রমাণ : ΔDEF থেকে পাই $DF^2 = DE^2 + EF^2$ (পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে)

$DF^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $= DF^2 = AC^2$

$\therefore DF = AC$

ΔABC এবং ΔDEF এ

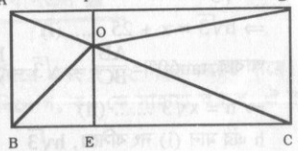
AB = DE, BC = EF এবং AC = DF

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

$\therefore \angle B = \angle E$ কিন্তু $\angle E$ = এক সমকোণ

$\therefore \angle B$ = এক সমকোণ (প্রমাণীত)

১২। **ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$.**



সমাধান :

দেয়া আছে, A B C D আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$।

অঙ্কন : O বিন্দু দিয়ে BA বা CD এর সমান্তরাল করে EF রেখা আঁকি উহা BC কে E এবং AD কে F বিন্দুতে ছেদ করে। O,A; O,B; O,C; O,D যোগ করি।

প্রমাণ : OAF সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle AFO = 1$ সমকোণ এবং OA অতিভুজ।

$\therefore OA^2 = AF^2 + FO^2$.....(1)

অনুরূপে, ODF সমকোণী ত্রিভুজে, $OD^2 = DF^2 + FO^2$.....(2)

আবার, OCE সমকোণী ত্রিভুজে $\angle CEO = 1$ সমকোণ এবং OC অতিভুজ।

$\therefore OC^2 = CE^2 + EO^2$.....(3)

অনুরূপে, OBE সমকোণী ত্রিভুজে, $OB^2 = BE^2 + EO^2$.....(4)

(1) ও (3) নং যোগ করে, $OA^2 + OC^2 = AF^2 + CE^2 + FO^2 + EO^2$

$= BE^2 + DF^2 + FO^2 + EO^2$ [$\because$ AF=BE, DF=CE]

$= BE^2 + EO^2 + DF^2 + FO^2$

$= OB^2 + OD^2$

$\therefore OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$ **(প্রমাণিত)**

১৩। **একটি নদীর তীরে কোন এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলেন যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখল যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30° হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার নির্ণয় করুন।**

সমাধান : মনেকরি,

স্তম্ভটির উচ্চতা AB = h মি. ও নদীর বিস্তার BC= x মি.

এখানে, $\angle BCA = 60°$, $\angle CDA = 30°$ এবং CD = 25 মি.

এখানে, $\tan 30° = \frac{AB}{BD}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BC + CD}$

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬১০১০৩

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+25}$

$\Rightarrow h\sqrt{3} = x + 25$ ..... (i)

আবার, $\tan 60° = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow h = x\sqrt{3}$ ..... (ii)

h এর মান (i) নং বসিয়ে, $h\sqrt{3}$
$= x + 25$

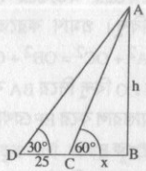
$\Rightarrow x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = x + 25$

$\Rightarrow 3x - x = 25$

$\Rightarrow x = 12\frac{1}{2}$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে

$h = x\sqrt{3} = \frac{25}{2}\sqrt{3}$



উত্তর : নদীর বিস্তার $12\frac{1}{2}$ মি. ও স্তম্ভটির উচ্চতা $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ মি.

■ ২১তম বিসিএস ■

১। ক একটি কাজ ৩৬ দিনে, খ ১৮ দিনে এবং গ ১২ দিনে করতে পারে। প্রতি দ্বিতীয় দিনে খ এবং প্রতি তৃতীয় দিনে গ, ক– কে সাহায্য করলে, ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হবে?

সমাধান :

২ ও ৩ -এর ল. সা. গু = ৬

প্রথম ৬ দিনে ক, খ ও গ -এর কাজ হিসেব করলে পাই

ক ৩৬ দিনে করে কাজটি

ক ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{৩৬}$ অংশ

∴ ক ৬ " " " $\frac{১\times৬}{৩৬} = \frac{১}{৬}$ অংশ

খ ৬ দিনে তিনবার অর্থাৎ ৩ দিন কাজ করে।

খ ১৮ দিনে করে কাজটি

∴ খ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১৮}$ অংশ।

∴ খ ৩ " " " $\frac{১\times৩}{১৮} = \frac{১}{৬}$ অংশ

গ ৬ দিনে দুইবার অর্থাৎ ২ দিন কাজ করে।

গ ১২ দিনে করে কাজটি

∴ গ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১২}$ অংশ

∴ গ ২ " " " $\frac{১\times২}{১২}$ অংশ $= \frac{১}{৬}$ অংশ

∴ ৬ দিনে মোট কাজ হয় $= \left(\frac{১}{৬} + \frac{১}{৬} + \frac{১}{৬}\right)$ অংশ

$= \frac{১ + ১ + ১}{৬}$ অংশ $= \frac{১}{২}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore \frac{১}{২}$ অংশ কাজ হয় = ৬ দিনে

$\therefore ১$ " " " $= \frac{৬ \times ২}{১} = ১২$ দিনে

অতএব, কাজটি শেষ হতে ১২ দিন সময় লাগবে।

উত্তর : ১২ দিন

২। **একটি চৌবাচ্চার দুটি নল দ্বারা পানি প্রবেশ করতে পারে। প্রথম নলটি ৯ ঘন্টায় এবং দ্বিতীয় নলটি ১২ ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে পারে। উভয় নল দ্বারা কয়েক ঘন্টা পানি প্রবেশ করার পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়া হয়। দ্বিতীয় নলটি পরবর্তী ২ ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করে। চৌবাচ্চাটি কত ঘন্টায় পূর্ণ হয়েছিল?**

সমাধান : ১ম নল দ্বারা,

৯ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

$\therefore ১$ " " " " $\frac{১}{৯}$ অংশ

২য় নলদ্বারা,

১২ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

$\therefore ১$ " " " " $\frac{১}{১২}$ অংশ

$\therefore ২$ " " " " $\frac{২ \times ১}{১২} = \frac{১}{৬}$ অংশ

১ম ও ২য় নল একত্রে পূর্ণ করে চৌবাচ্চার $\left(১ - \frac{১}{৬}\right)$ অংশ

$= \frac{৬ - ১}{৬} = \frac{৫}{৬}$ অংশ

" " " ১ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\left(\frac{১}{৯} + \frac{১}{১২}\right) = \frac{৪ + ৩}{৩৬} = \frac{৭}{৩৬}$ অংশ

১ম ও ২য় নল একত্রে

$\frac{৭}{৩৬}$ অংশ পূর্ণ করে = ১ ঘণ্টায়

$\therefore ১$ " " " $= \frac{৩৬}{৭}$ "

$\therefore \frac{৫}{৬}$ " " " $= \frac{৩৬ \times ৫}{৭ \times ৬} = \frac{৩০}{৭}$ ঘণ্টায়

$\therefore$ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে মোট সময় লাগবে $\left(\frac{৩০}{৭} + ২\right)$ ঘণ্টা

$= \frac{৩০ + ১৪}{৭} = \frac{৪৪}{৭} = ৬\frac{২}{৭}$ ঘণ্টা

উত্তর : $৬\frac{২}{৭}$ ঘণ্টা

৩। **একটি যৌথ কারবারে ক ও খ এর মূলধনের অনুপাত ১৫ ঃ ১৭। ব্যবস্থাপনা অংশীদার বলে লাভের $\frac{১}{২০}$ অংশ খ এর প্রাপ্য। লাভের বাকী টাকা মূলধনের সমানুপাতে ভাগ হয়। কারবারে ৬০৮০০ টাকা নীট লাভ হলে খ কত টাকা লাভ পাবে?**

সমাধান : অংশীদার হিসাবে খ-এর প্রাপ্য = ৬০৮০ ০টাকার $\frac{১}{২০}$

$= ৩০৪০০$ টাকা

বাকী লভ্যাংশ (৬০৮০০ − ৩০৪০০) টাকা = ৫৭৭৬০ টাকা

ক ও খ-এর মূলধনের অনুপাত = ১৫ ঃ ১৭

অনুপাতের যোগফল = (১৫ + ১৭) = ৩২

সুতরাং,

খ-এর লভ্যাংশ = ৫৭৭৬০ টাকার $\times \frac{১৭}{৩২} = \frac{৬১৩৭}{২} = ৩০৬৮৫$ টাকা

$\therefore$ খ-এর মোট প্রাপ্য = (৩০৬৮৫+ ৩০৪০) টাকা = ৩০৯৮৯ টাকা।

৪। **কোন পরীক্ষায় বাংলায় ৬০% এবং গণিতে ৫০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ৪০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়ে থাকে এবং উভয় বিষয়ে মোট ৬০ জন ফেল করে থাকে তবে মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?**

সমাধান :

বাংলায় কৃতকার্য হয় ৬০%, উভয় বিষয়ে ৪০%

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ শুধু বাংলায় কৃতকার্য হয় (৬০ − ৪০)% = ২০%

গণিতে কৃতকার্য হয় ৫০%

∴ শুধু গণিতে কৃতকার্য হয় (৫০ − ৪০)% = ১০%

∴ উভয় বিষয়ে অথবা যে কোন এক বিষয়ে কৃতকার্য হয় (২০ + ১০ + ৪০)%
= ৭০%

∴ উভয় বিষয়ে ফেল করে (১০০ − ৭০)% = ৩০%

প্রশ্নমতে,

উভয় বিষয়ে ৩০ জন ফেল করলে পরীক্ষার্থী ১০০ জন

∴ " " ১ " " " " $\frac{১০০}{৩০}$ জন

∴ " " ৬০ " " " " $= \frac{১০০ \times ৬০}{৩০}$ জন

= ২০০ জন

অতএব, পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ২০০ জন।

উত্তর : ২০০ জন

৫। কোন মূলধন ৩ বছরে সরল সুদে-আসলে ১১,০০০ টাকা হয়। সুদ-আসলের তিন অষ্টমাংশ হলে, আসল ও সুদের হার নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনেকরি, আসল ৮ টাকা

∴ সুদ = $\left(৮ \text{ এর } \frac{৩}{৮}\right)$ টাকা = ৩ টাকা

∴ সুদাসল = সুদ + আসল = ৩ + ৮ = ১১ টাকা

সুদাসল ১১ টাকা হলে আসল = ৮ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{৮}{১১}$

∴ ১১০০০ " " " $= \frac{৮ \times ১১০০০}{১১}$ = ৮০০০ টাকা

আবার, সুদাসল − আসল = সুদ

(১১০০০ − ৮০০০) = ৩০০০ টাকা

৮০০০ টাকার ৩ বছরের সুদ = ৩০০০ টাকা

∴ ১ " ১ " " $= \frac{৩০০০}{৮০০০ \times ৩}$

∴ ১০০ " ১ " " $= \frac{৩০০০ \times ১০০}{৮০০০ \times ৩}$ = ১২.৫ টাকা

উত্তর : ৮০০০ টাকা ও ১২.৫%

৬। একটি ত্রিভুজের পরিসীমা ৩৬ মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩ ঃ ৪ ঃ ৫ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : ধরি, ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে a = ৩x; b = ৪x; c = ৫x

প্রশ্নমতে, a + b + c = ৩৬

বা, ৩x + ৪x + ৫x = ৩৬

বা, ১২x = ৩৬ ∴ x = ৩

∴ a = ৩x = ৩ × ৩ = ৯ মি.

b = ৪x = ৪ × ৩ = ১২ মি.

c = ৫x = ৫ × ৩ = ১৫ মি.

ত্রিভুজটির অর্ধ পরিসীমা S হলে আমরা পাই

$S = \frac{৩৬}{২}$ = ১৮ মি.

∴ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ ব.একক

$= \sqrt{১৮(১৮ - ৯)(১৮ - ১২)(১৮ - ১৫)}$ ব.মি.

$= \sqrt{১৮ \times ৯ \times ৬ \times ৩}$ ব.মি.

$= \sqrt{২৯১৬}$ ব.মি. = ৫৪ বর্গ মি.

উত্তর : ৫৪ বর্গ মি.

৭। সমাধান করুন :

$$\frac{2}{2x-1} + \frac{3}{3x-1} = \frac{8}{4x+1}$$

সমাধান : $\frac{2}{2x-1} + \frac{3}{3x-1} = \frac{8}{4x+1}$

$$\Rightarrow \frac{2(3x-1) + 3(2x-1)}{(2x-1)(3x-1)} = \frac{8}{4x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{6x - 2 + 6x - 3}{6x^2 - 5x + 1} = \frac{8}{4x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{12x - 5}{6x^2 - 5x + 1} = \frac{8}{4x+1}$$

$$\Rightarrow 48x^2 + 12x - 20x - 5 = 48x^2 - 40x + 8$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\Rightarrow -8x + 40x = 8 + 5$

$\Rightarrow 32x = 13$

$\therefore x = \frac{13}{32}$

নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{13}{32}$

৮। **দুই অংক বিশিষ্ট কোন সংখ্যার অংক দুটির অন্তর ২; অংক দুটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা ৬ কম। সংখ্যাটি কত?**

সমাধান : মনেকরি, দশক স্থানীয় সংখ্যা = x

একক স্থানীয় সংখ্যা = y

$\therefore$ সংখ্যাটি $10x + y$

প্রশ্নমতে, $y - x = 2$ ..... (i)

এবং $10y + x = 2(10x + y) - 6$

বা, $10y + x = 20x + 2y - 6$

বা, $-19x = -8y - 6$

বা, $-19x = -8(x + 2) - 6$ [y এর মান বসিয়ে]

বা, $-19x = -8x - 16 - 6$

বা, $-11x = -22$

বা, $x = 2$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে

$y = 2 + 2 = 4$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10x + y = 20 \times 2 + 4 = 24$

Ans. : 24

৯। **$a = y + z - x$, $b = z + x - y$, $c = x + y - z$ হলে, দেখান যে, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 4(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$.**

সমাধান :

$a = y + z - x$ ..... (i)

$b = z + x - y$ ..... (ii)

$c = x + y - z$ ..... (iii)

(i) + (ii) + (iii) নং যোগ করে পাই,

$a + b + c = y + z - x + z + x - y + x + y - z = x + y + z$

(i) নং – (ii) নং

$a - b = y + z - x - z - x + y = 2(y - x)$

(ii) নং – (iii) নং

$b - c = z + x - y - x - y + z$

$= 2(z - y)$

(iii) নং – (i) নং

$c - a = x + y - z - y - z + x$

$= 2(x - z)$

$\therefore$ L.H.S $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$= \frac{1}{2}(a + b + c)(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$

$= \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$

$= \frac{1}{2}(x + y + z)\{4(y - x)^2 + 4(z - y)^2 + 4(x - z)^2\}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2} \cdot 4(x + y + z)\{(y - x)^2 + (z - y)^2 + (x - z)^2\}$

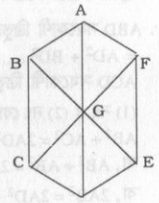
$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

$= 4(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S **(Proved)**

১০। **প্রমাণ করুন যে, একটি সুষম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি শীর্ষবিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমদূরবর্তী এবং এই দূরত্ব ষড়ভুজের যেকোন একটি বাহুর দৈর্ঘের সমান।**

সমাধান :



মনেকরি, ABCDEF সুষম ষড়ভুজ। তার প্রতিটি শীর্ষবিন্দুকে যোগ করা হল এবং তারা পরস্পরকে G বিন্দুকে ছেদ করেছে।

এখন, ΔBCG ও ΔGEF- এর মধ্যে $\angle BGC = \angle FGE$ (বিপ্রতীপ কোণ) এবং $BC = FE$ ($\because$ সুষম ষড়ভুজ)

এবং $\angle BCG = \angle GFE$ (একান্তর কোণ, যেহেতু সুষম ষড়ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং সমান্তরাল।)

$\therefore \Delta BCG \cong \Delta GEF$

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়,

$\Delta ABG \cong \Delta GDE$

এবং $\Delta AGF \cong \Delta GCD$

$\therefore BG = GE$, $CG = GF$

এবং $AG = GD$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ G বিন্দু হতে প্রতিটি শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব সমান।

এবং $\angle AGB = \angle BGC = \angle CGD = \angle DGE = \angle BGF = \angle FGA = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

এখন, ΔBGC এর $\angle BGC = 60^\circ$

$\therefore \angle GBC + \angle GCB = (180^\circ - 60^\circ) = 120^\circ$

আবার, $\angle GCB = \angle GBC$ [$\because GB = GC$]

$= 120^\circ/_2 = 60^\circ$

$\therefore$ ΔBGC একটি সমবাহু ত্রিভুজ

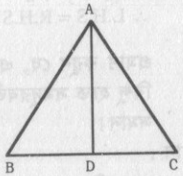
$\therefore$ $BC = CG$

∴ একটি সুষম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমদূরবর্তী এবং এই দূরত্ব ষড়ভুজের যেকোন একটি বাহুর সমান। (প্রমাণিত)

১১। ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC - এর উপর লম্ব। দেখান যে, $4AD^2 = 3AB^2$.

সমাধান :

দেয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$।



প্রমাণ : যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD, BC এর উপর লম্ব।

সুতরাং, $BD = CD = \frac{1}{2}BC$.

∴ ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$.....(1)

ACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ .....(2)

(1) নং ও (2) নং যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + BD^2 + CD^2$

বা, $AB^2 + AB^2 = 2AD^2 + BD^2 + BD^2$ [$\because AB = AC$ এবং $BD = CD$]

বা, $2AB^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4}BC^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4}AB^2$ [$\because$ সমবাহু ত্রিভুজ]

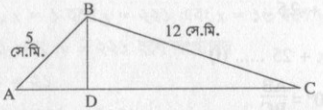
বা, $AB^2 - \frac{1}{4}AB^2 = AD^2$

বা, $\frac{3}{4}AB^2 = AD^2$

বা, $4AD^2 = 3AB^2$ (প্রমাণিত)।

১২। ABC ত্রিভুজ $\angle B = 90^\circ$ AB = 5 সে. মি. ও BC = 12 সে, মি.। যদি D, শীর্ষবিন্দু B থেকে AC বাহু উপর লম্বের পাদবিন্দু হয়, তাহলে AD এর দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ



যার $\angle B = 90^\circ$

AB = 5 সে. মি.

BC = 12 সে. মি.

BC শীর্ষবিন্দু B থেকে AC এর উপর লম্ব।

AD = ?

ABC সমকোণী ত্রিভুজে থেকে পাই

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + (12)^2 = 169$

$\therefore$ $AC = 13$

BD লম্ব হওয়ায় BCD ও ABD উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ

ΔBCD এ $BC^2 = CD^2 + BD^2$ ... (i)

ও ΔABD এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$ ... (ii)

(i) নং – (ii) নং করে

$BC^2 - AB^2 = CD^2 - AD^2$

$\Rightarrow 12^2 - 5^2 = (AC - AD)^2 - AD^2$

$\Rightarrow 144 - 25 = (13 - AD)^2 - AD^2$

$\Rightarrow 119 = 169 - 26AD + AD^2 - AD^2$

$\Rightarrow 50 = 26\ AD$

$\Rightarrow AD = \frac{50}{26}$

$\Rightarrow AD = 1.92$ সে. মি.

উত্তর : 1.92 সে. মি.

১৩। একটি নদীর তীরে কোন এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ 60°. ঐস্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখলো যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30° হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার নির্ণয় করুন।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান : মনেকরি, স্তম্ভটির উচ্চতা AB=h মি. ও নদীর বিস্তার BC=x মি.

এখানে, $\angle BCA = 60°$, $\angle CDA = 30°$ এবং CD = 25 মি.

এখানে, $\tan 30° = \frac{AB}{BD}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BC + CD}$

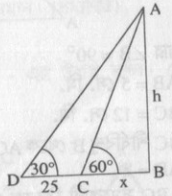
$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 25}$

$\Rightarrow h\sqrt{3} = x + 25$ ..... (i)

আবার, $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow h = x\sqrt{3}$ ..... (ii)



h এর মান (i) নং বসিয়ে $h\sqrt{3} = x + 25$

$\Rightarrow x\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = x + 25$

$\Rightarrow 3x - x = 25$

$\Rightarrow x = 12\frac{1}{2}$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে

$h = x\sqrt{3} = \frac{25}{2}\sqrt{3}$

উত্তর : নদীর বিস্তার $12\frac{1}{2}$ মি. ও স্তম্ভটির উচ্চতা $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ মি.

■ ২০তম বিসিএস ■

১। **দুইটি সংখ্যার গ. সা. গু ২১ এবং ল. সা. গু ৪৬৪১। একটি সংখ্যা ২০০ ও ৩০০ এর মধ্যবর্তী; অপরটি কত?**

সমাধান : সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু ২১ হওয়ায়

মনে করি,

একটি সংখ্যা ২১x

অপর সংখ্যা ২১y (এখানে x ও y সহমৌলিক)

∴ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু = ২১ xy

শর্তমতে,

২১xy = ৪৬৪১

বা, $xy = \frac{৪৬৪১}{২১} = ২২১$

x ও y সহমৌলিক হওয়ায় আমরা পাই,

xy = ২২১ = ১ × ২২১ = ১৩ × ১৭

পর্যবেক্ষণ হতে, x = ১ হলে y = ২২১ এবং x = ১৩ হলে y = ১৭

সুতরাং, x = ১ এবং y = ২২১ হলে সংখ্যাদ্বয়

২১x = ২১ × ১ = ২১

এবং ২১y = ২১ × ২২১ = ৪৬৪১

x = ১৩ এবং y = ১৭ হলে সংখ্যাদ্বয়

২১x = ২১ × ১৩ = ২৭৩

এবং ২১y = ২১ × ১৭ = ৩৫৭

প্রশ্ন হতে আমরা পাই, একটি সংখ্যা ২০০ এবং ৩০০ এর মাঝামাঝি। সুতরাং, ২১ ও ৪৬৪১ সংখ্যাদ্বয় গ্রহণ যোগ্য নয়।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা ২৭৩ ও ৩৫৭।

২। **ক একটি কাজ ৯ দিনে এবং খ ১৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে যায়। বাকি কাজটুকু খ ৬ দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?**

সমাধান :

ক ৯ দিনে করে কাজটি

∴ ক ১ " " কাজটির $\frac{১}{৯}$ অংশ

খ ১৮ দিনে করে কাজটি

∴ খ ১ " " কাজটির $\frac{১}{১৮}$ অংশ

∴ খ ৬ " " " $= \frac{১ \times ৬}{১৮} = \frac{১}{৩}$ অংশ

অবশিষ্ট কাজ হল = $(১ - \frac{১}{৩})$ অংশ $= (\frac{৩ - ১}{৩})$ অংশ $= \frac{২}{৩}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অবশিষ্ট $\frac{২}{৩}$ অংশ কাজ ক ও খ একত্রে সম্পন্ন করে।

ক ও খ ১ দিনে করে কাজটির $\left(\frac{১}{৯}+\frac{১}{১৮}\right)$ অংশ $=\left(\frac{২+১}{১৮}\right)$ অংশ $=\frac{১}{৬}$ অংশ

(ক + খ) $\frac{১}{৬}$ অংশ কাজ করে = ১ দিনে

$\therefore$ ১ " " " $=\frac{১\times৬}{১}$ "

$\therefore \frac{২}{৩}$ " " " $=\frac{১\times৬\times২}{৩}$ দিনে = ৪ দিনে

অতএব, কাজটি শেষ হয় = (৪ + ৬) দিনে বা ১০ দিনে।

উত্তর : ১০ দিনে।

৩। **ক ও খ যথাক্রমে ৪,০০০ টাকা ও ৬,০০০ টাকা দিয়ে একত্রে কারবার শুরু করল। ৪ মাস পরে ক তার মূলধনের $\frac{১}{৪}$ অংশ উঠিয়ে নিয়ে গেল এবং খ আরও ৫০০ টাকা বিনিয়োগ করল। এর ২ মাস পরে গ ঐ কারবারে ১০,০০০ টাকা দিয়ে অংশীদার হল। এর ৬ মাস পরে দেখা গেল তাদের কারবারে লাভ হয়েছে ২২০০০ টাকা। লাভের অংশ কে কত পাবে?**

সমাধান :

১ম ৪ মাস ক এর ৪০০০ টাকা খাটে অর্থাৎ ১৬০০০ টাকা ১ মাসে খাটে

১ম ৪ " খ " ৬০০০ " " " ২৪০০০ " ১ " "

৪ মাস পর ক এর মূলধন = ৪০০০ − ৪০০০ এর $\frac{১}{৪}$ = ৩০০০ টাকা

৪ " " খ " " = ৬০০০ + ৫০০ = ৬৫০০ টাকা

এবার ক এর ৩০০০ টাকা (১২ − ৪) বা ৮ মাস খাটে অর্থাৎ ২৪,০০০ টাকা ১ মাস খাটে

$\therefore$ খ অর্থাৎ ৬৫০০ টাকা (১২ − ৪) বা ৮ মাস খাটে অর্থাৎ ৫২,০০০ টাকা ১ মাস খাটে।

ক এর মোট মূলধন = ১৬০০০ + ২৪০০০ = ৪০,০০০ টাকা

খ " " " = ২৪০০০ + ৫২০০ = ৭৬০০০ টাকা

গ এর ১০০০০ টাকা (১২ − ৬) বা ৬ মাস খাটে = ৬০০০০ টাকা ১ মাস খাটে

$\therefore$ ক ঃ খ ঃ গ = ৪০০০০ ঃ ৭৬০০০ ঃ ৬০০০০

= ৪০ঃ ৭৬ ঃ ৬০

= ১০ ঃ ১৯ ঃ ১৫

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = ১০ + ১৯ + ১৫ = ৪৪

ক এর লভ্যাংশ = ২২০০০ এর $\frac{১০}{৪৪}$ = ৫০০০ টাকা

খ " " = ২২০০০ এর $\frac{১৯}{৪৪}$ = ৯৫০০ টাকা

গ " " = ২২০০০ এর $\frac{১৫}{৪৪}$ = ৭৫০০ টাকা

উত্তর : ক পায় ৫০০০ টাকা, খ পায় ৯৫০০ টাকা, গ পায় ৭৫০০ টাকা

৪। **কোন ক্লাসে ৭০% শিক্ষার্থী ইংরেজিতে এবং ৮০% শিক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে। কিন্তু ১০% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩৬০ জন শিক্ষার্থী পাশ করে থাকে, তবে ঐ ক্লাসে কতজন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে?**

সমাধান :

ইংরেজীতে ফেল করে = ১০০% − ৭০% = ৩০%

বাংলায় ফেল করে = ১০০% − ৮০% = ২০%

ইংরেজীতে যে ৩০% ফেল করে তার মধ্যে উভয় বিষয়ে ১০% রয়েছে এবং বাংলা বিষয়ে যে ২০% ফেল করে এর মধ্যে উভয় বিষয়ের ১০% আছে।

শুধু ইংরেজীতে ফেল করে = ৩০% − ১০% = ২০%

" বাংলায় " " = ২০% − ১০% = ১০%

প্রতি এক বিষয়ে এবং উভয় বিষয়ে ফেল করে = ২০% + ১০% + ১০% = ৪০%

উভয় বিষয়ে পাশ করে = ১০০% − ৪০% = ৬০%

উভয় বিষয়ে ৬০ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী ১০০ জন

" " ১ " " " " " $=\frac{১০০}{৬০}$ "

" " ৩৬০ " " " " " $=\frac{১০০\times৩৬০}{৬০}$ = ৬০০ জন

অতএব, নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা ৬০০ জন।

উত্তর : ৬০০ জন।

৫। **করিম যে সময়ে ৭ বার পদক্ষেপ দেয়, রহিম ততক্ষণে ৮ বার পদক্ষেপ দেয়। কিন্তু রহিম ৫ পদক্ষেপে যতদূর যায়; করিম ৪ পদক্ষেপে ততদূর যায়। করিম ও রহিমের গতিবেগের অনুপাত নির্ণয় করুন।**

সমাধান :

রহিমের ৫ পদক্ষেপের দূরত্ব = করিমের ৪ পদক্ষেপের দূরত্ব

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ " ১ " " $\frac{৪}{৫}$

∴ "৮ " " $\frac{৪ \times ৮}{৫} = \frac{৩২}{৫}$ "

∴ করিমের বেগ ঃ রহিমের বেগ = ৭ ঃ $\frac{৩২}{৫}$ = ৩৫ ঃ ৩২

উত্তর : ৩৫ ঃ ৩২

৬। **বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল ১ হেক্টর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল কত?**

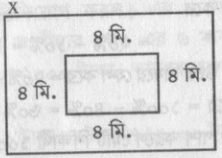
সমাধান : মনে করি, বর্গাকার মাঠের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য = x মি.

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মি.

মাঠের ভিতরে ৪মি. চওড়া একটি রাস্তা আছে।

∴ রাস্তাবাদে প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য = (x − ৮) মি.

∴ রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = $(x - ৮)^২$ বর্গ মিটার



রাস্তার ক্ষেত্রফল = ১ হেক্টর = ১০,০০০ বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে, $x^2 - ১০,০০০ = (x - ৮)২$

বা, $x^2 - ১০,০০০ = x^2 - ১৬x + ৬৪$

বা, ১৬x = ১০,০০০ + ৬৪

বা, $x = \frac{১০,০৬৪}{১৬}$

∴ x = ৬২৯ মিটার

রাস্তাবাদে প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য = (৬২৯ − ৮) মিটার = ৬২১ মিটার

রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = $(৬২১)^২$

= ৩৮৫৬৪১ বর্গ মিটার

উত্তর : ৩৮৫৬৪১ বর্গ মিটার

৭। **সরল করুন :**

$a-\{a^{-1}+(b^{-1}-a)^{-1}\}^{-1}$ যেখানে $ab \neq 0$ এবং $ab \neq 1$

সমাধান :

$a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}$

$= a - \left\{\frac{1}{a} + \left(\frac{1}{b} - a\right)^{-1}\right\}^{-1}$ $\left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}\right]$

$= a - \left\{\frac{1}{a} + \left(\frac{1-ab}{b}\right)^{-1}\right\}^{-1}$

$= a - \left\{\frac{1}{a} + \frac{b}{1-ab}\right\}^{-1}$

$= a - \left\{\frac{1-ab+ab}{a(1-ab)}\right\}^{-1}$

$= a - \left\{\frac{1}{a(1-ab)}\right\}^{-1}$

$= a - a(1-ab)$

$= a - a + a^2b$

$= a^2b$

Ans. a^2b

৮। **যদি $x = (p+q)^{\frac{1}{3}} + (p-q)^{\frac{1}{3}}$ এবং $p^2 - q^2 = r^3$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $x^3 - 3rx - 2p = 0$**

সমাধান : $x = (p+q)^{\frac{1}{3}} + (p-q)^{\frac{1}{3}}$ [উভয় পক্ষকে ঘন করিয়া]

$x^3 = \left\{(p+q)^{\frac{1}{3}} + (p-q)^{\frac{1}{3}}\right\}^3$

$x^3 = \left\{(p+q)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + \left\{(p-q)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + 3(p+q)^{\frac{1}{3}}(p-q)^{\frac{1}{3}}\left\{(p+q)^{\frac{1}{3}} + (p-q)^{\frac{1}{3}}\right\}$

$x^3 = (p+q) + (p-q) + 3\{p^2-q^2\}^{\frac{1}{3}} \times x$

$x^3 = p + q + p - q + 3r^{3\times\frac{1}{3}} \times x$

$x^3 = 2p + 3xr$

$x^3 = 2p + 3rx$

∴ $x^3 - 3rx - 2p = 0$ **(প্রমাণিত)**

৯। **দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 5; সংখ্যাটির সাথে 9 যোগ করলে অঙ্ক দুটি স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি কত?**

সমাধান : মনেকরি, একক স্থানীয় অংকটি x এবং দশক স্থানীয় অংকটি y

∴ সংখ্যাটি 10y + x

প্রশ্নানুসারে, x + y = 5 ..... (i)

এবং 10y + x + 9 = 10x + y

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $9 = 10x + y - 10y - x$

বা, $9 = 9x - 9y$

বা, $x - y = 1$ ..... (ii)

(i) + (ii) নং যোগ করে,

$x + y = 5$

$x - y = 1$

$2x = 6$

$\therefore x = 3$

x এর মান (ii) নং এ বসাইয়া $x - y = 1$

বা, $3 - y = 1$

বা, $y = 2$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 2 + 3 = 20 + 3 = 23$

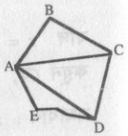
উত্তর : 23

১০। ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ; AC ও AD এর দুইটি কর্ণ। প্রমান করুন যে, AC = AD.

সমাধান : ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ

$\therefore AB = BC = CD = DE = AE$ ..... (i)

$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEA = \angle BAE$ ....



(ii) ΔABC এবং ΔAED এর মধ্যে

$AB = AE$ [সুষম বহুভুজের বাহু]

$BC = DE$ [একই কারণ]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AED$ [সুষম বহুভুজের কোণ]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta AED$

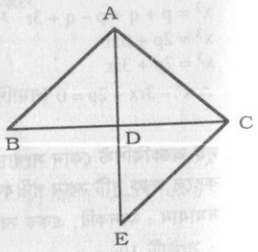
$\therefore AC = AD$ (প্রমাণিত)

১১। ΔABC এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ করুন যে, $AB + AC > 2AD$.

সমাধান :

দেয়া আছে, ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AD$.

অঙ্কন : A, D যোগ করে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন DE = AD হয়। E, C যোগ করি।



প্রমাণ : ΔABD ও ΔCDE এর মধ্যে

$BD = CD$ [$\because$ D, BC-এর মধ্যবিন্দু]

$AD = DE$ [অংকনানুসারে]

$\angle ADB = \angle CDE$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$.

$\therefore AB = CE$.

এখন ΔACE এ,

$AC + CE > AE$

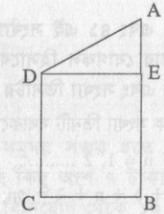
বা, $AC + AB > AD + DE$

বা, $AC + AB > AD + AD$

বা, $AB + AC > 2AD$. (প্রমাণিত)

১২। একজন লোক একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে 27 কি. মি. ঠিক দক্ষিণ দিকে যায় সেখান থেকে 24 কি.মি. ঠিক পশ্চিম দিকে যায় এবং সর্বশেষ 20 কি. মি. ঠিক উত্তর দিকে যায়। যাত্রা শেষে লোকটি যাত্রা স্থান থেকে কত দূরে থাকবে?

সমাধান : মনেকরি, A থেকে যাত্রা শুরু করে B বিন্দু পর্যন্ত গেল। AB = 27 কি.মি. এবং B থেকে দক্ষিণে C পর্যন্ত BC = 24 কি.মি. এবং C থেকে D পর্যন্ত 20 কি.মি. গেল। AD যাত্রাস্থান থেকে দূরত্ব। AB এর উপর DE লম্বটানি। ADE একটি সমকোণী ত্রিভুজ। AE = AB – CD = 27 – 20 = 7 কি.মি.



সমকোণী ত্রিভুজ ADE এর ভূমি AE = 7 কি.মি. লম্ব DE = 24 কি. মি. এবং অতিভুজ AD = ?

$AD^2 = DE^2 + AE^2$

$= (24)^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$

$AD = 25$

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব 25 কি.মি.

উত্তর : 25 কি.মি.

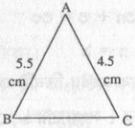
১৩। 3 সে. মি. 4.5 সে. মি. 5.5 সে মি. বাহু বিশিষ্ট কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : ধরি, BC = a = 3 সে.মি.

AC = b = 4.5 ”

AB = c = 5.5 ”

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$



শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখানে অর্ধপরিসীমা $S = \frac{a+b+c}{2}$

$= \frac{3+4.5+5.5}{2}$

$= \frac{13}{2} = 6.5$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{6.5(6.5-3)(6.5-4.5)(6.5-5.5)}$

$= \sqrt{6.5 \times 3.5 \times 2 \times 1}$

$= 6.745$

$= 6.75$

■ ১৮তম বিসিএস ■

১। **১৩, ১৭, ২৩, ২৫, ৩০ এবং ৪১ এই সংখ্যাগুলোর মধ্যে কোন্ সংখ্যাটিকে তিনটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার যোগফল হিসাবে প্রকাশ করা যায়? ঐ তিনটি ক্রমিক সংখ্যাগুলো কি কি এবং সংখ্যা তিনটির মধ্যে কোন্‌টি মৌলিক সংখ্যা?**

সমাধান : মনেকরি, ক্রমিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে,

$n, n+১, n+২$ যেখানে $n = 1, 2$ .....

$\therefore$ এদের সমষ্টি $= n + n + ১ + n + ২ = ৩n + ৩$

নির্ণেয় সংখ্যাটি হতে ৩ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

১৩ − ৩ = ১০	যা	৩	দ্বারা	বিভাজ্য নয়
১৭ − ৩ = ১৪	”	৩	”	” ”
২৩ − ৩ = ২০	”	৩	”	” ”
২৫ − ৩ = ২২	”	৩	”	” ”
৩০ − ৩ = ২৭	”	৩	”	বিভাজ্য
৪১ − ৩ = ৩৮	”	৩	”	” ”

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি = ৩০

$\therefore ৩n + ৩ = ৩০$

বা, $n = ৯$

ক্রমিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে ৯, ১০ ও ১১। মৌলিক সংখ্যাটি ১১

উত্তর : সংখ্যাত্রয় ৯, ১০ ও ১১। মৌলিক সংখ্যাটি ১১

২। **কিছু টাকা ক, খ এবং গ-এর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হল যেন ক, খ -এর চাইতে ৩.৫ গুণ পায়; খ, গ- এর চাইতে ৪ গুণ পায় এবং খ, ক অপেক্ষা ৫০৩ টাকা কম পায়। মোট কত টাকা ভাগ করে দেওয়া হয়েছিল?**

সমাধান :

মনেকরি

গ পায় x টাকা

$\therefore$ খ ” ৪x টাকা

$\because$ ক পায় $= ৪x \times ৩.৫ = ১৪x$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $১৪x - ৪x = ৫০৩$

বা, $১০x = ৫০৩$

$\therefore x = ৫০.৩$

মোট টাকা $= x + ৪x + ১৪x$

$= ১৯x$

$= ১৯ \times ৫০.৩$

$= ৯৫৫.৭০$ টাকা

উত্তর : ৯৫৫.৭০ টাকা

৩। **এক ভদ্রমহিলা তাঁর সমুদয় সঞ্চয় হতে ১,৬০,০০০ টাকার কিছু অংশ শতকরা ৬ টাকা এবং কিছু অংশ ৭ টাকা হারে বিনিয়োগ করলেন। বছর শেষে তিনি তাঁর এই বিনিয়োগ থেকে ১২,০০০ টাকা আয় করলেন। তিনি শতকরা ৭ টাকায় কত বিনিয়োগ করেছিলেন? [প্রদত্ত প্রশ্নে মোট আয় ১২০০০ টাকা আছে। কিন্তু সমুদয় সঞ্চয় ৭% হারে বিনিয়োগ করলেও ১২০০০ টাকা আয় হয় না। মোট আয় ১১ হাজার টাকা ধরলে প্রশ্ন যৌক্তিক হয়]**

৪। **একজন মিষ্টি প্রস্তুতকারক y টাকা কিলোগ্রাম দরের x কিলোগ্রাম ছানার সাথে z টাকা কিলোগ্রাম দরের w কিলোগ্রাম চিনি মিশ্রিত করলেন। এবার কত টাকা মূল্যে প্রতি কিলোগ্রাম ছানা বিক্রি করলে প্রতি ২০০ (দুইশত) গ্রামে ২ টাকা ৫০ পয়সা করে লাভ করতে পারবেন?**

সমাধান :

y টাকা কেজি ছানার দরে x কেজির মূল্য xy টাকা

এবং z টাকা কেজি চিনির দরে w কেজির মূল্য wz টাকা।

মোট $(x + w)$ কেজি চিনি মিশ্রিত ছানার মোট মূল্য $(xy + wz)$ টাকা

$\therefore ১$ ” ” ” ” ” ” $\frac{xy+wz}{x+w}$ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রতি ২০০ গ্রাম ছানায় লাভ হবে ২ টাকা ৫০ পয়সা

অথবা, প্রতি কেজিতে লাভ হবে = $\frac{২.৫০ \times ১০০০ \text{ gm}}{২০০ \text{ gm}} = ১২.৫০$ টাকা

$\therefore$ প্রতি কেজি ছানা বিক্রি করতে হবে = $\left(\frac{xy + wz}{x + w} + ১২.৫০\right)$

$$= \frac{xy + wz}{x + w} + \frac{১২৫০}{১০০}$$

$$= \frac{xy + wz}{x + w} + \frac{২৫}{২}$$

$$= \frac{২(xy + wz) + ২৫(x + w)}{২(x + w)}$$

উত্তর : $\frac{২(xy + wz) + ২৫(x + w)}{২(x + w)}$

৫। **৩৭৫০ কিউবিক ফিট ধারণক্ষমতাসম্পন্ন একটি পানির চৌবাচ্চা সম্পূর্ণভাবে পূর্ণ হতে কত মিনিট সময় লাগবে, যদি প্রতি মিনিটে ৮০০ কিউবিট ফিট হারে চৌবাচ্চাটিতে পানি প্রবেশ করতে থাকে এবং চৌবাচ্চা থেকে প্রতি মিনিটে ৩০০ কিউবিক ফিট পানি নির্গত হতে থাকে?**

সমাধান :

চৌবাচ্চাটিতে প্রতি মিনিটে পানি ভর্তি হতে থাকে (৮০০ - ৩০০)

= ৫০০ কিউবিক ফুট।

৫০০ কিউবিক ফুট পানি ভর্তি হয় = ১ মিনিটে

$\therefore$ ১ " " " " " = $\frac{১}{৫০০}$

$\therefore$ ৩৭৫০ " " " " " = $\frac{১ \times ৩৭৫০}{৫০০} = \frac{১৫}{২}$

$= ৭\frac{১}{২}$ মিনিট

উত্তর : $৭\frac{১}{২}$ মিনিট

৬। **সরল করুন :** $p— [p^{-1} + (t^{-1} — p)^{-1}]^{-1}$ যদি $pt \neq 1$

সমাধান : $P - [P^{-1} + (t^{-1} - P)^{-1}]^{-1}$

$$= P - \left[\frac{1}{P} + \left(\frac{1}{t} - P\right)^{-1}\right]^{-1}$$

$$= P - \left[\frac{1}{P} + \left(\frac{1 - Pt}{t}\right)^{-1}\right]^{-1}$$

$$= P - \left[\frac{1}{P} + \frac{t}{1 - Pt}\right]^{-1}$$

$$= P - \left[\frac{1 - Pt + Pt}{P(1 - Pt)}\right]^{-1}$$

$$= P - \left[\frac{1}{P(1 - Pt)}\right]^{-1}$$

$$= P - \frac{P(1 - Pt)}{1}$$

$$= P - P + P^2t = P^2t$$

Ans. : P^2t

৭। $\left\{\frac{x^{(a-b)^2}}{x^{-3ab}}\right\}^{(a-b)} \left\{\frac{x^{(b-c)^2}}{x^{-3bc}}\right\}^{(b-c)} \left\{\frac{x^{(c-a)^2}}{x^{-3ca}}\right\}^{(c-a)}$ = কত?

সমাধান : $\left\{\frac{x^{(a-b)^2}}{x^{-3ab}}\right\}^{(a-b)} \left\{\frac{x^{(b-c)^2}}{x^{-3bc}}\right\}^{(b-c)} \left\{\frac{x^{(c-a)^2}}{x^{-3ca}}\right\}^{(c-a)}$

$= \left(x^{a^2-2ab+b^2+3ab}\right)^{(a-b)} \left(x^{b^2-2bc+c^2+3bc}\right)^{(b-c)} \left(x^{c^2-2ca+a^2+3ca}\right)^{(c-a)}$

$= \left(x^{a^2+ab+b^2}\right)^{(a-b)} \left(x^{b^2+bc+c^2}\right)^{(b-c)} \left(x^{c^2+ca+a^2}\right)^{(c-a)}$

$= x^{a^3-b^3} \cdot x^{b^3-c^3} \cdot x^{c^3-a^3}$

$= x^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3}$

$= x^0 = 1$ **(Ans.)**

৮। $\frac{3x + 1}{x - 1}$ **এর দ্বিগুণানুপাত 25 : 1 হলে, x এর মান কত?**

সমাধান : শর্তমতে, $\left(\frac{3x + 1}{x - 1}\right)^2 = \frac{25}{1}$

$\Rightarrow \frac{9x^2 + 6x + 1}{x^2 - 2x + 1} = 25$

$\Rightarrow 25x^2 - 50x + 25 = 9x^2 + 6x + 1$

$\Rightarrow 16x^2 - 56x + 24 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 6x - x + 3 = 0$

$\Rightarrow 2x(x - 3) - 1(x - 3) = 0$

$\Rightarrow (x - 3)(2x - 1) = 0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$x - 3 = 0$ অথবা $2x - 1 = 0$

$\Rightarrow x = 3$ অথবা $x = \frac{1}{2}$

$\therefore x$ এর মান 3 বা $\frac{1}{2}$

উত্তর : 3 বা $\frac{1}{2}$

৯। **একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর ও লবের অন্তর 4, হর ও লব উভয় হতে 7 বিয়োগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার সাথে $\frac{1}{4}$ যোগ করলে যোগফল দাঁড়ায় 0.45। ভগ্নাংশটি কত?**

সমাধান : ধরি, ভগ্নাংশটির লব $= x$

$\therefore$ হর $= x + 4$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{x}{x+4}$

শর্তমতে, $\frac{x-7}{x+4-7} + \frac{1}{4} = 0.45$

বা, $\frac{x-7}{x-3} + \frac{1}{4} = 0.45$

বা, $\frac{4x - 28 + x - 3}{4(x-3)} = \frac{45}{100}$

বা, $\frac{5x - 31}{4x - 12} = \frac{9}{20}$

বা, $100x - 620 = 36x - 108$

বা, $100x - 36x = 620 - 108$

বা, $64x = 512$

বা, $x = 8$

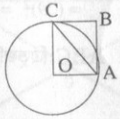
$\therefore$ ভগ্নাংশটি $\frac{x}{x+4} = \frac{8}{8+4}$

$= \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

Ans. : $\frac{2}{3}$

১০। **OABC একটি বর্গক্ষেত্র যার শীর্ষ বিন্দু একটি বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু O তে অবস্থিত। যদি চাপ AC, 4 একক লম্বা হয় তাহলে বর্গক্ষেত্র OABC–এর পরিসীমা নির্ণয় করুন।**

সমাধান : চাপ AC = OABC বর্গক্ষেত্রের কর্ণ



$\therefore \Delta OAC$ এর $\angle O$ = সমকোণ

$\therefore OA^2 + OC^2 = AC^2$

$\Rightarrow OA^2 + OA^2 = 4^2$ [OA = OC]

$\Rightarrow 2OA^2 = 16$

$\Rightarrow OA^2 = 8$

$\Rightarrow OA = 2\sqrt{2}$

$\therefore OA = AB = BC = OC = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ OABC বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 4 \times OA = 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ একক

উত্তর : $8\sqrt{2}$ একক

১১। **ত্রিভুজ ABC এর ভূমি BDC যেখানে BD = 4 সে মি. DC = 25 সে. মি.। AD রেখাটি BC এর উপর লম্ব এবং AD = 10 সে. মি. হলে ABC কি ধরনের ত্রিভুজ তা নির্ণয় করুন।**

সমাধান : ABC ত্রিভুজে AD, ভূমি BC এর উপর লম্ব।

AD = 10 cm. BD = 4 cm. DC = 25 cm.

$\therefore$ BC = BD + DC = (4 + 25) cm = 29 cm.

যেহেতু, ABD ত্রিভুজটি সমকোণী সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$= (10)^2 + (4)^2$

$= 100 + 16 = 116$

$= 4 \times 29$

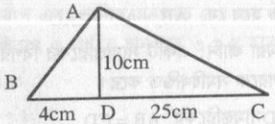
আবার, ত্রিভুজ ADC সমকোণী হওয়ায়–

$AC^2 = AD^2 + DC^2$

$= (10)^2 + (25)^2$

$= 100 + 625$

$= 725 = 25 \times 29$



এক্ষেত্রে, $AB^2 + AC^2 = 4 \times 29 + 25 \times 29$

$= 29 (4+25) = 29 \times 29$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

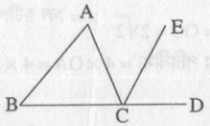
$= (29)^2 = BC^2$

$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$

এ থেকে প্রমাণিত হয় ত্রিভুজ ABC ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার $\angle A$ সমকোণ।

১২। **প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজে একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান।**

সমাধান : মনেকরি, ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো, ফলে বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ উৎপন্ন হলো।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

অংকন : BA ∥ CE অংকন করি।

প্রমাণ : যেহেতু BA ∥ CE এবং AC ছেদক।

সুতরাং $\angle BAC = \angle ACE$ একান্তর কোণ বলে।

আবার, BA ∥ CE এবং BCD ছেদক সুতরাং $\angle ABC = \angle ECD$ অনুরূপ কোণ বলে।

$\therefore \angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD$

বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$

$\therefore$ বহিঃস্থ $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ **(প্রমাণিত)**

১৩। **ABCD একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র যাহার কর্ণদ্বয় AC এবং BD, O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করুন যে, AB + AD > 2AO.**

সমাধান : ABCD সামন্তরিকের AC এর BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

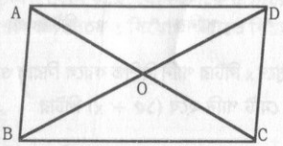
প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AD > 2AO

প্রমাণ : আমরা জানি, একটি সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

অর্থাৎ ABCD সামন্তরিকের AB = CD

AD = BC, AO = OC এবং BO = OD।

আবার, ত্রিভুজের দুটি বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বড়।



$\therefore$ ABC ত্রিভুজের AB + BC > AC

বা, AB + AD > AO + OC (যেহেতু BC = AD)

বা, AB + AD > AO + AO (যেহেতু AO = OC)

$\therefore$ AB + AD > 2AO **(প্রমাণিত)**

■ ১৭তম বিসিএস ■

১। **৬ মাইল দীর্ঘ একটি রাস্তা ৫ মাসে শেষ করে দেয়ার চুক্তিতে ৬০ জন লোক নিযুক্ত করা হয়। ১ মাস পর দেখা গেল মাত্র ১ মাইল কাজ শেষ হয়েছে। অতিরিক্ত কতজন লোক নিযুক্ত করলে নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি শেষ হবে?**

সমাধান :

১ মাস কাজ করার পর সময় বাকী থাকল (৫−১) মাস = ৪ মাস

কাজ বাকি থাকল (৬ − ১) = ৫ মাইল

সুতরাং বাকি ৪ মাস সময়ে ৫ মাইল রাস্তা তৈরির কাজ শেষ করতে হবে।

১ মাস ১ মাইল রাস্তা শেষ করতে পারে ৬০ জন লোকে

৪ " ৫ " " " " " $\frac{৬০ \times ৫}{৪} = ৭৫$ জন লোক

$\therefore$ অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করতে হবে = (৭৫ − ৬০) = ১৫ জন

উত্তর : ১৫ জন

২। **৪০ লিটার মিশ্রণে সিরাপ এবং পানির অনুপাত ৫ ঃ ৩। ঐ মিশ্রণে কি পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে সিরাপ ও পানির অনুপাত ৩ ঃ ৫ হবে?**

সমাধান : সিরাপ ঃ পানি = ৫ ঃ ৩

অনুপাতদ্বয়ের যোগফল = ৮

৪০ লিটার মিশ্রণে সিরাপের পারিমাণ ৪০ লিটার এর $\frac{৫}{৮} = ২৫$ লিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

৪০ " " পানির " ৪০ লিটার এর $\frac{৩}{৮}$ = ১৫ লিটার

ধরা যাক, ঐ মিশ্রণে x লিটার পানি মিশ্রিত করলে সিরাপ ও পানির অনুপাত ৩ : ৫ হবে।

তাহলে মোট পানি হবে (১৫ + x) লিটার

প্রশ্নমতে,

(১৫ + x) : ২৫ = ৫ : ৩

বা, $\frac{১৫ + x}{২৫} = \frac{৫}{৩}$

বা, ৪৫ + ৩x = ১২৫

বা, ৩x = ৮০

বা, $x = \frac{৮০}{৩}$ বা, $২৬\frac{২}{৩}$ লিটার

উত্তর : $২৬\frac{২}{৩}$ লিটার

৩। **কোন এক ফল ব্যবসায়ীর ৬% ফল পচে যায় এবং আরও ৪% ফল পরিবহনের সময় নষ্ট হয়। বাকি ফল শতকরা কত লাভে বিক্রয় করলে মোটের উপর তার ২০% লাভ হবে?**

সমাধান :

মোট ফল নষ্ট হয় = (৬ + ৪)% = ১০%

বাকী থাকে (১০০–১০)% = ৯০%

২০% লাভে বিক্রয় মূল্য (১০০ + ২০) টাকা= ১২০ টাকা।

শর্তমতে,

(১২০ – ৯০) = ৩০ টাকা

৯০ টাকায় লাভ করতে হবে = ৩০ টাকা

∴ ১ " " " " = $\frac{৩০}{৯০}$ "

∴ ১০০ " " " " = $\frac{৩০ \times ১০০}{৯০}$ " = $৩৩\frac{১}{৩}$ "

উত্তর : $৩৩\frac{১}{৩}\%$

৪। **কোন সংখ্যার সঙ্গে ৭ যোগ করে, যোগফলকে ৫ দিয়ে গুণ করে, গুণফলকে ৯ দিয়ে ভাগ করে, ভাগফল থেকে ৩ বিয়োগ করাতে বিয়োগফল ১২ হয়। সংখ্যাটি কত?**

সমাধান :

মনেকরি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $\frac{(x + ৭) \times ৫}{৯} - ৩ = ১২$

বা, $\frac{৫x + ৩৫ - ২৭}{৯} = ১২$

বা, ৫x + ৮ = ৯ × ১২

বা, ৫x = ১০৮ – ৮

বা, ৫x = ১০০

∴ x = ২০

উত্তর : ২০

৫। **সরল করুন:**

$$\frac{৪\frac{১}{৪} - ৩\frac{১}{৩}}{৪\frac{১}{৪} \times ৩\frac{১}{৩}} + \frac{৫\frac{১}{৫} - ৪\frac{১}{৪}}{৫\frac{১}{৫} \times ৪\frac{১}{৪}} - \frac{৫\frac{১}{৫} - ৩\frac{১}{৩}}{৫\frac{১}{৫} \times ৩\frac{১}{৩}}$$

সমাধান :

$$\frac{৪\frac{১}{৪} - ৩\frac{১}{৩}}{৪\frac{১}{৪} \times ৩\frac{১}{৩}} + \frac{৫\frac{১}{৫} - ৪\frac{১}{৪}}{৫\frac{১}{৫} \times ৪\frac{১}{৪}} - \frac{৫\frac{১}{৫} - ৩\frac{১}{৩}}{৫\frac{১}{৫} \times ৩\frac{১}{৩}}$$

$$= \frac{\frac{১৭}{৪} - \frac{১০}{৩}}{\frac{১৭}{৪} \times \frac{১০}{৩}} + \frac{\frac{২৬}{৫} - \frac{১৭}{৪}}{\frac{২৬}{৫} \times \frac{১৭}{৪}} - \frac{\frac{২৬}{৫} - \frac{১০}{৩}}{\frac{২৬}{৫} \times \frac{১০}{৩}}$$

$$= \frac{\frac{৫১ - ৪০}{১২}}{\frac{৮৫}{৬}} + \frac{\frac{১০৪ - ৮৫}{২০}}{\frac{১৩ \times ১৭}{১০}} - \frac{\frac{৭৮ - ৫০}{১৫}}{\frac{৫২}{৩}}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{\frac{১১}{১২}}{\frac{৮৫}{৬}} + \frac{\frac{১৯}{২০}}{\frac{১৩ \times ১৭}{১০}} - \frac{\frac{২৮}{১৫}}{\frac{৫২}{৩}}$$

$$= \frac{১১}{১২} \times \frac{৬}{৮৫} + \frac{১৯}{২০} \times \frac{১০}{১৩ \times ১৭} - \frac{২৮}{১৫} \times \frac{৩}{৫২}$$

$$= \frac{১১}{১৭০} + \frac{১৯}{৪৪২} - \frac{৭}{৬৫}$$

$$= \frac{১৪৩ + ৯৫ - ২৩৮}{২২১০}$$

$$= \frac{২৩৮ - ২৩৮}{২২১০} = \frac{০}{২২১০} = ০$$

উত্তর : ০

৬। **উৎপাদক নির্ণয় করুন :**

(ক) $a^4b^4 + a^2b^2c^2 + c^4$

সমাধান :

$a^4b^4 + a^2b^2c^2 + c^4$
$= (a^2b^2)^2 + 2a^2b^2c^2 + (c^2)^2 - a^2b^2c^2$
$= (a^2b^2 + c^2)^2 - (abc)^2$
$= (a^2b^2 + c^2 + abc)(a^2b^2 + c^2 - abc)$
$= (a^2b^2 + abc + c^2)(a^2b^2 - abc + c^2)$

Ans. : $(a^2b^2 + abc + c^2)(a^2b^2 - abc + c^2)$

(খ) $9x^2 + 18x - 40$

সমাধান :

$9x^2 + 18x - 40$
$= (3x)^2 + 2.3x.3 + 3^2 - 40 - 9$
$= (3x + 3)^2 - 49$
$= (3x + 3)^2 - 7^2$
$= (3x + 3 + 7)(3x + 3 - 7)$
$= (3x + 10)(3x - 4)$

Ans. : $(3x + 10)(3x - 4)$

৭। **সমাধান করুন :**

$$\frac{x - a}{b + c} + \frac{x - b}{c + a} + \frac{x - c}{a + b} = 3$$

সমাধান : $\frac{x - a}{b + c} + \frac{x - b}{c + a} + \frac{x - c}{a + b} = 3$

$$\Rightarrow \left(\frac{x - a}{b + c} - 1\right) + \left(\frac{x - b}{c + a} - 1\right) + \left(\frac{x - c}{a + b} - 1\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x - a - b - c}{b + c} + \frac{x - b - c - a}{c + a} + \frac{x - c - a - b}{a + b} = 0$$

$$\Rightarrow (x - a - b - c)\left(\frac{1}{b + c} + \frac{1}{c + a} + \frac{1}{a + b}\right) = 0$$

$x - a - b - c = 0$ কিন্তু $\left(\frac{1}{b + c} + \frac{1}{c + a} + \frac{1}{a + b}\right) \neq 0$

$\therefore x = a + b + c$ (Solved)

৮। **$x - y = 7$ এবং $xy = 15$ হলে, $(x^2 + y^2)(x^3 - y^3)$ এর মান কত?**

সমাধান :

প্রথম রাশি $x^2 + y^2$ $= (x - y)^2 + 2xy$
$= 7^2 + 2.15$
$= 49 + 30$
$= 79$

দ্বিতীয় রাশি $x^3 - y^3$ $= (x - y)^3 + 3xy(x - y)$
$= (7)^3 + 3.15.7$
$= 343 + 315$
$= 658$

$\therefore (x^2+y^2)(x^3 - y^3)$ $= 79 \times 658$
$= 51982$

Ans. : 51982

৯। **একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২৪ মিটার এবং প্রস্থ ১০ মিটার। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ৬% করে বৃদ্ধি করলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বাড়বে?**

সমাধান :

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (২৪ × ১০) বর্গমিটার

৬% বৃদ্ধিতে,

বর্তমান দৈর্ঘ্য ১০০ মিটার হলে পরবর্তী দৈর্ঘ্য ১০৬ মিটার

$\therefore$ " " ১ " " " " $\frac{১০৬}{১০০}$ মিটার

$\therefore$ " " ২৪ " " " " $\frac{১০৬ \times ২৪}{১০০}$ মিটার $= \frac{৬৩৬}{২৫}$ মিটার

Scanned with CamScanner

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

আবার,

বর্তমান প্রস্থ ১০০ মিটার হলে পরবর্তী প্রস্থ ১০৬ মিটার

$\therefore$ " " ১ " " " " $\frac{১০৬}{১০০}$ মিটার

$\therefore$ " " ১০ " " " " $\frac{১০৬ \times ১০}{১০০}$ মিটার $= \frac{৫৩}{৫}$ মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{৬৩৬}{২৫} \times \frac{৫৩}{৫}\right)$ ব.মি. $= \frac{৩৩৭০৮}{১২৫}$ বর্গমিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি $= \left(\frac{৩৩৭০৮}{১২৫} - ২৪০\right)$ বর্গ মিটার

$= \frac{৩৩৭০৮ - ৩০০০০}{১২৫} = \frac{৩৭০৮}{১২৫}$ বর্গ মিটার

২৪০ বর্গমিটারে বৃদ্ধি পায় $= \frac{৩৭০৮}{১২৫}$ বর্গমিটার

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৩৭০৮}{১২৫ \times ২৪০}$ ব.মি.

$\therefore$ ১০০ " " " $= \frac{৩৭০৮ \times ১০০}{১২৫ \times ২৪০}$ ব.মি. $= \frac{৩০৯}{২৫}$ ব.মি. $= ১২\frac{৯}{২৫}$ ব.মি.

Ans. : $১২\frac{৯}{২৫}\%$

১০। এক মাঝি স্রোতের অনুকূলে ৬ মিনিটে $১\frac{১}{২}$ কি. মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে $১\frac{১}{৪}$ কি. মি. যায়। নৌকা ও স্রোতের বেগ নির্ণয় করুন।

সমাধান :

স্রোতের অনুকূলে ৬ মিনিটে যায় $১\frac{১}{২}$ কি.মি. বা, $\frac{৩}{২}$ কি.মি.

$\therefore$ " " ১ " " $\frac{৩}{২ \times ৬}$ কি.মি. $= \frac{১}{৪}$ কি.মি.

স্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে যায় $১\frac{১}{৪}$ কি.মি. বা $\frac{৫}{৪}$ কি.মি.

$\therefore$ " " ১ " " $\frac{৫}{৪ \times ১৫} = \frac{১}{১২}$ কি.মি.

মনেকরি, স্রোতের বেগ = v কি.মি./মি.

নৌকার বেগ = u কি.মি./ মি.

$\therefore u + v = \frac{১}{৪}$

$u - v = \frac{১}{১২}$

(যোগ করে), $২u = \frac{১}{৪} + \frac{১}{১২} = \frac{৩ + ১}{১২} = \frac{১}{৩}$

$\therefore u = \frac{১}{৬}$

(বিয়োগ করে), $২v = \frac{১}{৪} - \frac{১}{১২} = \frac{৩ - ১}{১২} = \frac{২}{১২} = \frac{১}{৬}$

$\therefore v = \frac{১}{১২}$

$\therefore$ নৌকার বেগ $= \frac{১}{৬}$ কি.মি./মি.

স্রোতের বেগ $= \frac{১}{১২}$ কি.মি./মি.

উত্তর : নৌকার বেগ $= \frac{১}{৬}$ কি.মি./মি. এবং স্রোতের বেগ $= \frac{১}{১২}$ কি.মি./মি.

১১। দেখান যে ,

$$\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p^2+pq+q^2}\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2}\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r^2+rp+p^2} = 1$$

সমাধান :

বামপক্ষ $= \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p^2+pq+q^2}\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2}\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r^2+rp+p^2}$

$= \left(x^{p-q}\right)^{p^2+pq+q^2}\left(x^{q-r}\right)^{q^2+qr+r^2}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$\left(x^{r-p}\right)^{r^2+rp+p^2}$

$= x^{\frac{p^3-q^3}{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}} \cdot x^{\frac{q^3-r^3}{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}} \cdot x^{\frac{r^3-p^3}{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}}$

$= x^{\frac{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}}$

$= x^0 = 1$

বামপক্ষ =ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১২। **সরল করুন :**

$$\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$$

সমাধান : $\frac{3^{m+1}}{3^{m(m-1)}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

$= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{m^2-1}}$

$= 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1} = 3^{2m-m^2+1-(2m-m^2+3)}$

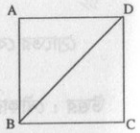
$= 3^{2m-m^2+1-2m+m^2-3}$

$= 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

Ans. $\frac{1}{9}$

১৩। **একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 5 ফুট হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল কত?**

সমাধান : মনেকরি, ABCD বর্গক্ষেত্রের BD একটি কর্ণ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ ফুট হলে এর কর্ণ BD এর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।



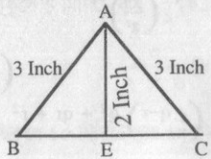
বর্গক্ষেত্রের কর্ণ $BD = \sqrt{৫^২ + ৫^২} = ৫\sqrt{২}$

কর্ণের উপর অংকিত বর্গের ক্ষেত্রফল = $৫\sqrt{২} \times ৫\sqrt{২} = ৫০$ বর্গফুট

উত্তর : ৫০ বর্গফুট।

১৪। **ABC ত্রিভুজের AB = AC = 3 ইঞ্চি। যদি ∠A এর সমদ্বিখন্ডক কে E বিন্দুতে ছেদ করে এবং AE = 2 ইঞ্চি হয় তবে BC = ?**

সমাধান:



দেওয়া আছে,

ΔABC-এর AB = AC = 3 ইঞ্চি, ∠A-এর সমদ্বিখন্ডক AE = 2 ইঞ্চি। ∴ AE, BC-এর উপর লম্ব।

$\therefore BC = 2\,BE$

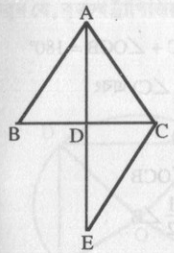
$= 2\sqrt{AB^2 - AE^2}$

$= 2\sqrt{3^2 - 2^2}$

$= 2\sqrt{5}$ ইঞ্চি (Ans)

১৫। **যদি ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হয় প্রমাণ করুন যে, AB + AC > 2AD।**

সমাধান:



বি.নি.: দেয়া আছে, ΔABC-এর BC বাহুর মধ্যমা AD;

প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AD

অংকন: AD-কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, AD = DE হয়; C, E যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABD ও CED এর মধ্যে,

BD = CD (AD, BC এর মধ্যমা)

AD = DE (অঙ্কনানুসারে)

∠ADB = ∠CDE (অন্তর্ভুক্ত কোণ যা বিপ্রতীপ কোণও)

$\therefore \Delta ABD \equiv \Delta CED$

$\therefore AB = CE$

এখন, ΔAEC হতে–

AC + CE > AE

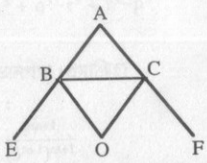
$\Rightarrow$ AC + AB > AD + DE

$\therefore$ AB + AC > 2AD (AD = DE) (প্রমাণিত)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১০৩

১৬। ABC ত্রিভুজের ∠B এবং ∠C এর বহির্দ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে মিলিত হয়ে ∠BOC = কত?

সমাধান:



ΔABC-এর AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে E ও F বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। B ও C বিন্দুতে উৎপন্ন ∠CBE ও ∠BCF বহিঃকোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। ∠BOC = কত?

ΔABC-এর $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

আবার, ΔBOC-এর $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$

কিন্তু $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle EBC = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)$ এবং

$\angle OCB = \frac{1}{2}\angle BCF = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$.

সুতরাং $\angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB$

$= 180^\circ - \frac{1}{2}\angle A - \frac{1}{2}\angle C - \frac{1}{2}\angle A - \frac{1}{2}\angle B$

$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C) - \frac{1}{2}A$

$= 180^\circ - \frac{1}{2} \times 180^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ (Ans)

১৭। ৩ সে. মি., ৪ সে. মি. ও ৬. সে. মি. বাহুবিশিষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে?

সমাধান:

ত্রিভুজটির–

অর্ধপরিসীমা, $S = \left(\frac{৩ + ৪ + ৬}{২}\right)$ সে. মি.

$= \frac{১৩}{২}$ সে. মি.

∴ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$= \sqrt{\frac{১৩}{২}\left(\frac{১৩}{২} - ৩\right)\left(\frac{১৩}{২} - ৪\right)\left(\frac{১৩}{২} - ৬\right)}$

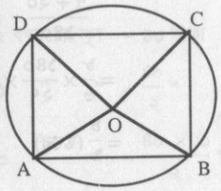
$= \sqrt{\frac{১৩}{২} \times \frac{৭}{২} \times \frac{৫}{২} \times \frac{১}{২}}$

$= \frac{\sqrt{৪৫৫}}{৪}$ বর্গ সে.মি. = ৫.৩৩ বর্গ সে. মি.

উত্তর: ৫.৩৩ বর্গ সে.মি.।

১৮। প্রমাণ করুন যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তীর্যক বাহুদ্বয় কেন্দ্রে সমান কোন উৎপন্ন করে।

সমাধান:



বি. নি.: মনে করি, ABCD ১টি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম। যার তীর্যক বাহুদ্বয় AD ও BC।

বৃত্তের কেন্দ্র 'O'। O, A, O, B, O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, ∠AOD = ∠BOC।

প্রমাণ: ΔAOD এবং ΔBOC এর মধ্যে

OA = OB = OC = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

AD = BC [∴ বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তীর্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

∴ ΔAOD ≡ ΔBOC

∴ ∠AOD = ∠BOC (Proved).

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

■ ১৫তম বিসিএস ■

১। **সরল করুন :** $\dfrac{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{6}}{\frac{1}{4} \text{ এর } \frac{1}{5} + \frac{1}{7}} \div 15\frac{5}{9}$

সমাধান :

$$\frac{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{6}}{\frac{1}{4} \text{ এর } \frac{1}{5} + \frac{1}{7}} \div 15\frac{5}{9} = \frac{\frac{7}{2} - \frac{13}{6}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{7}} \div \frac{140}{9}$$

$$= \frac{\frac{21 - 13}{6}}{\frac{7 + 20}{140}} \div \frac{140}{9}$$

$$= \frac{8}{6} \times \frac{140}{27} \times \frac{9}{140}$$

$$= \frac{4}{9} \text{ (উত্তর)}$$

২। **কোন স্কুলের পরীক্ষায় ৭০% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে এবং ৮০% পরীক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে এবং ১০% উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩৬০ জন পাশ করে থাকে, তবে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত ছিল?**

সমাধান :

ইংরেজীতে ফেল করে = ১০০% − ৭০% = ৩০%

বাংলায় ফেল করে = ১০০% − ৮০% = ২০%

ইংরেজীতে যে ৩০% ফেল করে তার মধ্যে উভয় বিষয়ে ১০% রয়েছে এবং বাংলা বিষয়ে যে ২০% ফেল করে এর মধ্যে উভয় বিষয়ের ১০% আছে।

শুধু ইংরেজীতে ফেল করে = ৩০% − ১০% = ২০%

" বাংলায় " " = ২০% − ১০% = ১০%

প্রতি এক বিষয়ে এবং উভয় বিষয়ে ফেল করে = ২০% + ১০% + ১০% = ৪০%

উভয় বিষয়ে পাশ করে = ১০০% − ৪০% = ৬০%

উভয় বিষয়ে ৬০ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী ১০০ জন

" " ১ " " " " " $= \frac{100}{60}$ "

" " ৩৬০ " " " " " $= \frac{100 \times 360}{60} = 600$ জন

অতএব, নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা ৬০০ জন।

উত্তর : ৬০০ জন।

৩। **শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা ৩ বছরে ৫৬০ টাকা এবং ৫ বছরে ৬০০ টাকায় পরিণত হবে?**

সমাধান :

আসল + ৫ বৎসরের সুদ = ৬০০ টাকা

আসল + ৩ বৎসরের সুদ = ৫৬০ টাকা

(বিয়োগ) ২ বৎসরের সুদ = ৪০ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{40}{2}$ "

∴ ৩ " " $= \frac{40 \times 3}{2}$ " = ৬০ টাকা।

সুতরাং, আসল + ৩ বছরের সুদ = ৫৬০ টাকা

বা, আসল = (৫৬০ − ৬০) টাকা

∴ আসল = ৫০০ টাকা

আমরা পাই,

৫০০ টাকার ৩ বৎসরের সুদ ৬০ টাকা

∴ ১ " ১ " " $= \frac{60}{500 \times 3}$ "

∴ ১০০ " ১ " " $= \frac{60 \times 100}{500 \times 3}$ " = ৪ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৪%।

উত্তর : ৪%।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

৪। যৌথ কারবারে ক ও খ এর মূলধনের অনুপাত ৪ : ৫। ৩ মাস পরে ক ও খ যথাক্রমে তাদের মূলধনের $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{১}{৫}$ অংশ তুলে নিল। ১০ মাস পরে লাভের ৭৬০ টাকা ভাগ করে দিলে কে কত পাবে?

সমাধান : মনেকরি, প্রথম ৩ মাসে ৪ : ৫ অনুপাতে ক ও খ মোট x টাকা লাভ পায়। ৩ মাস পর ক ও খ তাহাদের মূলধন আংশিক তুলে নেয়ায় তাদের মূলধনের অনুপাত দাঁড়ায় যথাক্রমে–

$$\left(৪ - ৪ \text{ এর } \frac{১}{৪}\right) : \left(৫ - ৫ \text{ এর } \frac{১}{৫}\right)$$

$= (৪ - ১) : (৫ - ১)$

$= ৩ : ৪$

প্রথম অনুপাতের যোগফল = ৪ + ৫ = ৯

পরের অনুপাতের যোগফল = ৩ + ৪ = ৭

যদি প্রথম ৩ মাস মূলধন ৯y হয় পরের ৭ মাসে মূলধন ৭y হবে।

৯y এর ৩ মাসের লাভ x টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $\frac{x}{৯y \times ৩}$ "

$\therefore$ ৭y " ৭ " " $\frac{x \times ৭y \times ৭}{৯y \times ৩} = \frac{৪৯}{২৭}x$

শর্তানুসারে, $x + \frac{৪৯}{২৭}x = ৭৬০$ টাকা

বা, $৭৬x = ৭৬০ \times ২৭$ টাকা

বা, $x = \frac{৭৬০ \times ২৭}{৭৬} = ২৭০$ টাকা

$\therefore$ পরের ৭ মাসের লাভ = ৭৬০ − ২৭০ = ৪৯০ টাকা

$\therefore$ ক পাবে = ২৭০ এর $\frac{৪}{৯}$ + ৪৯০ এর $\frac{৩}{৭}$

= ১২০ + ২১০ = ৩৩০ টাকা

$\therefore$ খ পাবে = ২৭০ এর $\frac{৫}{৯}$ + ৪৯০ এর $\frac{৪}{৭}$

= ১৫০ + ২৮০ = ৪৩০ টাকা

উত্তর : ক = ৩৩০ টাকা এবং খ = ৪৩০ টাকা।

৫। ক ও খ একই মুহূর্তে ঢাকা ও বগুড়া হতে যাত্রা শুরু করে একে অপরের দিকে যথাক্রমে ২০ কি. মি. ও ৩০ কি . মি. বেগে অগ্রসর হয়। খ, ক অপেক্ষা ৩৬ কি. মি. বেশি অতিক্রম করার পর তারা মিলিত হলো। ঢাকা ও বগুড়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনেকরি, ক x কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করার পর খ এর সহিত মিলিত হল।

তা হলে খ (x + ৩৬) কি.মি. অতিক্রম করে।

এবং মোট দূরত্ব = x + x + ৩৬

ক ২০ কি.মি. বেগে x কি.মি. যায় $\frac{x}{২০}$ ঘন্টায়

খ ৩০ কি.মি. বেগে (x + ৩৬) কি.মি. যায় $\frac{x + ৩৬}{৩০}$ ঘন্টায়

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{২০} = \frac{x + ৩৬}{৩০}$

বা, $৩০x = ২০x + ৭২০$

বা, $১০x = ৭২০$

$\therefore x = ৭২$

মোট দূরত্ব = x + x + ৩৬

= ৭২ + ৭২ + ৩৬

= ১৮০ কি.মি.

উত্তর : ১৮০ কিলোমিটার।

৬। এক মিটার গভীর একটি বর্গাকার খোলা চৌবাচ্চায় ৪,০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির তলার দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : চৌবাচ্চার আয়তন =৪০০০×১০০০ঘ.সে.মি. [$\because$ ১০০০ ঘন সে.মি = ১ লিটার]

ধরি, চৌবাচ্চাটির তলার দৈর্ঘ্য = x সে.মি. [$\because$ আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা]

$\therefore ১০০ \times x \times x = ৪০০০ \times ১০০০$

বা, $১০০x^2 = ৪০০০ \times ১০০০$

$\therefore x^2 = ৪০০০০$

$\therefore x = ২০০$

সুতরাং, তলার দৈর্ঘ্য = ২০০ সে. মিটার = ২ মিটার

Ans. : ২ মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

৭। কোন সৈন্য দলের সৈন্যকে ৮, ১০ বা ১২ সারিতে এবং বর্গাকারেও সাজানো যায়। সেই সৈন্যদলের ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যা চার অঙ্কবিশিষ্ট।

সমাধান : ৮, ১০, ১২ এর ল.সা.গু

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8, 10, 12 \\ \hline 2 & 4, 5, 6 \\ \hline & 2, 5, 3 \end{array}$$

$\therefore$ ল.সা.গু = $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 120$

সৈন্যদেরকে বর্গাকারে সাজাতে হলে তাদের মোট সংখ্যা অবশ্যই পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে। কিন্তু ১২০ পূর্ণ বর্গ নয় এমনকি চার অংক বিশিষ্টও নয়। কিন্তু ১২০ কে ২, ৫ ও ৩ এর গুণফল দিয়ে গুণ করলে এটা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে যা চার অংক বিশিষ্ট।

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি = $120 \times 2 \times 5 \times 3 = 3600$

উত্তর : ৩৬০০।

৮। প্রতি ডজন কলা ২৪ টাকায় ক্রয় করে প্রতি কুড়ি কি দরে বিক্রয় করলে ২৫% লাভ হবে?

সমাধান : আমরা জানি, ১ ডজন = ১২টি এবং ১ কুড়ি = ২০টি

১২টি কলার ক্রয় মূল্য = ২৪ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{24}{12}$

$\therefore$ ২০ " " " $= \frac{24 \times 20}{12} = 40$ টাকা

২৫% লাভে বিক্রয় মূল্য (১০০ + ২৫) = ১২৫

ক্রয়মূল্য,

১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = ১২৫ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{125}{100}$

$\therefore$ ৪০ " " " $= \frac{125 \times 40}{100} = 50$ টাকা

উত্তর : ৫০ টাকা।

৯। একটি কাজ ক ২০ দিনে, খ ৩০ দিনে এবং গ ৬০ দিনে করতে পারে। প্রথম দিন হতে প্রতি তৃতীয় দিনে খ এবং প্রতি চতুর্থ দিনে গ ক– কে সাহায্য করলে ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হবে?

সমাধান : ৩, ৪ এর ল.সা.গু = ১২

$\therefore$ প্রতি ১২ দিনে খ কাজ করে (১২ ÷ ৩) = ৪ দিন

এবং "১২ " গ " " (১২ ÷ ৪) = ৩ "

ক ২০ দিনে করে কাজের ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

$\therefore$ " ১ " " " $\frac{1}{20}$ "

$\therefore$ " ১২ " " " $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ "

আবার,

খ ১ দিনে করে কাজের $\frac{1}{30}$ অংশ

$\therefore$ " ৪ " " " $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$ অংশ

গ ১ দিনে করে কাজের $\frac{1}{60}$ অংশ

$\therefore$ "৩ " " " $\frac{3}{60} = \frac{1}{20}$ অংশ

প্রথম ১২ দিনে মোট কাজ হয় $\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{15} + \frac{1}{20}\right)$

$= \frac{36 + 8 + 3}{60} = \frac{47}{60}$ অংশ

কাজ বাকী থাকে $1 - \frac{47}{60} = \frac{60 - 47}{60} = \frac{13}{60}$ অংশ

পরবর্তী তৃতীয় দিনে ক, খ এর সাহায্য নিলে ৩ দিনে মোট কাজ হয়

$$\left(\frac{1}{20} \times 3 + \frac{1}{30}\right) = \frac{9 + 2}{60} = \frac{11}{60} \text{ অংশ}$$

বাকী কাজ থাকে $\left(\frac{13}{60} - \frac{11}{60}\right) = \frac{13 - 11}{60} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

মোট কাজ হয়েছে = ১২ + ৩ = ১৫ দিন

১৬তম দিনে ক, গ কে সাথে নিলে মোট কাজ হয় $\frac{১}{২০} + \frac{১}{৬০}$ অংশ

$= \frac{৩ + ১}{৬০} = \frac{৪}{৬০} = \frac{১}{১৫}$ অংশ

$\therefore \frac{১}{১৫}$ অংশ কাজ হয় ১ দিনে

$\therefore ১$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{১}$ "

$\therefore \frac{১}{৩০}$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{৩০} = \frac{১}{২}$ দিনে

$\therefore$ কাজটি শেষ হতে মোট সময় লেগেছিল $\left(১৫ + \frac{১}{২}\right)$ দিনে

$= \frac{৩০ + ১}{২}$ দিনে

$= \frac{৩১}{২}$ দিনে

$= ১৫\frac{১}{২}$ দিনে

উত্তর : $১৫\frac{১}{২}$ দিনে

১০। উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :

(ক) $4a^4 - 4a^2 + 9$

সমাধান : $4a^4 - 4a^2 + 9$

$= (2a^2)^2 + 2.2a^2.3 + 3^2 - 16a^2$

$= (2a^2 + 3)^2 - (4a)^2$

$= (2a^2 + 3 + 4a)(2a^2 + 3 - 4a)$

$= (2a^2 + 4a + 3)(2a^2 - 4a + 3)$

(খ) $a^2 - b^2 - c^2 - 2bc + a - b - c$

সমাধান :

$a^2 - b^2 - c^2 - 2bc + a - b - c$

$= a^2 - (b^2 + c^2 + 2bc) + 1(a - b - c)$

$= (a)^2 - (b + c)^2 + 1(a - b - c)$

$= (a + b + c)(a - b - c) + 1(a - b - c)$

$= (a - b - c)(a + b + c + 1)$

Ans. $(a - b - c)(a + b + c + 1)$

(গ) $9x^2 + 18x - 40$

সমাধান :

$= (3x)^2 + 2.3x.3 + 3^2 - 40 - 9$

$= (3x + 3)^2 - 49$

$= (3x + 3)^2 - 7^2$

$= (3x + 3 + 7)(3x + 3 - 7)$

$= (3x + 10)(3x - 4)$

Ans. : $(3x + 10)(3x - 4)$

১১। সমাধান করুন :

$$\frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x - 3a - 3b}{a + b} = 0$$

সমাধান :

$$\frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x - 3a - 3b}{a + b} = 0$$

বা, $\frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x}{a + b} - \frac{3(a + b)}{a + b} = 0$

বা, $\frac{x - a}{b} + \frac{x - b}{a} + \frac{x}{a + b} - 3 = 0$

বা, $\left(\frac{x - a}{b} - 1\right) + \left(\frac{x - b}{a} - 1\right) + \left(\frac{x}{a + b} - 1\right) = 0$

বা, $\left(\frac{x - a - b}{b}\right) + \left(\frac{x - b - a}{a}\right) + \left(\frac{x - a - b}{a + b}\right) = 0$

বা, $(x - a - b)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a + b}\right) = 0$

কিন্তু $\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a + b}\right) \neq 0$

সুতরাং, $x - a - b = 0$

$\therefore x = a + b$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = a + b$

Ans. : $x = a + b$

১২। $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

সমাধান : $2x + \frac{2}{x} = 3$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $2\left(x+\frac{1}{x}\right)=3$

$\therefore x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

সুতরাং $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}$

$=\left(\frac{3}{2}\right)^2-2=\frac{9}{4}-2 \quad =\frac{9-8}{4}=\frac{1}{4}$

Ans. : $\frac{1}{4}$

১৩। **সরল করুন :**

$$\frac{\frac{a^2}{x-a}+\frac{b^2}{x-b}+\frac{c^2}{x-c}+a+b+c}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$$

সমাধান : $\frac{\frac{a^2}{x-a}+\frac{b^2}{x-b}+\frac{c^2}{x-c}+a+b+c}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$

$=\frac{\left(\frac{a^2}{x-a}+a\right)+\left(\frac{b^2}{x-b}+b\right)+\left(\frac{c^2}{x-c}+c\right)}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$

$=\frac{\frac{a^2+ax-a^2}{x-a}+\frac{b^2+bx-b^2}{x-b}+\frac{c^2+cx-c^2}{x-c}}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$

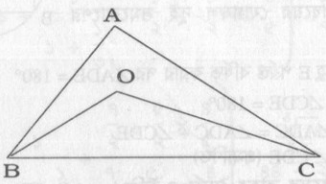
$=\frac{\frac{ax}{x-a}+\frac{bx}{x-b}+\frac{cx}{x-c}}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$

$=\frac{x\left(\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}\right)}{\left(\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}\right)}=x$

Ans. : x

১৪। **ABC ত্রিভুজের $\angle B$ এবং $\angle C$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে $\angle BOC$ = কত?**

সমাধান :



ΔABC - এ $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$

$\therefore \frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C=90^\circ$

আবার, ΔBOC-এ

$\angle BOC+\angle OBC+\angle OCB=180^\circ$

বা, $\angle BOC+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C=180^\circ$

বা, $\angle BOC=180^\circ-\frac{1}{2}\angle B-\frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC=\angle A+\angle B+\angle C-\frac{1}{2}\angle B-\frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC=\angle A+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC=\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC=\frac{1}{2}\angle A+\left(\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C\right)$

বা, $\angle BOC=\frac{1}{2}\angle A+90^\circ$

বা, $\angle BOC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

Ans : $90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

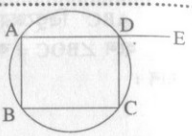
১৫। **প্রমাণ করুন যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কোন একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তস্থঃকোণের সমান।**

সমাধান : মনেকরি, ABCD একটি অন্তর্লিখিত বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। AD বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করি।

ওরাকল (টেক্সট) গণিত - ১১

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC = \angle CDE$



এখন ABCD চতুর্ভুজে

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফল দুই সমকোণের সমান]

আবার, AD বাহু E পর্যন্ত বর্ধিত করার পর $\angle ADE = 180°$

বা, $\angle ADC + \angle CDE = 180°$

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = \angle ADC + \angle CDE$

$\therefore \angle ABC = \angle CDE$ (প্রমাণিত)

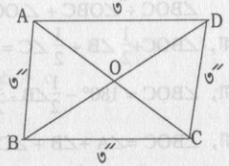
১৬। ABCD রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 3 ইঞ্চি। AC এবং BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করলে $AO^2 + BO^2$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান : ABCD একটি রম্বস।

তার AC এর BD কর্ণদ্বয় Oবিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore \Delta AOB$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

[রম্বসের দুটি কর্ণ পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]



$\therefore \Delta AOB$ -এ

$AO^2 + BO^2 = AB^2$

বা, $AO^2 + BO^2 = (3)^2$ [AB = 3]

বা, $AO^2 + BO^2 = 9$

$\therefore AO^2 + BO^2 = 9$

Ans. 9

■ ১৩তম বিসিএস ■

১। সরল করুন : $\left(1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{3}}} + \dfrac{\frac{3}{2} \div 2\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}}{\frac{3}{2} \div 2\frac{1}{2} \text{ এর } \frac{4}{5}}\right) \div \dfrac{\sqrt[8]{81}}{\frac{8}{7} - \frac{3}{11}}$

সমাধান :

$$= \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} + \frac{\frac{3}{2} \div 2\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}}{\frac{3}{2} \div 2\frac{1}{2} \text{ এর } \frac{4}{5}}\right) \div \frac{\sqrt[8]{81}}{\frac{8}{7} - \frac{3}{11}}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8}{3}}} + \frac{\frac{7}{2} \div \frac{5}{2} \times \frac{8}{5}}{\frac{7}{2} \div \frac{5}{2} \text{ এর } \frac{8}{5}}\right) \div \frac{\sqrt[8]{3^8}}{88 - 21}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{8}} + \frac{\frac{7}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{8}{5}}{\frac{7}{2} \div 2}\right) \div \frac{3}{\frac{23}{77}}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{\frac{8+3}{8}} + \frac{\frac{28}{25}}{\frac{7}{2} \times \frac{1}{2}}\right) \div \frac{3}{\frac{23}{77}}$$

$$= \left(1 + \frac{8}{7} + \left(\frac{28}{25} \times \frac{8}{7}\right)\right) \div \frac{77 \times 3}{23}$$

$$= \left(1 + \frac{8}{7} + \frac{16}{25}\right) \div \frac{77 \times 3}{23}$$

$$= \left(\frac{175 + 100 + 112}{175}\right) \div \frac{77 \times 3}{23}$$

$$= \frac{387}{175} \times \frac{23}{77 \times 3} = \frac{2967}{13475}$$

Ans. : $\dfrac{2967}{13475}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

২। **একটি সাঁতারের পুলের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার এবং প্রস্থ ১০ মিটার। গভীর এবং অগভীর প্রান্তে পানির গভীরতা যথাক্রমে তিন মিটার এবং এক মিটার। পুলটির ভিতরের পানির আয়তন নির্ণয় করুন।**

সমাধান : গভীর প্রান্তে পানির গভীরতা ৩ মিটার

অগভীর প্রান্তে পানির গভীরতা ১ মিটার

$\therefore$ পানির গড় গভীরতা $= \frac{৩ + ১}{২}$

$= \frac{৪}{২} = ২$ মিটার

সাঁতারের পুলের পানির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

= ৩০ × ১০ × ২ ঘনমিটার

= ৬০০ ঘন মিটার

উত্তর : ৬০০ ঘন মিটার।

৩। **যে কাজ রহিম তিন ঘন্টায় সম্পন্ন করতে পারে, করিম তা চার ঘন্টায় সম্পন্ন করে এবং করিমের গতিতে আমান সেই কাজের অর্ধেক পরিমাণ করতে পারে। তিন জনকে ৮৫ টাকা মজুরি দেওয়া হলে প্রত্যেকে কত করে পাবে?**

সমাধান :

রহিম, ৩ ঘন্টায় করে ১টি কাজ

$\therefore$ " ১ " " $\frac{১}{৩}$ অংশ

করিম, ৪ ঘন্টায় করে ১টি কাজ

$\therefore$ " ১ " " $\frac{১}{৪}$ অংশ

যেহেতু করিমের গতিতে আমান $\frac{১}{২}$ অংশ কাজ করে

আমান, ৪ ঘন্টায় করে $\frac{১}{২}$ অংশ

$\therefore$ " ১ " " $\frac{১}{৪ \times ২} = \frac{১}{৮}$ অংশ

রহিমের কাজ ঃ করিমের কাজ ঃ আমানের কাজ $= \frac{১}{৩} ঃ \frac{১}{৪} ঃ \frac{১}{৮}$

[৩, ৪ ও ৮ এর ল.সা.গু ২৪ দ্বারা গুণ করে]

$\frac{১ \times ২৪}{৩} ঃ \frac{১ \times ২৪}{৪} ঃ \frac{১ \times ২৪}{৮}$

= ৮ ঃ ৬ ঃ ৩

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = (৮ + ৬ + ৩) = ১৭

$\therefore$ রহিম পাবে ৮৫ এর $\frac{৮}{১৭}$ = ৪০ টাকা

করিম " ৮৫ এর $\frac{৬}{১৭}$ = ৩০ "

আমান " ৮৫এর $\frac{৩}{১৭}$ = ১৫ "

উত্তর : ৪০ টাকা, ৩০ টাকা, ১৫ টাকা।

৪। **কোন এক পরীক্ষায় ১২০০ জন পরীক্ষার্থী ছিল। যদি ছেলেদের ৫০% এবং মেয়েদের ৪০% উত্তীর্ণ হয় এবং সকল পরীক্ষার্থীর ৪৬% কৃতকার্য হয়, তবে শুধু মেয়ে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা নির্ণয় করুন।**

সমাধান : মনেকরি,

মেয়ে পরীক্ষার্থী x জন

$\therefore$ ছেলে পরীক্ষার্থী ১২০০ − x জন

$\therefore$ মেয়ে পরীক্ষার্থী পাশ করে $(x \times \frac{৪০}{১০০}) = \frac{২x}{৫}$ জন

ছেলে " " " $(১২০০ - x) \times \frac{৫০}{১০০} = \frac{১২০০ - x}{২}$ জন

৪৬% পাশ করায়

মোট পরীক্ষার্থী পাশ করে $(১২০০ \times \frac{৪৬}{১০০}) = ৫৫২$ জন

শর্তমতে, $\frac{২x}{৫} + \frac{১২০০ - x}{২} = ৫৫২$

বা, $\frac{৪x + ৬০০০ - ৫x}{১০} = ৫৫২$

বা, $-x = ৫৫২০ - ৬০০০$

বা, $x = ৪৮০$ জন

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ মেয়ে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ৪৮০।

উত্তর : ৪৮০ জন।

৫। **একজন ব্যবসায়ী ৪০০ টাকায় ১০০টি কমলালেবু কিনে। ৪টি কমলালেবু বিক্রয় করতে অসমর্থ হইলেও সে অবশিষ্ট লেবুগুলো ডজন ৭২ টাকা দরে বিক্রি করে। তার শতকরা কত লাভ হল? অতিরিক্ত ৮% লাভ করতে হলে তাকে ডজন প্রতি কত টাকায় লেবুগুলো বিক্রয় করতে হবে?**

সমাধান : ৪টি কমলা বিক্রয় করতে অসমর্থ হওয়ায় বিক্রয় করল (১০০-৪)টি বা ৯৬টি।

১২টি বিক্রয় করে ৭২ টাকা

∴ ১ " " $\frac{৭২}{১২}$

∴ ৯৬ " " $\frac{৭২ \times ৯৬}{১২} = ৫৭৬$ টাকা।

∴ লাভ = (৫৭৬ − ৪০০) টাকা বা ১৭৬ টাকা।

অতএব,

৪০০ টাকায় লাভ হয় = ১৭৬ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{১৭৬}{৪০০}$

∴ ১০০ " " " $= \frac{১৭৬ \times ১০০}{৪০০} = ৪৪$ টাকা

অতিরিক্ত ৮% লাভ করলে লাভের হার দাঁড়ায় = ৪৪% + ৮% = ৫২% লাভ

৫২% লাভে,

১০০ টাকা ক্রয় মূল্য হলে বিক্রয় মূল্য = ১৫২ টাকা

∴ ১ " " " " " " $= \frac{১৫২}{১০০}$

∴ ৪০০ " " " " " " $= \frac{১৫২ \times ৪০০}{১০০} = ৬০৮$ টাকা

অর্থাৎ, ৯৬টির বিক্রয় মূল্য = ৬০৮ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{৬০৮}{৯৬}$

∴ ১২ " " $= \frac{১২ \times ৬০৮}{৯৬} = ৭৬$ টাকা

উত্তর : ৪৪%, ৭৬ টাকা।

৬। **একটি রেলগাড়ি ঘন্টায় ৮০ কিলোমিটার বেগে চলে। একটি লোক ৩ মিনিটে ১ কিলোমিটার দৌড়ালে লোকটির গতিবেগ রেলগাড়ির গতিবেগের শতকরা কত হবে? যদি লোক এবং রেলগাড়ি উভয়েই তাদের গতিবেগ ৫% কমায়, তবে বর্তমানে লোকটির গতিবেগ রেলগাড়ির নতুন গতিবেগের শতকরা হিসেবে প্রকাশ করুন।**

সমাধান :

লোকটি ৩ মিনিটে দৌড়াইতে পারে ১ কি.মি.

" ১ " " " $\frac{১}{৩}$ "

" ৬০ " " " $\frac{১ \times ৬০}{৩} = ২০$

রেলগাড়ি ৮০ কি.মি. অতিক্রম করলে লোকটি অতিক্রম করে ২০ কি.মি.

" ১ " " " " " " $\frac{২০}{৮০}$ "

" ১০০ " " " " " " $\frac{২০ \times ১০০}{৮০}$ "

$= ২৫$ কি.মি.

অতএব, লোকটির গতিবেগ রেলগাড়ির গতিবেগের ২৫%

রেলগাড়ি গতিবেগ ১০০ কি.মি. কমানো হয় ৫ কি.মি.

" " ১ " " " $\frac{৫}{১০০}$ "

" " ৮০ " " " $\frac{৫ \times ৮০}{১০০} = ৪$ কি.মি.

রেল গাড়ির বর্তমান গতিবেগ (৮০ − ৪) বা ৭৬ কি.মি.

লোকটির গতিবেগ ১০০ কি.মি. কমানো হয় ৫ কি.মি.

" " ১ " " " $\frac{৫}{১০০}$ "

" " ২০ " " " $\frac{৫ \times ২০}{১০০}$ "

$= ১$ কি.মি.

লোকটির বর্তমান গতিবেগ = (২০ − ১) = ১৯ কি.মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

রেলগাড়ির গতিবেগ ৭৬ কি.মি. হলে লোকটির গতিবেগ ১৯ কি.মি.

" " ১ " " " " $\frac{19}{76}$ "

" " ১০০ " " " " $\frac{19 \times 100}{76}$ "

$= ২৫$ কি.মি.

উত্তর : ২৫%

৭। **তিনটি ক্রমিক সমানুপাতী সংখ্যার যোগফল ১৩ এবং গুণফল ২৭ হইলে সংখ্যা তিনটি কত?**

সমাধান : মনেকরি সংখ্যা তিনিটি a, b ও c

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ [যেহেতু ক্রমিক সমানুপাতিক]

বা, $b^2 = ac$

আবার, $abc = 27$

বা, $ac = \frac{27}{b}$

বা, $b^2 = \frac{27}{b}$ $[b^2 = ac]$

বা, $b^3 = 27$

বা, $b^3 = 3^3$

বা, $b = 3$

আবার, $a + b + c = 13$

বা, $a + 3 + c = 13$ [b এর মান বসিয়ে]

বা, $a + c = 10$

আবার, $abc = 27$

বা, $ac = \frac{27}{b}$

বা, $ac = \frac{27}{3} = 9$

$\therefore ac = 9$

এখন $a + c = 10$

$\therefore ac = 9$

অতএব, $a = 1$ হলে $c = 9$ অথবা, $a = 9$ হলে $c = 1$

$\therefore$ 1, 3, 9 অথবা, 9, 3, 1

উত্তর : 1, 3, 9 অথবা, 9, 3, 1

৮। **একটি অভিনয় থিয়েটারে মোট ৩০০ জন দর্শক উপস্থিত ছিলেন। তাদের মধ্যে কয়েকজন ৬০ টাকার টিকিট কিনেন এবং অবশিষ্ট জন ৫০ টাকার টিকিট কিনেন। মোট প্রাপ্তি ১৫,৮০০ টাকা হইলে কতগুলো কমদামী টিকিট বিক্রি হয়েছিল?**

সমাধান : ধরি, ৫০ টাকার টিকিট কেনে ক জন

$\therefore$ ৬০ " " " (৩০০ − ক) জন

প্রশ্নমতে, $৫০ \times ক + (৩০০ - ক) \times ৬০ = ১৫৮০০$

বা, $৫০ক + ১৮০০০ - ৬০ক = ১৫৮০০$

বা, $-১০ক = -২২০০$;

বা, $ক = ২২০$

$\therefore$ কমদামি টিকেট বিক্রয় হয়েছিল= ২২০টি

উত্তর : ২২০টি

৯। **দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার মান ৫৪ বেশি হয় যদি অঙ্ক দুইটি বিপরীতভাবে লেখা হয়। অঙ্ক দুইটির যোগফল ১২ হইলে সংখ্যাটি কত?**

সমাধান : মনেকরি, দশক স্থানীয় অংক x

একক স্থানীয় অংক $= ১২ - x$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= ১০x + ১২ - x = ৯x + ১২$

অংক দুটি বিপরীত ভাবে লেখা হলে সংখ্যাটি $= ১০ (১২ - x) + x$

$= ১২০ - ৯x$

প্রশ্নমতে, $৯x + ১২ + ৫৪ = ১২০ - ৯x$

বা, $৯x + ৯x = ১২০ - ৬৬$

বা, $১৮x = ৫৪$

বা, $x = ৩$

$\therefore$ দশক স্থানীয় সংখ্যা ৩, একক স্থানীয় সংখ্যা $(১২ - ৩) = ৯$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= ৯x + ১২ = (৯ \times ৩ + ১২) = ২৭ + ১২ = ৩৯$

উত্তর : ৩৯

১০। **নিম্নলিখিত অসমতাটি $(x + 2)(2x + 3) > 0$ x-এর মানসমূহের যে ব্যবধানের জন্য বলবৎ থাকে তাহা নির্ণয় করুন।**

সমাধান : $(x + 2)(2x + 3) > 0$

$\therefore$ $(x + 2) > 0$ অথবা $(2x + 3) > 0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\Rightarrow x > -2$ অথবা $= 2x > -3$

$\Rightarrow x > -\frac{3}{2}$

$\therefore -2 < x < -\frac{3}{2}$

ছাড়া x এ সকল মানের জন্য $(x+2)(2x+3)$ সত্য

১১। সরল করুন :

$$\{(x+y)^{-1} - (x-y)^{-1}\} \div 2y(x^2 - y^2)^{-1}$$

সমাধান : $\left\{(x+y)^{-1} - (x-y)^{-1}\right\} \div 2y\,(x^2-y^2)^{-1}$

$$= \left(\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}\right) \div 2y \frac{1}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{x-y-x-y}{(x+y)(x-y)} \div \frac{2y}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{-2y}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{2y}$$

$$= -1$$

Ans. : - 1

১২। নিম্নলিখিত সম্পর্কটি প্রমাণ করুন :

$$\left(\frac{a^p}{a^q}\right)^{p+q} + \left(\frac{a^q}{a^r}\right)^{q+r} + \left(\frac{a^r}{a^p}\right)^{r+p} = 1$$

সমাধান :

$$\text{L.H.S} = \left(\frac{a^p}{a^q}\right)^{p+q} \times \left(\frac{a^q}{a^r}\right)^{q+r} \times \left(\frac{a^r}{a^p}\right)^{r+p}$$

$$= (a^{p-q})^{p+q} \times (a^{q-r})^{q+r} \times (a^{r-p})^{r+p}$$

$$= a^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2}$$

$$= a^0$$

$$= 1$$

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S. **(Proved)**

১৩। সমাধান করুন :

$$\frac{5}{(2x-1)^2} - \frac{13}{2x-1} = 18$$

সমাধান : $\frac{5}{(2x-1)^2} - \frac{13}{2x-1} = 18$

$$\Rightarrow \frac{5 - 13(2x-1)}{(2x-1)^2} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{5 - 26x + 13}{4x^2 - 4x + 1} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{18 - 26x}{4x^2 - 4x + 1} = 18$$

$$\Rightarrow 72x^2 - 72x + 18 = 18 - 26x$$

$$\Rightarrow 72x^2 - 72x + 26x = 0$$

$$\Rightarrow 72x^2 - 46x = 0$$

$$\Rightarrow x(72x - 46) = 0$$

হয় $x = 0$ নতুবা $72x - 46 = 0$

$$\Rightarrow 72x = 46$$

$$\therefore x = \frac{46}{72} = \frac{23}{36}$$

নির্ণেয় সমাধান $x = 0$ অথবা, $x = \frac{23}{36}$

উত্তর : $x = 0, \frac{23}{36}$

১৪। একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ৩০ সে. মি.। উহার ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ সে. মি. হলে আয়তক্ষেত্রেটির দৈর্ঘ্য কত হবে?

সমাধান : মনেকরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x সে. মি. এবং প্রস্থ y সে.মি.

১ম শর্তানুসারে, $2(x+y) = 30$

$$x + y = 15 \ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

২য় শর্তানুসারে, $xy = 50$ ..... (ii)

আমরা জানি, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$ [(i) ও (ii) হতে পাই]

$$= (15)^2 - 4 \times 50$$

$$= 225 - 200$$

$\therefore x - y = \pm 5$ ..... (iii)

$x + y = 15$ (i) ও (iii) যোগ করে পাই

$x - y = 5$

$2x = 20$

$\therefore x = 10$

x এর মান (i) নং এ বসাই,

$10 + y = 15$

$y = 5$

আয়তন ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10 সে. মি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৫। $y = ax + b$ হলে $x = 4$ এর জন্য y এর মান নির্ণয় করুন যেখানে $x = 1$ এর জন্য y এর মান 4 এবং $x = 2$ এর জন্য y এর মান 7।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$y = ax + b$

$\Rightarrow 4 = a.1 + b$ [$x = 1$ এবং $y = 4$ বসিয়ে]

$\Rightarrow a + b = 4$ ..... (i)

আবার, $y = ax + b$

$\Rightarrow 7 = a.2 + b$ [$x = 2$ এবং $y = 7$ বসিয়ে]

$\Rightarrow 2a + b = 7$ ..... (ii)

(ii) নং – (i) নং করে,

$a = 3$

a এর মান (i) নং এ বসাই,

$3 + b = 4$

$\Rightarrow b = 1$

এখন দেয়া সমীকরণে $x = 4$, $a = 3$ এবং $b = 1$ বসিয়ে

$y = 3.4 + 1$

$y = 12 + 1$

$y = 13$

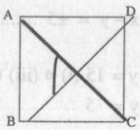
অতএব, $x = 4$ এর জন্য y এর মান হবে 13

Ans. : $x = 4$ এর জন্য y এর মান হবে 13

১৬। একটি রম্বসের প্রত্যেকটি বাহু ২৫০ ফুট এবং একটি কর্ণ ৪০০ ফুট। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান : ABCD রম্বসের AB = BC = CD = DA = ২৫০ ফুট

এবং একটি কর্ণ BD = ৪০০ ফুট



আমরা জানি, AOB সমকোণী ত্রিভূজে

$AB^2 = AO^2 + BO^2$

বা, $AO^2 = AB^2 - BO^2$

$= (২৫০)^২ - \left(\frac{৪০০}{২}\right)^২$

$= ৬২৫০০ - ৪০০০$

$= ২২৫০০$

$\therefore AO = ১৫০$

$\therefore AC = ২AO = ২ \times ১৫০ = ৩০০$ ফুট

রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{১}{২} \times ৩০০ \times ৪০০ = ৬০,০০০$ বর্গফুট

উত্তর : ৬০,০০০ বর্গফুট

১৭। একটি মই–এর প্রান্ত ভূমি থেকে ১৫ মিটার উঁচু ঘরের জানালা বরাবর পৌঁছায় এবং অপর প্রান্ত ঘর থেকে ৮ মিটার দূরে থাকে। মই–এর দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : মনেকরি, A জানালার অবস্থান এবং AB দেয়াল।

AC = মই এর দৈর্ঘ্য,

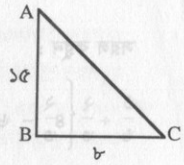
কাজেই, AB = 15 মি.

BC = 8 মি.

ABC সমকোণী ত্রিভুজে

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= (15)^2 + 8^2$



$= 225 + 64 = 289 = 17^2$

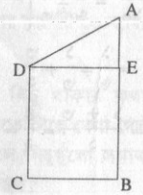
$\therefore AC = 17$ মিটার

$\therefore$ মইটির দৈর্ঘ্য = 17 মিটার

উত্তর : 17 মিটার

১৮। একজন লোক নির্দিষ্ট স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে ২৭ কি. মি. ঠিক দক্ষিণে যায়, সেখান থেকে ২৪ কি. মি. ঠিক পশ্চিম দিকে যায় এবং সর্বশেষে ২০ কি. মি. ঠিক উত্তরে যায়। যাত্রা শেষে লোকটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে কতদূরে থাকবে?

সমাধান : মনেকরি, A থেকে যাত্রা শুরু করে B বিন্দু পর্যন্ত গেল। AB = 27 কি.মি. এবং B থেকে দক্ষিণে C পর্যন্ত BC = 24 কি.মি. এবং C থেকে D পর্যন্ত 20 কি.মি. গেল। AD যাত্রাস্থান থেকে দূরত্ব। AB এর উপর DE লম্বটানি। ADE একটি সমকোণী ত্রিভুজ। AE = AB – CD = 27 – 20 = 7 কি.মি.



শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমকোণী ত্রিভুজ ADE এর ভূমি AE = 7 কি.মি. লম্ব DE = 24 কি. মি. এবং অতিভুজ AD = ?

$AD^2 = DE^2 + AE^2$

$= (24)^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$

$AD = 25$

∴ নির্ণেয় দূরত্ব 25 কি.মি.

উত্তর : 25 কিলোমিটার।

■ ১১তম বিসিএস ■

১। **সরল করুন :**

$$\frac{১}{৬} \div \frac{২}{৩}\left\{\frac{৪\frac{২}{৩}}{} - ৬ \text{ এর } \left(\frac{৭}{৯} - \frac{১}{১২}\right)\right\} + \frac{\sqrt[৩]{১২৫}}{৩ + \frac{১}{৩}}$$

সমাধান : $\frac{১}{৬} \div \frac{২}{৩}\left\{\frac{৪\frac{২}{৩}}{} - ৬ \text{ এর } \left(\frac{৭}{৯} - \frac{১}{১২}\right)\right\} + \frac{\sqrt[৩]{১২৫}}{৩ + \frac{১}{৩}}$

$= \frac{১}{৬} \div \frac{২}{৩}\left\{\frac{১৪}{৩} - ৬ \text{ এর } \left(\frac{২৮ - ৩}{৩৬}\right)\right\} + \frac{\sqrt[৩]{৫^৩}}{\frac{৯ + ১}{৩}}$

$= \frac{১}{৬} \div \frac{২}{৩}\left\{\frac{১৪}{৩} - ৬ \text{ এর } \frac{২৫}{৩৬}\right\} + \frac{৫}{\frac{১০}{৩}}$

$= \frac{১}{৬} \div \frac{২}{৩}\left\{\frac{১৪}{৩} - \frac{২৫}{৬}\right\} + \frac{১৫}{১০} = \frac{১}{৬} \div \frac{২}{৩}\left\{\frac{২৮ - ২৫}{৬}\right\} + \frac{৩}{২}$

$= \frac{১}{৬} \div \frac{২}{৩} \text{ এর } \frac{৩}{৬} + \frac{৩}{২} = \frac{১}{৬} \div \frac{১}{৩} + \frac{৩}{২}$

$= \frac{১}{৬} \times \frac{৩}{১} + \frac{৩}{২} = \frac{১}{২} + \frac{৩}{২} = \frac{১ + ৩}{২} = \frac{৪}{২} = ২$

উত্তর : ২

২। একটি হলঘরের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার, প্রস্থ ১২ মিটার। অপর একটি হলঘরের দৈর্ঘ্য ২০ মিটার, প্রস্থ ১৫ মিটার। সর্বাপেক্ষা বড় কোন মাপের আয়তাকার কার্পেট দ্বারা উভয় ঘরের মেঝে পুরোপুরি ঢাকা যাবে। মোট কতটি কার্পেট লাগবে?

সমাধান :

১ম ঘরের ক্ষেত্রফল = ৩০ মিটার × মিটার

= ৩৬০ বর্গমিটার

২য় " " = ২০ মিটার × ১৫ মিটার

= ৩০০ বর্গমিটার

১ম ও ২য় ঘরের দৈর্ঘ্যের গ.সা.গু

২০	৩০	১
১০	২০	২
	০	

১ম ও ২য় ঘরের প্রস্থের গ.সা.গু

১২	১৫	১
৩	১২	৪
	০	

∴ প্রয়োজনীয় কার্পেটের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ১০ মিটার ও ৩ মিটার

ক্ষেত্রফল = ১০×৩ = ৩০ বর্গ মিটার

১ম ঘরে কার্পেট লাগবে = ৩৬০ ÷৩০ = ১২ টি

২য় " " " = ৩০০ ÷ ৩০ = ১০ "

উত্তর : সর্বপেক্ষা বড় মাপের কার্পেটি ৩০ ব.মি. এবং প্রয়োজনীয় কার্পেট ২২ খানা

৩। মোটামুটি এক হাজার লিচু থাকার কথা, এমন এক ঝুড়ি লিচু ৮০ জন বালকের মধ্যে ভাগ করতে গিয়ে দেখা গেল যে ৩০টি লিচু উদ্বৃত্ত থাকে; কিন্তু বালকের সংখ্যা ৯০ হলে লিচুগুলো সমান ভাগে ভাগ করা যেত। ঝুড়িটিতে প্রকৃতপক্ষে কতটি লিচু ছিল?

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান :

$$\begin{array}{r|l} 80 & 1000 \mid 12 \\ \hline & 80 \\ \hline & 200 \\ & 160 \\ \hline & 40 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & 1000 \mid 11 \\ \hline & 90 \\ \hline & 100 \\ & 90 \\ \hline & 10 \end{array}$$

∴ লিচুর সংখ্যা হতে পারে = ১০০০ − ৪০ + ৩০ = ৯৯০টি

লিচুর সংখ্যা হতে পারে = ১০০০ − ১০ = ৯৯০ টি

∴ নির্ণেয় লিচুর সংখ্যা = ৯৯০টি

উত্তর : ৯৯০টি

৪। **একজন ঠিকাদার ৫০ দিনে একটি কাজ সমাধা করবে বলে চুক্তি করল এবং ২০ জন শ্রমিক নিয়োগ করল। ২০ দিন পর দেখা গেল কাজটির মাত্র $\frac{১}{৪}$ অংশ সম্পন্ন হয়েছে। নির্ধারিত সময়ে কাজটি শেষ করতে হলে অতিরিক্ত আর কতজন শ্রমিক নিযুক্ত করতে হবে?**

সমাধান : বাকী কাজ = $(১ - \frac{১}{৪}) = \frac{৩}{৪}$ অংশ

বাকী সময় = (৫০ − ২০) = ৩০ দিন

∴ $\frac{১}{৪}$ অংশ কাজ ২০ দিনে সমাধা করে ২০ জনে

∴ ১ " " ১ " " " $\quad \frac{৪ \times ২০ \times ২০}{১}$

∴ $\frac{৩}{৪}$ " " ৩০ " " " $\quad \frac{৪ \times ২০ \times ২০ \times ৩}{৩০ \times ৪} = ৪০$

জনে

∴ অতিরিক্ত শ্রমিক সংখ্যা = (৪০ − ২০) = ২০ জন

উত্তর : ২০ জন।

৫। **হাতুড়ি ও বাটালির বর্তমান দর সমান। যদি হাতুড়ির দাম ৫% ও বাটালির দাম ৩% বাড়ে, তবে তিনটি হাতুড়ি ও তিনটি বাটালি কিনতে পূর্বের তুলনায় শতকরা কত বেশি ব্যয় হবে?**

সমাধান :

মনেকরি, প্রতিটি হাতুড়ি ও বাটালির দাম ১০০ টাকা

∴ ৩টি হাতুড়ির দাম = ৩ × ১০০ = ৩০০ টাকা

∴ ৩টি বাটালির দাম = ৩ × ১০০ = ৩০০ টাকা

৩% বৃদ্ধিতে বাটালির দাম = (১০০ + ৩) = ১০৩ টাকা

পূর্বদাম,

১০০ টাকা হলে বর্তমান দর ১০৩ টাকা

∴ ১ " " " " $= \frac{১০৩}{১০০}$ "

∴ ৩০০ " " " " $= \frac{১০৩ \times ৩০০}{১০০} = ৩০৯$ টাকা।

৫% বৃদ্ধিতে হাতুড়ির দাম = (১০০ + ৫) = ১০৫ টাকা

পূর্বদাম,

১০০ টাকা হলে বর্তমান দাম ১০৫ টাকা

∴ ১ " " " " $\frac{১০৫}{১০০}$

∴ ৩০০ " " " " $\frac{১০৫ \times ৩০০}{১০০} = ৩১৫$ টাকা

∴ মোট দাম = (৩০৯ + ৩১৫) = ৬২৪ টাকা

মোট বেশি লাগে = (৬২৪ − ৬০০) = ২৪ টাকা

∴ শতকরা বৃদ্ধির হার $= \frac{২৪ \times ১০০}{৬০০} = ৪\%$

উত্তর : ৪%।

৬। **৬০,০০০ বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি জলাধারে দুইটি স্লুইস গেট সংযুক্ত আছে, যারা একত্রে প্রতি মিনিটে ৫,০০০ লিটার পানি নিষ্কাশন করতে পারে। দুই দিন দুই রাত্রি অবিশ্রান্ত বর্ষণের ফলে জলাধারের পানির উচ্চতা ১৫০ মিলিমিটার বৃদ্ধি পেল। স্লুইস গেট দুটি খুলে দিলে কতক্ষণে জলাধারের পানির উচ্চতা পূর্বতর পর্যায়ে নেমে আসবে?**

সমাধান : ১৫০ মিলিমিটার $= \frac{১৫০}{১০০০}$ মিটার = ০.১৫ মিটার

বর্ধিত পানির আয়তন = ৬০,০০০ × ০.১৫ ঘন মিটার

= ৯,০০০ ঘনমিটার

= ৯০০০ × ১০০ × ১০০ × ১০০ ঘন সে.মি.

= ৯০০০০০০০০০ ঘন সে.মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$= \frac{৯০০০০০০০০০}{১০০০}$ লিটার

$= ৯০০০০০০$ লিটার

৫০০০ লিটার নিষ্কাষিত হয় ১ মিনিটে

$\therefore ১$ " " " $\frac{১}{৫০০০}$ "

$\therefore ৯০০০০০০$ " " " $\frac{৯০০০০০০ \times ১}{৫০০০} = ১৮০০$ মিনিট

$= \frac{১৮০০}{৬০} = ৩০$ ঘন্টা

উত্তর : ৩০ ঘন্টা

৭। **এক ব্যক্তি ২৫,০০০ টাকা মূলধন নিয়ে মশলার পাইকারী ব্যবসা শুরু করল। সে প্রথমে ঐ টাকায় হলুদ কিনল এবং ১৫% লাভে বিক্রয় করল। বিক্রয়লব্ধ অর্থ দ্বারা সে মরিচ কিনল; কিন্তু হঠাৎ মরিচের চাহিদা কমে যাওয়ায় তা ১২% ক্ষতিতে বিক্রয় করতে বাধ্য হল। ঐ ব্যক্তির মোটের উপর শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল?**

সমাধান : ১৫% লাভে বিক্রয় মূল্য ১০০ + ১৫ = ১১৫ টাকা

ক্রয় মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = ১১৫ টাকা

$\therefore ১$ " " $= \frac{১১৫}{১০০}$

$\therefore ২৫০০০$ " " $= \frac{১১৫ \times ২৫০০০}{১০০} = ২৮৭৫০$ টাকা

আবার, ১২% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১২) = ৮৮ টাকা

ক্রয় মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = ৮৮ টাকা

$\therefore ১$ " " $= \frac{৮৮}{১০০}$ টাকা

$\therefore ২৮৭৫০$ " " $= \frac{৮৮ \times ২৮৭৫০}{১০০} = ২৫৩০০$ টাকা

$\therefore$ লাভ = (২৫৩০০ − ২৫০০০) = ৩০০ টাকা।

২৫০০০ টাকায় লাভ হয় = ৩০০ টাকা

$\therefore ১$ " " $= \frac{৩০০}{২৫০০০}$ টাকা

$\therefore ১০০$ " " $= \frac{৩০০ \times ১০০}{২৫০০০} = \frac{৬}{৫} = ১.২$ টাকা

উত্তর : ১.২% লাভ।

৮। **চাকুরীর সাক্ষাৎকারের জন্য এক ব্যক্তিকে নির্ধারিত ক্ষণে কলেজ গেটে উপস্থিত হতে হবে। সে গুলিস্তান হতে ঘন্টায় ১০ কি. মি. বেগে সাইকেল চালিয়ে ২০ মিনিট বিলম্বে পৌঁছল। সে যদি ১৫ কি. মি. বেগে যেত তবে নির্ধারিত ক্ষণের ১০ মিনিট আগেই পৌঁছত। গুলিস্থান থেকে কলেজ গেটের দূরত্ব কত?**

সমাধান : মনেকরি, গুলিস্তান থেকে কলেজ গেটের দূরত্ব x কি.মি.

১০ কি.মি. বেগে x কি.মি. যেতে সময় লাগে $\frac{x}{১০}$ ঘণ্টা

১৫ কি.মি. বেগে x কি.মি. যেতে লাগে $\frac{x}{১৫}$ ঘণ্টা

দুই বেগের জন্য গুলিস্তান থেকে কলেজ গেটে পৌঁছাতে সময়ের ব্যবধান

$$(২০ + ১০) \text{ মিনিট} = ৩০ \text{ মিনিট} = \frac{১}{২} \text{ ঘন্টা}$$

প্রশ্নানুসারে,

$\frac{x}{১০} - \frac{x}{১৫} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{৩x - ২x}{৩০} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{x}{৩০} = \frac{১}{২}$ বা, $x = ১৫$

উত্তর : দূরত্ব ১৫ কি.মি.

৯। **প্রতি ঘনমিটার তিতাস গ্যাসের মূল্য যখন ২.২৫ টাকা ছিল, তখন একটি পরিবারের মাসিক গ্যাস বিল, মিটার ভাড়া ২০ সহ গড়ে ২২২.৫০ টাকা হত। গ্যাসের মূল্য বৃদ্ধি পেয়ে যখন প্রতি ঘনমিটার ২.৭৫ টাকা হল, তখন তারা গ্যাসের ব্যবহার এমনভাবে কমাল যে মাসিক গ্যাস বিল অপরিবর্তিত রইল। তারা গ্যাসের ব্যবহার শতকরা কত ভাগ কমাল?**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

সমাধান : মিটার ভাড়া বাদে গ্যাস বিল = (২২২.৫০ − ২০) = ২০২.৫০ টাকা।

২.২৫ টাকা ১ ঘনমিটারের দাম

$\therefore$ ১ " $\frac{১}{২.২৫}$ " "

$\therefore$ ২০২.৫০ " $\frac{১ \times ২০২.৫০}{২.২৫}$ " "

= ৯০ ঘ.মি.

পরবর্তীতে

২.৭৫ টাকায় পাওয়া যায় ১ ঘনমিটার

$\therefore$ ১ " " " $\frac{১}{২.৭৫}$ "

$\therefore$ ২০২.৫০ " " " $\frac{১ \times ২০২.৫০}{২.৭৫}$ "

$= \frac{২০২৫০}{২৭৫} = \frac{৮১০}{১১}$ ঘ.মি.

ব্যবহার কমানো হলো = $৯০ - \frac{৮১০}{১১} = \frac{৯৯০ - ৮১০}{১১} = \frac{১৮০}{১১}$ ঘ.মি.

৯০ ঘ.মি. এ কমানো হয় $\frac{১৮০}{১১}$ ঘ.মি.

$\therefore$ ১ " " " $\frac{১৮০}{১১ \times ৯০}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " $\frac{১৮০ \times ১০০}{১১ \times ৯০}$ "

$= \frac{২০০}{১১} = ১৮\frac{২}{১১}$ ঘ.মি.

উত্তর : $১৮\frac{২}{১১}\%$

১০। **মৌলিক সংখ্যা কাকে বলে? প্রমাণ করুন যে ২ এবং ৭ ভিন্ন $n^3 \pm 1$ আকারে অন্য কোন সংখ্যা মৌলিক সংখ্যা নহে?**

সমাধান :

যে সংখ্যা ১ এবং সেই সংখ্যা ভিন্ন অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে।

$n = 1$ হলে $n^3 \pm 1 = 1 \pm 1 = 2$ অথবা 0 (2 মৌলিক সংখ্যা)

$n = 2$ হলে $n^3 \pm 1 = 2^3 \pm 1 = 9$ অথবা 7 (7 মৌলিক সংখ্যা)

$n = 3$ হলে $n^3 \pm 1 = 3^3 \pm 1 = 28$ অথবা 26

$n = 4$ হলে $n^3 \pm 1 = 4^3 \pm 1 = 65$ অথবা 63

এভাবে দেখানো যায় যে, 2 এবং 7 ভিন্ন $n^3 \pm 1$ এর যে কোন মানের জন্য ইহা মৌলিক সংখ্যা নহে।

১১। **ক ও খ যথাক্রমে ৪,০০০ টাকা ও ৬,০০০ টাকা নিয়ে যৌথ কারবার শুরু করল। ৪ মাস পর ক তার মূলধনের $\frac{১}{৪}$ অংশ তুলে নিল এবং খ আরো ৫০০ টাকা বিনিয়োগ করল। এর ২ মাস পর গ ঐ কারবারে ১০,০০০ টাকা বিনিয়োগ করল। এরও ৬ মাস পর দেখা গেল যে কারবারে নীট ২২০০০ টাকা লাভ হয়েছে। লাভের অংশ কে কত পাবে?**

সমাধান :

১ম ৪ মাস ক এর ৪০০০ টাকা খাটে অর্থাৎ ১৬০০০ টাকা ১ মাসে খাটে

১ম ৪ " খ " ৬০০০ " " "২৪০০০ " ১ " "

৪ মাস পর ক এর মূলধন = ৪০০০ − ৪০০০ এর $\frac{১}{৪}$ = ৩০০০ টাকা

৪ " " খ " " = ৬০০০ + ৫০০ = ৬৫০০ টাকা

এবার ক এর ৩০০০ টাকা (১২ − ৪) বা ৮ মাস খাটে অর্থাৎ ২৪,০০০ টাকা ১ মাস খাটে

$\therefore$ খ অর্থাৎ ৬৫০০ টাকা (১২ − ৪) বা ৮ মাস খাটে অর্থাৎ ৫২,০০০ টাকা ১ মাস খাটে।

ক এর মোট মূলধন = ১৬০০০ + ২৪০০০ = ৪০,০০০ টাকা

খ " " " = ২৪০০০ + ৫২০০০ = ৭৬০০০ টাকা

গ এর ১০০০০ টাকা (১২ − ৬) বা ৬ মাস খাটে = ৬০০০০ টাকা ১ মাস খাটে

$\therefore$ ক ঃ খ ঃ গ = ৪০০০০ ঃ ৭৬০০০ ঃ ৬০০০০

= ৪০ ঃ ৭৬ ঃ ৬০

= ১০ ঃ ১৯ ঃ ১৫

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = ১০ + ১৯ + ১৫ = ৪৪

ক এর লভ্যাংশ = ২২০০০ এর $\frac{১০}{৪৪}$ = ৫০০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

খ " " $= ২২০০০ \text{ এর } \frac{১৯}{৪৪} = ৯৫০০$ টাকা

গ " " $= ২২০০০ \text{ এর } \frac{১৫}{৪৪} = ৭৫০০$ টাকা

উত্তর : ক পায় ৫০০০ টাকা, খ পায় ৯৫০০ টাকা, গ পায় ৭৫০০ টাকা

১২। **এক ব্যক্তি ১,৫০০ টাকার কিছু জিনিস কিনে $\frac{১}{৩}$ অংশ ৪% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। এখন বিক্রয় মূল্য শতকরা কত বৃদ্ধি করলে অবশিষ্ট জিনিস বিক্রি করে তার মোটের উপর ৪% লাভ হবে?**

সমাধান :

১৫০০ টাকার $\frac{১}{৩}$ অংশ = ৫০০ টাকা

∴ অবশিষ্ট থাকে = (১৫০০ – ৫০০) টাকা = ১০০০ টাকা

∴ ৫০০ টাকার ক্ষতি = ৫০০ টাকার ৪%

$= \frac{৫০০ \times ৪}{১০০}$ টাকা = ২০ টাকা।

আবার, ৪% লাভে

১০০ টাকায় লাভ হয় ৪ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{৪}{১০০}$ "

∴ ১৫০০ " " " $= \frac{৪ \times ১৫০০}{১০০}$ "

= ৬০ টাকা

মোটের উপর ৪% লাভ করতে হলে অবশিষ্ট ১০০০ টাকার দ্রব্য বিক্রয় করতে হবে

= ১০০০ টাকা + ৬০ টাকা + ২০ টাকা = ১০৮০ টাকা

সুতরাং, লাভ = ১০৮০ টাকা – ১০০০ টাকা = ৮০ টাকা

১০০০ টাকায় লাভ হয় ৮০ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{৮০}{১০০০}$ টাকা

∴ ১০০ " " " $= \frac{৮০ \times ১০০}{১০০০}$ টাকা = ৮ টাকা

অতএব, অবশিষ্ট দ্রব্যগুলো ৮% লাভে বিক্রয় করতে হবে।

উত্তর : ৮% লাভে বিক্রয় করতে হবে।

১৩। **সরল করুন :**

$a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}$

সমাধান :

$a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}$

$= a - \left\{\frac{1}{a} + \left(\frac{1}{b} - a\right)^{-1}\right\}^{-1} \left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}\right]$

$= a - \left\{\frac{1}{a} + \left(\frac{1-ab}{b}\right)^{-1}\right\}^{-1}$

$= a - \left\{\frac{1}{a} + \frac{b}{1-ab}\right\}^{-1}$

$= a - \left\{\frac{1-ab+ab}{a(1-ab)}\right\}^{-1}$

$= a - \left\{\frac{1}{a(1-ab)}\right\}^{-1}$

$= a - a(1-ab)$

$= a - a + a^2b$

$= a^2b$ **Ans.**

১৪। **a –এর কোন্ কোন্ মানের জন্য $a^2 + 1 < 2a + 4$ হবে?**

সমাধান :

$a^2 + 1 < 2a + 4$

$\Rightarrow a^2 - 2a - 3 < 0$

$\Rightarrow a^2 - 3a + a - 3 < 0$

$\Rightarrow a(a-3) + 1(a-3) < 0$

$\Rightarrow (a-3)(a+1) < 0$

এখানে, $a - 3 < 0$ হলে $(a + 3) > 0$ হবে

∴ $a < 3$ এবং $a > -3$

∴ $-3 < a < 3$ এর জন্য সমীকরণটি সত্য

১৫। $\frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x+y}\left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}\right)$ কে $\frac{x - y - 1}{x}$ দ্বারা ভাগ করুন।

সমাধান : $\left[\frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x+y}\left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}\right)\right] \div \frac{x - y - 1}{x}$

$= \left[\frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} - \frac{x^3 - y^3}{xy(x+y)}\right] \div \frac{x - y - 1}{x}$

$= \frac{(x+y)(x^2 - y^2) - xy - x^3 + y^3}{xy(x+y)} \div \frac{x - y - 1}{x}$

$= \frac{x^3 - xy^2 + x^2y - y^3 - xy - x^3 + y^3}{xy(x+y)} \div \frac{x - y - 1}{x}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$$= \frac{xy(x-y-1)}{xy(x+y)} \times \frac{x}{x-y-1}$$

$$= \frac{x}{x+y}$$

Ans. : $\frac{x}{x+y}$

১৬। **সমাধান করুন :**

$$\frac{8x+37}{18} + \frac{29-7x}{5x-12} = \frac{4x^2-36}{9x-27}$$

সমাধান :

$$\frac{8x+37}{18} + \frac{29-7x}{5x-12} = \frac{4(x^2-9)}{9(x-3)}$$

বা, $\frac{8x+37}{18} + \frac{29-7x}{5x-12} = \frac{4(x+3)(x-3)}{9(x-3)}$

বা, $\frac{8x+37}{18} + \frac{29-7x}{5x-12} = \frac{4(x+3)}{9}$

বা, $\frac{8x+37}{18} + \frac{29-7x}{5x-12} = \frac{4(x+3)}{9}$

বা, $\frac{29-7x}{5x-12} = \frac{4x+12}{9} - \frac{8x+37}{18}$

বা, $\frac{29-7x}{5x-12} = \frac{8x+24-8x-37}{18}$

বা, $\frac{29-7x}{5x-12} = \frac{-13}{18}$

বা, $18(29-7x) = -13(5x-12)$

বা, $522 - 126x = -65x + 156$

বা, $-126x + 65x = 156 - 522$

বা, $-61x = -366$

বা, $x = \frac{-366}{-61} = 6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 6$

১৭। **পার্শ্বের চিত্রে প্রদর্শিত তারকা সদৃশ্য সুষম পদকটির প্রত্যেক শীর্ষবিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ নির্ণয় করুন।**

সমাধান : তারকা সদৃশ সুষম পদকটির মধ্যস্থলের উৎপন্ন ক্ষেত্রটি একটি সুষম পঞ্চভুজ।

আমরা জানি, সুষম পঞ্চভুজের পাঁচটি কোণের সমষ্টি ৫৪০°। সুতরাং এর প্রত্যেকটি কোণ (৫৪০ ÷ ৫)° = ১০৮° করে। উৎপন্ন ত্রিভুজের পঞ্চভুজ সংলগ্ন প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ (১৮০° − ১০৮°) = ৭২°

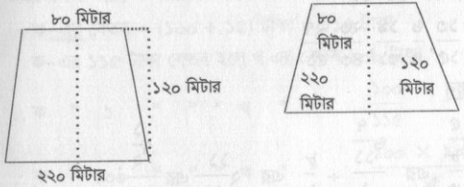
ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০° এবং উৎপন্ন প্রত্যেকটি ত্রিভুজ সমদ্বিবাহু বলে প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ হবে = ১৮০° − (৭২° + ৭২°)

= ১৮০° − ১৪৪° = ৩৬°

উত্তর : প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমান ৩৬°।

১৮। **সংসদ ভবনের উত্তর প্লাজার একটি স্কেচ্ পরিমাপসহ নিচে দেওয়া হল। প্রতি বর্গমিটার ১২৫ টাকা হিসাবে এতে নতুন করে ঘাস লাগাতে কত খরচ পড়বে?**

সমাধান : চিত্রটি একটি ট্রাপিজিয়ামের।



ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ (সমান্তরাল বাহু দ্বয়ের সমষ্টি) × উচ্চতা

= $\frac{১}{২}$ (৮০ + ২২০) × ১২০ বর্গমিটার

= ৩০০ × ৬০

= ১৮০০০ বর্গমিটার

$\therefore$ মোট খরচ = ১২৫ × ১৮০০০ = ২২,৫০,০০০ টাকা

উত্তর : ২২,৫০,০০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

■ ১০তম বিসিএস ■

১। যুক্তিসহ মানের অধঃক্রমে সাজান :

$\frac{২৭}{৫১}, \frac{২৩}{৪৩}, \frac{১৯}{৩১}, \frac{৬}{৭}, \frac{১৩}{১৫}$

সমাধান :

$\frac{২৭}{৫১} = ০.৫২৯$ $\quad \frac{১৯}{৩১} = ০.৬১৩$ $\quad \frac{১৩}{১৫} = ০.৮৬৭$

$\frac{২৩}{৪৩} = ০.৫৩৪$ $\quad \frac{৬}{৭} = ০.৮৫৭$

সুতরাং, ০.৮৬৭ > ০.৮৫৭ > .০৬১৩ > ০.৫৩৪ > ০.৫২৯

$\therefore \frac{১৩}{১৫}, \frac{৬}{৭}, \frac{১৯}{৩১}, \frac{২৩}{৪৩}, \frac{২৭}{৫১}$

উত্তর : $\frac{১৩}{১৫}, \frac{৬}{৭}, \frac{১৯}{৩১}, \frac{২৩}{৪৩}, \frac{২৭}{৫১}$

২। সরল করুন :

$২\frac{২}{৫} \times \frac{৫\frac{৫}{৮}}{৬\frac{৩}{৭}}$ এর $\frac{৬\frac{৭}{১১}}{৯\frac{১}{৮}} \div \frac{৮}{৯}$ এর $২\frac{১১}{২২}$ এর $\frac{১\frac{১}{২}}{১২\frac{১}{২}}$

সমাধান : $২\frac{২}{৫} \times \frac{৫\frac{৫}{৮}}{৬\frac{৩}{৭}}$ এর $\frac{৬\frac{৭}{১১}}{৯\frac{১}{৮}} \div \frac{৮}{৯}$ এর $২\frac{১১}{২২}$ এর $\frac{১\frac{১}{২}}{১২\frac{১}{২}}$

$= \frac{১২}{৫} \times \frac{\frac{৪৫}{৮}}{\frac{৪৫}{৭}}$ এর $\frac{\frac{৭৩}{১১}}{\frac{৭৩}{৮}} \div \frac{৮}{৯}$ এর $\frac{৫৫}{২২}$ এর $\frac{\frac{১৫}{২}}{\frac{২৫}{২}}$

$= \frac{১২}{৫} \times \left(\frac{৪৫}{৮} \times \frac{৭}{৪৫}\right)$ এর $\left(\frac{৭৩}{১১} \times \frac{৮}{৭৩}\right) \div \frac{৮}{৯}$ এর $\frac{৫৫}{২২}$ এর $\left(\frac{১৫}{২} \times \frac{২}{২৫}\right)$

$= \frac{১২}{৫} \times \frac{৭}{৮}$ এর $\frac{৮}{১১} \div \frac{৮}{৯}$ এর $\frac{৫৫}{২২}$ এর $\frac{৩}{৫}$

$= \frac{১২}{৫} \times \frac{৭}{১১} \div \frac{৪}{৩}$

$= \frac{১২ \times ৭}{৫৫} \times \frac{৩}{৪}$

$= \frac{৬৩}{৫৫} = ১\frac{৮}{৫৫}$

উত্তর : $১\frac{৮}{৫৫}$

৩। ক-এর বেতন খ-এর বেতন অপেক্ষা ১৫% বেশি। খ-এর বেতন ক-এর বেতন অপেক্ষা শতকরা কত কম?

সমাধান : ধরি, খ-এর বেতন ১০০ টাকা

∴ ক-এর বেতন = (১০০ + ১৫) টাকা = ১১৫ টাকা

ক-এর ১১৫ টাকা বেতন হলে খ এর বেতন ১০০ টাকা

∴ ক " ১ " " " খ " " $\frac{১০০}{১১৫}$ "

∴ ক " ১০০ " " " খ " " $\frac{১০০ \times ১০০}{১১৫} = \frac{২০০০}{২৩}$ টাকা

খ এর বেতন ক এর বেতন থেকে $\left(১০০ - \frac{২০০০}{২৩}\right)$ টাকা কম

$= \frac{৩০০}{২৩} = ১৩\frac{১}{২৩}$ টাকা

উত্তর : $১৩\frac{১}{২৩}\%$ কম

৪। পাঁচ অংকের বৃহত্তম সংখ্যার সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ৬, ৮, ১০ ও ১৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে?

সমাধান :

$২ \mid ৬, ৮, ১০, ১৪$

$৩, ৪, ৫, ৭$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ল.সা.গু = ২ × ৩ × ৪ × ৫ × ৭ = ৮৪০

পাঁচ অংকের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯

$$\begin{array}{r|l} ৮৪০ & ৯৯৯৯৯ \mid ১১৯ \\ & ৮৪০ \\ \hline & ১৫৯৯ \\ & ৮৪০ \\ \hline & ৭৫৯৯ \\ & ৭৫৬০ \\ \hline & ৩৯ \end{array}$$

এখন, ৮৪০ − ৩৯ = ৮০১

উত্তর : পাঁচ অংকের বৃহত্তম সংখ্যার সাথে ৮০১ যোগ করতে হবে।

৫। **পাশাপাশি লাইনে একই দিকে ঘন্টায় ৬০ কি. মি. ও ৯০ কি. মি. বেগে ধাবমান যথাক্রমে ৬০ মিটার ও ৮৫ মিটার দীর্ঘ দুইটি ট্রেন কত সময়ে একে অপরকে অতিক্রম করবে?**

সমাধান : ধরি t ঘন্টায় একে অপরকে অতিক্রম করবে।

১ম ট্রেনটি t সময়ে যায় = ৬০ × t = ৬০t কি.মি.

২য় ট্রেনটি t সময়ে যায় = ৯০ × t = ৯০t কি.মি.

২য় ট্রেনটি ১ম ট্রেনকে অতিক্রম করতে হলে এটি নিজের দৈর্ঘ্য সমান পথ বেশি যেতে হবে।

শর্তানুসারে,

$$৯০t - ৬০t = \frac{৮৫}{১০০০} \qquad [\because \text{বৃহত্তম ট্রেনের দৈর্ঘ্য} = ৮৫ \text{ মিটার}]$$

বা, $৩০t = \frac{৮৫}{১০০০}$

$$\therefore t = \frac{৮৫}{১০০০ \times ৩০} = \frac{১৭}{৬০০০} \text{ ঘন্টা}$$

$$= \frac{১৭ \times ৬০ \times ৬০}{৬০০০} = \frac{৫১}{৫} = ১০.২ \text{ সেকেন্ড}$$

উত্তর : ১০.২ সেকেন্ড

৬। **ক, খ ও গ এর মধ্যে ১১০০ টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হল যেন খ ও গ একত্রে যত টাকা পেল ক একা উক্ত টাকার $\frac{৩}{৭}$ অংশ পেল। আবার, ক ও গ একত্রে যত টাকা পেল খ একা উক্ত টাকার $\frac{২}{৯}$ অংশ পেল। কে কত টাকা পেল?**

সমাধান : ধরি, খ ও গ একত্রে x টাকা ও ক ও গ একত্রে y টাকা পেল।

$\therefore$ ক পায় $= \frac{৩x}{৭}$ টাকা এবং খ পায় $= \frac{২y}{৯}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{৩x}{৭} + x = ১১০০$

বা, $১০x = ১১০০ \times ৭$

বা, $x = ৭৭০$ টাকা

এবং $\frac{২y}{৯} + y = ১১০০$

বা, $১১y = ৯ \times ১১০০$

বা, $y = ৯০০$ টাকা

$\therefore$ ক একা পায় $= \frac{৩ \times ৭৭০}{৭} = ৩৩০$ টাকা

" খ " $= \frac{২ \times ৯০০}{৯} = ২০০$ "

" গ " $= ১১০০ - (৩৩০ + ২০০) = ৫৭০$ টাকা।

উত্তর : ক পায় ৩৩০ টাকা; খ পায় ২০০ টাকা; গ পায় ৫৭০ টাকা।

৭। **প্রতি হেক্টর জমির বাৎসরিক খাজনা ২৪৬ টাকা হলে ১২ হেক্টর ৩৫ এয়র জমির সাড়ে তিন বৎসরের খাজনা (কোন সুদ ধরা না হলে) কত হবে?**

সমাধান: আমরা জানি,

১ হেক্টর = ১০০ এয়র

$\therefore$ ১২ হেক্টর ৩৫ এয়র = (১২ × ১০০ + ৩৫) এয়র

= (১২০০ + ৩৫) এয়র

= ১২৩৫ এয়ন

সাড়ে ৩ বছর $= ৩\frac{১}{২}$ বছর $= \frac{৭}{২}$ বছর।

১০০ এয়র জমির ১ বছরের খাজনা ২৪৬ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১ " " ১ " " " $\frac{২৪৬}{১০০}$ "

$\therefore$ ১২৩৫ " " $\frac{৭}{২}$ " " " $\frac{২৪৬ \times ১২৩৫ \times ৭}{১০০ \times ২}$ "

= ১০,৬৩৩.৩৫ টাকা

উত্তর: ১০,৬৩৩.৩৫ টাকা

৮। **পেট্রোলের দাম ৪০% কমে যাওয়ায় বর্তমানে ১০০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ৫ লিটার পেট্রোল বেশি পাওয়া যায়। প্রতি লিটার পেট্রোলের বর্তমান মূল্য ও পূর্ব মূল্য কত?**

সমাধান :

মনে করি পূর্বমূল্য ১০০ টাকা

৪০% দাম কমায় বর্তমান মূল্য ১০০ − ৪০ = ৬০ টাকা

যেহেতু ১০০ টাকায় পূর্বের তুলনায় ৫ লিটার বেশি পাওয়া যায়

বর্তমানে ৫ লিটারের দাম ৪০ টাকা

" ১ " " $\frac{৪০}{৫}$ = ৮ টাকা

আবার, বর্তমান মূল্য ৬০ টাকা হলে পূর্বমূল্য ১০০ টাকা

" " ১ " " " $\frac{১০০}{৬০}$ টাকা

" " ৮ " " " $\frac{১০০ \times ৮}{৬০}$ = ১৩.৩৩ টাকা

বর্তমান মূল্য ৮ টাকা, পূর্বমূল্য = ১৩.৩৩ টাকা।

৯। **এক ব্যক্তি ঘণ্টায় ৪ কি. মি. বেগে হেঁটে গুলিস্তান হতে গুলশান গেল। কিছুক্ষণ পর সেখান হতে ঘন্টায় ৫ কি. মি. বেগে হেঁটে গুলিস্তানে ফিরে আসল। ফেরার পথে তার অর্ধঘন্টা সময় কম লাগল। গুলিস্তান হতে গুলশানের দূরত্ব কত?**

সমাধান : মনেকরি, গুলিস্তান থেকে গুলশানের দূরত্ব x কি.মি.

৪ কি.মি. বেগে x কি.মি. যেতে লাগে $\frac{x}{৪}$ ঘণ্টা

৫ " " x " ফিরতে " $\frac{x}{৫}$ ঘণ্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪} - \frac{x}{৫} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{৫x - ৪x}{২০} = \frac{১}{২}$

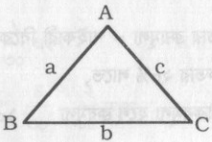
বা, $\frac{x}{২০} = \frac{১}{২}$

বা, x = ১০ কি.মি.

উত্তর : গুলিস্তান হতে গুলশানের দূরত্ব = ১০ কি.মি.

১০। **ত্রিভুজাকৃতির একটি পার্কের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৮, ২৪, ও ৩০ মিটার। প্রতি বর্গমিটারে ১২.৫০ টাকা হিসেবে ঐ পার্কের ঘাস ছাটতে কত খরচ পড়বে?**

সমাধান :



ধরি, ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে a, b ও c

a = ১৮ মিটার, b = ২৪ মিটার এবং c = ৩০ মিটার।

পরিসীমার অর্ধেক $s = \frac{a + b + c}{২}$ মিটার

$= \frac{১৮ + ২৪ + ৩০}{২}$ মিটার

= ৩৬ মিটার

পার্কের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

$= \sqrt{৩৬(৩৬-১৮)(৩৬-২৪)(৩৬ - ৩০)}$ বর্গমিটার

$= \sqrt{৩৬ \times ১৮ \times ১২ \times ৬}$ "

$= \sqrt{৬ \times ৬ \times ৩ \times ৬ \times ৬ \times ২ \times ৩ \times ২}$ "

$= \sqrt{(৬)^২ \times (৬)^২ \times (৩)^২ \times (২)^২}$

= (৬ × ৬ × ৩ × ২) বর্গমিটার

= ২১৬ বর্গমিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ মোট খরচ = ১২.৫ × ২১৬ = ২৭০০ টাকা

উত্তর : ২৭০০ টাকা।

১১। **রিমঝিম ব্রান্ডের টু-ইন-ওয়ান নির্মাতা, পাইকারী ডিলার ও খুচরা বিক্রেতা প্রত্যেকে ২০% লাভ করে। এর একটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ২১৬০ টাকা হলে নির্মাণ ব্যয় কত?**

সমাধান : খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভে,

১২০ টাকা খুচরা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা।

∴ ১ " " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ২১৬০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ২১৬০}{১২০ \times ১০০}$ " =

১৮০০টাকা

∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ১৮০০ টাকা

আবার, পাইকারী বিক্রেতার ২০% লাভে,

১২০ টাকা পাইকারী বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " $\frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ১৮০০ " " " " $\frac{১০০ \times ১৮০০}{১২০} = ১৫০০$ টাকা।

∴ পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = নির্মাণকারীর বিক্রয়মূল্য = ১৫০০ টাকা

আবার, নির্মাণকারীর ২০% লাভে,

১২০ টাকা নির্মাণকারীর বিক্রয়মূল্য হলে নির্মাণ খরচ ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ১৫০০ " " " " " " $= \frac{১০০ \times ১৫০০}{১২০}$ টাকা

$= ১২৫০$ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় নির্মাণ খরচ ১২৫০ টাকা।

উত্তর : ১২৫০ টাকা।

১২। **ক একটি কাজ ২০ দিনে, খ ৩০ দিনে এবং গ ৬০ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি শুরু করল এবং প্রতি তৃতীয় দিনে খ ও প্রতি চতুর্থ দিনে গ তাকে সাহায্য করতে লাগল। কত সময়ে কাজটি সম্পন্ন হবে?**

সমাধান : ৩, ৪ এর ল.সা.গু = ১২

∴প্রতি ১২ দিনে খ কাজ করে (১২ ÷ ৩) = ৪ দিন

এবং " ১২ " গ " " (১২ ÷ ৪) = ৩ "

ক ২০ দিনে করে কাজের ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

∴ " ১ " " " $\frac{১}{২০}$ "

∴ " ১২ " " " $\frac{১২}{২০} = \frac{৩}{৫}$ "

আবার,

খ ১ দিনে করে কাজের $\frac{১}{৩০}$ অংশ

∴ " ৪ " " " $\frac{৪}{৩০} = \frac{২}{১৫}$ অংশ

গ ১ দিনে করে কাজের $\frac{১}{৬০}$ অংশ

∴ "৩" " "$\frac{৩}{৬০} = \frac{১}{২০}$ অংশ

প্রথম ১২ দিনে মোট কাজ হয় $\left(\frac{৩}{৫} + \frac{২}{১৫} + \frac{১}{২০}\right)$

$= \frac{৩৬ + ৮ + ৩}{৬০} = \frac{৪৭}{৬০}$ অংশ

কাজ বাকী থাকে $(১ - \frac{৪৭}{৬০}) = \frac{৬০ - ৪৭}{৬০} = \frac{১৩}{৬০}$ অংশ

পরবর্তী তৃতীয় দিনে ক, খ এর সাহায্য নিলে ৩ দিনে মোট কাজ হয়

$\left(\frac{১}{২০} \times ৩ + \frac{১}{৩০}\right)$ অংশ

$= \frac{৯ + ২}{৬০} = \frac{১১}{৬০}$ "

ওরাকল (গাইড) গণিত - ১৩

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বাকী কাজ থাকে $\left(\frac{১৩}{৬০} - \frac{১১}{৬০}\right)$ অংশ

$= \frac{১৩ - ১১}{৬০}$

$= \frac{২}{৬০} = \frac{১}{৩০}$

মোট কাজ হয়েছে = ১২ + ৩ = ১৫ দিন

১৬তম দিনে ক গ কে সাথে নিলে মোট কাজ হয় $\left(\frac{১}{২০} + \frac{১}{৬০}\right)$ অংশ

$= \frac{৩ + ১}{৬০} = \frac{৪}{৬০} = \frac{১}{১৫}$ অংশ

$\therefore \frac{১}{১৫}$ অংশ কাজ হয় ১ দিনে

$\therefore ১$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{১}$ "

$\therefore \frac{১}{৩০}$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{৩০} = \frac{১}{২}$ দিনে

$\therefore$ কাজটি শেষ হতে মোট সময় লেগেছিল $\left(১৫ + \frac{১}{২}\right) = ১৫\frac{১}{২}$ দিন

উত্তর : $১৫\frac{১}{২}$ দিনে

১৩। $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ কে $x + 3$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

সমাধান :

$$
\begin{array}{r|l}
x+3 & x^4+2x^3+3x^2+4x+5 \;\big(\; x^3 - x^2 + 6x - 14 \\
 & \underline{x^4 + 3x^3} \\
 & \quad -x^3 + 3x^2 \\
 & \quad \underline{-x^3 - 3x^2} \\
 & \qquad 6x^2 + 4x \\
 & \qquad \underline{6x^2 + 18x} \\
 & \qquad\quad -14x + 5 \\
 & \qquad\quad \underline{-14x - 42} \\
 & \qquad\quad\quad 47
\end{array}
$$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগশেষ, 47

উত্তর : 47

১৪। x -এর কোন্ কোন্ মানের জন্য $x^2 - 7x + 12 > 0$ হবে?

সমাধান : $x^2 - 7x + 12 > 0$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 4x + 12 > 0$

$\Rightarrow x(x - 3) - 4(x - 3) > 0$

$\Rightarrow (x - 3)(x - 4) > 0$

$\therefore$ x এর মান 3 ও 4 ব্যতীত অন্য যে কোন বাস্তব মানের জন্য ইহা সত্য।

১৫। সমাধান করুন : $\frac{10}{2x - 5} + \frac{1}{x + 5} = \frac{18}{3x - 5}$

সমাধান :

$\frac{10}{2x - 5} + \frac{1}{x + 5} = \frac{18}{3x - 5}$

বা, $\frac{10}{2x - 5} + \frac{1}{x + 5} = \frac{15}{3x - 5} + \frac{3}{3x - 5}$

বা, $\frac{10}{2x - 5} - \frac{15}{3x - 5} = \frac{3}{3x - 5} - \frac{1}{x + 5}$

বা, $\frac{30x - 50 - 30x + 75}{(2x - 5)(3x - 5)} = \frac{3x + 15 - 3x + 5}{(3x - 5)(x + 5)}$

বা, $\frac{25}{(2x-5)(3x-5)} = \frac{20}{(3x-5)(x + 5)}$

বা, $\frac{25}{2x - 5} = \frac{20}{x + 5}$ [উভয় পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{5}{2x - 5} = \frac{4}{x + 5}$

বা, $8x - 20 = 5x + 25$

বা, $8x - 5x = 25 + 20$

বা, $3x = 45$

বা, $x = \frac{45}{3} = 15$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 15$

উত্তর : 15

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৬। সরল করুন :

$$\frac{a^2 + b^2 - a^{-2} - b^{-2}}{a^2b^2 - a^{-2}b^{-2}} + \frac{(a - a^{-1})(b - b^{-1})}{ab + a^{-1}b^{-1}}$$

সমাধান :

$$\frac{a^2 + b^2 - a^{-2} - b^{-2}}{a^2b^2 - a^{-2}b^{-2}} + \frac{(a - a^{-1})(b - b^{-1})}{ab + a^{-1}b^{-1}}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}{a^2b^2 - \frac{1}{a^2b^2}} + \frac{\left(a - \frac{1}{a}\right)\left(b - \frac{1}{b}\right)}{ab + \frac{1}{a} \times \frac{1}{b}}$$

$$= \frac{\frac{a^4b^2 + a^2b^4 - b^2 - a^2}{a^2b^2}}{\frac{a^4b^4 - 1}{a^2b^2}} + \frac{\left(\frac{a^2-1}{a}\right)\left(\frac{b^2-1}{b}\right)}{ab + \frac{1}{ab}}$$

$$= \frac{\frac{a^2(a^2b^2-1) + b^2(a^2b^2-1)}{a^2b^2}}{\frac{(a^2b^2 + 1)(a^2b^2 - 1)}{a^2b^2}} + \frac{\frac{(a^2 - 1)(b^2 - 1)}{ab}}{\frac{a^2b^2 + 1}{ab}}$$

$$= \frac{(a^2b^2-1)(a^2 + b^2)}{a^2b^2} \times \frac{a^2b^2}{(a^2b^2 + 1)(a^2b^2-1)} + \frac{(a^2-1)(b^2-1)}{ab} \times \frac{ab}{a^2b^2 + 1}$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2 + 1} + \frac{a^2b^2 - b^2 - a^2 + 1}{a^2b^2 + 1}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + a^2b^2 - b^2 - a^2 + 1}{a^2b^2 + 1} = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2 + 1} = 1$$

Ans. 1

১৭। সমাধান করুন : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$$ax + by = a^2 + b^2$$

সমাধান : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ ..... (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ ..... (ii)

(i) নং এর উভয় পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে এবং (ii) নং এর উভয় পক্ষকে b দ্বারা ভাগ করে।

$x + \frac{ay}{b} = 2a$ ..... (iii)

$x + \frac{by}{a} = a + \frac{b^2}{a}$ ..... (iv)

(iii) নং – (iv) নং করে

$$\Rightarrow y\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) = a - \frac{b^2}{a}$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{a^2 - b^2}{ab}\right) = \frac{a^2 - b^2}{a}$$

$$\Rightarrow y = \frac{a^2 - b^2}{a} \times \frac{ab}{a^2 - b^2}$$

$\Rightarrow y = b$

y এর মান (i) নং বসাইয়া

$\frac{x}{a} + \frac{b}{b} = 2$

$\Rightarrow \frac{x}{a} + 1 = 2$

$\Rightarrow \frac{x}{a} = 1$

$\Rightarrow x = a$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = a, y = b$

Ans. : $x = a, y = b$

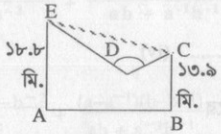
১৮। প্রদত্ত তথ্য হইতে পঞ্চভুজ ক্ষেত্র ABCDE এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন :

AB = ১২ মিটার, BC = ১৩.৯ মিটার, CD = ৭ মিটার, DE = ১২ মিটার AE = ১৮.৮ মিটার, $\angle EAB = \angle ABC = \angle CDE = ৯০^\circ$

সমাধান : মনেকরি, ABCE একটি ট্রাপিজিয়াম। উহার AE || BC এবং উচ্চতা AB

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ ABCE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(১৮.৮ + ১৩.৯) \times ১২$



$= \frac{১}{২}(৩২.৭) \times ১২$

$= ৩২.৭ \times ৬ = ১৯৬.২$ বর্গমিটার

আবার, ত্রিভুজ DCE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(১২ \times ৭)$ বর্গমিটার

$= ৬ \times ৭$ " $= ৪২$ "

∴ ABCDE এর ক্ষেত্রফল $= (১৯৬.২ - ৪২)$ বর্গমিটার

$= ১৫৪.২$ বর্গমিটার **উত্তর:**

পাটীগণিত

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

পাটীগণিত বিষয়ক গুরুত্বপূর্ণ তথ্য

- **মৌলিক সংখ্যা ঃ** ১ ব্যতীত যে সকল সংখ্যা ১ এবং ঐ সংখ্যা ব্যতীত অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয় না তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন – ২, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি।
- O হচ্ছে non-negative positive integer.
- ১ মৌলিক সংখ্যা নয়।
- ২ হল ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যা।
- ২ একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা।
- **কৃত্রিম সংখ্যা ঃ** যে সকল সংখ্যা ১ এবং সেই সংখ্যা ছাড়াও অন্য অংক বা সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয় তাকে কৃত্রিম সংখ্যা বলে। যেমন – ২৫, ৩৬, ৩২ ইত্যাদি।

  কোন সংখ্যা মৌলিক কিনা তা নির্ণয়ের জন্য ঐ সংখ্যার কাছাকাছি বর্গ সংখ্যার বর্গমূলের নিচে যতগুলো মৌলিক সংখ্যা আছে সেগুলো দ্বারা যাচাই করলেই হবে। যেমন – ১৭৩ সংখ্যাটি মৌলিক না যৌগিক এটি বোঝার জন্য কাছাকাছি বর্গ সংখ্যা ১৯৬ যার বর্গমূল ১৪। ১৪ এর নিচের মৌলিক সংখ্যা ১৩, ১১, ৭ প্রভৃতি দিয়ে পরীক্ষা করলেই হবে।
- **মৌলিক দ্বিজোড় ঃ** পরপর দুটি মৌলিক সংখ্যার ব্যবধান ২ হলে তাকে মৌলিক দ্বিজোড় বলে। যেমন– ৫, ৭; ১১, ১৩।
  ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত ৮টি মৌলিক দ্বিজোড় রয়েছে।
  ৫০ " ৭০ " ১" " " "
- **মৌলিক ত্রিজোড় ঃ** তিনটি মৌলিক সংখ্যার অন্তর ২ হলে তাদের মৌলিক ত্রিজোড় বলে। যেমন – ৩, ৫, ৭।

বাস্তব সংখ্যা ও অবাস্তব সংখ্যা

- যে সংখ্যার বর্গমূল করা যায় তাকে বাস্তব সংখ্যা বলে।
- যে সংখ্যার বর্গমূল করা যায় না তাকে অবাস্তব সংখ্যা বলে।
- কোন একটি বাস্তব রাশির সাথে অবাস্তব রাশি থাকলে তাকে অবাস্তব রাশি বলে।

মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা

- শূন্য, স্বাভাবিক সংখ্যা, প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ হল মূলদ সংখ্যা।
- পূর্ণবর্গ নয় এমন কোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল করলে সেটি অমূলদ। যেমন – $\sqrt{৩২}$ সহজ ভাষায়, যে সংখ্যার বর্গমূল পাওয়া যায় না তাই অমূলদ। অমূলদ ব্যতীত সকল সংখ্যাই মূলদ।

যোগসিদ্ধ সংখ্যা

- যে সংখ্যার উৎপাদকগুলোর যোগফলের সাথে ১ যোগ করলে সংখ্যাটির সমান হয় তাকে যোগসিদ্ধ সংখ্যা বলে। যেমন– ৬।
  ৬ এর উৎপাদক হল ৩,২। এর সাথে ১ যোগ করলে ৬ হয়।

ভগ্নাংশ

- ভগ্নাংশের হরের চেয়ে লব ছোট হলে প্রকৃত ভগ্নাংশ। যেমন $\frac{৩}{৪}$
- ভগ্নাংশের হরের চেয়ে লব বড় হলে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ। যেমন $\frac{৫}{৪}$
- একটি পূর্ণসংখ্যা ও প্রকৃত ভগ্নাংশ একত্রে থাকলে মিশ্র ভগ্নাংশ হয়। যেমন— $১\frac{৩}{৪}$

ল. সা. গু. ও গ. সা. গু

- **গুণিতক ঃ** কোন সংখ্যাকে অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তাকে প্রথম সংখ্যার গুণিতক বলে। অর্থাৎ, গুণফল হল গুণিতক। ০ (শূন্য) হল সব সংখ্যার গুণিতক।
- **গুণনীয়ক ঃ** একটি সংখ্যাকে যতগুলো সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায়, এর সবগুলোই ঐ সংখ্যার গুণনীয়ক।

ল. সা. গু = লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক

গ. সা. গু = গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক।

- **৩৬ ও ৪৪ এর ল. সা. গু ও গ. সা. গু**

৩৬ ও ৪৪ এ দুটির সাধারণ গুণনীয়ক হল ২, ৪। এ গুণনীয়ক গুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড় হল ৪। সুতরাং এ ৪ হল সংখ্যাদুটির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক।

আবার, ৩৬ × ৪৪ = ১৫৮৪

এখন,
২ | ১৫৮৪
২ | ৭৯২
২ | ৩৯৬
২ | ১৯৮
৩ | ৯৯
৩ | ৩৩
১১

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

∴ ১৫৮৪ = ২ × ৭৯২ → এক্ষেত্রে ৭৯২ সংখ্যাটি ৩৬ ও ৪৪ দ্বারা বিভাজ্য।

১৫৮৪ = ৪ × ৩৯৬ → এক্ষেত্রে ৩৯৬ সংখ্যাটি ৩৬ ও ৪৪ দ্বারা বিভাজ্য।

১৫৮৪ = ৮ × ১৯৮ → ক্ষেত্রে ১৯৮ সংখ্যাটি ৩৬ ও ৪৪ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

১৫৮৪ অপেক্ষা ছোট ৩৬ ও ৪৪ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য সবচেয়ে ছোট সংখ্যা হল ৩৯৬।

সুতরাং ৩৬ ও ৪৪–এর ল. সা. গু হল ৩৯৬

বিকল্প পদ্ধতি ঃ

৩৬ = ২ × ২ × ৩ × ৩

৪৪ = ২ × ২ × ১১

৩৬ ও ৪৪ এর ল. সা. গু = উভয় সংখ্যার মধ্যে 'কমন ও আনকমন' উৎপাদকগুলোর গুণফল

= ২ × ২ × ৩ × ৩ × ১১ = ৩৯৬

ল. সা. গু = কমন ও আনকমন উৎপাদকগুলোর গুণফল

গ. সা. গু = কমন উৎপাদকগুলোর গুণফল।

ল. সা. গু × গ. সা. গু = সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল

$$\text{ভগ্নাংশের গ. সা. গু} = \frac{\text{লব গুলোর গ. সা. গু}}{\text{হর গুলোর ল. সা. গু}}$$

$$\text{ভগ্নাংশের ল. সা. গু} = \frac{\text{লবগুলোর ল. সা. গু}}{\text{হরগুলের গ. সা. গু}}$$

সহমৌলিক সংখ্যা

দুটি সংখ্যার গ. সা. গু ১ হলে তাদের সহমৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন– ৬ ও ৭ এর মধ্যে ১ ভিন্ন অন্য কোন গুণনীয়ক নেই।

সংখ্যা মৌলিক বা যৌগিক যাই হোক না কেন সংখ্যাগুলোর গ. সা. গু বাদ দিয়ে যে উৎপাদকগুলো থাকে তা সর্বদা সহমৌলিক।

অনুপাত ও সমানুপাত

- **দ্বিগুণানুপাত ঃ** দুটি সংখ্যার বর্গের অনুপাত।
- **দ্বিভাজিত অনুপাত ঃ** দুটি সংখ্যার বর্গমূলের অনুপাত।
- **মিশ্র অনুপাত ঃ** পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল ঃ উত্তর রাশিগুলোর গুণফল (বাম ও ডানের কমন সংখ্যাগুলোকে বাদ দিয়ে বাকি সংখ্যাগুলোর অনুপাতই মিশ্র অনুপাত।
- অনুপাত হিসেবে লিখলে একক থাকে না। উত্তরপদ ঃ পূর্বপদ লিখলে সেটা ব্যাস্তানুপাত।

- **সমানুপাত**

দুটি ভিন্ন অনুপাতের জিনিসের অনুপাতগুলো সমান হলে সেটা সমানুপাত। এতে চারটি রাশি থাকে — যেমন–৯ ঃ ৬ ঃ ঃ ৩ ঃ ২

- ৯ ও ২ হল প্রান্তীয় রাশি, ৬ ও ৩ হল মধ্যরাশি।
- প্রান্তীয় রাশিদ্বয়ের গুণফল = মধ্য রাশিদ্বয়ের গুণফল
- তিনটি রাশির সাহায্যে চতুর্থ রাশি নির্ণয়ের নিয়ম হল – ত্রৈরাশিক।
- সমানুপাতের মাঝের রাশি দুটো একই হলে তাকে বলে ক্রমিক সমানুপাত।

ধারার যোগফল নির্ণয়

- **ক্রমিক (সমান্তর) ধারার ক্ষেত্রে,**

$$\text{পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষ পদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + ১$$

$$\text{ধারার গড়} = \frac{\text{শেষপদ} + \text{প্রথম পদ}}{২}$$

$$\text{যোগফল} = \frac{(\text{১মপদ} + \text{শেষপদ}) \times \text{পদসংখ্যা}}{২}$$

ধারার n তম পদ = প্রথম পদ + (n – 1) × সাধারণ অন্তর = $a + (n - 1)d$

ধারার n–তম পদের সমষ্টি = $\frac{n}{2}$ {২×১ম পদ + (n – 1) × সাধারণ অন্তর}

- **গুণোত্তর ধারার ক্ষেত্রে,** = $\frac{n}{2}\{2a + (n - 1)\, d\}$

ধারার n–তম পদ = ar^{n-1} a = প্রথম পদ

n = পদ সংখ্যা

r = সাধারণ অনুপাত

ধারার n –তম পদের সমষ্টি (পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে)

$$S = a\frac{r^n - 1}{r - 1} \quad (r > 1)$$

ধারার n–তম পদের সমষ্টি (ভগ্নাংশের ক্ষেত্র)

$$S = a.\frac{1 - r^n}{1 - r} \quad (r < 1)$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অন্যান্য

বৃহত্তর সংখ্যা $= \frac{\text{সমষ্টি} + \text{অন্তর}}{২}$

ক্ষুদ্রতম সংখ্যা $= \frac{\text{সমষ্টি} - \text{অন্তর}}{২}$

সুদ $= \frac{\text{সুদের হার} \times \text{আসল} \times \text{সময়}}{১০০}$ বা, $I = \frac{Pnr}{100}$ [সরল মুনাফার ক্ষেত্রে]

জনমিতি

- স্থূল জন্মহার $= \frac{\text{১ বছরের জীবন্ত শিশু}}{\text{জনসংখ্যা}} \times ১০০০$
- স্থূল মৃত্যুহার $= \frac{\text{১ বছরে মৃত শিশু}}{\text{জনসংখ্যা}} \times ১০০০$
- স্বাভাবিক বৃদ্ধির হার

$= \frac{\text{১ বছরের (জীবন্ত শিশু} - \text{মৃত শিশু)}}{\text{জনসংখ্যা}} \times ১০০০$

পরিমাপের এককসমূহ

পরিমাপের এককসমূহ হল :

মিলিমিটার, সেন্টিমিটার, ডেসিমিটার, মিটার, ডেকামিটার হেক্টোমিটার, কিলোমিটার।

১ মিটার =১০ ডেসিমিটার=১০০ সেন্টিমিটার =১০০০ মিলিমিটার

১ মিটার=$\frac{১}{১০}$ ডেকামিটার=$\frac{১}{১০০}$ হেক্টোমিটার =$\frac{১}{১০০০}$ কিলোমিটার

২.৫৪ সেন্টিমিটার = ১ ইঞ্চি, ১ মিটার = ৩৯.৩৭ ইঞ্চি।

❑ **একক : বর্গমিটার**

১ বর্গমিটার = ১০.৭৬ বর্গফুট (প্রায়)

১০০ বর্গমিটার = ১ এয়র

১০০ এয়র = ১ হেক্টর

১ হেক্টর = ২.৪৭ একর (প্রায়)

❑ **একক ঃ গ্রাম**

মিলিগ্রাম, সেন্টিগ্রাম, ডেসিগ্রাম, গ্রাম, ডেকাগ্রাম, হেক্টোগ্রাম, কিলোগ্রাম।

১ গ্রাম =১০ ডেসিগ্রাম= ১০০ সেন্টিগ্রাম=১০০০ মিলিগ্রাম।

১ গ্রাম=$\frac{১}{১০}$ ডেকাগ্রাম=$\frac{১}{১০০}$ হেক্টোগ্রাম = $\frac{১}{১০০০}$ কিলোগ্রাম

১০০ কিলোগ্রাম = ১ কুইন্টাল

১০০০ কিলোগ্রাম = ১০ কুইন্টাল = ১ মেট্রিক টন।

❑ **একক : লিটার**

মিলিলিটার, সেন্টিলিটার, ডেসিলিটার, লিটার, ডেকালিটার, হেক্টোলিটার, কিলোলিটার।

১ লিটার = ১০ ডেসিলি. = ১০০ সে. লি. =১০০০ মি.লি.

১ লিটার = $\frac{১}{১০}$ ডেকালি = $\frac{১}{১০০}$ হেক্টোলি. = $\frac{১}{১০০০}$ কি.লি.

১ লিটার = ০.২২ গ্যালন (প্রায়)

১ গ্যালন = ৪.৫৪ লিটার

❑ **ক্ষেত্র পরিমাপের বিভিন্ন এককের সম্পর্ক**

১ হেক্টর=১০,০০০ বর্গমিটার = ২.৪৭ একর = ১০০ এয়র

১ বর্গমিটার = ১০০০০ বর্গ সে. মি. = ১০.৭৬ বর্গফুট = ১.১৯৫৯ বর্গগজ

১ বর্গগজ = ০.৮৩৬ বর্গমিটার = ৯ বর্গফুট

১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ = ৪০৪৭ বর্গমিটার

১ এয়র = ১০০ বর্গমিটার

১ বিঘা = ১৩৩৮ বর্গমিটার = ১৬০০ বর্গগজ।

অন্যান্য পরিমাপের এককসমূহ

১ ফ্যাদম = ৬ ফুট

১ নটিক্যাল মাইল = ১৮৫৩.১৮ মিটার

১ ব্যারেল = ১৫৯ লিটার

১ বেল = ৪০০ পাউন্ড বা ৫ মণ (প্রায়)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

সরলীকরণ
Simplification of Arithmetic

সাধারণ আলোচনা :

১. অনেকগুলো ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগের ক্ষেত্রে ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. করে ল.সা.গু.কে প্রতিটি ভগ্নাংশের হর দ্বারা ভাগ করে ভাগফলকে লবের সাথে গুণ করে পর্যায়ক্রমে যোগ বিয়োগ করতে হবে। এবং ফলাফল কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হবে। যেমন :

$$\frac{১}{৪}-\frac{১}{৬}+\frac{২}{৩}=\frac{৩-২+৮}{১২}=\frac{৯}{১২}=\frac{৩}{৪}$$

২. কোন ভগ্নাংশের লব ও হরকে শূন্য (০) ব্যতীত অন্য কোন একই সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে ভগ্নাংশের মানের কোন পরিবর্তন হয় না।

যেমন : $\frac{৩}{৪}=\frac{৩\times৫}{৪\times৫}=\frac{১৫}{২০}=\frac{৩}{৪}$

আবার, $\frac{৩}{৪}=\frac{\frac{৩}{২}}{\frac{৪}{২}}=\frac{৩}{২}\times\frac{২}{৪}=\frac{৩}{৪}$

৩. ভগ্নাংশের লব ও হর পরস্পর স্থান বিনিময় করলে ঐ ভগ্নাংশের বিপরীত ভগ্নাংশ পাওয়া যায়।

যেমন : ভগ্নাংশ $=\frac{x}{y}$ বিপরীত ভগ্নাংশ $=\frac{y}{x}$

৪. কোন ভগ্নাংশকে তার বিপরীত ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করলে গুণফল সব সময় ১ (এক) হবে।

যেমন : ভগ্নাংশ $=\frac{a}{b}$

বিপরীত ভগ্নাংশ $=\frac{b}{a}$

$\therefore$ গুণফল $=\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$

৫. অনেকগুলো ভগ্নাংশের হর একই হলে তাদেরকে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ বলে। যেমন : $\frac{২}{৪},\frac{৫}{৪},\frac{৩}{৪},\frac{১}{৪}$ ইত্যাদি।

৬. কোন ভগ্নাংশের লব ও হরের মধ্যে কোন সাধারণ উৎপাদক না থাকলে সেটিই লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত ভগ্নাংশ। যেমন : $\frac{৩}{৪}$ এই ভগ্নাংশের লব ও হরের মধ্যে কোন সাধারণ উৎপাদক নেই। $\frac{৩}{৪}$ লঘিষ্ঠ আকারে আছে।

৭. ভগ্নাংশের লব ও হরের মধ্যে কোন সাধারণ উৎপাদক থাকলে তা লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হবে যেমন : $\frac{২৫}{৩০},\frac{১০০}{১২০},\frac{৩০}{৩৬}$ এই ভগ্নাংগুলোর লব ও হরের মধ্যে মধ্যে সাধারণ উৎপাদক বিদ্যমান $\frac{২৫}{৩০}=\frac{৫}{৬};\frac{১০০}{১২০}=\frac{৫}{৬};\frac{৩০}{৩৬}=\frac{৫}{৬}$

$\therefore$ ভগ্নাংশগুলোর লঘিষ্ঠ আকার হবে $=\frac{৫}{৬}$

৮. যোগ-বিয়োগের সময় মিশ্র ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করে যোগ-বিয়োগ করতে হবে। তবে ফলাফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে মিশ্র ভগ্নাংশে পরিবর্তন করাই ভালো।

৯. 'BODMAS' শব্দটি মনে রাখলে সরলীকরণের ক্ষেত্রে সুবিধা হয়।

B – Brackets (বন্ধনী)
O – Of (এর)
D – Division (ভাগ)
M – Multiplication (গুণ)
A – Addition (যোগ)
S – Subtraction (বিয়োগ)

১০. বন্ধনীযুক্ত রাশিমালার সরলীকরণ:

-- = রেখাবন্ধনী
( ) = প্রথম বন্ধনী
{ } = দ্বিতীয় বন্ধনী
[ ] = তৃতীয় বন্ধনী

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

রাশিমালার বন্ধনী থাকলে প্রথমে বন্ধনীর ভিতরের কাজগুলো করতে হয়। বন্ধনী দেওয়ার অর্থই বন্ধনীমুক্ত রাশিমালা এক সূত্রে গাঁথা। সর্বপ্রথমে রেখাবন্ধনীর নিচের কাজ করতে হয়। এরপর পর্যায়ক্রমে ১ম, ২য় ও ৩য় বন্ধনীর কাজ শেষ করতে হয়।

× বন্ধনীর আগে কোনো চিহ্ন না থাকলে সেখানে 'এর' আছে ধরে নিতে হবে। যেমন:

$$\frac{৩}{১০}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(৪-\overline{\frac{১}{২}+\frac{১}{৬}}\right)\right\}\right]$$

$$=\frac{৩}{১০}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(৪-\frac{৩+১}{৬}\right)\right\}\right] \quad \left[\begin{matrix}\text{রেখা বন্ধনীর কাজ}\\ \text{আগে করা হল}\end{matrix}\right]$$

$$=\frac{৩}{১০}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(৪-\frac{৪}{৬}\right)\right\}\right]$$

$$=\frac{৩}{১০}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\left(\frac{২৪-৪}{৬}\right)\right\}\right]$$

$$=\frac{৩}{১০}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{২}{৫}\text{ এর }\frac{২০}{৬}\right\}\right]$$

$\frac{২}{৫}$ এবং $\left(\frac{২৪-৪}{৬}\right)$ এর মধ্যে কিছু না থাকায় সেখানে 'এর' আছে বলে ধরে নেওয়া হল।

$$=\frac{৩}{১০}\left[৪-\frac{১}{৪}\left\{৪-\frac{৪}{৩}\right\}\right]=\frac{৩}{১০}\left[৪-\frac{১}{৪}\text{ এর }\frac{৮}{৩}\right]$$

$$=\frac{৩}{১০}\left[৪-\frac{২}{৩}\right]=\frac{৩}{১০}\text{ এর }\frac{১০}{৩}$$

= ১ (উত্তর)

১১. আবৃত/পৌনঃপুনিক দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশে পরিবর্তন:

× নির্ণেয় ভগ্নাংশের লব = প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশের দশমিক বিন্দু বাদ দিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যা থেকে আবৃত অংশ বাদ দিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যার বিয়োগফল।

× নির্ণেয় ভগ্নাংশের হর = প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশের আবৃত অংশে যতগুলো অঙ্ক আছে ততগুলো (৯) এবং অনাবৃত অংশে যতগুলো অঙ্ক আছে ততগুলো শূন্য (০) দ্বারা গঠিত সংখ্যা।

উদাহরণ:

$$৫.\dot{২}৩৪৫\dot{৭}=\frac{৫২৩৪৫৭-৫২৩}{৯৯৯০০}=\frac{৫২২৯৩৪}{৯৯৯০০}$$

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১। $\frac{২.৮ \text{ এর } ২.\dot{২}\dot{৭}}{১.৩\dot{৬}}+\frac{৪.৪-২.৮\dot{৩}}{১.৩+২.৬২৯}$ এর ৮.২ [৩৪ তম বিসিএস]

সমাধান :

$$\frac{২.৮ \text{ এর } ২.\dot{২}\dot{৭}}{১.৩\dot{৬}}+\frac{৪.৪-২.৮\dot{৩}}{১.৩+২.৬২৯}\text{ এর }৮.২$$

$$=\frac{\frac{২৮}{১০}\text{ এর }\frac{২২৭-২}{৯৯}}{\frac{১৩৬-১}{৯৯}}+\frac{\frac{৪৪-৪}{৯}-\frac{২৮৩-২৮}{৯০}}{\frac{১৩-১}{৯}+\frac{২৬২৯-২৬২}{৯০০}}\text{ এর }\frac{৮২}{১০}$$

$$=\frac{\frac{২৮}{১০}\text{ এর }\frac{২২৫}{৯৯}}{\frac{১৩৫}{৯৯}}+\frac{\frac{৪০}{৯}-\frac{২৫৫}{৯০}}{\frac{১২}{৯}+\frac{২৩৬৭}{৯০০}}\text{ এর }\frac{৮২}{১০}$$

$$=\frac{২৮}{১০}\text{ এর }\frac{২২৫}{৯৯}\div\frac{১৩৫}{৯৯}+\frac{\frac{৪০০-২৫৫}{৯০}}{\frac{১২০০+২৩৬৭}{৯০০}}\text{ এর }\frac{৮২}{১০}$$

$$=\frac{২৮}{১০}\text{ এর }\frac{২২৫}{৯৯}\div\frac{১৩৫}{৯৯}+\frac{\frac{১৪৫}{৯০}}{\frac{৩৫৬৭}{৯০০}}\text{ এর }\frac{৮২}{১০}$$

$$=\frac{২৮}{১০}\text{ এর }\frac{২২৫}{৯৯}\times\frac{৯৯}{১৩৫}+\frac{১৪৫}{৯০}\times\frac{৯০০}{৩৫৬৭}\text{ এর }\frac{৮২}{১০}$$

$$=\frac{১৪}{৩}+\frac{১০}{৩}=\frac{১৪+১০}{৩}=\frac{২৪}{৩}$$

= ৮ উত্তর

২। $\frac{৩\frac{১}{২}-২\frac{১}{৬}}{\frac{১}{৪}\text{ এর }\left(\frac{১}{৫}+\frac{১}{৭}\right)}\div১৫\frac{৫}{৯}$ [৩০তম, ১৫তম বিসিএস]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

সমাধান ঃ

$$\frac{৩\frac{১}{২}-২\frac{১}{৬}}{\frac{১}{৪}\text{ এর }\left(\frac{১}{৫}+\frac{১}{৭}\right)}+১৫\frac{৫}{৯}=\frac{\frac{৭}{২}-\frac{১৩}{৬}}{\frac{১}{৪}\text{ এর }\left(\frac{৭+৫}{৩৫}\right)}+\frac{১৪০}{৯}$$

$$=\frac{\frac{২১-১৩}{৬}}{\frac{১}{৪}\text{ এর }\frac{১২}{৩৫}}+\frac{১৪০}{৯}=\frac{\frac{৮}{৬}}{\frac{৩}{৩৫}}+\frac{১৪০}{৯}=\frac{৮}{৬}\times\frac{৩৫}{৩}\times\frac{৯}{১৪০}=১$$

উত্তর : ১।

৩. **সরল করুন :** [৩১ তম বিসিএস]

$$b\left(৫\frac{১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(৩\frac{১}{২}-২\frac{২}{৩}\right)\div২\frac{২}{৩}\right\}\div৫+৩\frac{১}{২}$$

সমাধান :

$$\left(৫\frac{১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(৩\frac{১}{২}-২\frac{২}{৩}\right)\div২\frac{২}{৩}\right\}\div৫+৩\frac{১}{২}$$

$$=\left(\frac{১১}{২}-১৭\right)\times\left\{৪\left(\frac{৭}{২}-\frac{৮}{৩}\right)\div\frac{৯}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$$

$$=\left(\frac{১১-৩৪}{২}\right)\times\left\{৪\left(\frac{২১-১৬}{৬}\right)\div\frac{৮}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$$

$$=\frac{-২৩}{২}\times\left\{৪\times\frac{৫}{৬}\div\frac{৮}{৩}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}=\frac{-২৩}{২}\times\left\{\frac{১০}{৩}\times\frac{৩}{৮}\right\}\div৫+\frac{৭}{২}$$

$$=\frac{-২৩}{২}\times\frac{৫}{৪}\times\frac{১}{৫}+\frac{৭}{২}=\frac{৭}{২}-\frac{২৩}{৮}=\frac{২৮-২৩}{৮}=\frac{৫}{৮}$$

৪। **সরল করুন :**

$$১.৫\div.০৭৫\times৩.২৫\div১.৩\times৩.৩\div২.২৫-১.৩\dot{৬}$$ [৩০তম বিসিএস]

সমাধান :

$$১.৫\div.০৭৫\times৩.২৫\div১.৩\times৩.৩\div২.২৫-১.৩\dot{৬}$$

$$=\frac{১৫}{১০}\times\frac{১০০০}{৭৫}\times\frac{৩২৫}{১০০}\times\frac{১০}{১৩}\times\frac{৩৩}{১০}\div\frac{২২৫}{১০০}-\frac{১২৩}{৯০}\left[১.৩\dot{৬}=\frac{১৩৬-১৩}{৯০}\right]$$

$$=২০\times\frac{৩২৫}{১০}\times\frac{৩৩}{১৩\times১০}\div\frac{৯}{৪}-\frac{৪১}{৩০}$$

$$=\frac{৬৫\times৩৩}{১৩}\div\frac{৯}{৪}-\frac{৪১}{৩০}$$

$$=১৬৫\div\frac{৯}{৪}-\frac{৪১}{৩০}$$

$$=১৬৫\times\frac{৪}{৯}-\frac{৪১}{৩০}=\frac{২২০}{৩}-\frac{৪১}{৩০}=\frac{২১৫৯}{৩০}$$

$$=৭১.৯৬\dot{}$$

উত্তর : ৭১.৯৬$\dot{}$

৫। **সরল করুন ঃ**

$$[(৬.২৭\times০.৫)\div\{(.৫\text{ এর }.৭৫)\times৮.৩৬\}]\div\{(.২৫\text{ এর }.১)\times(.৭৫\text{ এর }২১.\dot{৩})\times.৫\}$$ [২৮তম বিসিএস]

সমাধান :

$$[(৬.২৭\times০.৫)\div\{(.৫\text{ এর }.৭৫)\times৮.৩৬\}]\div\{(.২৫\text{ এর }.১)\times(.৭৫\text{ এর }২১.\dot{৩})\times.৫\}$$

$$=[(\frac{৬২৭}{১০০}\times\frac{৫}{১০})\div\{(\frac{৫}{১০}\text{ এর }\frac{৭৫}{১০০})\times৮.৩৬\}]$$

$$\div(\frac{২৫}{১০০}\text{ এর }\frac{১}{১০})\times(\frac{৭৫}{১০০}\text{ এর }\frac{২১৩-২১}{৯})\times.৫\}$$

$$=[(\frac{৬২৭}{২০০}\div\{\frac{৩}{৮}\times\frac{৮৩৬}{১০০}\}]\div\{\frac{১}{৪০}\times(\frac{৭৫}{১০০}\text{ এর }\frac{১৯২}{৯})\times\frac{৫}{১০}\}$$

$$=[\frac{৬২৭}{২০০}\div\{\frac{৩}{৮}\times\frac{৮৩৬}{১০০}\}]\div\{\frac{১}{৪০}\times(\frac{৩}{৪}\text{ এর }\frac{১৯২}{৯})\times\frac{১}{২}\}$$

$$=[\frac{৬২৭}{২০০}\div\frac{৬২৭}{২০০}]\div\{\frac{১}{৪০}\times১৬\times\frac{১}{২}\}$$

$$=[\frac{৬২৭}{২০০}\times\frac{২০০}{৬২৭}]\div\frac{১}{৫}$$

$$=১\div\frac{১}{৫}=১\times\frac{৫}{১}=৫$$

উত্তর : ৫.

৬। **সরল করুন ঃ-** [২৭-তম বিসিএস]

$$\frac{৪\frac{২}{৯}+২\frac{৮}{১৫}}{৪\frac{২}{৯}-২\frac{৮}{১৫}}\div\frac{১\frac{১}{৯}\text{ এর }২\frac{২}{৭}}{১\frac{১}{৭}\times\frac{২}{৫\frac{১}{৭}+৬\frac{১}{৭}}}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

সমাধান :

$$\frac{4\frac{2}{9}+2\frac{8}{15}}{4\frac{2}{9}-2\frac{8}{15}} \div \frac{1\frac{2}{9}}{2\frac{2}{9}} \text{ এর } \frac{2\frac{2}{7}}{3\frac{1}{7}} \times \frac{1\frac{1}{7}}{5\frac{2}{7}+6\frac{1}{7}}$$

$$= \frac{\frac{38}{9}+\frac{38}{15}}{\frac{38}{9}-\frac{38}{15}} \div \frac{\frac{11}{9}}{\frac{20}{9}} \text{ এর } \frac{\frac{16}{7}}{\frac{22}{7}} \times \frac{\frac{8}{7}}{\frac{37}{7}+\frac{43}{7}}$$

$$= \frac{\frac{190+114}{85}}{\frac{190-114}{85}} \div \frac{\frac{11}{9}}{\frac{20}{9}} \text{ এর } \frac{\frac{16}{7}}{\frac{22}{7}} \times \frac{\frac{8}{7}}{\frac{37}{7}+\frac{43}{7}}$$

$$= \frac{\frac{304}{85}}{\frac{76}{85}} \div \frac{\frac{11}{9}}{\frac{20}{9}} \text{ এর } \frac{\frac{16}{7}}{\frac{22}{7}} \times \frac{\frac{8}{7}}{\frac{80}{7}}$$

$$= \left(\frac{304}{85} \times \frac{85}{76}\right) \div \left(\frac{11}{9} \times \frac{9}{20}\right) \text{ এর } \left(\frac{16}{7} \times \frac{7}{22}\right) \times \left(\frac{8}{7} \times \frac{7}{80}\right)$$

$$= \frac{76}{19} \div \frac{11}{20} \text{ এর } \frac{8}{11} \times \frac{1}{10} = \frac{76}{19} \div \frac{2}{5} \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{76}{19} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{10} = 1$$

নির্ণেয় সরল ফল = ১

উত্তর : ১.

৭। $$\frac{4\frac{1}{4}-3\frac{1}{3}}{4\frac{1}{4}\times 3\frac{1}{3}} + \frac{5\frac{1}{5}-4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{5}\times 4\frac{1}{4}} - \frac{5\frac{1}{5}-3\frac{1}{3}}{5\frac{1}{5}\times 3\frac{1}{3}}$$

[২৫তম, ১৭তম বিসিএস]

সমাধান :

$$\frac{4\frac{1}{4}-3\frac{1}{3}}{4\frac{1}{4}\times 3\frac{1}{3}} + \frac{5\frac{1}{5}-4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{5}\times 4\frac{1}{4}} - \frac{5\frac{1}{5}-3\frac{1}{3}}{5\frac{1}{5}\times 3\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{17}{4}-\frac{10}{3}}{\frac{17}{4}\times\frac{10}{3}} + \frac{\frac{26}{5}-\frac{17}{4}}{\frac{26}{5}\times\frac{17}{4}} - \frac{\frac{26}{5}-\frac{10}{3}}{\frac{26}{5}\times\frac{10}{3}}$$

$$= \frac{\frac{51-40}{12}}{\frac{85}{6}} + \frac{\frac{104-85}{20}}{\frac{13\times17}{10}} - \frac{\frac{78-50}{15}}{\frac{52}{3}}$$

$$= \frac{\frac{11}{12}}{\frac{85}{6}} + \frac{\frac{19}{20}}{\frac{13\times17}{10}} - \frac{\frac{28}{15}}{\frac{52}{3}}$$

$$= \frac{11}{12}\times\frac{6}{85} + \frac{19}{20}\times\frac{10}{13\times17} - \frac{28}{15}\times\frac{3}{52}$$

$$= \frac{11}{170} + \frac{19}{442} - \frac{7}{65}$$

$$= \frac{143+95-238}{2210} = \frac{238-238}{2210}$$

$$= \frac{0}{2210} = 0$$

উত্তর = ০.

৮। **সরল করুন :** [১৩তম বিসিএস]

$$\left(1+\frac{1}{1+\frac{1+1}{1+\frac{1}{3}}} + \frac{3\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{2}\times\frac{8}{5}}{3\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{2} \text{ এর } \frac{8}{5}}\right) \div \frac{\sqrt[3]{81}}{\frac{8}{7}-\frac{3}{11}}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান :

$$\left(1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}+\frac{\frac{3}{2}\div\frac{1}{2}\times\frac{8}{5}}{\frac{3}{2}\div\frac{1}{2}\text{ এর }\frac{8}{5}}\right)\div\frac{\sqrt[3]{64}}{\frac{8}{9}-\frac{3}{11}}$$

$$=\left(1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{8}{3}}}+\frac{\frac{9}{2}\div\frac{5}{2}\times\frac{8}{5}}{\frac{9}{2}\div\frac{5}{2}\text{ এর }\frac{8}{5}}\right)\div\frac{\sqrt[3]{8}}{88-21}$$

$$=\left(1+\frac{1}{1+\frac{3}{8}}+\frac{\frac{9}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{8}{5}}{\frac{9}{2}\div 2}\right)\div\frac{3}{23}$$

$$=\left(1+\frac{1}{\frac{8+3}{8}}+\frac{\frac{28}{25}}{\frac{9}{2}\times\frac{1}{2}}\right)\div\frac{3}{23}$$

$$=\left\{1+\frac{8}{9}+\left(\frac{28}{25}\times\frac{8}{9}\right)\right\}\div\frac{77\times 3}{23}$$

$$=\left(1+\frac{8}{9}+\frac{16}{25}\right)\div\frac{77\times 3}{23}$$

$$=\left(\frac{175+100+112}{175}\right)\div\frac{77\times 3}{23}$$

$$=\frac{387}{175}\times\frac{23}{77\times 3}=\frac{2967}{13475}$$

অতএব, নির্ণেয় সরল ফল $\frac{2967}{13475}$

উত্তর : $\frac{2967}{13475}$

৯। সরল করুন : [১১ তম বিসিএস]

$$\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}\left\{8\frac{2}{3}-6\text{ এর }\left(\frac{9}{9}-\frac{1}{12}\right)\right\}+\frac{\sqrt[3]{125}}{3+\frac{1}{3}}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}\left\{8\frac{2}{3}-6\text{ এর }\left(\frac{9}{9}-\frac{1}{12}\right)\right\}+\frac{\sqrt[3]{125}}{3+\frac{1}{3}}$$

$$=\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}\left\{\frac{14}{3}-6\text{ এর }\left(\frac{28-3}{36}\right)\right\}+\frac{\sqrt[3]{64}}{\frac{9+1}{3}}$$

$$=\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}\left\{\frac{14}{3}-6\text{ এর }\frac{25}{36}\right\}+\frac{5}{\frac{10}{3}}$$

$$=\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}\left\{\frac{14}{3}-\frac{25}{6}\right\}+\frac{15}{10}$$

$$=\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}\left\{\frac{28-25}{6}\right\}+\frac{3}{2}$$

$$=\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}\text{ এর }\frac{3}{6}+\frac{3}{2}=\frac{1}{6}\div\frac{1}{3}+\frac{3}{2}$$

$$=\frac{1}{6}\times\frac{3}{1}+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{1+3}{2}=\frac{4}{2}=2$$

উত্তর : ২.

১০। $2\frac{2}{5}\times\frac{5\frac{5}{8}}{6\frac{3}{7}}\text{ এর }\frac{6\frac{7}{11}}{9\frac{1}{8}}\div\frac{8}{9}\text{ এর }2\frac{11}{22}\text{ এর }\frac{2\frac{1}{2}}{12\frac{1}{2}}$ [১০তম বিসিএস]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান :

$$\frac{১২}{৫} \times \frac{\frac{৫}{৮}}{\frac{৬}{৭}} \text{ এর } \frac{\frac{৭}{১১}}{\frac{১}{৯}} \div \frac{৮}{৯} \text{ এর } ২\frac{১১}{২২} \text{ এর } \frac{\frac{৭}{১২}}{\frac{১}{১২}}$$

$$= \frac{১২}{৫} \times \frac{৪৫}{\frac{৮}{৪৫}} \text{ এর } \frac{৭৩}{\frac{১১}{৭৩}} \div \frac{৮}{৯} \text{ এর } \frac{৫৫}{২২} \text{ এর } \frac{১৫}{\frac{২}{২৫}}$$

$$= \frac{১২}{৫} \times \left(\frac{৪৫}{৮} \times \frac{৭}{৪৫}\right) \text{ এর } \left(\frac{৭৩}{১১} \times \frac{৮}{৭৩}\right) \div \frac{৮}{৯} \text{ এর } \frac{৫৫}{২২} \text{ এর } \left(\frac{১৫}{২} \times \frac{২}{২৫}\right)$$

$$= \frac{১২}{৫} \times \frac{৭}{৮} \text{ এর } \frac{৮}{১১} \div \frac{৮}{৯} \text{ এর } \frac{৫৫}{২২} \text{ এর } \frac{৩}{৫}$$

$$= \frac{১২}{৫} \times \frac{৭}{১১} \div \frac{৪}{৩}$$

$$= \frac{১২ \times ৭}{৫৫} \times \frac{৩}{৪}$$

$$= \frac{৬৩}{৫৫} = ১\frac{৮}{৫৫}$$

উত্তর : $১\frac{৮}{৫৫}$

১১। $\frac{৩}{৭}$ এর $\frac{\frac{৬\frac{৫}{১২}}{৩\frac{২}{৩}}}{} - \frac{১৯}{২০}$ এর $\frac{১\frac{১২}{৩}}{৬\frac{২}{৩}} + \frac{৩}{৫}\left(\frac{৩}{২} \times \frac{১}{৬}\right) + \frac{৩}{৪} \div \frac{৩}{২}$

[বিসিএস '৮৪]

সমাধান ঃ

$$\frac{৩}{৭} \text{ এর } \frac{\frac{৬\frac{৫}{১২}}{৩\frac{২}{৩}}}{} - \frac{১৯}{২০} \text{ এর } \frac{১\frac{১২}{৩}}{৬\frac{২}{৩}} + \frac{৩}{৫}\left(\frac{৩}{২} \times \frac{১}{৬}\right) + \frac{৩}{৪} \div \frac{৩}{২}$$

$$= \frac{৩}{৭} \text{ এর } \frac{\frac{৭৭}{১২}}{\frac{১১}{৩}} - \frac{১৯}{২০} \text{ এর } \frac{\frac{৫}{৩}}{\frac{২০}{৩}} + \frac{৩}{৫}\left(\frac{১}{৪} + \frac{৩}{৮} \times \frac{৩}{২}\right)$$

$$= \frac{৩}{৭} \text{ এর } \frac{৭৭}{১২} \times \frac{৩}{১১} - \frac{১৯}{২০} \text{ এর } \frac{৫}{৩} \times \frac{৩}{২০} + \frac{৩}{৫}\left(\frac{১}{৪} + \frac{৯}{১৬}\right)$$

$$= \frac{৩}{৪} - \frac{১৯}{৮০} + \frac{৩}{৫}\left(\frac{৪ + ৯}{১৬}\right)$$

$$= \frac{৩}{৪} - \frac{১৯}{৮০} + \frac{৩}{৫}\left(\frac{১৩}{১৬}\right) = \frac{৩}{৪} - \frac{১৯}{৮০} + \frac{৩৯}{৮০}$$

$$= \frac{৬০ - ১৯ + ৩৯}{৮০} = \frac{৯৯ - ১৯}{৮০} = \frac{৮০}{৮০} = ১$$

উত্তর : ১.

গাণিতিক অনুশীলন :

১। **সরল করুন ঃ**

$$\left(\frac{১}{৩} + \frac{\frac{৩}{৭}}{১\frac{৩}{৫}} + \frac{১১}{১৪} + \frac{৫}{৯} - ১\right) \div \frac{৫}{৯} \text{ এর } \frac{৫}{৮} \text{ এর } ২\frac{৫}{৭}$$

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{১}{৩} + \frac{\frac{৩}{৭}}{১\frac{৩}{৫}} + \frac{১১}{১৪} + \frac{৫}{৯} - ১\right) \div \frac{৫}{৯} \text{ এর } \frac{৫}{৮} \text{ এর } ২\frac{৫}{৭}$$

$$= \left(\frac{১}{৩} + \frac{\frac{৩}{৭}}{\frac{৮}{৫}} + \frac{১১}{১৪} + \frac{৫}{৯} - ১\right) \div \frac{৫}{৯} \text{ এর } \frac{৫}{৮} \text{ এর } \frac{১৯}{৭}$$

$$= \left(\frac{১}{৩} + \frac{৩}{৭} \times \frac{৫}{৮} + \frac{১১}{১৪} + \frac{৫}{৯} - ১\right) \div \frac{৫ \times ৫ \times ১৯}{৯ \times ৮ \times ৭}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \left(\frac{১}{৩} + \frac{১৫}{৫৬} + \frac{১১}{১৪} + \frac{৫}{৯} - ১\right) \div \frac{৫ \times ৫ \times ১৯}{৯ \times ৮ \times ৭}$$

$$= \frac{১৬৮ + ১৩৫ + ৩৯৬ + ২৮০ - ৫০৪}{৫০৪} \div \frac{৪৭৫}{৫০৪}$$

$$= \frac{৯৭৯ - ৫০৪}{৫০৪} \div \frac{৪৭৫}{৫০৪} = \frac{৪৭৫}{৫০৪} \div \frac{৪৭৫}{৫০৪}$$

$$= \frac{৪৭৫}{৫০৪} \times \frac{৫০৪}{৪৭৫} = ১$$

উত্তর : ১.

২। $\dfrac{৫\frac{৫}{৮}}{৬\frac{৩}{৭}}$ এর $\dfrac{৬\frac{৭}{১১}}{৯\frac{১}{৮}} \div \frac{৮}{৯}\left(২\frac{৩}{১১} + \frac{১৩}{২২}\right)$ এর $\frac{৩}{৫}$

সমাধান ঃ

$$\frac{৫\frac{৫}{৮}}{৬\frac{৩}{৭}} \text{ এর } \frac{৬\frac{৭}{১১}}{৯\frac{১}{৮}} \div \frac{৮}{৯}\left(২\frac{৩}{১১} + \frac{১৩}{২২}\right) \text{ এর } \frac{৩}{৫}$$

$$= \frac{\frac{৪৫}{৮}}{\frac{৪৫}{৭}} \text{ এর } \frac{\frac{৭৩}{১১}}{\frac{৭৩}{৮}} \div \frac{৮}{৯}\left(\frac{২৫}{১১} + \frac{১৩}{২২}\right) \text{ এর } \frac{৩}{৫}$$

$$= \frac{৪৫}{৮} \times \frac{৭}{৪৫} \text{ এর } \frac{৭৩}{১১} \times \frac{৮}{৭৩} \div \frac{৮}{৯}\left(\frac{৫০ + ১৩}{২২}\right) \text{ এর } \frac{৩}{৫}$$

$$= \frac{৭}{১১} \div \frac{৮}{৯}\left(\frac{৬৩}{২২}\right) \text{ এর } \frac{৩}{৫}$$

$$= \frac{৭}{১১} \div \frac{৮}{৯} \times \frac{৬৩}{২২} \text{ এর } \frac{৩}{৫}$$

$$= \frac{৭}{১১} \div \frac{৪ \times ৭ \times ৩}{১১ \times ৫}$$

$$= \frac{৭}{১১} \times \frac{১১ \times ৫}{৪ \times ৭ \times ৩} = \frac{৫}{১২}$$ **উত্তর :** $\frac{৫}{১২}$

৩। $\dfrac{৬\frac{৭}{৮} + ৩\frac{৪}{৫}}{৬\frac{৭}{৮} - ৩\frac{৪}{৫}} \div ১০\frac{১৭}{৪১}$ এর $\frac{১}{৩}$

সমাধান ঃ

$$\frac{৬\frac{৭}{৮} + ৩\frac{৪}{৫}}{৬\frac{৭}{৮} - ৩\frac{৪}{৫}} \div ১০\frac{১৭}{৪১} \text{ এর } \frac{১}{৩}$$

$$= \frac{\frac{৫৫}{৮} + \frac{১৯}{৫}}{\frac{৫৫}{৮} - \frac{১৯}{৫}} \div \frac{৪২৭}{৪১} \text{ এর } \frac{১}{৩}$$

$$= \frac{\frac{২৭৫ + ১৫২}{৪০}}{\frac{২৭৫ - ১৫২}{৪০}} \div \frac{৪২৭}{৪১ \times ৩}$$

$$= \frac{\frac{৪২৭}{৪০}}{\frac{১২৩}{৪০}} \div \frac{৪২৭}{৪১ \times ৩}$$

$$= \frac{৪২৭}{৪০} \times \frac{৪০}{১২৩} \div \frac{৪২৭}{১২৩} = \frac{৪২৭}{১২৩} \times \frac{১২৩}{৪২৭} = ১$$

উত্তর : ১।

৪। $\dfrac{৫\frac{২}{৩} - ৩\frac{২}{৫} \times \frac{২}{১৭}}{\frac{১}{৩} \text{ এর } ২১\frac{৫}{৯} - ২\frac{৫}{২৭}} - \frac{৪}{৭৫}$

সমাধান ঃ

$$\frac{৫\frac{২}{৩} - ৩\frac{২}{৫} \times \frac{২}{১৭}}{\frac{১}{৩} \text{ এর } ২১\frac{৫}{৯} - ২\frac{৫}{২৭}} - \frac{৪}{৭৫}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$$= \frac{\frac{১৭}{৩} - \frac{১৭}{৫} \times \frac{২}{১৭}}{\frac{১}{৩} \text{ এর } \frac{১৯৪}{৯} - \frac{৫৯}{২৭}} - \frac{৪}{৭৫}$$

$$= \frac{\frac{১৭}{৩} - \frac{২}{৫}}{\frac{১৯৪}{২৭} - \frac{৫৯}{২৭}} - \frac{৪}{৭৫}$$

$$= \frac{\frac{৮৫ - ৬}{১৫}}{\frac{১৯৪ - ৫৯}{২৭}} - \frac{৪}{৭৫}$$

$$= \frac{\frac{৭৯}{১৫}}{\frac{১৩৫}{২৭}} - \frac{৪}{৭৫}$$

$$= \frac{৭৯}{১৫} \times \frac{২৭}{১৩৫} - \frac{৪}{৭৫} = \frac{৭৯}{৭৫} - \frac{৪}{৭৫}$$

$$= \frac{৭৯ - ৪}{৭৫} = \frac{৭৫}{৭৫}$$

$$= ১$$

উত্তর : ১.

৫। $১৩\frac{৯}{১৯} \div ৭\frac{৫}{৫৭}$ এর $\frac{১}{.৪১৬ \times ১.২৬২৫}$

সমাধান ঃ

$$১৩\frac{৯}{১৯} \div ৭\frac{৫}{৫৭} \text{ এর } \frac{১}{.৪১৬ \times ১.২৬২৫}$$

$$= \frac{২৫৬}{১৯} \div \frac{৪০৪}{৫৭} \text{ এর } \frac{১}{\frac{৪১৬ - ৪১}{৯০০} \times \frac{১২৬২৫}{১০০০০}}$$

$$= \frac{২৫৬}{১৯} \div \frac{৪০৪}{৫৭} \text{ এর } \frac{১}{\frac{৩৭৫}{৯০০} \times \frac{১০১}{৮০}}$$

$$= \frac{২৫৬}{১৯} \div \frac{৪০৪}{৫৭} \text{ এর } \frac{১}{\frac{৫ \times ৭৫}{১২ \times ৭৫} \times \frac{১০১}{৮০}}$$

$$= \frac{২৫৬}{১৯} \div \frac{৪০৪}{৫৭} \text{ এর } \frac{১}{\frac{৫}{১২} \times \frac{১০১}{৮০}}$$

$$= \frac{২৫৬}{১৯} \div \frac{৪০৪}{৫৭} \text{ এর } \frac{১}{\frac{১০১}{১২ \times ১৬}}$$

$$= \frac{২৫৬}{১৯} \div \frac{৪০৪}{৫৭} \text{ এর } \frac{১২ \times ১৬}{১০১}$$

$$= \frac{২৫৬}{১৯} \div \frac{৪ \times ১২ \times ১৬}{৫৭}$$

$$= \frac{২৫৬}{১৯} \div \frac{২৫৬}{১৯} = \frac{২৫৬}{১৯} \times \frac{১৯}{২৫৬} = ১$$

উত্তর : ১.

৬। $\frac{২\frac{১}{২} - ১\frac{১}{৩} \text{ এর } ২\frac{১}{৪} + ১\frac{৭}{৯}}{\left(২\frac{১}{২} - ১\frac{১}{৩}\right) \text{ এর } \left(২\frac{১}{৪} + ১\frac{৭}{৯}\right)} \text{ এর } \frac{\frac{২}{১১} + \frac{১}{২}}{\frac{৪}{৭} - \frac{৩}{১১}}$

সমাধান ঃ

$$\frac{২\frac{১}{২} - ১\frac{১}{৩} \text{ এর } ২\frac{১}{৪} + ১\frac{৭}{৯}}{\left(২\frac{১}{২} - ১\frac{১}{৩}\right) \text{ এর } \left(২\frac{১}{৪} + ১\frac{৭}{৯}\right)} \text{ এর } \frac{\frac{২}{১১} + \frac{১}{২}}{\frac{৪}{৭} - \frac{৩}{১১}}$$

$$= \frac{\frac{৫}{২} - \frac{৪}{৩} \text{ এর } \frac{৯}{৪} + \frac{১৬}{৯}}{\left(\frac{৫}{২} - \frac{৪}{৩}\right) \text{ এর } \left(\frac{৯}{৪} + \frac{১৬}{৯}\right)} \frac{৪ + ১১}{২২} \frac{৪৪ - ২১}{৭৭}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{\frac{৫}{২} - ৩ + \frac{১৬}{৯}}{\left(\frac{১৫-৮}{৬}\right) \text{এর} \left(\frac{৮১+৬৪}{৩৬}\right)} \text{এর} \frac{\frac{১৫}{২২}}{\frac{২৩}{৭৭}}$$

$$= \frac{\frac{৪৫-৫৪+৩২}{১৮}}{\frac{৭}{৬} \text{এর} \frac{১৪৫}{৩৬}} \text{এর} \frac{১৫}{২২} \times \frac{৭৭}{২৩}$$

$$= \frac{\frac{২৩}{১৮}}{\frac{১০১৫}{২১৬}} \text{এর} \frac{১০৫}{৪৬}$$

$$= \frac{২৩}{১৮} \times \frac{২১৬}{১০১৫} \text{এর} \frac{১০৫}{৪৬} = \frac{১৮}{২৯}$$

উত্তর : $\frac{১৮}{২৯}$

৭। $\dfrac{\frac{২}{৩} - \frac{১}{৫} \text{এর} \frac{৭}{৮} + \frac{৮}{৯}}{\frac{৪}{৯} \div ১\frac{১}{৭} - \frac{১}{৫} + \frac{২}{৩}} - \dfrac{\frac{৬}{১১} - \frac{৪}{৯}}{১ - \frac{৫}{৯} \div \frac{৩}{৫}}$

সমাধান ঃ

$$\frac{\frac{২}{৩} - \frac{১}{৫} \text{এর} \frac{৭}{৮} + \frac{৮}{৯}}{\frac{৪}{৯} \div ১\frac{১}{৭} - \frac{১}{৫} + \frac{২}{৩}} - \frac{\frac{৬}{১১} - \frac{৪}{৯}}{১ - \frac{৫}{৯} \div \frac{৩}{৫}}$$

$$= \frac{\frac{২}{৩} - \frac{৭}{৪০} + \frac{৮}{৯}}{\frac{৪}{৯} \times \frac{৭}{৮} - \frac{১}{৫} + \frac{২}{৩}} - \frac{\frac{৫৪-৪৪}{৯৯}}{১ - \frac{৫}{৯} \times \frac{৫}{৩}}$$

$$= \frac{\frac{২৪০ - ৬৩ + ৩২০}{৩৬০}}{\frac{৭}{১৮} - \frac{১}{৫} + \frac{২}{৩}} - \frac{\frac{১০}{৯৯}}{১ - \frac{২৫}{২৭}}$$

$$= \frac{\frac{৪৯৭}{৩৬০}}{\frac{৩৫ - ১৮ + ৬০}{৯০}} - \frac{\frac{১০}{৯৯}}{\frac{২}{২৭}}$$

$$= \frac{\frac{৪৯৭}{৩৬০}}{\frac{৭৭}{৯০}} - \frac{১০}{৯৯} \times \frac{২৭}{২}$$

$$= \frac{৪৯৭}{৩৬০} \times \frac{৯০}{৭৭} - \frac{১৫}{১১} = \frac{৭১}{৪৪} - \frac{১৫}{১১}$$

$$= \frac{৭১ - ৬০}{৪৪} = \frac{১১}{৪৪} = \frac{১}{৪}$$

উত্তর : $\frac{১}{৪}$

৮। $\dfrac{\left(\frac{৫}{৬} + \frac{৪}{৫}\right) \text{এর} \frac{৩}{৪} - \frac{২}{৩}}{\frac{৫}{৬} + \frac{৪}{৫} \text{এর} \frac{৩}{৪} - \frac{২}{৩}} \div \dfrac{\frac{৫}{৬} \text{এর} \left(\frac{৪}{৫} - \frac{৩}{৪}\right) \text{এর} \frac{২}{৩}}{\frac{৫}{৬} \text{এর} \frac{৪}{৫}}$

সমাধান ঃ

$$\frac{\left(\frac{৫}{৬} + \frac{৪}{৫}\right) \text{এর} \frac{৩}{৪} - \frac{২}{৩}}{\frac{৫}{৬} + \frac{৪}{৫} \text{এর} \frac{৩}{৪} - \frac{২}{৩}} \div \frac{\frac{৫}{৬} \text{এর} \left(\frac{৪}{৫} - \frac{৩}{৪}\right) \text{এর} \frac{২}{৩}}{\frac{৫}{৬} \text{এর} \frac{৪}{৫}}$$

$$= \frac{\left(\frac{২৫ + ২৪}{৩০}\right) \text{এর} \frac{৩}{৪} - \frac{২}{৩}}{\frac{৫}{৬} + \frac{৩}{৫} - \frac{২}{৩}} \div \frac{\frac{৫}{৬} \text{এর} \left(\frac{১৬ - ১৫}{২০}\right) \text{এর} \frac{২}{৩}}{\frac{২}{৩}}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{\frac{৪৯}{৩০} \text{ এর } \frac{৩}{৪} - \frac{২}{৩}}{\frac{২৫+১৮-২০}{৩০}} \div \frac{\frac{৫}{৬} \text{ এর } \frac{১}{২০} \text{ এর } \frac{২}{৩}}{\frac{২}{৩}}$$

$$= \frac{\frac{৪৯}{৪০} - \frac{২}{৩}}{\frac{২৩}{৩০}} \div \frac{\frac{১}{৩৬}}{\frac{২}{৩}}$$

$$= \frac{\frac{১৪৭ - ৮০}{১২০}}{\frac{২৩}{৩০}} \div \frac{১}{৩৬} \times \frac{৩}{২}$$

$$= \frac{৬৭}{১২০} \times \frac{৩০}{২৩} \times \frac{২৪}{১} = \frac{৪০২}{২৩} = ১৭\frac{১১}{২৩}$$

উত্তর : $১৭\frac{১১}{২৩}$.

৯। $$\frac{\frac{১}{২} \div \frac{১}{৩} \times \frac{৩}{৪}}{\frac{১}{২} \div \frac{১}{৩} \text{ এর } \frac{৩}{৪}} \div \frac{১\frac{৩২}{২৫} \times ১\frac{২৫}{৩২} - ১\frac{১১}{৩২} \times ১\frac{১১}{৩২}}{১\frac{২৫}{৩২} + ১\frac{১১}{৩২}}$$

সমাধান ঃ

$$\frac{\frac{১}{২} \div \frac{১}{৩} \times \frac{৩}{৪}}{\frac{১}{২} \div \frac{১}{৩} \text{ এর } \frac{৩}{৪}} \div \frac{১\frac{৩২}{২৫} \times ১\frac{২৫}{৩২} - ১\frac{১১}{৩২} \times ১\frac{১১}{৩২}}{১\frac{২৫}{৩২} + ১\frac{১১}{৩২}}$$

$$= \frac{\frac{১}{২} \times \frac{৩}{১} \times \frac{৩}{৪}}{\frac{১}{২} \div \frac{১}{৪}} \div \frac{\left(\frac{৫৭}{৩২} \times \frac{৫৭}{৩২}\right) - \left(\frac{৪৩}{৩২} \times \frac{৪৩}{৩২}\right)}{\frac{৫৭}{৩২} + \frac{৪৩}{৩২}}$$

$$= \frac{\frac{৯}{৮}}{\frac{১}{২} \times \frac{৪}{১}} \div \frac{\left(\frac{৫৭}{৩২} + \frac{৪৩}{৩২}\right) \times \left(\frac{৫৭}{৩২} - \frac{৪৩}{৩২}\right)}{\left(\frac{৫৭}{৩২} + \frac{৪৩}{৩২}\right)}$$

[$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ সূত্র প্রয়োগে]

$$= \frac{\frac{৯}{৮}}{\frac{২}{১}} \div \left(\frac{৫৭}{৩২} - \frac{৪৩}{৩২}\right)$$

$$= \frac{৯}{৮} \times \frac{১}{২} \div \frac{৫৭ - ৪৩}{৩২}$$

$$= \frac{৯}{১৬} \times \frac{৩২}{১৪} = \frac{৯}{৭} = ১\frac{২}{৭}$$

উত্তর : $১\frac{২}{৭}$.

১০। $$\frac{\frac{৩}{১১}\left(\frac{২}{১৯} \text{ এর } ২\frac{৫}{৭} + \frac{১}{৩} \text{ এর } ১\frac{২}{৭}\right)}{\frac{২}{১৩} \times ১\frac{৫}{৮} \times ১\frac{১}{৭} - \frac{১}{১১}} \div \frac{\frac{১}{৩}}{\frac{২}{৯} \text{ এর } ৩ - \frac{১}{১৭} \text{ এর } ৫\frac{২}{৩}}$$

সমাধান ঃ

$$\frac{\frac{৩}{১১}\left(\frac{২}{১৯} \text{ এর } ২\frac{৫}{৭} + \frac{১}{৩} \text{ এর } ১\frac{২}{৭}\right)}{\frac{২}{১৩} \times ১\frac{৫}{৮} \times ১\frac{১}{৭} - \frac{১}{১১}} \div \frac{\frac{১}{৩}}{\frac{২}{৯} \text{ এর } ৩ - \frac{১}{১৭} \text{ এর } ৫\frac{২}{৩}}$$

$$= \frac{\frac{৩}{১১}\left(\frac{২}{১৯} \text{ এর } \frac{১৯}{৭} + \frac{১}{৩} \text{ এর } \frac{৯}{৭}\right)}{\frac{২}{১৩} \times \frac{১৩}{৮} \times \frac{৮}{৭} - \frac{১}{১১}} \div \frac{\frac{১}{৩}}{\frac{২}{৩} - \frac{১}{১৭} \text{ এর } \frac{১৭}{৩}}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{\frac{৩}{১১}\left(\frac{২}{৭}+\frac{৩}{৭}\right)}{\frac{২}{৭}-\frac{১}{১১}} \div \frac{\frac{১}{৩}}{\frac{২}{৩}-\frac{১}{৩}}$$

$$= \frac{\frac{৩}{১১}\left(\frac{২+৩}{৭}\right)}{\frac{২২-৭}{৭৭}} \div \frac{\frac{১}{৩}}{\frac{২-১}{৩}} = \frac{\frac{৩}{১১}\times\frac{৫}{৭}}{\frac{১৫}{৭৭}} \div \left(\frac{১}{৩}\times\frac{৩}{১}\right)$$

$$= \frac{\frac{১৫}{৭৭}}{\frac{১৫}{৭৭}} \div ১ = \frac{১৫}{৭৭}\times\frac{৭৭}{১৫} \div ১ = ১ \div ১ = ১$$

উত্তর : ১.

১১। $$\left\{১+\frac{১}{১+\frac{১}{১+\frac{১}{৩}}} + \frac{\frac{৩}{২}\div\frac{২}{২}\times\frac{১}{২}}{\frac{৩}{২}\div\frac{২}{২} \text{ এর } \frac{১}{২}}\right\} \div ৪\frac{১}{৪}$$

সমাধান ঃ

$$\left\{১+\frac{১}{১+\frac{১}{১+\frac{১}{৩}}} + \frac{\frac{৩}{২}\div\frac{২}{২}\times\frac{১}{২}}{\frac{৩}{২}\div\frac{২}{২} \text{ এর } \frac{১}{২}}\right\} \div ৪\frac{১}{৪}$$

$$= \left\{১+\frac{১}{১+\frac{১}{\frac{৩+১}{৩}}} + \frac{\frac{৭}{২}\div\frac{৫}{২}\times\frac{৩}{২}}{\frac{৭}{২}\div\frac{৫}{২} \text{ এর } \frac{৩}{২}}\right\} \div \frac{১৭}{৪}$$

$$= \left\{১+\frac{১}{১+\frac{১}{৪}} + \frac{\frac{৭}{২}\div\frac{৫}{২}\times\frac{৩}{২}}{\frac{৭}{২}\div\frac{১৫}{৪}}\right\} \div \frac{১৭}{৪}$$

$$= \left\{১+\frac{১}{১+\frac{৩}{৪}} + \frac{\frac{৭}{২}\times\frac{২}{৫}\times\frac{৩}{২}}{\frac{৭}{২}\times\frac{৪}{১৫}}\right\} \div \frac{১৭}{৪}$$

$$= \left\{১+\frac{১}{\frac{৪+৩}{৪}} + \frac{\frac{২১}{১০}}{\frac{১৪}{১৫}}\right\} \div \frac{১৭}{৪}$$

$$= \left\{১+\frac{১}{\frac{৭}{৪}} + \frac{২১}{১০}\times\frac{১৫}{১৪}\right\} \div \frac{১৭}{৪}$$

$$= \left\{১+\frac{৪}{৭}+\frac{৯}{৪}\right\} \div \frac{১৭}{৪}$$

$$= \frac{২৮+১৬+৬৩}{২৮} \div \frac{১৭}{৪}$$

$$= \frac{১০৭}{২৮} \div \frac{১৭}{৪} = \frac{১০৭}{২৮}\times\frac{৪}{১৭} = \frac{১০৭}{১১৯}$$

উত্তর : $\frac{১০৭}{১১৯}$

১২। $\frac{\frac{১}{২}-\frac{১}{৩}}{\frac{১}{২}+\frac{১}{৩}}$ এর $\frac{২}{৩+\frac{১}{২}}$ এর $\frac{৪\frac{২}{৩}}{৪} \div \left(১+\frac{১}{২+\frac{৩}{১১}}\right)$ এর $\frac{৫}{৫৪}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান ঃ

$$\frac{\frac{১}{২}-\frac{১}{৩}}{\frac{১}{২}+\frac{১}{৩}} \text{ এর } \frac{২}{৩+\frac{১}{২}} \text{ এর } \frac{৪\frac{২}{৩}}{৪}\div\left(১+\frac{১}{২+\frac{৩}{১১}}\right) \text{ এর } \frac{৫}{৫৪}$$

$$=\frac{\frac{৩-২}{৬}}{\frac{৩+২}{৬}} \text{ এর } \frac{\frac{২}{১}}{\frac{৬+১}{২}} \text{ এর } \frac{\frac{১৪}{৩}}{\frac{৪}{১}}\div\left(১+\frac{১}{\frac{২৫}{১১}}\right) \text{ এর } \frac{৫}{৫৪}$$

$$=\frac{\frac{১}{৬}}{\frac{৫}{৬}} \text{ এর } \frac{\frac{২}{১}}{\frac{৭}{২}} \text{ এর } \frac{১৪}{৩}\times\frac{১}{৪}\div\left(১+\frac{১১}{২৫}\right) \text{ এর } \frac{৫}{৫৪}$$

$$=\frac{১}{৬}\times\frac{৬}{৫} \text{ এর } \frac{২}{১}\times\frac{২}{৭} \text{ এর } \frac{৭}{৬}\div\frac{৩৬}{২৫} \text{ এর } \frac{৫}{৫৪}$$

$$=\frac{১}{৫} \text{ এর } \frac{৪}{৭} \text{ এর } \frac{৭}{৬}\div\frac{২}{১৫} = ১ \text{ (উত্তর)।}$$

১৩. (৩.৪৫ + ২.৬) × ৬.৩৪ + ২.৬৫ ÷ ১.২৫ − ১০.৩৪৫

সমাধান :

$$(৩.৪৫ + ২.৬) \times ৬.৩৪ + ২. ৬৫ \div ১.২৫ - ১০.৩৪৫$$

$$= ৬.০৫ \times ৬.৩৪ + ২.৬৫ \div ১.২৫ - ১০.৩৪৫$$

$$=\frac{৬.০৫\times১০০}{১০০}\times\frac{৬.৩৪\times১০০}{১০০}$$

$$+\frac{২.৬৫\times১০০}{১০০}\div\frac{১.২৫\times১০০}{১০০}-\frac{১০.৩৪৫\times১০০০}{১০০০}$$

$$=\frac{৬০৫}{১০০}\times\frac{৬৩৪}{১০০}+\frac{২৬৫}{১০০}\div\frac{১২৫}{১০০}-\frac{১০৩৪৫}{১০০০}$$

$$=\frac{৬০৫}{১০০}\times\frac{৬৩৪}{১০০}+\frac{২৬৫}{১০০}\times\frac{১০০}{১২৫}-\frac{১০৩৪৫}{১০০০}$$

$$=\frac{৩৮৩৫৭০}{১০০০০}+\frac{২৬৫০০}{১২৫০০}-\frac{১০৩৪৫}{১০০০}$$

$$= ৩৮.৩৫৭ + ২.১২ - ১০. ৩৪৫$$

$$= ৪০.৪৭৭ - ১০.৩৪৫ = ৩০.১৩২$$

উত্তর : ৩০.১৩২

১৪. (৬.২৭ × ০.৫) − .৫ এর .৭৫ ÷ ৮.৩৬;

সমাধান :

$$(৬.২৭ \times ০.৫) - .৫ \text{ এর } .৭৫ \div ৮.৩৬$$

$$=\frac{৬২৭}{১০০}\times\frac{৫}{১০}-\frac{৫}{১০} \text{ এর } \frac{৭৫}{১০০}\div\frac{৮৩৬}{১০০}$$

$$=\frac{৬২৭}{২০০}-\frac{৩}{৮}\times\frac{১০০}{৮৩৬}= ৩.১৩৫ - \frac{৭৫}{১৬৭২}$$

$$= ৩.১৩৫ - ০.০৪৪৮ = ৩.০৯০২$$

উত্তর : ৩.০৯০২

১৫. ১.১৭৫ − .১১৬ এর (১.৭৫ ÷ ৩.৫) ÷ {.১ এর (১২০ ÷ ২০) − .৫৫}

সমাধান :

$$১.১৭৫ - .১১৬ \text{ এর } (১.৭৫ \div ৩.৫) \div \{.১ \text{ এর } (১২০ \div ২০) - .৫৫\}$$

$$= ১.১৭৫ - \frac{১১৬}{১০০০} \text{ এর } \left(\frac{১৭৫}{১০০}\div\frac{৩৫}{১০}\right)\div\left\{\frac{১}{১০} \text{ এর } (১২০ \div ২০) - \frac{৫৫}{১০০}\right\}$$

$$= ১.১৭৫ - \frac{১১৬}{১০০০} \text{ এর } \left(\frac{১৭৫}{১০০}\times\frac{১০}{৩৫}\right)\div\left\{\left(\frac{১}{১০} \text{ এর } ৬\right)-\frac{৫৫}{১০০}\right\}$$

$$= ১.১৭৫ - \frac{১১৬}{১০০০} \text{ এর } \frac{১}{২}\div\left(\frac{৩}{৫}-\frac{৫৫}{১০০}\right)$$

$$= ১.১৭৫ - \frac{৫৮}{১০০০}\div\frac{৬০-৫৫}{১০০}$$

$$= ১.১৭৫ - \frac{৫৮}{১০০০}\times\frac{১০০}{৫}$$

$$= ১.১৭৫ - \frac{২৯}{২৫} = ১.১৭৫ - ১.১৬ = ০.০১৫ \text{ (উত্তর)}$$

১৬. ২.৪ ÷ .৫ এর .৫ × ৩.৭৫ + ৩.৭৬ ÷ .১৬ এর ৫

সমাধান :

$$২.৪ \div .৫ \text{ এর } .৫ \times ৩.৭৫ + ৩.৭৬ \div .১৬ \text{ এর } ৫$$

$$=\frac{২৪}{১০}\div\frac{৫}{১০} \text{ এর } \frac{৫}{১০}\times\frac{৩৭৫}{১০০}+\frac{৩৭৬}{১০০}\div\frac{১৬}{১০০} \text{ এর } ৫$$

$$=\frac{২৪}{১০}\div\frac{১}{৪}\times\frac{৩৭৫}{১০০}+\frac{৩৭৬}{১০০}\div\frac{৪}{৫}=\frac{২৪}{১০}\times\frac{৪}{১}\times\frac{৩৭৫}{১০০}+\frac{৩৭৬}{১০০}\times\frac{৫}{৪}$$

$$= ১২ \times ৩ + \frac{৪৭}{১০} = ৩৬ + \frac{৪৭}{১০} = \frac{৩৬০ + ৪৭}{১০} = \frac{৪০৭}{১০} = ৪০.৭$$

উত্তর : ৪০.৭।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৭. $(.\dot{৩}$ এর $.\dot{৮}\dot{৩}) \div (.৫ \times .\dot{১}) + .৩\dot{৫} \div .০\dot{৮}$

সমাধান :

$$(.\dot{৩} \text{ এর } .\dot{৮}\dot{৩}) \div (.৫ \times .\dot{১}) + .৩\dot{৫} \div .০\dot{৮}$$

$$= \left(\frac{৩}{৯} \text{ এর } \frac{৮৩ - ৮}{৯০}\right) \div \left(\frac{৫}{১০} \times \frac{১}{৯}\right) + \frac{৩৫ - ৩}{৯০} \div \frac{৮ - ০}{৯০}$$

$$= \left(\frac{৩}{৯} \text{ এর } \frac{৭৫}{৯০}\right) \div \frac{৫}{৯০} + \frac{৩২}{৯০} \div \frac{৮}{৯০}$$

$$= \frac{৫}{১৮} \div \frac{৫}{৯০} + \frac{৩২}{৯০} \div \frac{৮}{৯০}$$

$$= \frac{৫}{১৮} \times \frac{৯০}{৫} + \frac{৩২}{৯০} \times \frac{৯০}{৮} = ৫ + ৪ = ৯$$

উত্তর : ৯।

১৮. $\dfrac{৪.২\text{—}৩.১৪}{৪.২+৩.১৪} \div \dfrac{২.২}{১.৫} \text{ এর } \dfrac{৩.৫}{২.২} + \dfrac{১.৬০২}{৫.৯৭২}$

সমাধান ঃ

$$\frac{৪.২ - ৩.১\dot{৪}}{৪.২+৩.১৪} \div \frac{২.২}{১.৫} \text{ এর } \frac{৩.৫}{২.২} + \frac{১.৬০২}{৫.৯৭২}$$

$$= \frac{\frac{৪২}{৯} - \frac{৩১৪ - ৩১}{৯০}}{\frac{৪২ - ৪}{৯} + \frac{৩১৪ - ৩১}{৯০}} \div \frac{\frac{২২ - ২}{৯}}{\frac{১৫ - ১}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{২২ - ২}{৯}} + \frac{\frac{১৬০২ - ১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৭২ - ৫}{৯৯৯}}$$

$$= \frac{\frac{৩৮}{৯} - \frac{২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮}{৯} + \frac{২৮৩}{৯০}} \div \frac{\frac{২০}{৯}}{\frac{১৪}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{২০}{৯}} + \frac{\frac{১৬০১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৬৭}{৯৯৯}}$$

$$= \frac{\frac{৩৮০ - ২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮০ + ২৮৩}{৯০}} \div \left(\frac{২০}{৯} \times \frac{৯}{১৪}\right) \text{ এর } \left(\frac{৩৫}{১০} \times \frac{৯}{২০}\right) + \left(\frac{১৬০১}{৯৯৯} \times \frac{৯৯৯}{৫৯৬৭}\right)$$

$$= \frac{\frac{৯৭}{৯০}}{\frac{৬৬৩}{৯০}} \div \frac{১০}{৭} \text{ এর } \frac{৬৩}{৪০} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩} = \left(\frac{৯৭}{৯০} \times \frac{৯০}{৬৬৩}\right) \div \frac{৯}{৪} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭}$$

$$= \frac{৯৭}{৬৬৩} \div \frac{৯}{৪} + \frac{৫৫৭৯}{৫৯৬৭} = \frac{৯৭}{৬৬৩} \times \frac{৪}{৯} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭}$$

$$= \frac{৩৮৮}{৫৯৬৭} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} = \frac{৩৮৮ + ১৬০১}{৫৯৬৭} = ০.\dot{৩}$$

১৯. $\dfrac{১.৬০২}{৫.\dot{৯}৭\dot{২}} + \dfrac{৪.\dot{২}\text{—}৩.১\dot{৪}}{৪.\dot{২} + ৩.১\dot{৪}} \div \dfrac{২.\dot{২}}{১.\dot{৫}} \text{ এর } \dfrac{৩.৫}{২.\dot{২}}$

সমাধান ঃ

$$\frac{১.৬০২}{৫.\dot{৯}৭\dot{২}} + \frac{৪.\dot{২}\text{—}৩.১\dot{৪}}{৪.\dot{২} + ৩.১\dot{৪}} \div \frac{২.\dot{২}}{১.\dot{৫}} \text{ এর } \frac{৩.৫}{২.\dot{২}}$$

$$= \frac{\frac{১৬০২ \text{ ৬ } ১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৭২ \text{ ৬ } ৫}{৯৯৯}} + \frac{\frac{৪২ - ৪}{৯}}{\frac{৪২ - ৪}{৯} + \frac{৩১৪ - ৩১}{৯০}} - \frac{\frac{৩১৪ - ৩১}{৯০}}{\frac{২২ - ২}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{১৫ - ১}{৯}}$$

$$= \frac{\frac{১৬০১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৬৭}{৯৯৯}} + \frac{\frac{৩৮}{৯} - \frac{২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮}{৯} + \frac{২৮৩}{৯০}} \div \frac{\frac{২০}{৯}}{\frac{১৪}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{২০}{৯}}$$

$$= \left(\frac{১৬০১}{৯৯৯} \times \frac{৯৯৯}{৫৯৬৭}\right) + \frac{\frac{৩৮০ - ২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮০ + ২৮৩}{৯০}} \div \left(\frac{২০}{৯} \times \frac{৯}{১৪}\right) \text{ এর } \left(\frac{৩৫}{১০} \times \frac{৯}{২০}\right)$$

$$= \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{\frac{৯৭}{৯০}}{\frac{৬৬৩}{৯০}} \div \frac{১০}{৭} \text{ এর } \frac{৬৩}{৪০} = \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \left(\frac{৯৭}{৯০} \times \frac{৯০}{৬৬৩}\right) \div \frac{৯}{৪}$$

$$= \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৯৭}{৬৬৩} \times \frac{৪}{৯} = \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৩৩৮}{৫৯৬৭} = \frac{১৬০১ + ৩৩৮}{৫৯৬৭}$$

$$= \frac{১৯৮৯}{৫৯৬৭} = \frac{১}{৩} = .\dot{৩}$$

উত্তর : $.\dot{৩}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২০. সরল করুন : $\frac{৪.২ - ৩.১৪}{৪.২ + ৩.১৪} \div \frac{২.২}{১.৫}$ এর $\frac{৩.৫}{২.২} + \frac{১.৬০২}{৫.৯৭২} + ১.৬$

সমাধান ঃ

$$\frac{৪.২ - ৩.১৪}{৪.২ + ৩.১৪} \div \frac{২.২}{১.৫} \text{ এর } \frac{৩.৫}{২.২} + \frac{১.৬০২}{৫.৯৭২} + ১.৬$$

$$= \frac{\frac{৪২ - ৪}{৯} - \frac{৩১৪ - ৩১}{৯০}}{\frac{৪২ - ৪}{৯} + \frac{৩১৪ - ৩১}{৯০}}$$

$$\div \frac{\frac{২২ - ২}{৯}}{\frac{১৫ - ১}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{২২ - ২}{৯}} + \frac{\frac{১৬০২ - ১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৭২ - ৫}{৯৯৯}} + \frac{১৬ - ১}{৯}$$

$$= \frac{\frac{৩৮}{৯} - \frac{২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮}{৯} + \frac{২৮৩}{৯০}} \div \left(\frac{২০}{৯} \times \frac{৯}{১৪}\right) \text{এর} \left(\frac{৩৫}{১০} \times \frac{৯}{২০}\right) + \frac{\frac{১৬০১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৬৭}{৯৯৯}} + \frac{১৫}{৯}$$

$$= \frac{৩৮০ - ২৮৩}{\frac{৩৮০ \times ২৮৩}{৯০}} \div \frac{১০}{৭} \text{ এর } \frac{৬৩}{৪০} + \left(\frac{১৬০১}{৯৯৯} \times \frac{৯৯৯}{৫৯৬৭}\right) + \frac{৫}{৩}$$

$$= \left(\frac{৯৭}{৯৩} \times \frac{৯০}{৬৬৩}\right) \div \frac{৯}{৪} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{৯৭}{৬৬৩} \times \frac{৪}{৯} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{৩৮৮}{৫৯৬৭} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩} = \frac{৩৮৮ + ১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩} = \frac{১৯৮৯}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{১}{৩} + \frac{৫}{৩} = \frac{১+৫}{৩} = \frac{৬}{৩} = ২$$

উত্তর ঃ ২।

২১. সরল করুন ঃ $\frac{৬.২৭ \times ০.৫}{(০.৫ \text{ এর } ০.৭৫) \times ৮.৩৬} + \frac{২.৮ \text{ এর } ২.২৭}{১.৩৬} + \frac{৪.৪ - ২.৮৩}{১.৩ + ২.৬২৯}$ এর ৮.২

সমাধান :

$$\frac{৬.২৭ \times ০.৫}{(০.৫ \text{ এর } ০.৭৫) \times ৮.৩৬} + \frac{২.৮ \text{ এর } ২.২৭}{১.৩৬} + \frac{৪.৪ - ২.৮৩}{১.৩ + ২.৬২৯} \text{ এর } ৮.২$$

$$= \frac{৬.২৭ \times ০.৫}{০.৫ \text{ এর } ০.৭৫ \times ৮.৩৬} + \frac{\frac{২৮}{১০} \text{ এর } \frac{২২৭ - ২}{৯৯}}{\frac{১৩৬ - ১}{৯৯}} + \frac{\frac{৪৪ - ৪}{৯} - \frac{২৮৩ - ২৮}{৯০}}{\frac{১৩ - ১}{৯} + \frac{২৬২৯ - ২৬২}{৯০০}} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

$$= \frac{৬.২৭}{৬.২৭} + \frac{\frac{২৮}{১০} \text{ এর } \frac{২২৫}{৯৯}}{\frac{১৩৫}{৯৯}} + \frac{\frac{৪০}{৯} - \frac{২৫৫}{৯০}}{\frac{১২}{৯} + \frac{২৩৬৭}{৯০০}} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

$$= ১ + \frac{\frac{৭০}{১১}}{\frac{১৫}{১১}} + \frac{৪০০ - ২৫৫}{\frac{১২০০ + ২৩৬৭}{৯০০}} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

$$= ১ + \frac{৭০}{১১} \times \frac{১১}{১৫} + \frac{\frac{১৪৫}{৯০}}{\frac{৩৫৬৭}{৯০০}} \text{ এর } \frac{৮২}{১০} = ১ + \frac{১৪}{৩} + \frac{১৪৫}{৯০} \times \frac{৯০০}{৩৫৬৭} \text{ এর } \frac{৮২}{১০}$$

$$= ১ + \frac{১৪}{৩} + \frac{১১৮৯০}{৩৫৬৭} = \frac{৩৫৬৭ + ১৬৬৪ + ১১৮৯০}{৩৫৬৭} = \frac{৩২১০৩}{৩৫৬৭}$$

$$= ৯$$

উত্তর ঃ ৯।

২২. $\frac{৪.২ - ৩.১৪}{৪.২ + ৩.১৪} + \frac{২.২}{১.৫}$ এর $\frac{৩.৫}{২.২} + \frac{১.৬০২}{৫.৯৭২} + ০.৬$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান :

$$\frac{৪.\dot{২}—৩.১\dot{৪}}{৪.\dot{২}+৩.১\dot{৪}} \div \frac{২.\dot{২}}{১.\dot{৫}} \text{ এর } \frac{৩.৫}{২.\dot{২}} + \frac{১.৬০\dot{২}}{৫.\dot{৯}৭\dot{২}} + ০.৬$$

$$= \frac{\frac{৪২}{৯}—\frac{৪}{৯}}{\frac{৪২}{৯}+\frac{৪}{৯}} \div \frac{\frac{৩১৪}{৯০}—\frac{৩১}{৯০}}{\frac{১৫}{৯}—\frac{১}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{২২}{৯}—\frac{২}{৯}}{\frac{২২}{৯}+\frac{২}{৯}} + \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{৯৯৯}{৫৯৭২}—\frac{৫}{৯৯৯}} + \frac{৬}{৯}$$

$$= \frac{\frac{৩৮}{৯}—\frac{২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮}{৯}+\frac{২৮৩}{৯০}} \div \frac{\frac{২০}{৯}}{\frac{১৪}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{২০}{৯}} + \frac{\frac{১৬০১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৬৭}{৯৯৯}} + \frac{৬}{৯}$$

$$= \frac{\frac{৩৮০}{৯০}—\frac{২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮০}{৯০}+\frac{২৮৩}{৯০}} \div \left(\frac{২০}{৯} \times \frac{৯}{১৪}\right) \text{ এর } \left(\frac{৩৫}{১০} \times \frac{৯}{২০}\right) + \left(\frac{১৬০১}{৯৯৯} \times \frac{৯৯৯}{৫৯৬৭}\right) + \frac{৬}{৯}$$

$$= \frac{\frac{৯৭}{৯০}}{\frac{৬৬৩}{৯০}} \div \frac{১০}{৭} \text{ এর } \frac{৬৩}{৪০} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{৯৭}{৬৬৩} \div \frac{৯}{৪} + \frac{১৬০১ + ৩৯৭৮}{৫৯৬৭}$$

$$= \frac{৯৭}{৬৬৩} \times \frac{৪}{৯} + \frac{৫৫৭৯}{৫৯৬৭} = \frac{৩৮৮}{৫৯৬৭} + \frac{৫৫৭৯}{৫৯৬৭}$$

$$= \frac{৩৮৮ \times ৫৫৭৯}{৫৯৬৭}$$

$$= \frac{৫৯৬৭}{৫৯৬৭} = ১$$

উত্তর ঃ ১।

২৩. $\frac{৪.\dot{২}—৩.১\dot{৪}}{৪.\dot{২}+৩.১\dot{৪}} \div \frac{২.\dot{২}}{১.\dot{৫}} \text{ এর } \frac{৩.৫}{২.\dot{২}} + \frac{১.৬০\dot{২}}{৫.\dot{৯}৭\dot{২}} + \frac{৫}{৩}$

সমাধান ঃ $\frac{৪.\dot{২}—৩.১\dot{৪}}{৪.\dot{২}+৩.১\dot{৪}} \div \frac{২.\dot{২}}{১.\dot{৫}} \text{ এর } \frac{৩.৫}{২.\dot{২}} + \frac{১.৬০\dot{২}}{৫.\dot{৯}৭\dot{২}} + \frac{৫}{৩}$

$$= \frac{\frac{৪২}{৯}—\frac{৪}{৯}}{\frac{৪২}{৯}+\frac{৪}{৯}} \div \frac{\frac{৩১৪}{৯০}—\frac{৩১}{৯০}}{\frac{১৫}{৯}—\frac{১}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{২২}{৯}—\frac{২}{৯}} + \frac{\frac{১৬০২}{৯৯৯}—\frac{১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৭২}{৯৯৯}—\frac{৫}{৯৯৯}} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{\frac{৩৮}{৯}—\frac{২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮}{৯}+\frac{২৮৩}{৯০}} \div \frac{\frac{২০}{৯}}{\frac{১৪}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{৩৫}{১০}}{\frac{২০}{৯}} + \frac{\frac{১৬০১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৬৭}{৯৯৯}} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{৩৮০ — ২৮৩}{৩৮০ + ২৮৩} \div \left(\frac{২০}{৯} \times \frac{৯}{১৪}\right) \text{ এর } \left(\frac{৩৫}{১০} \times \frac{৯}{২০}\right) + \left(\frac{১৬০১}{৯৯৯} \times \frac{৯৯৯}{৫৯৬৭}\right) + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{\frac{৯৭}{৯০}}{\frac{৬৬৩}{৯০}} \div \frac{১০}{৭} \text{ এর } \frac{৬৩}{৪০} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \left(\frac{৯৭}{৯০} \times \frac{৯০}{৬৬৩}\right) \div \frac{৯}{৪} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{৯৭}{৬৬৩} \div \frac{৯}{৪} + \frac{৫৫৭৯}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩} = \frac{৯৭}{৬৬৩} \times \frac{৪}{৯} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩}$$

$$= \frac{৩৮৮}{৫৯৬৭} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} + \frac{৫}{৩} = \frac{৩৮৮ + ১৬০১ + ৯৯৪৫}{৫৯৬৭} = \frac{১১৯৩৪}{৫৯৬৭}$$

$$= ২$$

উত্তর : ২।

২৪. $\frac{৪.\dot{২}—৩.১\dot{৪}}{৪.\dot{২}+৩.১\dot{৪}} \div \frac{২.\dot{২}}{১.\dot{৫}} \text{ এর } \frac{৩.৫}{২.\dot{২}} + \frac{১.৬০\dot{২}}{৫.\dot{৯}৭\dot{২}} \div \left(\frac{২}{১৫} \times ২\frac{১}{২}\right)$

সমাধান ঃ

$$\frac{৪.\dot{২}—৩.১\dot{৪}}{৪.\dot{২}+৩.১\dot{৪}} \div \frac{২.\dot{২}}{১.\dot{৫}} \text{ এর } \frac{৩.৫}{২.\dot{২}} + \frac{১.৬০\dot{২}}{৫.\dot{৯}৭\dot{২}} \div \left(\frac{২}{১৫} \times ২\frac{১}{২}\right)$$

$$= \frac{\frac{৪২}{৯}—\frac{৪}{৯}}{\frac{৪২}{৯}+\frac{৪}{৯}} \div \frac{\frac{৩১৪}{৯০}—\frac{৩১}{৯০}}{\frac{১৫}{৯}—\frac{১}{৯}} \text{ এর } \frac{\frac{২২}{৯}—\frac{২}{৯}}{\frac{২২}{৯}+\frac{২}{৯}}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$+\frac{\frac{১৬০২ - ১}{৯৯৯}}{\frac{৫৯৭২ - ৫}{৯৯৯}} \div \left(\frac{২}{১৫} \times \frac{৫}{২}\right) = \frac{\frac{৩৮}{৯} - \frac{২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮}{৯} + \frac{২৮৩}{৯০}} \div \frac{২০}{৯} \text{ এর } \frac{৩৫}{১০} + \frac{১৬০১}{৯৯৯} \div \frac{১}{৩}$$

$$= \frac{\frac{৩৮০ - ২৮৩}{৯০}}{\frac{৩৮০ + ২৮৩}{৯০}} \div \left(\frac{২০}{৯} \times \frac{৯}{১৪}\right) \text{ এর } \left(\frac{৩৫}{১০} \times \frac{৯}{২০}\right) + \left(\frac{১৬০১}{৯৯৯} \times \frac{৯৯৯}{৫৯৬৭}\right) \div \frac{৩}{১}$$

$$= \frac{\frac{৯৭}{৯০}}{\frac{৩৬৩}{৯০}} \div \frac{১০}{৭} \text{ এর } \frac{৬৩}{৪০} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} \div \frac{১}{৩} = \left(\frac{৯৭}{৯০} \times \frac{৯০}{৩৬৩}\right) \div \frac{৯}{৪} + \frac{১৬০১}{৫৯৬৭} \times \frac{৩}{১}$$

$$= \frac{৯৭}{৬৬৩} \times \frac{৪}{৯} + \frac{১৬০১}{১৯৮৯} = \frac{৩৮৮}{৫৯৬৭} + \frac{১৬০১}{১৯৮৯} = \frac{৩৮৮ + ৪৮০৩}{৫৯৬৭} = \frac{৫১৯১}{৫৯৬৭}$$

$= ০.৮৬৯$

$= .৮৭$ (প্রায়) **(উত্তর)**

২৫. সরল কর ঃ $\dfrac{০.৩\dot{৩} \text{ এর } ০.৮\dot{৩}}{০.৫ \times ০.১\dot{০}} + \dfrac{০.৩\dot{৫}}{০.০\dot{৮}} - \dfrac{০.৭\dot{৫}}{০.১\dot{৮}}$

সমাধান ঃ

$$\frac{০.৩\dot{৩} \text{ এর } ০.৮\dot{৩}}{০.৫ \times ০.১\dot{০}} + \frac{০.৩\dot{৫}}{০.০\dot{৮}} - \frac{০.৭\dot{৫}}{০.১\dot{৮}}$$

$$= \frac{\frac{৩}{৯} \text{ এর } \frac{৮৩ - ৮}{৯০}}{\frac{৫}{১০} \times \frac{১}{৯}} + \frac{\frac{৩৫ - ৩}{৯০}}{\frac{৮}{৯০}} - \frac{\frac{৭৫ - ৭}{৯০}}{\frac{১৮ - ১}{৯০}}$$

$$= \frac{\frac{১}{৩} \text{ এর } \frac{৭৫}{৯০}}{\frac{১}{১৮}} + \frac{\frac{৩২}{৯০}}{\frac{৮}{৯০}} - \frac{\frac{৬৮}{৯০}}{\frac{১৭}{৯০}} = \frac{\frac{৫}{১৮}}{\frac{১}{১৮}} + \frac{\frac{৩২}{৯০}}{\frac{৮}{৯০}} - \frac{\frac{৬৮}{৯০}}{\frac{১৭}{৯০}}$$

$$= \frac{৫}{১৮} \times \frac{১৮}{১} + \frac{৩২}{৯০} \times \frac{৯০}{৮} - \frac{৬৮}{৯০} \times \frac{৯০}{১৭}$$

$= ৫ + ৪ - ৪$

$= ৯ - ৪ = ৫$

উত্তর : ৫।

ঐকিক নিয়ম
Unitary Method

ঐকিক নিয়ম : এককের মান নির্ধারণ করে অনেক সমস্যার সমাধান করা যায়। সমাধানের এই পদ্ধতি বা নিয়মকে ঐকিক নিয়ম বলে।

সময়/কাজ বিষয়ক

১. প্রথমে এককের জন্য প্রয়োজনীয় মান নির্ণয় করতে হবে।

২. যেটার মান বের করতে হবে সেটা শেষের দিকে লিখতে হবে।

৩. এককের জন্য প্রাপ্ত মানে ভাগ/গুণ করে নির্ণেয় মান বের করতে হবে।

৪. এককের বিপরীতে মান প্রদত্ত সংখ্যার বিপরীতে দেওয়া মানের চেয়ে বেশী হলে গুণ আর কম হলে ভাগ করতে হবে।

যেমন , ৫ জনে একটি কাজ ২০ দিনে করলে ১০জনে করবে $= \frac{২০ \times ৫}{১০} = ১০$ দিনে

আবার,

$\frac{১}{৫}$ অংশ কাজ ৫ দিনে করলে $\frac{৩}{৫}$ অংশ করবে $= \frac{৫}{\frac{১}{৫}} \times \frac{৩}{৫} = \frac{৫ \times ৫ \times ৩}{১ \times ৫} = ১৫$ দিনে।

৫. অংকে যদি দুটি পদ থাকে তবে হিসাব অনুযায়ী যে কোন ১টি পদে পরিণত করে নির্ণেয় মান বের করতে হবে।

চৌবাচ্চা বিষয়ক

১. প্রথমে এককের মান বের করতে হবে।

২. এককের মানে কতটুকু পূর্ণ বা খালি হচ্ছে তা বের করতে হবে।

৩. সম্পূর্ণ অংশ খালি বা পূর্ণ হতে কত সময় লাগে তা বের করতে হবে।

নৌকা/স্রোত বিষয়ক

- অনুকূলে হলে, নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ হবে।
- প্রতিকূলে হলে, নৌকার বেগ – স্রোতের বেগ হবে।
- একই দিকে গেলে বেগ যোগ এবং বিপরীত দিকে গেলে বেগ বিয়োগ হবে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

❖ বেগ = $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$

দূরত্ব বিষয়ক

❖ দুটি ট্রেনের ক্ষেত্রে, একই দিকে গেলে বেগ বিয়োগ হবে এবং বিপরীত দিকে গেলে বেগ যোগ হবে।

❖ প্লাটফরম অতিক্রম করার ক্ষেত্রে ট্রেনের দৈর্ঘ্য ও প্লাটফরমের দৈর্ঘ্য যোগ করতে হবে।

বানর/কুকুর বিষয়ক

১. প্রথমে প্রতি মিনিটে/সেকেন্ডে উভয়ের অতিক্রান্ত দূরত্ব বের করতে হবে।
২. দূরত্বের ব্যবধান নির্ণয় করতে হবে।
৩. পরবর্তীতে নির্ণেয় সময়/দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে।
৪. তৈলাক্ত বাঁশে উঠা নামার ক্ষেত্রে মোট সময়ে কতটুকু উঠতে পারে সেটা নির্ণয় করতে হবে।
৫. পরবর্তীতে একবারে যেটুকু উঠে মোট দুরত্ব থেকে সেটি বাদ দিয়ে বাকিটুকুর জন্য সময় নির্ণয় করতে হবে।
৬. শেষে ১ বারের সময় নির্ণিত সময়ের সাথে যোগ করে মোট সময় নির্ণয় করতে হবে।

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

১। **ক একটি কাজ ২০ দিনে, খ ৩০ দিনে এবং গ ৬০ দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি শুরু করল এবং প্রতি তৃতীয় দিনে খ ও প্রতি চতুর্থ দিনে গ তাকে সাহায্য করতে লাগল। কত সময়ে কাজটি সম্পন্ন হবে?** [৩৪ম, ৩৩তম , ৩২তম ও ১৫তম ১০তম বিসিএস]

সমাধান :

৩, ৪ এর ল.সা.গু = ১২

∴ প্রতি ১২ দিনে খ কাজ করে (১২ ÷ ৩) = ৪ দিন

এবং " ১২ " গ " " (১২ ÷ ৪) = ৩ "

ক ২০ দিনে করে কাজের ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

∴ " ১ " " " $\frac{১}{২০}$ "

∴ " ১২ " " " $\frac{১২}{২০} = \frac{৩}{৫}$ "

আবার,

খ ১ দিনে করে কাজের $\frac{১}{৩০}$ অংশ

∴ " ৪ " " " $\frac{৪}{৩০} = \frac{২}{১৫}$ অংশ

গ ১ দিনে করে কাজের $\frac{১}{৬০}$ অংশ

∴ " ৩ " " " $\frac{৩}{৬০} = \frac{১}{২০}$ অংশ

প্রথম ১২ দিনে মোট কাজ হয় $\left(\frac{৩}{৫} + \frac{২}{১৫} + \frac{১}{২০}\right)$

$= \frac{৩৬ + ৮ + ৩}{৬০} = \frac{৪৭}{৬০}$ অংশ

কাজ বাকী থাকে $(১ - \frac{৪৭}{৬০}) = \frac{৬০ - ৪৭}{৬০} = \frac{১৩}{৬০}$ অংশ

পরবর্তী তৃতীয় দিনে ক, খ এর সাহায্য নিলে ৩ দিনে মোট কাজ হয়

$\left(\frac{১}{২০} \times ৩ + \frac{১}{৩০}\right)$ অংশ

$= \frac{৯ + ২}{৬০}$

$= \frac{১১}{৬০}$ "

বাকী কাজ থাকে $\left(\frac{১৩}{৬০} - \frac{১১}{৬০}\right)$ অংশ

$= \frac{১৩ - ১১}{৬০} = \frac{২}{৬০} = \frac{১}{৩০}$

∴ মোট কাজ হয়েছে = ১২ + ৩ = ১৫ দিন

১৬তম দিনে ক ,গ–কে সাথে নিলে মোট কাজ হয় $\left(\frac{১}{২০} + \frac{১}{৬০}\right)$ অংশ

$= \frac{৩ + ১}{৬০}$

$= \frac{৪}{৬০} = \frac{১}{১৫}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$\therefore \frac{১}{১৫}$ অংশ কাজ হয় ১ দিনে

$\therefore ১$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{১}$ "

$\therefore \frac{১}{৩০}$ " " " $\frac{১ \times ১৫}{৩০} = \frac{১}{২}$ দিনে

$\therefore$ কাজটি শেষ হতে মোট সময় লেগেছিল $\left(১৫ + \frac{১}{২}\right)$ দিন

$= ১৫\frac{১}{২}$ দিন

উত্তর : $১৫\frac{১}{২}$ দিনে

২। **একজন ঠিকাদার ২৫ দিনে একটি রাস্তার কাজ শেষ করার জন্য চুক্তি করে ৩০ জন শ্রমিক নিয়োগ করলো। কিন্তু ১৫ দিন পর রাস্তার কাজ মাত্র অর্ধেক শেষ হলো। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে রাস্তার কাজটি শেষ করতে অতিরিক্ত কতজন শ্রমিক নিয়োগের প্রয়োজন হবে?** [৩০তম বিসিএস]

সমাধান :

দিন বাকি (২৫–১০)দিন = ১০ দিন

কাজ বাকি $\left(১ - \frac{১}{২}\right)$ অংশ

$= \frac{২-১}{২}$ অংশ $= \frac{১}{২}$ অংশ

অতএব,

$\frac{১}{২}$ অংশ কাজ ১৫ দিনে করে ৩০ জনে

$\therefore \frac{১}{২}$ " " ১ " " ৩০ × ১৫ "

$\therefore \frac{১}{২}$ " " ১০ " " $\frac{৩০ \times ১৫}{১০}$ "

$= ৪৫$ জনে

$\therefore$ অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করতে হয় $= (৪৫ - ৩০)$ জন

$= ১৫$ জন

উত্তর : ১৫ জন।

৩। **চারজন পুরুষ এবং চরজন বালক যে কাজ তিন দিনে করতে পারে, দুই জন পুরুষ এবং সাতজন বালকের সেই কাজ করতে চার দিন লাগে। একজন পুরুষের একা ঐ কাজ করতে কত দিন লাগবে?** [২৫তম বিসিএস]

সমাধান :

৪ জন পুরুষ + ৪ জন বালকের ৩ দিনের কাজ = ১ অংশ

$\therefore ৪$ " " + ৪ " " ১ " " $= \frac{১}{৩}$ অংশ ..... (i)

আবার,

২ জন পুরুষ + ৭ জন বালকের ৪ দিনের কাজ = ১ অংশ

$\therefore ২$ " " + ৭ " " ১ " " $= \frac{১}{৪}$ অংশ..... (ii)

(i) নং কে ৭ দ্বারা এবং (ii) নং কে ৪ দ্বারা গুণ করে

২৮ জন পুরুষ + ২৮ জন বালক ১ দিনে করে $\frac{৭}{৩}$ অংশ

৮ " " + ২৮ " ১ " $\frac{৪}{৪}$ অংশ

বিয়োগ করে, ২০ জন পুরুষ ১ দিনে করে $\left(\frac{৭}{৩} - \frac{৪}{৪}\right)$ অংশ

$= \left(\frac{২৮ - ১২}{১২}\right)$ অংশ $= \frac{১৬}{১২}$ অংশ $= \frac{৪}{৩}$ অংশ

$\therefore ১$ জন পুরুষ ১ দিনে করে $\frac{৪}{৩ \times ২০}$ অংশ $= \frac{১}{১৫}$ অংশ

$\therefore \frac{১}{১৫}$ অংশ ১ জন পুরুষ করে ১দিনে

$\therefore ১$ (সম্পূর্ণ)" ১ " " $\frac{১ \times ১৫}{১} = ১৫$ দিনে

উত্তর : ১৫ দিন।

৪। **একটি পিপায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নলটি খুলে দিলে পিপাটি ২০ মিনিটে পূর্ণ হয়। দ্বিতীয় নলটি খুলে দিলে ৩০ মিনিটে পরিপূর্ণ পিপাটি খালি হয়। দুটি নল এক সংঙ্গে খুলে দিলে খালি পিপাটি কত সময়ে পূর্ণ হয়?**

[২৪–তম বিসিএস]

সমাধান : ১ম নল দ্বারা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২০ মিনিটে পূর্ণ হয় পিপাটির ১ অংশ

∴ ১ " " " $= \frac{১}{২০}$ অংশ

২য় নল দ্বারা

৩০ মিনিটে খালি হয় পিপাটির ১ অংশ

∴ ১ " " " $= \frac{১}{৩০}$ অংশ

উভয় নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় $\left(\frac{১}{২০} - \frac{১}{৩০}\right)$ অংশ $= \frac{১}{৬০}$ অংশ

$\frac{১}{৬০}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ মিনিটে

∴ সম্পূর্ণ " " " $= \frac{১ \times ৬০}{১}$ "

= ৬০ মিনিটে

উত্তর : ৬০ মিনিটে।

৫। **দুই জন পুরুষ এবং দুই জন বালক যে কাজ ছয় দিনে সম্পন্ন করতে পারে, তিন জন পুরুষ এবং আট জন বালক তা তিন দিনে সম্পন্ন করতে পারে। একজন পুরুষ বা একজন বালক ঐ কাজ কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে?** [২৪তম বিসিএস]

সমাধান :

২জন পুরুষ + ২জন বালক ১ দিনে করে $\frac{১}{৬}$ অংশ কাজ..... (i)

৩ " " + ৮ " " ১ " " $\frac{১}{৩}$ ..... (ii)

(i) নং কে ৪ দ্বারা গুন করে।

৮ জন পুরুষ + ৮ জন বালক ১ দিনে করে $= \frac{১ \times ৪}{৬} = \frac{১}{৩}$

৩ " " +৮ " " " " $= \frac{১}{৩}$

(–) (–) (–)

– ৫জন পরুষ " ১ দিনে করে $\left(\frac{২}{৩} - \frac{১}{৩}\right)$ অংশ

$= \frac{২-১}{৩} = \frac{১}{৩}$ অংশ

৫ জন পুরুষ $\frac{১}{৩}$ অংশ কাজ করে ১ দিনে

১ " " " " " $\frac{১ \times ৫ \times ৩}{১} = ১৫$ দিনে

উত্তর: ১৫ দিনে।

৬। **এক ব্যক্তি গাড়িযোগে ঘন্টায় ৬০ কিলোমিটার বেগে কিছুদূর অতিক্রম করে ঘন্টায় ৪০ কি. মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করে ৫ ঘন্টায় ২৪০ কি. মি. পথ গমন করেন। ৬০ কি. মি. বেগে কতদূর গিয়েছিলেন?** [২৪তম বিসিএস]

সমাধান :

৬০ কি.মি./ ঘন্টায় x দূরত্ব গিয়েছিল

সুতরাং, ৪০ কি.মি./ঘ. বেগে (২৪০ – x) কি.মি. গিয়েছিলো

৬০ কি.মি. বেগে x দূরত্ব যেতে সময় লাগে $\frac{x}{৬০}$ ঘন্টায়

৪০ কি.মি. বেগে (২৪০ – x) দূরত্ব যেতে সময় লাগে $\frac{২৪০ - x}{৪০}$ ঘন্টায়

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{৬০} + \frac{২৪০ - x}{৪০} = ৫$

বা, $\frac{২x + ৭২০ - ৩x}{১২০} = ৫$

বা, ৭২০ – x = ১২০ × ৫

বা, x = (৭২০ – ৬০০) = ১২০ কি.মি.

উত্তর : ১২০ কিলোমিটার।

৭। **কয়েকজন শ্রমিক একটি কাজ ১৮ দিনে করে দেবে বলে ঠিক করে। কিন্তু তাদের মধ্যে ৯ জন অনুপস্থিত থাকায় কাজটি ৩৬ দিনে সম্পন্ন হলো। ৩৬ জন শ্রমিক নিযুক্ত হলে কত দিনে কাজটি সম্পন্ন হতো?** [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি, মোট শ্রমিকের সংখ্যা =x জন

∴ অনুপস্থিত থাকায় শ্রমিকের সংখ্যা = (x – ৯) জন

সুতরাং, (x – ৯) জন : x জন = ১৮ দিন : ৩৬ দিন

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $\frac{x-৯}{x} = \frac{১৮}{৩৬}$

বা, $\frac{x-৯}{x} = \frac{১}{২}$

বা, $২x - ১৮ = x$

বা, $২x - x = ১৮$

$\therefore x = ১৮$ জন

আবার,

৩৬ জন ঃ ১৮ জন = ১৮ দিন ঃ নির্ণেয় সময়

বা, $\frac{৩৬}{১৮} = \frac{১৮ \text{ দিন}}{\text{নির্ণেয় সময়}}$

$\therefore$ নির্ণেয় সময় $= \frac{১৮ \times ১৮}{৩৬} = ৯$ দিন

অতএব, নির্ণেয় সময় ৯ দিন।

উত্তর : ৯ দিন।

বিকল্প নিয়মে,

মোট শ্রমিকের সংখ্যা x জন হলে উপস্থিত শ্রমিকের সংখ্যা $(x - ৯)$ জন।

$(x - ৯)$ জনে করে ৩৬ দিনে

$\therefore ১$ " " $৩৬ \times (x - ৯)$

$\therefore x$ " " $\frac{৩৬(x-৯)}{x}$

$\therefore \frac{৩৬(x-৯)}{x} = ১৮$

$\therefore x = ১৮$ জন

১৮ জনে করে ১৮ দিনে

$\therefore ১$ " " ১৮×১৮

$\therefore ৩৬$ " " $\frac{১৮ \times ১৮}{৩৬} = ৯$ দিন

উত্তর : ৯ দিন।

৮। **দাঁড় বেয়ে একখানা নৌকা স্রোতের অনুকূলে এবং স্রোতের প্রতিকূলে যথাক্রমে ৬ মিনিটে $১\frac{১}{২}$ কিঃ মিঃ যায় এবং ১৫ মিনিটে $১\frac{১}{৪}$ কিঃ মিঃ যায়। নৌকা ও স্রোতের বেগ নির্ণয় করুন।** [২৩ তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি, মিনিটে নৌকার বেগ = x কিঃ মিঃ

এবং " স্রোতের " = y "

৬ মিনিটে নৌকা স্রোতের অনুকূলে যায়, ৬ $(x + y)$ কিলোমিটার

সুতরাং, আমরা পাই

$৬(x + y) = \frac{৩}{২}$

বা, $x + y = \frac{৩}{২ \times ৬}$

বা, $x + y = \frac{১}{৪}$ .....(১)

আবার, ১৫ মিনিটে নৌকা স্রোতের প্রতিকূলে যায়, $১৫(x - y)$ কিলোমিটার

সুতরাং, আমরা পাই

$১৫x - ১৫y = \frac{৫}{৪}$

বা, $x - y = \frac{৫}{৪ \times ১৫}$

বা, $x - y = \frac{১}{১২}$ .....(২)

১ ও ২ নং যোগ করে,

$২x = \frac{১}{৪} + \frac{১}{১২} = \frac{৩+১}{১২} = \frac{১}{৩}$

$\therefore x = \frac{১}{৩ \times ২} = \frac{১}{৬}$

x এর মান (১) নং -এ বসিয়ে

$y = \frac{১}{৪} - \frac{১}{৬} = \frac{৩-২}{১২} = \frac{১}{১২}$

অতএব, স্রোতের বেগ প্রতি মিনিটে $= \frac{১}{১২}$ কিঃ মিঃ এবং

নৌকার " " " $= \frac{১}{৬}$ কিঃ মিঃ

উত্তর : স্রোতের বেগ $\frac{১}{১২}$ কিঃ মিঃ/মিনিট এবং নৌকার বেগ $\frac{১}{৬}$ কিঃ মিঃ /মিনিট।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

৯। একজন ঠিকাদার একটি কাজ ৮০ দিনে সম্পন্ন করার চুক্তিতে ৬০ জন লোক নিযুক্ত করল। ২০ দিন পর দেখা গেল যে কাজের মাত্র $\frac{১}{৫}$ অংশ সম্পন্ন হয়েছে। নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি সম্পন্ন করতে হলে অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করতে হবে? [২২তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

২০ দিন পরে কাজের বাকি অংশ $= \left(১ - \frac{১}{৫}\right)$ অংশ

$= \left(\frac{৫ - ১}{৫}\right)$ অংশ $= \frac{৪}{৫}$ অংশ

দিন বাকি থাকে = (৮০ − ২০) দিন = ৬০ দিন

$\frac{১}{৫}$ অংশ কাজ ২০ দিনে করে ৬০ জন লোকে

$\therefore ১$ " " ২০ " " $= \frac{৬০ \times ৫}{১}$ "

$\therefore ১$ " " ১ " " $= \frac{৬০ \times ৫ \times ২০}{১}$ "

$\therefore \frac{৪}{৫}$ " " ১ " " $= \frac{৬০ \times ৫ \times ২০ \times ৪}{১ \times ৫}$ "

$\therefore \frac{৪}{৫}$ " " ৬০ " " $= \frac{৬০ \times ৫ \times ২০ \times ৪}{১ \times ৫ \times ৬০}$ "

$= ৮০$ জন লোকে

$\therefore$ অতিরিক্ত লোক প্রয়োজন = (৮০ — ৬০) = ২০ জন

উত্তর : ২০ জন।

১০। একজন মাঝি স্রোতের অনুকূলে যে সময়ে ৮ কিঃ মিঃ যেতে পারে স্রোতের প্রতিকূলে সেই সময়ে ৫ কিঃ মিঃ যেতে পারে। যদি স্রোতের বেগ প্রতি ঘন্টায় ১ কিঃ মিঃ বেশি হয় তা হলে সে স্রোতের প্রতিকূল অপেক্ষা অনুকূলে দ্বিগুণ বেগে যেতে পারে; নৌকার ও স্রোতের বেগ কত? [২২তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি,

স্রোতের অনুকূলে ৮ কিলোমিটার যেতে সময় লাগে x ঘন্টা

$\therefore$ " প্রতিকূলে ৫ " " " " $= x$ ঘন্টা

$\therefore$ অনুকূলের বেগ $= \frac{৮}{x}$ কি.মি./ঘ.

$\therefore$ নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ $= \frac{৮}{x}$ কিঃ মিঃ.....(১)

আবার, প্রতিকূলের বেগগ $= \frac{৫}{x}$ কি.মি./ঘ.

$\therefore$ নৌকার বেগ − স্রোতের বেগ $= \frac{৫}{x}$ কিঃ মিঃ..... (২)

১নং এবং ২নং যোগ করে,

নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ $= \frac{৮}{x}$

নৌকার " − " " $= \frac{৫}{x}$

---

২ × নৌকার বেগ $= \frac{৮}{x} + \frac{৫}{x}$

$\therefore$ নৌকার বেগ $= \frac{১৩}{২x}$ কিঃ মিঃ

১নং -এ মান বসিয়ে,

স্রোতের বেগ $= \left(\frac{৮}{x} - \frac{১৩}{২x}\right)$

$= \left(\frac{১৬ - ১৩}{২x}\right) = \frac{৩}{২x}$ কিঃ মিঃ

স্রোতের বেগ ১ কিঃ মিঃ বেশি হলে স্রোতের বেগ $= \frac{৩}{২x} + ১ = \frac{৩+২x}{২x}$ কিঃ মিঃ

$\therefore$ স্রোতের বেগ $\frac{৩+২x}{২x}$ কিলোমিটার হলে অনুকূলে,

নৌকার বেগ + স্রোতের বেগ $= \left(\frac{১৩}{২x} + \frac{৩+২x}{২x}\right)$ কিঃমিঃ

$= \left(\frac{১৬+২x}{২x}\right)$ কিঃমিঃ

$= \frac{৮+x}{x}$ কিঃ মিঃ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১০৩

স্রোতের বেগ $\frac{৩+২x}{২x}$ কিলোমিটার হলে প্রতিকূলে,

নৌকার বেগ – স্রোতের বেগ $= \left(\frac{১৩}{২x} - \frac{৩+২x}{২x}\right)$ কিঃমিঃ

$= \left(\frac{১০-২x}{২x}\right) = \frac{৫-x}{x}$ কিঃ মিঃ

শর্তানুসারে, $\frac{৮ + x}{x} = ২\left(\frac{৫-x}{x}\right)$

বা, $৮ + x = ১০ - ২x$

বা, $৩x = ২$

$\therefore x = \frac{২}{৩}$

$\therefore$ নৌকার বেগ $= \frac{১৩}{২x} = \frac{১৩ \times ৩}{২ \times ২}$ কি.মি./ঘ.

$= \frac{১৩ \times ৩}{৪} = \frac{৩৯}{৪} = ৯\frac{৩}{৪}$ কি.মি./ঘ.

এবং স্রোতের বেগ $= \frac{৩}{২x} = \frac{৩ \times ৩}{২ \times ২}$ কি.মি./ঘ.

$= \frac{৯}{৪}$ কি.মি./ঘ.$= ২\frac{১}{৪}$ কি.মি./ঘ.

$\therefore$ নির্ণেয় নৌকার বেগ $= ৯\frac{৩}{৪}$ কি.মি./ঘ.এবং স্রোতের বেগ $২\frac{১}{৪}$ কি.মি./ঘ.

উত্তর : নৌকার বেগ $= ৯\frac{৩}{৪}$ কি.মি./ঘ.এবং স্রোতের বেগ $২\frac{১}{৪}$ কি.মি./ঘ.

১১। একটি চৌবাচ্চার দুটি নল দ্বারা পানি প্রবেশ করতে পারে। প্রথম নলটি ৯ ঘন্টায় এবং দ্বিতীয় নলটি ১২ ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে পারে। উভয় নল দ্বারা কয়েক ঘন্টা পানি প্রবেশ করার পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেয়া হয়। দ্বিতীয় নলটি পরবর্তী ২ ঘন্টায় চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করে। চৌবাচ্চাটি কত ঘন্টায় পূর্ণ হয়েছিল? [২১তম বিসিএস]

সমাধান : ১ম নল দ্বারা,

৯ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

$\therefore$ ১ " " " " $\frac{১}{৯}$ অংশ

২য় নলদ্বারা,

১২ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ (সম্পূর্ণ) অংশ

$\therefore$ ১ " " " " $\frac{১}{১২}$ অংশ

$\therefore$ ২ " " " " $\frac{২ \times ১}{১২} = \frac{১}{৬}$ অংশ

$\therefore$ বাকি অংশ $= \left(১ - \frac{১}{৬}\right)$ অংশ $= \frac{৬ - ১}{৬}$ অংশ $= \frac{৫}{৬}$ অংশ

১ম ও ২য় নল একত্রে ১ ঘণ্টায় পূর্ণ করে $\left(\frac{১}{৯} + \frac{১}{১২}\right)$ অংশ $= \frac{৪ + ৩}{৩৬}$ অংশ

$= \frac{৭}{৩৬}$ অংশ

১ম ও ২য় নল একত্রে

$\frac{৭}{৩৬}$ অংশ পূর্ণ করে = ১ ঘণ্টায়

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৩৬}{৭}$ "

$\therefore \frac{৫}{৬}$ " " " $= \frac{৩৬ \times ৫}{৭ \times ৬} = \frac{৩০}{৭}$ ঘণ্টায়

$\therefore$ চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে মোট সময় লাগবে $\left(\frac{৩০}{৭} + ২\right)$ ঘণ্টা

$= \frac{৩০ + ১৪}{৭} = \frac{৪৪}{৭} = ৬\frac{২}{৭}$ ঘণ্টা

উত্তর : $৬\frac{২}{৭}$ ঘণ্টা ।

১২। একটি কাজ ক ৩৬ দিনে, খ ১৮ দিনে এবং গ ১২ দিনে করতে পারে। প্রতি দ্বিতীয় দিনে খ এবং প্রতি তৃতীয় দিনে গ, ক–কে সাহায্য করলে, ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হবে? [২১তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

২ ও ৩ -এর ল. সা. গু = ৬

প্রথম ৬ দিনে ক, খ ও গ -এর কাজ হিসেব করলে পাই

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

ক ৩৬ দিনে করে কাজটির ১ অংশ

∴ ক ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{৩৬}$ অংশ

∴ ক ৬ " " " $\frac{১\times৬}{৩৬}$ " $= \frac{১}{৬}$ অংশ

খ ৬ দিনে তিনবার অর্থাৎ ৩ দিন কাজ করে।

খ ১৮ দিনে করে কাজটির ১ অংশ

∴ খ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১৮}$ অংশ।

∴ খ ৩ " " " $\frac{১\times৩}{১৮}$ " $= \frac{১}{৬}$ অংশ

গ ৬ দিনে দুইবার অর্থাৎ ২ দিন কাজ করে।

গ ১২ দিনে করে কাজটির ১ অংশ

∴ গ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১২}$ অংশ

∴ গ ২ " " " $\frac{১\times২}{১২}$ অংশ $= \frac{১}{৬}$ অংশ

∴ ৬ দিনে মোট কাজ হয় $= \left(\frac{১}{৬} + \frac{১}{৬} + \frac{১}{৬}\right)$ অংশ

$= \frac{১ + ১ + ১}{৬}$ অংশ $= \frac{১}{২}$ অংশ

∴ $\frac{১}{২}$ অংশ কাজ হয় = ৬ দিনে

∴ ১ " " " $= \frac{৬\times২}{১}$ "

= ১২ দিনে

অতএব, কাজটি শেষ হতে ১২ দিন সময় লাগবে।

উত্তর : ১২ দিন।

১৩। ক একটি কাজ ৯ দিনে এবং খ উহা ১৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েক দিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে যায়। বাকী কাজটুকু খ ৬ দিনে শেষ করে। কাজটি কতদিনে শেষ হয়েছিল? [২০তম বিসিএস]

সমাধানঃ

ক ৯ দিনে করে কাজটির ১ অংশ

∴ ক ১ " " কাজটির $\frac{১}{৯}$ অংশ

খ ১৮ দিনে করে কাজটির ১ অংশ

∴ খ ১ " " কাজটির $\frac{১}{১৮}$ অংশ

∴ খ ৬ " " " $= \frac{১\times৬}{১৮} = \frac{১}{৩}$ অংশ

অবশিষ্ট কাজ হল $= \left(১ - \frac{১}{৩}\right)$ অংশ

$= \left(\frac{৩ - ১}{৩}\right)$ অংশ $= \frac{২}{৩}$ অংশ

অবশিষ্ট $\frac{২}{৩}$ অংশ কাজ ক ও খ একত্রে সম্পন্ন করে।

ক ও খ ১ দিনে করে কাজটির $\left(\frac{১}{৯} + \frac{১}{১৮}\right)$ অংশ

$= \left(\frac{২ + ১}{১৮}\right)$ অংশ $= \frac{১}{৬}$ অংশ

(ক + খ) $\frac{১}{৬}$ অংশ কাজ করে = ১ দিনে

∴ ১ (সম্পূর্ণ) " " $= \frac{১ \times ৬}{১}$ "

∴ $\frac{২}{৩}$ " " " $= \frac{১ \times ৬ \times ২}{৩}$ দিনে = ৪ দিনে

অতএব, কাজটি শেষ হয় = (৪ + ৬) দিনে বা ১০ দিনে।

উত্তর : ১০ দিন।

১৪। ৩৭৫০ কিউবিক ফিট ধারণক্ষমতাসম্পন্ন একটি পানির চৌবাচ্চা সম্পূর্ণভাবে পূর্ণ হতে কত মিনিট সময় লাগবে, যদি প্রতি মিনিটে ৮০০ কিউবিট ফিট হারে চৌবাচ্চাটিতে পানি প্রবেশ করতে থাকে এবং চৌবাচ্চা থেকে প্রতি মিনিটে ৩০০ কিউবিক ফিট পানি নির্গত হতে থাকে? [১৮–তম বিসিএস]

সমাধান :

চৌবাচ্চাটিতে প্রতি মিনিটে পানি ভর্তি হতে থাকে (৮০০ – ৩০০) = ৫০০ কিউবিক ফুট।

৫০০ কিউবিক ফুট পানি ভর্তি হয় = ১ মিনিটে

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১ " " " " " $= \frac{১}{৫০০}$

$\therefore$ ৩৭৫০ " " " " " $= \frac{১ \times ৩৭৫০}{৫০০}$

$= \frac{১৫}{২} = ৭\frac{১}{২}$ মিনিট

উত্তর : $৭\frac{১}{২}$ মিনিট ।

১৫। ৬ মাইল দীর্ঘ একটি রাস্তা ৫ মাসে শেষ করে দেয়ার চুক্তিতে ৬০ জন লোক নিযুক্ত করা হয়। ১ মাস পর দেখা গেল মাত্র ১ মাইল কাজ শেষ হয়েছে। অতিরিক্ত কতজন লোক নিযুক্ত করলে নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি শেষ হবে?

[১৭তম বিসিএস]

সমাধান :

১ মাস কাজ করার পর সময় বাকী থাকল (৫−১) মাস = ৪ মাস

কাজ বাকি থাকল (৬ − ১) = ৫ মাইল

সুতরাং বাকি ৪ মাস সময়ে ৫ মাইল রাস্তা তৈরির কাজ শেষ করতে হবে।

১ মাস ১ মাইল রাস্তা শেষ করতে পারে ৬০ জন লোকে

৪ " ৫ " " " " " $\frac{৬০ \times ৫}{৪} = ৭৫$ জন লোক

$\therefore$ অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করতে হবে = (৭৫ − ৬০) = ১৫ জন

উত্তর : ১৫ দিন।

১৬। এক মাঝি স্রোতের অনুকূলে ৬ মিনিটে $১\frac{১}{২}$ কি. মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে $১\frac{১}{৪}$ কি. মি. যায়। নৌকা ও স্রোতের বেগ নির্ণয় করুন।

[১৭তম বিসিএস]

সমাধান :

স্রোতের অনুকূলে ৬ মিনিটে যায় $১\frac{১}{২}$ কি.মি. বা, $\frac{৩}{২}$ কি.মি.

$\therefore$ " " ১ " " $\frac{৩}{২ \times ৬}$ কি.মি. $= \frac{১}{৪}$ কি.মি.

স্রোতের প্রতিকূলে ১৫ মিনিটে যায় $১\frac{১}{৪}$ কি.মি. বা $\frac{৫}{৪}$ কি.মি.

$\therefore$ " " ১ " " $\frac{৫}{৪ \times ১৫} = \frac{১}{১২}$ কি.মি.

মনেকরি,

স্রোতের বেগ = v কি.মি./মি.

নৌকায় বেগ = u কি.মি./ মি.

$\therefore u + v = \frac{১}{৪}$

$u - v = \frac{১}{১২}$

(যোগ করে), $২u = \frac{১}{৪} + \frac{১}{১২} = \frac{৩ + ১}{১২} = \frac{১}{৩}$

$\therefore u = \frac{১}{৬}$

(বিয়োগ করে), $২v = \frac{১}{৪} - \frac{১}{১২} = \frac{৩ - ১}{১২} = \frac{২}{১২} = \frac{১}{৬}$

$\therefore v = \frac{১}{১২}$

$\therefore$ নৌকার বেগ = $\frac{১}{৬}$ কি.মি./মিনিট

স্রোতের বেগ = $\frac{১}{১২}$ কি.মি./মিনিট

উত্তর : নৌকার বেগ = $\frac{১}{৬}$ কি.মি./মিনিট, স্রোতের বেগ = $\frac{১}{১২}$ কি.মি./মিনিট ।

১৭। ক ও খ একই মুহূর্তে ঢাকা ও বগুড়া হতে যাত্রা শুরু করে একে অপরের দিকে যথাক্রমে ২০ কি. মি. ও ৩০ কি . মি. বেগে অগ্রসর হয়। খ, ক অপেক্ষা ৩৬ কি. মি. বেশি অতিক্রম করার পর তারা মিলিত হলো। ঢাকা ও বগুড়ার মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করুন। [১৫তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি,

ক x কি.মি. দূরত্ব অতিক্রম করার পর খ এর সহিত মিলিত হল।

তা হলে খ (x + ৩৬) কি.মি. অতিক্রম করে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এবং মোট দূরত্ব = x + x + ৩৬

ক ২০ কি.মি. বেগে x কি.মি. যায় $\frac{x}{২০}$ ঘন্টায়

খ ৩০ কি.মি. বেগে (x + ৩৬) কি.মি. যায় $\frac{x + ৩৬}{৩০}$ ঘন্টায়

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{২০} = \frac{x + ৩৬}{৩০}$

বা, ৩০x = ২০x + ৭২০

বা, ১০x = ৭২০

∴ x = ৭২

মোট দূরত্ব = x + x + ৩৬

= ৭২ + ৭২ + ৩৬

= ১৮০ কি.মি.

উত্তর : ঢাকা থেকে বগুড়ার দূরত্ব ১৮০ কিলোমিটার।

১৮। যে কাজ রহিম তিন ঘন্টায় সম্পন্ন করতে পারে, করিম তা চার ঘন্টায় সম্পন্ন করে এবং করিমের গতিতে আমান সেই কাজের অর্ধেক পরিমাণ করতে পারে। তিন জনকে ৮৫ টাকা মজুরি দেওয়া হলে প্রত্যেকে কত করে পাবে? [১৩তম বিসিএস]

সমাধান :

রহিম, ৩ ঘন্টায় করে ১টি কাজ

∴ " ১ " " $\frac{১}{৩}$ অংশ

করিম, ৪ ঘন্টায় করে ১টি কাজ

∴ " ১ " " $\frac{১}{৪}$ অংশ

যেহেতু করিমের গতিতে আমান $\frac{১}{২}$ অংশ কাজ করে

আমান, ৪ ঘন্টায় করে $\frac{১}{২}$ অংশ

∴ " ১ " " $\frac{১}{৪ \times ২} = \frac{১}{৮}$ অংশ

রহিমের কাজ : করিমের কাজ : আমানের কাজ = $\frac{১}{৩} : \frac{১}{৪} : \frac{১}{৮}$

[৩, ৪ ও ৮ এর ল.সা.গু ২৪ দ্বারা গুণ করে]

$\frac{১ \times ২৪}{৩} : \frac{১ \times ২৪}{৪} : \frac{১ \times ২৪}{৮}$

= ৮ : ৬ : ৩

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = (৮ + ৬ + ৩) = ১৭

∴ রহিম পাবে ৮৫ এর $\frac{৮}{১৭}$ = ৪০ টাকা

করিম " ৮৫ এর $\frac{৬}{১৭}$ = ৩০ "

আমান " ৮৫ এর $\frac{৩}{১৭}$ = ১৫ "

উত্তর : রহিম পাবে ৪০ টাকা, করিম পাবে ৩০ টাকা, আমান পাবে ১৫ টাকা।

১৯। চাকুরীর সাক্ষাৎকারের জন্য এক ব্যক্তিকে নির্ধারিত ক্ষণে কলেজ গেটে উপস্থিত হতে হবে। সে গুলিস্তান হতে ঘন্টায় ১০ কি. মি. বেগে সাইকেল চালিয়ে ২০ মিনিট বিলম্বে পৌঁছল। সে যদি ১৫ কি. মি. বেগে যেত তবে নির্ধারিত ক্ষণের ১০ মিনিট আগেই পৌঁছত। গুলিস্তান থেকে কলেজ গেটের দূরত্ব কত? [১১তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি, গুলিস্তান থেকে কলেজ গেটের দুরত্ব x কি.মি.

১০ কি.মি. বেগে x কি.মি. যেতে সময় লাগে $\frac{x}{১০}$ ঘণ্টা

১৫ কি.মি. বেগে x কি.মি. যেতে লাগে $\frac{x}{১৫}$ ঘণ্টা

দুই বেগের জন্য গুলিস্তান থেকে কলেজ গেটে পৌঁছাতে সময়ের ব্যবধান (২০ + ১০) মিনিট = ৩০ মিনিট = $\frac{১}{২}$ ঘন্টা

প্রশ্নানুসারে, $\frac{x}{১০} - \frac{x}{১৫} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{৩x - ২x}{৩০} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{x}{৩০} = \frac{১}{২}$ বা, x = ১৫

উত্তর : দূরত্ব ১৫ কি.মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২০। একজন ঠিকাদার ৫০ দিনে একটি কাজ সমাধা করবে বলে চুক্তি করল এবং ২০ জন শ্রমিক নিয়োগ করল। ২০ দিন পর দেখা গেল কাজটির মাত্র $\frac{১}{৪}$ অংশ সম্পন্ন হয়েছে। নির্ধারিত সময়ে কাজটি শেষ করতে হলে অতিরিক্ত আর কতজন শ্রমিক নিযুক্ত করতে হবে? [১১-তম বিসিএস]

সমাধান : বাকী কাজ = $(১ - \frac{১}{৪}) = \frac{৩}{৪}$ অংশ

বাকী সময় = (৫০ − ২০) = ৩০ দিন

$\therefore \frac{১}{৪}$ অংশ কাজ ২০ দিনে সমাধা করে ২০ জনে

$\therefore ১$ " " ১ " " " ৪ × ২০ × ২০

$\therefore \frac{৩}{৪}$ " " ৩০ " " " $\frac{৪ \times ২০ \times ২০ \times ৩}{৩০ \times ৪} = ৪০$ জনে

$\therefore$ অতিরিক্ত শ্রমিক সংখ্যা = (৪০ − ২০) = ২০ জন

উত্তর : ২০ জন।

২১। এক ব্যক্তি ঘন্টায় ৪ কি. মি. বেগে হেঁটে গুলিস্তান হতে গুলশান গেল। কিছুক্ষণ পর সেখান হতে ঘন্টায় ৫ কি. মি. বেগে হেঁটে গুলিস্তানে ফিরে আসল। ফেরার পথে তার অর্ধঘন্টা সময় কম লাগল। গুলিস্তান হতে গুলশানের দূরত্ব কত? [১০ম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি, গুলিস্তান থেকে গুলশানের দূরত্ব x কি.মি.

৪ কি.মি. বেগে x কি.মি. যেতে লাগে $\frac{x}{৪}$ ঘণ্টা

৫ " " x " ফিরতে " $\frac{x}{৫}$ ঘণ্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{৪} - \frac{x}{৫} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{৫x - ৪x}{২০} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{x}{২০} = \frac{১}{২}$

বা, x = ১০ কি.মি.

উত্তর : গুলিস্তান হতে গুলশানের দূরত্ব = ১০ কি.মি.

২২। পাশাপাশি লাইনে একই দিকে ঘন্টায় ৬০ কি. মি. ও ৯০ কি. মি. বেগে ধাবমান যথাক্রমে ৬০ মিটার ও ৮৫ মিটার দীর্ঘ দুইটি ট্রেন কত সময়ে একে অপরকে অতিক্রম করবে? [১০-তম বিসিএস]

সমাধান : ধরি t ঘন্টায় একে অপরকে অতিক্রম করবে।

১ম ট্রেনটি t সময়ে যায় = ৬০ × t = ৬০t কি.মি.

২য় ট্রেনটি t সময়ে যায় = ৯০ × t = ৯০t কি.মি. (

শর্তানুসারে,

$৯০t - ৬০t = \frac{৮৫}{১০০০}$ [$\therefore$ বৃহত্তম ট্রেনের দৈর্ঘ্য = ৮৫ মিটার যে দূরত্বটা সে বেশী অতিক্রম করবে]

বা, $৩০t = \frac{৮৫}{১০০০}$ [{ ১ কি.মি. = ১০০০ মিটার]

$\therefore t = \frac{৮৫}{১০০০ \times ৩০} = \frac{১৭}{৬০০০}$ ঘন্টা

$= \frac{১৭ \times ৬০ \times ৬০}{৬০০০}$ সেকেন্ড

$= \frac{৫১}{৫}$ সেকেন্ড

= ১০.২ সেকেন্ড

উত্তর : ১০.২ সেকেন্ড।

সময় ও কাজ বিষয়ক অংক

গাণিতিক অনুশীলন :

১। একটি দূর্গে ১৪০৫ জন সৈন্যের ১৫ সপ্তাহের খাদ্য ছিল। কিন্তু কিছু সৈন্য অন্যত্র পাঠানোর ফলে ঐ খাদ্যে ২৫ সপ্তাহ চললে কতজন সৈন্য অন্যত্র পাঠানো হয়েছিল?

সমাধান ঃ

১৫ সপ্তাহ চলে ১৪০৫ জন সৈন্যের

$\therefore ১$ " " $= ১৪০৫ \times ১৫$ জন সৈন্যের

$\therefore ২৫$ " " $= \frac{১৪০৫ \times ১৫}{২৫}$ " "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

= ৮৪৩ জন সৈন্যের।

অতএব, নির্ণেয় বাইরে পাঠানো সৈন্যের সংখ্যা = (১৪০৫— ৮৪৩) =৫৬২ জন।

উত্তর : ৫৬২ জন।

২। ৫ জন পুরুষ ৯ জন স্ত্রীলোকের সমান আয় করে এবং ৬ জন স্ত্রীলোক ১০ জন বালকের সমান আয় করে। একজন বালক যদি রোজ ১২.৫০ টাকা আয় করে তবে ১০ জন পুরুষ দৈনিক কত টাকা আয় করবে?

সমাধান ঃ

৫ জন পুরুষের আয় = ৯ জন স্ত্রীলোকের আয়

১ " " " $= \frac{৯}{৫}$ " " "

∴ ১০ " " $= \frac{৯ \times ১০}{৫}$ " " "

= ১৮ জন স্ত্রীলোকের আয়

৬ জন স্ত্রীলোকের আয় = ১০ জন বালকের আয়

∴ ১ " " " $= \frac{৬}{১০}$ " " "

∴ ১৮ " " " $= \frac{১০ \times ১৮}{৬}$ " "

= ৩০ জন বালকের আয়

১ জন বালকের আয় = ১২.৫০ টাকা

∴ ৩০ " " " = ১২.৫০ × ৩০ টাকা

= ৩৭৫.০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ১০ জন পুরুষের আয় ৩৭৫ টাকা

উত্তর : ৩৭৫ টাকা।

৩। কোন শিবিরে ২৮৫ জন সৈন্যের রোজ জন প্রতি ৬৫০ গ্রাম হিসাবে ৪০ দিনের খাবার আছে। জনপ্রতি রোজ ৫০০ গ্রাম হিসাবে ঐ খাদ্যে ৬০ দিন চালাতে হবে শিবির থেকে কতজন সৈন্য অন্যত্র পাঠাতে হবে?

সমাধান ঃ

জনপ্রতি ৬৫০ গ্রাম হিসাবে ৪০ দিন চলে ২৮৫ জন সৈন্যের

" ১ " " ৪০ " " = ২৮৫ × ৬৫০ "

" ১ " " ১ " " = ২৮৫ × ৬৫০ × ৪০ "

" ৫০০ " " ১ " " $= \frac{২৮৫ \times ৬৫০ \times ৪০}{৫০০}$ "

" ৫০০ " " ৬০ " " $= \frac{২৮৫ \times ৬৫০ \times ৪০}{৫০০ \times ৬০}$ "

= ২৪৭ জন সৈন্যের।

অতএব, অন্যত্র পাঠাতে হবে = (২৮৫ — ২৪৭) জন

= ৩৮ জন।

উত্তর : ৩৮ জন।

৪। কোন সম্পত্তির $\frac{৭}{৮}$ অংশের মূল্য ৯২১২ টাকা, ঐ সম্পত্তির $\frac{৩}{৪}$ অংশের মূল্য কত?

সমাধান ঃ

সম্পত্তির $\frac{৭}{৮}$ অংশের মূল্য ৯২১২ টাকা

∴ " ১ বা সম্পূর্ণ " " $= \frac{৯২১২ \times ৮}{৭}$ টাকা

∴ " $\frac{৩}{৪}$ " " $= \frac{৯২১২ \times ৮ \times ৩}{৭ \times ৪} =$ ৭৮৯৬ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় সম্পত্তির মূল্য ৭৮৯৬ টাকা

উত্তর : ৭৮৯৬ টাকা।

৫। ৭টি ঘোড়া ও ১২টি গরুর মূল্য যদি ১০টি ঘোড়া ও ৬টি গরুর মূল্যের সমান হয়, তবে একটি ঘোড়ার মূল্য কয়টি গরুর মূল্যের সমান?

সমাধান ঃ

১০টি ঘোড়ার মূল্য + ৬টি গরুর মূল্য = ৭টি ঘোড়ার মূল্য + ১২টি গরুর মূল্য

বা, ১০টি ঘোড়ার মূল্য– ৭টি ঘোড়ার মূল্য = ১২টি গরুর মূল্য–৬টি গরুর মূল্য

বা, (১০—৭)টি ঘোড়ার মূল্য = (১২—৬)টি গরুর মূল্য

বা, ৩টি ঘোড়ার মূল্য = ৬টি গরুর মূল্য

∴ ১টি " " $= \frac{৬}{৩}$ টি " "

= ২টি গরুর মূল্য

অতএব, নির্ণেয় ১টি ঘোড়ার মূল্য ২টি গরুর মূল্যের সমান।

উত্তর : ২টি গরুর মূল্যের সমান।

৬। ক একটি কাজ ১৫ দিনে, খ উহা ২০ দিনে এবং গ উহা ১২ দিনে করতে পারে। তিনজনে একত্রে কাজটি কতদিনে করতে পারবে?

সমাধান ঃ

ক কাজটি করে ১৫ দিনে

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ ক ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১৫}$ অংশ

অনুরূপভাবে,
খ কাজটি করে ২০ দিনে

∴ খ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{২০}$ অংশ

অনুরূপভাবে,
গ কাজটি করে ১২ দিনে

∴ গ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১২}$ অংশ

ক, খ ও গ ১ দিনে করে কাজটির $\left(\frac{১}{১৫}+\frac{১}{২০}+\frac{১}{১২}\right)$ অংশ

$=\left(\frac{৪+৩+৫}{৬০}\right)$ অংশ

$=\frac{১২}{৬০}$ অংশ $=\frac{১}{৫}$ অংশ

$\frac{১}{৫}$ অংশ কাজ ক, খ ও গ করে ১ দিনে

∴ ১ ” ” ” $=\frac{১\times৫}{১}$ ” $=$ ৫ দিনে

অতএব, নির্ণেয় সময় ৫ দিন।
উত্তর : ৫ দিন।

৭। **করিম একটি কাজের $\frac{১}{৩}$ অংশ ৮ দিনে করে চলে গেল। এরপর রহিম কাজে যোগ দিল এবং সে ৫ দিন পর কাজ ত্যাগ করল। বাকি কাজ করিম ১২ দিনে শেষ করল। রহিম সম্পূর্ণ কাজটি কত দিনে করতে পারবে?**

সমাধান ঃ

করিম ৮ দিনে করে কাজটির $=\frac{১}{৩}$ অংশ

” ১ ” ” ” $=\frac{১}{৩\times৮}$ অংশ

” ১২ ” ” ” $=\frac{১\times১২}{৩\times৮}$ অংশ $=\frac{১}{২}$ অংশ

করিম মোট করে কাজটির $\left(\frac{১}{৩}+\frac{১}{২}\right)$ অংশ

$=\left(\frac{২+৩}{৬}\right)$ অংশ $=\frac{৫}{৬}$ অংশ

রহিম ৫ দিনে করে কাজটির $\left(১ - \frac{৫}{৬}\right)$ অংশ

$=\left(\frac{৬-৫}{৬}\right)$ অংশ $=\frac{১}{৬}$ অংশ

∴ রহিম $\frac{১}{৬}$ অংশ কাজ করে ৫ দিনে

∴ ” সম্পূর্ণ ” ” ” $=\frac{৫\times৬}{১}$ দিনে

$=$ ৩০ দিনে

অতএব, নির্ণেয় সময় ৩০ দিন।
উত্তর : ৩০ দিন।

৮। **ক ও খ একটি কাজ একত্রে ১০ ঘন্টায় করতে পারে। খ ও গ সেই কাজ একত্রে ১২ ঘন্টায় এবং ক ও গ সেই কাজ ১৫ ঘন্টায় করতে পারে। যদি তারা তিনজনে একত্রে কাজ করে তবে কত ঘন্টায় কাজটি শেষ হবে?**

সমাধান ঃ

ক ও খ একটি কাজ করে ১০ ঘন্টায়।

∴ (ক + খ) ১ ঘণ্টায় করে কাজটির $=\frac{১}{১০}$ অংশ

অনুরূপভাবে, (খ + গ) ১ ” ” ” $=\frac{১}{১২}$ ”

(ক + গ) ১ ” ” ” $=\frac{১}{১৫}$ ”

যোগ করে পাই,

২ (ক + খ + গ) ১ ঘণ্টায় করে কাজটির $\left(\frac{১}{১০}+\frac{১}{১২}+\frac{১}{১৫}\right)$ অংশ

$=\frac{৬+৫+৪}{৬০}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{১৫}{৬০}$ অংশ $= \frac{১}{৪}$ অংশ

$\therefore$ ক + খ + গ ১ " " " $= \frac{১}{৪ \times ২}$ অংশ বা $\frac{১}{৮}$ অংশ

$\frac{১}{৮}$ অংশ কাজ ক, খ ও গ করে = ১ ঘণ্টায়

$\therefore$ সম্পূর্ণ " " " " $= \frac{১ \times ৮}{১}$ " = ৮ ঘণ্টায়

অতএব, নির্ণেয় সময় ৮ ঘন্টা।

৯। ক এক দিনে যে কাজ করতে পারে, খ এক দিনে তার তিনগুণ কাজ করতে পারে। তারা একত্রে ১০ দিনে কোন কাজের $\frac{৪}{১৫}$ অংশ সমাধা করল। কতদিনে তারা আলাদাভাবে এ কাজ করতে পারবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,

ক কাজটি করে x দিনে

$\therefore$ খ " " $\frac{x}{৩}$ "

$\therefore$ ক x দিনে করে ১ অংশ কাজ

$\therefore$ ক ১ " " $\frac{১}{x}$ অংশ কাজ

$\therefore$ ক ১০ " " $\frac{১০}{x}$ " কাজ

অনুরূপভাবে,

খ $\frac{x}{৩}$ দিনে করে কাজটি

$\therefore$ খ ১ " " $= \frac{৩}{x}$ অংশ

$\therefore$ খ ১০ " " $= \frac{৩ \times ১০}{x}$ "

$= \frac{৩০}{x}$ অংশ

শর্তমতে,

$\frac{১০}{x} + \frac{৩০}{x} = \frac{৪}{১৫}$

বা, $\frac{৪০}{x} = \frac{৪}{১৫}$

বা, $x = \frac{৪০ \times ১৫}{৪} = ১৫০$

$\therefore$ ক কাজটি করে ১৫০ দিনে

খ কাজটি করে $\frac{১৫০}{৩}$ দিনে = ৫০ দিনে

অতএব, নির্ণেয় সময় ১৫০ দিন এবং ৫০ দিন।

উত্তর : ১৫০ দিন এবং ৫০ দিন।

১০। ক একটি কাজ ২০ দিনে, খ ৩০ দিনে এবং গ ৬০ দিনে করতে পারে। খ ও গ একত্রে যদি প্রত্যেক তৃতীয় দিনে ক-কে সাহায্য করে তবে কত দিনে কাজটি শেষ হবে?

সমাধান ঃ

ক কাজটি করে ২০ দিনে

$\therefore$ ক ১ দিনে করে কাজটির $= \frac{১}{২০}$ অংশ

$\therefore$ ক ৩ " " " $= \frac{৩}{২০}$ "

খ ৩০ দিনে করে ১টি কাজ

$\therefore$ খ ১ " " কাজটির $= \frac{১}{৩০}$ অংশ

গ ৬০ দিনে করে ১টি কাজ

$\therefore$ গ ১ " " কাজটির $= \frac{১}{৬০}$ কাজ

খ ও গ প্রত্যেক তৃতীয় দিনে ক-কে সাহায্য করে।

$\therefore$ ৩ দিনে মোট কাজ হয় $= \left(\frac{৩}{২০} + \frac{১}{৩০} + \frac{১}{৬০}\right)$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{৯ + ২ + ১}{৬০}$ " $= \frac{১}{৫}$ অংশ

$\frac{১}{৫}$ অংশ কাজ হয় ৩ দিনে

∴ ১ (সম্পূর্ণ) " " " $= \frac{৩ \times ৫}{১}$ দিনে = ১৫ দিনে

অতএব, নির্ণেয় সময় ১৫ দিন।

উত্তর : ১৫ দিন।

১১। **একটি কাজ ক যে সময়ে করতে পারে, খ ও গ একত্রে সেই সময়ে করতে পারে। যদি ক ও খ একত্রে ঐ কাজ ১০ দিনে এবং গ একা ৫০ দিনে করতে পারে, তবে খ একা কত দিনে কাজটি করতে পারবে?**

সমাধান ঃ

ক এর কাজের সময় = (খ ও গ) এর কাজের সময়

অর্থাৎ ক = খ + গ

(ক + খ) একটি কাজ করে ১০ দিনে

∴ (ক + খ) ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১০}$ অংশ

আবার, গ কাজটি করে ৫০ দিনে

∴ গ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{৫০}$ অংশ

ক + খ+ গ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১০} + \frac{১}{৫০} = \frac{৩}{২৫}$ অংশ

বা, ২ক " " " $= \frac{৩}{২৫}$ অংশ [∴ খ+গ = ক]

বা, ক " " " $= \frac{৩}{২৫ \times ২}$ অংশ $= \frac{৩}{৫০}$ অংশ

∴ খ ১ দিনে করে কাজটির $= \left(\frac{১}{১০} - \frac{৩}{৫০}\right)$ অংশ

$= \frac{৫ - ৩}{৫০}$ অংশ $= \frac{২}{৫০}$ অংশ $= \frac{১}{২৫}$ অংশ

$\frac{১}{২৫}$ অংশ কাজ খ করে ১ দিনে

∴ সম্পূর্ণ অংশ " " " $= \frac{১ \times ২৫}{১}$ দিনে = ২৫ দিনে

অতএব, নির্ণেয় সময় ২৫ দিন।

উত্তর : ২৫ দিন।

১২। **দৈনিক ৮ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৫০ জন লোক একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৬০ জন লোক ১৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারে?**

সমাধান ঃ

৫০ জন লোক ১২ দিনে কাজটি করে দৈনিক ৮ ঘণ্টা খেটে

∴ ১ " " ১২ " " " " $= ৮ \times ৫০$ ঘণ্টা খেটে

∴ ১ " " ১ " " " " $= ৮ \times ৫০ \times ১২$ "

∴ ৬০ " " ১ " " " " $= \frac{৮ \times ৫০ \times ১২}{৬০}$ "

∴ ৬০ " " ১৬ " " " " $= \frac{৮ \times ৫০ \times ১২}{৬০ \times ১৬}$ "

= ৫ ঘণ্টা খেটে

অতএব, নির্ণেয় সময় ৫ ঘণ্টা।

উত্তর : ৫ ঘণ্টা।

১৩। **৩ জন পুরুষ, ৪ জন স্ত্রীলোক এবং ১০ জন বালক একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে। ৪ জন স্ত্রীলোক এবং ৫ জন বালক ঐ কাজ ১৬ দিনে করতে পারে। দেখান যে, ৩ জন পুরুষের কাজ = ৪ জন স্ত্রীলোকের কাজ।**

সমাধান ঃ

৩ জন পুরুষ+৪ জন স্ত্রীলোক+১০ জন বালক ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{৮}$ অংশ

আবার,

৪ জন স্ত্রীলোক+৫ জন বালক ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১৬}$ অংশ

[২ দ্বারা গুণন করে]

৮ " " + ১০ " " ১ " " " $\frac{১}{৮}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সুতরাং,

(৩ জন পুরুষ + ৪ জন স্ত্রীলোক + ১০ জন বালক)-এর কাজ = (৮ জন স্ত্রীলোক + ১০জন বালক) -এর কাজ

উভয় পক্ষ হতে ১০ জন বালকের কাজ বাদ দিলে পাই,

৩ জন পুরুষের কাজ = ৪ জন স্ত্রী লোকের কাজ

অর্থাৎ, ৩ জন পুরুষের কাজ = ৪ জন স্ত্রীলোকের কাজ। (দেখানো হলো)

১৪। যদি ৩ জন পুরুষ বা ৫ জন বালক একটি কাজ ২০ দিনে করতে পারে তবে ৪ জন পুরুষ ও ১০ জন বালক কত দিনে তা করতে পারে?

সমাধান ঃ

৩ জন পুরুষের কাজ = ৫ জন বালকের কাজ

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৫}{৩}$ " " "

$\therefore$ ৪ " " " $= \frac{৪ \times ৫}{৩}$ " "

$= \frac{২০}{৩}$ জন বালকের কাজ

কাজ হিসেবে,

৪ জন পুরুষ ও ১০ জন বালক $= \frac{২০}{৩}$ জন বালক + ১০ জন বালক

$= \left(\frac{২০+৩০}{৩}\right)$ জন বালক $= \frac{৫০}{৩}$ জন বালক

৫ জন বালক কাজটি করে = ২০ দিনে

$\therefore$ ১ " " " = ২০ × ৫ "

$\therefore \frac{৫০}{৩}$ " " " $= \frac{২০ \times ৫ \times ৩}{৫০}$ দিনে = ৬ দিনে

অতএব, নির্ণেয় সময় ৬ দিন।

উত্তর : ৬ দিন।

১৫। একজন ঠিকাদার ৫ মাইল দীর্ঘ রেল লাইন ১৬০ দিনে করে দেওয়ার চুক্তিতে ৬০ জন লোক নিযুক্ত করল। ৪০ দিন পর দেখা গেল যে মাত্র ১ মাইল শেষ হয়েছে। অতিরিক্ত কতজন লোক নিয়োগ করলে নির্দিষ্ট সময়ে কাজটি শেষ হবে?

সমাধান ঃ

দিন বাকী = (১৬০ — ৪০) = ১২০ দিন

কাজ বাকী = (৫ — ১) = ৪ মাইল

১ মাইল দীর্ঘ রেলপথ ৪০ দিনে করে ৬০ জন লোক

$\therefore$ ১ " " " ১ " " = ৬০ × ৪০ "

$\therefore$ ৪ " " " ১২০ " " $= \frac{৬০ \times ৪০ \times ৪}{১২০}$ "

$= ৮০$ জন

$\therefore$ অতিরিক্ত লোক প্রয়োজন = (৮০—৬০) জন

= ২০ জন।

অতএব, নির্ণেয় লোকের সংখ্যা ২০ জন।

উত্তর : ২০ জন।

১৬। ১৬ জন লোক একটি কাজ ৬ দিনে করতে পারে। ঐ কাজ ২৪ জন লোক কত দিনে করতে পারে?

সমাধান :

১৬ জন লোক কাজটি করতে পারে ৬ দিনে

$\therefore$ ১ " " " " " ৬ × ১৬ "

$\therefore$ ২৪ " " " " " $\frac{৬ \times ১৬}{২৪}$ "

অর্থাৎ, ৪ দিনে।

অতএব, নির্ণেয় সময় ৪ দিন।

উত্তর : ৪ দিন।

১৭। করিম ও রহিম একত্রে একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে। রহিম একাকী কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। করিম একাকী কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

সমাধান :

করিম ও রহিম একত্রে ৮ দিনে করতে পারে ১ কাজ

$\therefore$ " " " ১ " " " $\frac{১}{৮}$ "

আবার, রহিম একাকী ১২ দিনে করতে পারে ১ কাজ

$\therefore$ " " ১ " " " $\frac{১}{১২}$ "

সুতরাং করিম একাকী এক দিনে করতে পারে $\left(\frac{১}{৮} - \frac{১}{১২}\right)$ কাজ

অর্থাৎ, $\frac{১}{২৪}$ কাজ।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখন, করিম একাকী $\frac{১}{২৪}$ অংশ কাজ করতে পারে ১ দিনে

∴ " " ১ (সম্পূর্ণ) " " $\frac{১ \times ২৪}{১}$ " = ২৪ দিনে।

অতএব, নির্ণেয় সময় ২৪ দিন।

উত্তর : ২৪ দিন।

১৮। ক একটি কাজ ১২ দিনে এবং খ তা ২৪ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে যায়। বাকি কাজটুকু খ ৩ দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান :

ক একাকী ১২ দিনে করতে পারে ১ কাজ

∴ " " ১ " " " $\frac{১}{১২}$ "

খ একাকী ২৪ দিনে করতে পারে ১ কাজ

∴ " " ১ " " " $\frac{১}{২৪}$ "

সুতরাং ক ও খ একত্রে ১ দিনে করতে পারে $(\frac{১}{১২} + \frac{১}{২৪})$ বা $\frac{৩}{২৪}$ বা $\frac{১}{৮}$ কাজ।

ক চলে যাওয়ার পর খ একাকী ৩ দিন কাজ করেছিল।

এখন খ একাকী ১ দিনে করে $\frac{১}{২৪}$ কাজ

∴ খ " ৩ " " $\frac{৩}{২৪}$ বা, $\frac{১}{৮}$ কাজ।

বাকি $(১ - \frac{১}{৮})$ বা $\frac{৭}{৮}$ কাজ ক ও খ একত্রে করেছিল।

এখন,

ক ও খ একত্রে $\frac{১}{৮}$ কাজ করে ১ দিনে

∴ " " ১ (সম্পূর্ণ) " " $১ \div \frac{১}{৮}$ দিনে বা ১×৮ দিনে

∴ " " $\frac{৭}{৮}$ " " $১ \times ৮ \times \frac{৭}{৮}$ দিনে বা ৭ দিনে।

সুতরাং সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে প্রয়োজন হয় মোট (৭ + ৩) দিন বা ১০ দিন।

উত্তর : ১০ দিন।

১৯। যদি ৮ জন পুরুষ বা ২০ জন স্ত্রীলোক একটি কাজ ১২ দিনে সম্পন্ন করতে পারে তবে ৪ জন পুরুষ ও ৬ জন স্ত্রীলোক একত্রে কাজটি কত দিনে সম্পন্ন করতে পারবে?

সমাধান :

৮ জন পুরুষের কাজ = ২০ জন স্ত্রীলোকের কাজ

∴ ৪ " " " $= \frac{২০ \times ৪}{৮} = ১০$ " " "

সুতরাং ৪ জন পুরুষের কাজ + ৬ জন স্ত্রীলোকের কাজ = (১০ + ৬) জন স্ত্রীলোকের কাজ = ১৬ জন স্ত্রীলোকের কাজ।

এখন, ২০ জন স্ত্রীলোক কাজটি করতে পারে ১২ দিনে

∴ ১ " " " " " ১২×২০ "

∴ ১৬ " " " " " $\frac{১২ \times ২০}{১৬}$ "

অর্থাৎ ১৫ দিনে।

সুতরাং, নির্ণেয় সময় = ১৫ দিন। **(উত্তর)**

২০। একজন কন্ট্রাক্টর ১৬ দিনে একটি কাজ সমাধা করবে বলে চুক্তি নিল এবং এজন্য প্রয়োজনীয় ১৬ জন লোক নিযুক্ত করল। ১০ দিন পর একটি দুর্ঘটনার জন্য ৬ জন লোক কাজ করার ক্ষমতা হারালো এবং ২ দিনের জন্য কাজ বন্ধ থাকল। নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে কাজটি শেষ করতে হলে অতিরিক্ত কত জন লোক নিযুক্ত করতে হবে?

সমাধান :

প্রথম ১০ দিনে ১৬ জন লোক কাজ করে।

এখন, ১৬ জন লোক ১৬ দিনে করে ১ কাজ

∴ " " " ১ " " $\frac{১}{১৬}$ "

∴ " " " ১০ " " $\frac{১০}{১৬}$ বা, $\frac{৫}{৮}$ কাজ

২ দিন কাজ বন্ধ থাকার পর অবশিষ্ট $(১ - \frac{৫}{৮})$ বা, $\frac{৩}{৮}$ কাজ

(১৬ − ১০ − ২) বা ৪ দিনে শেষ করতে হবে।

এখন, ১৬ দিনে ১ কাজ করে ১৬ জনে

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১ দিনে ১ " " ১৬ × ১৬ "

$\therefore$ ৪ " ১ " " $\frac{১৬ \times ১৬}{৪}$ "

$\therefore$ ৪ " $\frac{৩}{৮}$ " " $\frac{১৬ \times ১৬}{৪} \times \frac{৩}{৮}$ জনে

বা, ২৪ জনে।

সুতরাং, অতিরিক্ত ২৪ – (১৬ – ৬) অর্থাৎ ১৪ জন লোক নিযুক্ত করতে হবে।

উত্তর : ১৪ জন।

২১। কোন কাজ ক ও খ একত্রে ১০ দিনে, খ ও গ একত্রে ১৫ দিনে এবং গ ও ক একত্রে ২৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ৪ দিন কাজ করল। তারপর ক চলে গেল এবং খ ও গ একত্রে ৪ দিন কাজ করল। তারপর খ চলে গেল। গ কত দিনে বাকি কাজটি শেষ করবে?

সমাধান ঃ

ক ও খ ১ দিনে করে কাজটির = $\frac{১}{১০}$ অংশ

খ ও গ ১ " " " = $\frac{১}{১৫}$ "

গ ও ক ১ " " " = $\frac{১}{২৫}$ "

২(ক + খ + গ) ১ দিনে করে কাজটির $\left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫} + \frac{১}{২৫}\right)$ অংশ

$= \frac{১৫ + ১০ + ৬}{১৫০} = \frac{৩১}{১৫০}$ অংশ

$\therefore$ (ক + খ + গ) ১ দিনে করে কাজটির = $\frac{৩১}{১৫০ \times ২} = \frac{৩১}{৩০০}$ অংশ

$\therefore$ " ৪ " " " = $\frac{৩১ \times ৪}{৩০০} = \frac{৩১}{৭৫}$ অংশ

খ ও গ ৪ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{১৫} \times ৪$ অংশ = $\frac{৪}{১৫}$ অংশ

মোট কাজ হয় = $\frac{৩১}{৭৫} + \frac{৪}{১৫} = \frac{৩১ + ২০}{৭৫} = \frac{৫১}{৭৫} = \frac{১৭}{২৫}$ অংশ

বাকি কাজ থাকে = $\left(১ - \frac{১৭}{২৫}\right)$ অংশ = $\frac{২৫ - ১৭}{২৫}$ অংশ = $\frac{৮}{২৫}$ অংশ

গ ১ দিনে করে কাজটির = $\left(\frac{৩১}{৩০০} - \frac{১}{১০}\right)$ অংশ

$\frac{৩১ - ৩০}{৩০০} = \frac{১}{৩০০}$ অংশ

$\frac{১}{৩০০}$ অংশ কাজ গ করে ১ দিনে

$\therefore$ ১ " " " " $\frac{১ \times ৩০০}{১}$ দিনে

$\therefore \frac{৮}{২৫}$ " " " " $\frac{১ \times ৩০০ \times ৮}{১ \times ২৫} = ৯৬$ দিনে

অতএব নির্ণেয় সময় ৯৬ দিন।

উত্তর : ৯৬ দিন।

২২। যদি ৮ জন পুরুষ দৈনিক ৭ ঘণ্টা খেটে একটা কাজ ১২ দিনে সম্পন্ন করতে পারে তবে ১৪ জন বালক দৈনিক ৬ ঘণ্টা খেটে কত দিনে তা শেষ করতে পারবে? জানা আছে যে ১ জন পুরুষের কাজ = ২ জন বালকের কাজ।

সমাধান ঃ ১ জন পুরুষ = ২ জন বালক

৮ জন পুরুষ = ২ × ৮ = ১৬ জন বালক

১৬ জন বালক দৈনিক ৭ ঘণ্টা খেটে কাজটি করে = ১২ দিনে

$\therefore$ ১ " " " ১ " " " " = ১২ × ১৬

$\therefore$ ১ " " " ১ " " " " = ১২ × ১৬ × ৭

$\therefore$ ১৪ " " " ১ " " " " = $\frac{১২ \times ১৬ \times ৭}{১৪}$

$\therefore$ ১৪ " " " ৬ " " " " = $\frac{১২ \times ১৬ \times ৭}{১৪ \times ৬}$

= ১৬ দিনে।

উত্তর : ১৬ দিন।

২৩। যদি ১২ জন পুরুষ এবং ১০ জন বালক কোন কাজের $\frac{৪৬}{৬৩}$ অংশ ৩ দিনে এবং ৪ জন পুরুষ ও ৫ জন বালক ঐ কাজের $\frac{২৭}{২৭}$ অংশ ৭ দিনে করে, তবে ৭ জন পুরুষ ঐ কাজ কত দিনে করবে?

সমাধান ঃ

১২ জন পুরুষ + ১০ জন বালক ১ দিনে করে কাজটির = $\frac{২}{৯ \times ৩} = \frac{২}{২৭}$ অংশ .... (১)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৪ জন পুরুষ + ৫ জন বালক ১ দিনে করে কাজটির $= \frac{১}{২৭ \times ৭} = \frac{১}{১৮৯}$ অংশ.....(২)

∴ (৮ জন পুরুষ + ১০ জন বালক) ১ " " " $= \frac{২}{১৮৯}$ অংশ.....(৩)

(১) হতে (৩) বিয়োগ করে

৪ জন পুরুষ ১ দিনে করে কাজটির $(\frac{২}{২৭} - \frac{২}{১৮৯})$ অংশ

বা, $\frac{১২}{১৮৯}$ অংশ বা, $\frac{৪}{৬৩}$ অংশ

∴ ১ জন পুরুষ ১ দিনে করতে পারে $= \frac{৪}{৬৩ \times ৪}$ অংশ

∴ ৭ জন পুরুষ ১ দিনে করে কাজটির $= \frac{৪ \times ৭}{৬৩ \times ৪}$ অংশ $= \frac{১}{৯}$ অংশ

৭ জন পুরুষ $\frac{১}{৯}$ অংশ করে = ১ দিনে

৭ " " ১ বা সম্পূর্ণ অংশ করে $= \frac{১ \times ৯}{১} = ৯$ দিনে

উত্তর : ৯ দিন।

২৪। ৩০ জন লোক একটি কাজ ৩০ দিনে করতে পারে। যদি প্রতি ১০ দিন পর ৫ জন করে লোক চলে যায়, তবে কত দিনে কাজটি শেষ হবে?

সমাধান ঃ

৩০ জন লোক ১ দিনে করে কাজটির $= \frac{১}{৩০}$ অংশ

৩০ " " ১০ " " " $= \frac{১ \times ১০}{৩০} = \frac{১}{৩}$ অংশ

আবার, ১ " " ১ " " " $= \frac{১}{৩০ \times ৩০} = \frac{১}{৯০০}$ অংশ

(৩০ − ৫) জন বা ২৫ জন ১০ দিনে করে কাজটির $= \frac{১ \times ২৫ \times ১০}{৯০০} = \frac{৫}{১৮}$

(২৫ − ৫) জন বা ২০ জন ১০ দিনে করে কাজটির $= \frac{১ \times ২০ \times ১০}{৯০০} = \frac{২}{৯}$

(২০ − ৫) জন বা ১৫ জন ১০ দিনে করে কাজটির $= \frac{১ \times ১৫ \times ১০}{৯০০} = \frac{১}{৬}$

মোট কাজের পরিমাণ $= \frac{১}{৩} + \frac{৫}{১৮} + \frac{২}{৯} + \frac{১}{৬} = \frac{৬ + ৫ + ৪ + ৩}{১৮}$

$= \frac{১৮}{১৮} = ১$ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ।

৩০ জন লোক করে = ১০ দিন

২৫ " " " = ১০ "

২০ " " " = ১০ "

১৫ " " " = ১০ "

মোট দিন = ৪০ দিন।

উত্তর : ৪০ দিন।

২৫। একটি কাজ ক ৮০ দিনে, খ ৯৬ দিনে এবং গ ২৪০ দিনে করতে পারে। প্রতি পঞ্চম দিনে খ এবং প্রতি ষষ্ঠ দিনে গ, ক-কে সাহায্য করলে, ঐ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হবে?

সমাধান ঃ

৫ ও ৬ এর ল. সা. গু. = ৩০

মনে করি প্রথম ৩০ দিনে ক, খ এবং গ কাজে অংশ গ্রহণ করে।

ক সম্পূর্ণ কাজ করে ৮০ দিনে

∴ ক ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{৮০}$ অংশ।

∴ ক ৩০ " " " $\frac{১ \times ৩০}{৮০}$ বা $\frac{৩}{৮}$ অংশ

খ ৩০ দিনে ৬ বার অর্থাৎ ৬ দিন কাজ করে।

খ সম্পূর্ণ কাজ করে ৯৬ দিনে।

∴ খ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{৯৬}$ অংশ

∴ খ ৬ দিনে করে কাজটির $\frac{১ \times ৬}{৯৬}$ অংশ $= \frac{১}{১৬}$ অংশ

গ, ৩০ দিনে ৫ বার অর্থাৎ ৫ দিন কাজ করে।

গ সম্পূর্ণ কাজ করে ২৪০ দিনে

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

∴ গ ১ দিনে করে কাজটির $\frac{১}{২৪০}$ অংশ

∴ গ ৫ দিনে করে কাজটির $\frac{১ \times ৫}{২৪০}$ অংশ $= \frac{১}{৪৮}$ অংশ

৩০ দিনে মোট কাজ হয় $= \frac{৩}{৮} + \frac{১}{১৬} + \frac{১}{৪৮} = \frac{১৮ + ৩ + ১}{৪৮}$

$= \frac{২২}{৪৮} = \frac{১১}{২৪}$ এবং ক, খ এবং গ $\frac{১১}{২৪}$ অংশ কাজ করে ৩০ দিনে

সুতরাং তারা ৬০ দিনে করবে $= \frac{১১ \times ২}{২৪}$ অংশ $= \frac{১১}{১২}$ অংশ

অবশিষ্ট কাজ থাকে $= \left(১ - \frac{১১}{১২}\right) = \frac{১২ - ১১}{১২} = \frac{১}{১২}$ অংশ

পরবর্তী ৫ দিনে ক ও খ করে $= \frac{১ \times ৫}{৮০}$ অংশ $+ \frac{১}{৯৬}$ অংশ

$= (\frac{১}{১৬} + \frac{১}{৯৬})$ অংশ $= \frac{৬ + ১}{৯৬} = \frac{৭}{৯৬}$ অংশ।

অবশিষ্ট কাজ থাকে $= \frac{১}{১২} - \frac{৭}{৯৬} = \frac{৮ - ৭}{৯৬} = \frac{১}{৯৬}$ অংশ

$\frac{১}{৯৬}$ অংশ (ক + গ) করে।

(ক + গ) ১ দিনে করে $= \left(\frac{১}{৮০} + \frac{১}{২৪০}\right) = \frac{৩ + ১}{২৪০} = \frac{৪}{২৪০} = \frac{১}{৬০}$ অংশ।

$\frac{১}{৬০}$ অংশ কাজ (ক + গ) করে ১ দিনে।

∴ ১ " " " " $\frac{১ \times ৬০}{১}$ দিনে

∴ $\frac{১}{৯৬}$ " " " " $\frac{১ \times ৬০ \times ১}{১ \times ৯৬}$ দিনে $= \frac{৫}{৮}$ দিনে।

∴ মোট কাজ হয় = ৬০ দিন + ৫ দিন + $\frac{৫}{৮}$ দিন = ৬৫ $\frac{৫}{৮}$ দিন

উত্তর : = ৬৫ $\frac{৫}{৮}$ দিন ।

২৬। **করিম কোন স্থানে হেঁটে গেল এবং সাইকেলে ফিরে আসল। এতে তার ১০ ঘন্টা সময় লাগল। ঐ স্থানে সাইকেলে গিয়ে আসতে তার ৬ ঘন্টা লাগে। ঐ স্থানে হেঁটে গিয়ে ফিরে আসতে তার কত সময় লাগবে?**

সমাধান ঃ

একই পথ সাইকেলে ২ বার যেতে সময় লাগে ৬ ঘন্টা

" " " ১ " " " " $= \frac{৬}{২}$ ঘন্টা = ৩ ঘন্টা

∴ হেঁটে যেতে একবারে সময় লাগে (১০ − ৩) ঘন্টা = ৭ ঘন্টা

সুতরাং, একই পথ হেঁটে দুইবার আসতে সময় লাগে ৭ × ২ =১৪ ঘন্টা।

অতএব, নির্ণেয় সময় ১৪ ঘন্টা। **(উত্তর)**

২৭। **একটি জাহাজ ১৫ কিঃ মিঃ বেগে চলে ১৮ দিনে কোন বন্দরে পৌঁছল। অপর একটি লঞ্চ একই স্থান থেকে ১ দিন পরে রওয়ানা করে ১০ কিঃ মিঃ বেগে চললে জাহাজটি বন্দরে পৌঁছবার কদিন পর লঞ্চটি বন্দরে পৌঁছবে?**

সমাধান ঃ

পথের দূরত্ব ১৫ কিঃ মিঃ × ১৮ = ২৭০ কিলোমিটার

এখন,

লঞ্চের ১০ কিঃ মিঃ যেতে সময় লাগে ১ দিন

∴ " ১ " " " " $= \frac{১}{১০}$ "

∴ " ২৭০ " " " " $= \frac{১ \times ২৭০}{১০}$ "

= ২৭ দিন

১ দিন পরে রওয়ানা হওয়ায় লঞ্চের সময় লাগে = (২৭ + ১) দিন

= ২৮ দিন।

∴ জাহাজ পৌঁছানোর (২৮ − ১৮) দিন বা ১০ দিন পরে লঞ্চ পৌঁছবে।

অতএব, নির্ণেয় সময় ১০ দিন।

উত্তর : ১০ দিন।

২৮। **১০০ মি. লম্বা, ৫ মি. চওড়া এবং ৩ মি. গভীর একটি পরিখা খনন করতে যদি ২০ জন লোকের ৩ দিন লাগে তবে ১৫০ মি. লম্বা, ৬ মি. চওড়া এবং ২ মি. গভীর পরিখা ৮ দিনে খনন করতে কত জন লোকের প্রয়োজন হবে?**

সমাধান ঃ

১ম পরিখার আয়তন = ১০০ মি. × ৫ মি. × ৩ মি. = ১৫০০ ঘন মিটার।

২য় পরিখার আয়তন = ১৫০ মি. × ৬ মি. × ২ মি. = ১৮০০ ঘন মিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

১৫০০ ঘনমিটারের পরিখা ৩ দিনে খনন করে = ২০ জন লোকে

∴ ১ ,, ,, ৩ ,, ,, ,, = $\frac{২০}{১৫০০}$,,

∴ ১ ,, ,, ১ ,, ,, ,, = $\frac{২০ \times ৩}{১৫০০}$,,

∴ ১৮০০ ,, ,, ৮ ,, ,, ,, = $\frac{২০ \times ৩ \times ১৮০০}{১৫০০ \times ৮}$,,

= ৯ জন।

অতএব নির্ণেয় লোক ৯ জন। **(উত্তর)**

২৯। এক ব্যক্তি ঘোড়ায় চড়ে প্রতি মিনিটে ২৫০ মিটার বেগে যায়। কিন্তু তাকে ঘোড়া বদলাবার জন্য প্রতি ১০ কি.মি. অন্তর ৫ মিনিট করে থামতে হয়। ৮০ কি. মি. পথ যেতে তার কত সময় লাগবে?

সমাধান : আমরা জানি

৮০ কি. মি. = ৮০ × ১০০০ মিটার।

এখন, লোকটি ২৫০ মিটার যায় ১ মিনিটে

∴ ,, ১ ,, ,, $\frac{১}{২৫০}$,,

∴ ,, ৮০ × ১০০০ ,, ,, $\frac{১ \times ৮০ \times ১০০০}{২৫০}$ মিনিটে বা, ৩২০ মিনিটে

লোকটিকে ঘোড়া বদলাবার জন্য পথে থামতে হয় ($\frac{৮০}{১০}$ − ১) বা ৭ বার; কারণ, ৮০ কি.মি. পথের শেষপ্রান্তে পৌঁছলে তাকে ঘোড়া বদল করতে হবে না।

সুতরাং ঘোড়া বদলাতে তার সময় লাগে ৭ × ৫ বা ৩৫ মিনিট।

অতএব, নির্ণেয় মোট সময় = (৩২০ + ৩৫) মিনিট = ৩৫৫ মিনিট।

= ৫ ঘণ্টা ৫৫ মিনিট।

উত্তর : ৫ ঘন্টা ৫৫ মিনিট।

৩০। যদি ১৩টি ঘোড়ার মূল্য ২০টি গরুর মূল্যের সমান, ১০টি গরুর মূল্য ২৬টি ভেড়ার মূল্যের সমান, ৫টি ভেড়ার মূল্য ১৫টি ছাগলের মূল্যের সমান এবং ২টি ছাগলের মূল্য ৩,৫০০ টাকা হয়, তবে ১টি ঘোড়ার মূল্য কত?

সমাধান :

২টি ছাগলের মূল্য ৩৫০০ টাকা

∴ ১ ,, ,, $\frac{৩৫০০}{২}$ টাকা

∴ ১৫ ,, ,, $\frac{৩৫০০ \times ১৫}{২}$ টাকা =২৬২৫০ টাকা।

কিন্তু, ১৫টি ছাগলের মূল্যের সমান ৫ টি ভেড়ার মূল্য।

সুতরাং ৫টি ভেড়ার মূল্য ২৬২৫০ টাকা

∴ ১ ,, ,, $\frac{২৬২৫০}{৫}$ টাকা

∴ ২৬ ,, ,, $\frac{২৬২৫০ \times ২৬}{৫}$ টাকা = ১৩৬৫০০ টাকা।

কিন্তু ২৬টি ভেড়ার মূল্যের সমান ১০টি গরুর মূল্য।

সুতরাং ১০টি গরুর মূল্য ১৩৬৫০০ টাকা

∴ ১ ,, ,, $\frac{১৩৬৫০০}{১০}$ টাকা

∴ ২০ ,, ,, $\frac{১৩৬৫০০ \times ১০}{২০}$ টাকা = ২৭৩০০০ টাকা।

কিন্তু ২০টি গরুর মূল্যের সমান ১৩টি ঘোড়ার মূল্য।

সুতরাং ১৩টি ঘোড়ার মূল্য ২৭৩০০০ টাকা

∴ ১ ,, ,, $\frac{২৭৩০০০}{১৩}$ টাকা = ২১০০০ টাকা।

অতএব, ১টি ঘোড়ার মূল্য = ২১,০০০ টাকা।

৩১। একটি ঘোড়ার গাড়ির সামনের চাকার পরিধি ৩ মিটার, পিছনের চাকার পরিধি ৪ মিটার। গাড়িটি কত পথ গেলে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা ১০০ বার বেশি ঘুরবে?

সমাধান ঃ

সামনের চাকার পরিধি ৩ মিটার এবং পিছনের চাকার পরিধি ৪ মিটার।

আমরা পাই, ৩ ও ৪ এর ল. সা. গু = ১২

সুতরাং গাড়িটি ১২ মিটার অতিক্রম করলে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা ১ বার বেশি ঘুরবে।

অর্থাৎ,

১ বার বেশি ঘুরবে ১২ মিটার অতিক্রম করলে

∴ ১০০ ,, ,, ,, ১২ × ১০০ ,, ,,

= ১২০০ মিটার অতিক্রম করলে

বা, ১.২ কিলোমিটার।

উত্তর ঃ ১.২ কি. মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩২। একটি জাহাজের তলদেশ ছিদ্র হওয়ায় উহা ১০ ঘন্টায় ডুবে যেতে পারে। কিন্তু পাম্পের সাহায্যে ১৫ ঘন্টায় জাহাজটি পানিশূন্য করা যায়। যদি জাহাজটি তীর থেকে ১৮০ কি. মি. দূরে থাকে তাহলে তা ঘন্টায় কত কি. মি. বেগে চললে তীরে পৌছাবার সঙ্গে সঙ্গে ডুবে যাবে।

সমাধান ঃ

ছিদ্র দ্বারা ১০ ঘন্টায় জাহাজটি ডুবে যেতে পারে এবং পাম্পের সাহায্যে ১৫ ঘন্টায় জাহাজটি পানিশূন্য করা যায়।

সুতরাং,

ছিদ্র দ্বারা ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয় জাহাজটির $= \frac{১}{১০}$ অংশ

এবং পাম্প " ১ " খালি হয় " $= \frac{১}{১৫}$ অংশ

সুতরাং, ১ ঘন্টায় পানি দ্বারা পূর্ণ হয় জাহাজটির $= \left(\frac{১}{১০} - \frac{১}{১৫}\right)$ অংশ

$= \frac{৩ - ২}{৩০}$ অংশ $= \frac{১}{৩০}$ অংশ

জাহাজটির $\frac{১}{৩০}$ অংশ পূর্ণ হয় ১ ঘন্টায়

$\therefore$ " সম্পূর্ণ " " " $= \frac{৩০ \times ১}{১}$ ঘন্টায় $= ৩০$ ঘন্টায়

অর্থাৎ, জাহাজটি ডুবতে সময় লাগবে ৩০ ঘন্টা।

$\therefore$ ৩০ ঘন্টায় যেতে হবে ১৮০ কিলোমিটার

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১৮০}{৩০}$ " $= ৬$ কিলোমিটার।

$\therefore$ নির্ণেয় জাহাজের গতিবেগ ৬ কিলোমিটার/ঘন্টা।

৩৩। ঘন্টায় ৮ কিঃ মিঃ বেগে এক ব্যক্তি ঢাকা থেকে আরিচার দিকে রওয়ানা হলো। তিন ঘন্টা পরে আরেক ব্যক্তি ঘন্টায় ১১ কিঃ মিঃ বেগে একই স্থান থেকে রওয়ানা হলো এবং উভয়ে একত্রে আরিচায় পৌঁছল। ঢাকা থেকে আরিচার দূরত্ব কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

ঢাকা থেকে আরিচার দূরত্ব = x কিঃ মিঃ

৮ কিলোমিটার বেগে,

৮ কিলোমিটার যায় ১ ঘন্টায়

$\therefore$ ১ " " " $\frac{১}{৮}$ "

$\therefore$ x " " " $\frac{x}{৮}$

আবার, ১১ কিলোমিটার বেগে,

১১ কিলোমিটার যায় ১ ঘন্টায়

$\therefore$ ১ " " " $\frac{১}{১১}$ "

$\therefore$ x " " " $\frac{x}{১১}$ "

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{৮} - ৩ = \frac{x}{১১}$

বা, $\frac{x}{৮} - \frac{x}{১১} = ৩$

বা, $\frac{১১x - ৮x}{৮৮} = ৩$

বা, $\frac{৩x}{৮৮} = ৩$

$\therefore x = \frac{৩ \times ৮৮}{৩} = ৮৮$

অতএব, নির্ণেয় দূরত্ব ৮৮ কিলোমিটার।

৩৪। একটি গাড়ী কোন স্থানে বেলা ১২ টায় পৌঁছবার কথা। গাড়ীটি ঘন্টায় ১০ কিঃ মিঃ বেগে চললে ঐ স্থানে পৌঁছতে ২০ মিনিট সময় দেরী হয়, কিন্তু ঘন্টায় ১৫ কিঃ মিঃ বেগে চললে ১০ মিনিট আগে পৌঁছতে পারে। যাত্রাস্থান থেকে গন্তব্যস্থানের দূরত্ব কত?

সমাধান ঃ মনে করি,

স্থানটির দূরত্ব = x কিঃ মিঃ

১০ কিলোমিটার বেগে,

১০ কিলোমিটার যায় ১ ঘন্টায়

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{১০}$ "

$\therefore$ x " " " $= \frac{x}{১০}$ "

আবার, ১৫ কিলোমিটার বেগে,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৫ কিলোমিটার যায় ১ ঘন্টায়

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{১৫}$ "

$\therefore$ x " " " $= \frac{x}{১৫}$ "

$\therefore$ ১ম ও ২য় সময়ের ব্যবধান ১০ মিনিট – (–২০ মিনিট)

= ১০ মিনিট + ২০ মিনিট

= ৩০ মিনিট

$= \frac{১}{২}$ ঘন্টা

শর্তানুসারে, $\frac{x}{১০} - \frac{x}{১৫} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{৩x - ২x}{৩০} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{x}{৩০} = \frac{১}{২}$

বা, $২x = ৩০$

$\therefore x = \frac{৩০}{২} = ১৫$

অতএব, নির্ণেয় দূরত্ব ১৫ কিলোমিটার।

উত্তর : ১৫ কিলোমিটার।

চৌবাচ্চা বিষয়ক অংক

গাণিতিক অনুশীলন :

৩৫। একটি চৌবাচ্চা দুটি নল দ্বারা যথাক্রমে ১০ ঘন্টায় ও ১৫ ঘন্টায় পূর্ণ হতে পারে। দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেয়ার কিছুক্ষণ পরে প্রথম নলটি বন্ধ করে দেওয়া হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি ৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয়। প্রথম নল কত সময়ে বন্ধ হয়েছিল?

সমাধান ঃ

১ম নল দ্বারা ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির $\frac{১}{১০}$ অংশ

$\therefore$ ২য় " " ১ " " " " $= \frac{১}{১৫}$ "

যেহেতু দ্বিতীয় নলটি ৫ ঘন্টা খোলা ছিল –

সুতরাং, ২য় নল দ্বারা ৫ ঘন্টায় পূর্ণ হয় চৌবাচ্চার $= \frac{১}{১৫} \times ৫$ অংশ $= \frac{১}{৩}$ অংশ।

বাকী থাকে $\left(১ - \frac{১}{৩}\right)$ অংশ বা, $\frac{২}{৩}$ অংশ গ নল দ্বারা পূর্ণ হয়।

উভয় নল দ্বারা ১ ঘন্টায় পূর্ণ হয় $\left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫}\right)$ অংশ

$= \left(\frac{৩ + ২}{৩০}\right)$ অংশ

$= \frac{৫}{৩০}$ অংশ $= \frac{১}{৬}$ অংশ

$\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ হয় = ১ ঘন্টায়

$\therefore$ ১ (সম্পূর্ণ) " " $= \frac{১ \times ৬}{১}$ "

$\therefore \frac{২}{৩}$ " " " $= \frac{১ \times ৬ \times ২}{১ \times ৩}$ ঘণ্টায় = ৪ ঘন্টায়

অতএব, ১ম নল ৪ ঘন্টা পরে বন্ধ করা হয়।

৩৬। একটি চৌবাচ্চায় তিনটি নল আছে। ১ম ও ২য় নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি যথাক্রমে ১২ ও ১৮ মিনিটে পূর্ণ হয় এবং ৩য় নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি খালি হয়। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়ায় চৌবাচ্চাটি ৩৬ মিনিটে পূর্ণ হলো। ৩য় নল দ্বারা পূর্ণ চৌবাচ্চাটি কত সময়ে খালি হবে?

সমাধান ঃ

১ নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির $= \frac{১}{১২}$ অংশ

২য় নল " ১ " " " " $= \frac{১}{১৮}$ "

উভয় নল " ১ " " " " $= \left(\frac{১}{১২} + \frac{১}{১৮}\right)$ অংশ

$= \left(\frac{৩ + ২}{৩৬}\right)$ অংশ $= \frac{৫}{৩৬}$ অংশ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

কিন্তু ৩য় নল দ্বারা খালি হওয়ায়,

নল ৩টি দ্বারা ৩৬ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটি

$\therefore$ " ৩টি " ১ " " " $= \frac{১}{৩৬}$ অংশ

১ মিনিটে পূর্ণ অংশ হতে অর্থাৎ $\frac{৫}{৩৬}$ অংশ হতে ৩য় নল দ্বারা খালি হয়।

সুতরাং ১ মিনিটে ৩য় নল দ্বারা খালি হয় $= \left(\frac{৫}{৩৬} - \frac{১}{৩৬}\right)$ অংশ

$= \frac{৪}{৩৬}$ অংশ $= \frac{১}{৯}$ অংশ

৩য় নল দ্বারা $\frac{১}{৯}$ অংশ খালি হয় = ১ মিনিটে

$\therefore$ " " " ১ (সম্পূর্ণ) " " " $= \frac{১ \times ৯}{১}$ মিনিটে = ৯ মিনিটে।

$\therefore$ নির্ণেয় সময় ৯ মিনিট।

৩৭। **একটি নল একটি চৌবাচ্চা ১২ মিনিটে পূর্ণ করতে পারে। অপর একটি নল ১ মিনিটে চৌবাচ্চা থেকে ১৫ লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হলো এবং চৌবাচ্চাটি ৪৮ মিনিটে পূর্ণ হলো। চৌবাচ্চাটিতে কতটুকু পানি ধরে?**

সমাধান ঃ

প্রথম নল দ্বারা ১২ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ অংশ

$\therefore$ " " " ১ " " " " $= \frac{১}{১২}$ অংশ

আবার,

প্রথম ও দ্বিতীয় নল দ্বারা ৪৮ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ অংশ

$\therefore$ " ও " " " ১ " " " " $= \frac{১}{৪৮}$ অংশ

উভয় নল খোলা থাকলে –

২য় নল দ্বারা ১মিনিটে খালি হয় চৌবাচ্চাটির $\left(\frac{১}{১২} - \frac{১}{৪৮}\right)$ অংশ

$= \frac{৩}{৪৮}$ অংশ $= \frac{১}{১৬}$ অংশ

কারণ, ১ম নলের পূর্ণ অংশ হতেই ২য় নল দ্বারা খালি হয়ে থাকে।

২য় নল দ্বারা $\frac{১}{১৬}$ অংশ খালি হয় ১ মিনিটে

$\therefore$ ২য় " " ১ " " " $= \frac{১ \times ১৬}{১}$ মিনিটে

= ১৬ মিনিটে

আবার, ১ মিনিটে পানি বের হয় ১৫ লিটার

$\therefore$ ১৬ " " " " $= ১৫ \times ১৬$ লিটার

= ২৪০ লিটার

অতএব, চৌবাচ্চায় পানি ধরে ২৪০ লিটার।

৩৮। **একটি পিপায় তিনটি নল আছে। প্রথম দুইটি নল দ্বারা যথাক্রমে ১০ মিনিটে ও ১৫ মিনিটে পিপাটি পূর্ণ হয় এবং তৃতীয় নল দ্বারা ২০ মিনিটে পরিপূর্ণ পিপা পানিশূন্য হয়। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে ৫ মিনিট পর তৃতীয় নলটি বন্ধ করা হলো। কত সময়ে পিপাটি পূর্ণ হলো?**

সমাধান ঃ

১ম নল দ্বারা ১০ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির ১ অংশ

$\therefore$ " " " ১ " " " " $= \frac{১}{১০}$ অংশ

অনুরূপভাবে,

২য় " " ১ " " " " $= \frac{১}{১৫}$ "

$\therefore$ ৩য় " " ১ " " খালি হয় $= \frac{১}{২০}$ "

তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে –

নল তিনটি দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় চৌবাচ্চাটির $\left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫} - \frac{১}{২০}\right)$ অংশ

$= \frac{৬ + ৪ - ৩}{৬০}$ অংশ $= \frac{৭}{৬০}$ অংশ

$\therefore$ " " " ৫ " " " " $= \frac{৭ \times ৫}{৬০}$ অংশ $= \frac{৭}{১২}$ অংশ

চৌবাচ্চাটির বাকী অংশ $= \left(১ - \frac{৭}{১২}\right)$ অংশ $= \frac{৫}{১২}$ অংশ।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ তৃতীয় নল বন্ধ হওয়ার পর $\frac{৫}{১২}$ অংশ ১ম ও ২য় নল দ্বারা পূর্ণ হবে।

$\left(\frac{১}{১০}+\frac{১}{১৫}\right)$ অংশ বা, $\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ হয় ১ মিনিটে

∴ ১ " " $=\frac{১\times৬}{১}$ "

∴ $\frac{৫}{১২}$ " " $=\frac{১\times৬\times৫}{১\times১২}$ " $=\frac{৫}{২}$ মিনিটে

অতএব, নির্ণেয় সময় $=\left(৫ \text{ মিনিট} + \frac{৫}{২} \text{ মিনিট}\right) = ৭\frac{১}{২}$ মিনিট।

উত্তর : $৭\frac{১}{২}$ মিনিট।

৩৯। একটি পানির ট্যাঙ্কে দুইটি নল আছে। প্রথম নলটি খুলে দিলে ট্যাঙ্কটি ২০ ঘণ্টার পূর্ণ হয়। দ্বিতীয় নলটি দ্বারা পূর্ণ ট্যাঙ্কটি ৩০ ঘণ্টায় খালি হয়। দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে খালি ট্যাঙ্ক কত সময়ে পূর্ণ হবে?

সমাধান :

প্রথম নল দ্বারা ২০ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় ১ ট্যাঙ্ক

∴ " " " ১ " " " $\frac{১}{২০}$ "

দ্বিতীয় নল দ্বারা ৩০ ঘণ্টায় খালি হয় ১ ট্যাঙ্ক

∴ " " " ১ " " " $\frac{১}{৩০}$ "

সুতরাং দুইটি নল একসঙ্গে খোলা থাকলে ১ ঘণ্টায়

পূর্ণ হয় ট্যাঙ্কটির $\left(\frac{১}{২০}-\frac{১}{৩০}\right)$ বা, $\frac{১}{৬০}$ অংশ

অর্থাৎ উভয় নল দ্বারা $\frac{১}{৬০}$ ট্যাঙ্ক পূর্ণ হয় ১ ঘণ্টায়

∴ " " " ১ (সম্পূর্ণ) " " $১ \div \frac{১}{৬০}$ " বা, ১×৬০ ঘণ্টায়

বা, ৬০ ঘণ্টা

অতএব, নির্ণেয় সময় = ৬০ ঘণ্টা।

৪০। একটি পিপা দুইটি নল দ্বারা পৃথক পৃথকভাবে যথাক্রমে ১৫ মিনিটে ও ২০ মিনিটে পূর্ণ হতে পারে। নল দুইটি একসঙ্গে খুলে রাখা হল। কিন্তু পিপার নিচে একটি ছিদ্র থাকায় খালি পিপাটি ১২ মিনিটে পূর্ণ হল। নল দুইটি বন্ধ থাকলে ঐ ছিদ্র দ্বারা পূর্ণ পিপাটি কত সময়ে খালি হবে?

সমাধান ঃ

১ম নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় পিপাটির $=\frac{১}{১৫}$ অংশ

২য় " " ১ " " " " $=\frac{১}{২০}$ "

ছিদ্র " ১ " খালি " " $=\frac{১}{১২}$ "

১ম ও ২য় " ১ " পূর্ণ " $=\left(\frac{১}{১৫}+\frac{১}{২০}\right)$ অংশ

$=\frac{৪+৩}{৬০}$ অংশ $=\frac{৭}{৬০}$ অংশ

১ম ও ২য় নলের পূর্ণ অংশ থেকে ছিদ্র দ্বারা ১ মিনিটে খালি হয়

$=\left(\frac{৭}{৬০}-\frac{১}{১২}\right)$ অংশ $=$ অংশ $=\left(\frac{৭-৫}{৬০}\right)$ অংশ $=\frac{২}{৬০}$ অংশ

$=\frac{১}{৩০}$ অংশ

ছিদ্র দ্বারা $\frac{১}{৩০}$ অংশ খালি হয় = ১ মিনিটে

" " " ১ (সম্পূর্ণ) " " " $=\frac{১\times৩০}{১}=৩০$ মিনিটে।

উত্তর : ৩০ মিনিটে।

৪১। একটি চৌবাচ্চা তিনটি নল দিয়ে যথাক্রমে ১০, ১২ ও ১৫ ঘণ্টায় পূর্ণ হতে পারে। তিনটি নল একসঙ্গে খুলে দিলে চৌবাচ্চার অর্ধেক পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?

সমাধা ন: ১ম নল

১০ ঘণ্টায় পূর্ণ করে ১ অংশ

∴ ১ " " " $\frac{১}{১০}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

২য় নল

১২ ঘণ্টায় পূর্ণ করে ১ অংশ

∴ ১ ” ” ” $\frac{১}{১২}$ ”

৩য় নল

১৫ ঘণ্টায় পূর্ণ করে ১ অংশ

∴ ১ ” ” ” $\frac{১}{১৫}$ ”

তিনটি নল দ্বারা ১ ঘণ্টায় পূর্ণ হয় = $\frac{১}{১০}+\frac{১}{১২}+\frac{১}{১৫}$

$=\frac{৬+৫+৪}{৬০}=\frac{১৫}{৬০}=\frac{১}{৪}$ অংশ

$\frac{১}{৪}$ অংশ পূর্ণ ১ ঘণ্টায়

∴ ১ ” ” $১\times\frac{৪}{১}$ ”

$\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ হয় $১\times\frac{১}{২}\times\frac{৪}{১}$ ” = ২ ঘন্টায়।

উত্তর : ২ ঘন্টায়।

৪২। দুটি নল দ্বারা একটি চৌবাচ্চা ৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। নল দুটি খুলে দেওয়ার ৪ মিনিট পর প্রথম নলটি বন্ধ করে দেওয়াতে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে আর ৬ মিনিট লাগল? প্রত্যেক নল দ্বারা পৃথকভাবে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?

সমাধান ঃ

দুটি নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় $\frac{১}{৮}$ অংশ

∴ ” ” ” ৪ ” ” ” $\frac{১}{২}$ অংশ

বাকী থাকে $\left(১-\frac{১}{২}\right)=\frac{১}{২}$ অংশ

দ্বিতীয় নল দ্বারা $\frac{১}{২}$ অংশ পূর্ণ হয় ৬ মিনিটে।

∴ ” ” ” ১ ” ” ৬×২ = ১২ মিনিটে।

আবার, ২য় নল দ্বারা ৪ মিনিটে পূর্ণ হয় $\frac{১}{৩}$ অংশ

∴ ১ম ” ” ৪= ” ” $\left(\frac{১}{২}-\frac{১}{৩}\right)$ ” = $\frac{১}{৬}$ অংশ।

১ম নল দ্বারা $\frac{১}{৬}$ অংশ পূর্ণ হয় ৪ মিনিটে

∴ ” ” ১ ” ” ” ৬×৪ ” = ২৪ মিনিটে।

উত্তর : ১ম নল দ্বারা ২৪ মিনিটে এবং ২য় নল দ্বারা ১২ মিনিটে।

নৌকা ও স্রোত

গাণিতিক অনুশীলন :

৪৩। এক ব্যক্তি স্রোতের প্রতিকূলে ঘন্টায় $২\frac{১}{২}$ কিঃ মিঃ বেগে যেতে পারে। স্রোতের বেগ ঘন্টায় ৩ কিঃ মিঃ হলে স্রোতের অনুকূলে $৪২\frac{১}{২}$ কিঃ মিঃ যেতে কত সময় লাগবে?

সমাধান ঃ দাঁড়ের বেগ – স্রোতের বেগ = $\frac{৫}{২}$ কিঃ মিঃ

বা, দাঁড়ের বেগ – ৩ কিঃ মিঃ = $\frac{৫}{২}$ কিঃ মিঃ

বা, দাঁড়ের বেগ = $\frac{৫}{২}$ কিঃ মিঃ + ৩ কিঃ মিঃ = $\frac{১১}{২}$ কিঃ মিঃ

অনুকূলে,

স্রোতের বেগ + দাঁড়ের বেগ = $\left(৩+\frac{১১}{২}\right)$ কিঃ মিঃ

$=\left(\frac{৬+১১}{২}\right)$ কিঃ মিঃ = $\frac{১৭}{২}$ কিঃ মিঃ

অনুকূলে $\frac{১৭}{২}$ কিঃ মিঃ যায় = ১ ঘন্টায়

১ ” ” = $\frac{১\times২}{১৭}$ ঘন্টায়

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\frac{৮৫}{২}$ " " $= \frac{১ \times ২ \times ৮৫}{১৭ \times ২}$ " $[\because ৪\frac{১}{২} = \frac{৮৫}{২}]$

$= ৫$ ঘন্টায়

অতএব, নির্ণেয় সময় ৫ ঘন্টা।

৪৪। এক মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে ১০ ঘণ্টায় ৪০ কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার ৫ ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান :

স্রোতের প্রতিকূলে ১০ ঘণ্টায় যায় ৪০ কি.মি.

$\therefore$ " " ১ " " $\frac{৪০}{১০}$ " বা, ৪ কি.মি.

স্রোতের অনুকূলে ৫ ঘণ্টায় যায় ৪০ কি.মি.

$\therefore$ " " ১ " " $\frac{৪০}{৫}$ " বা, ৮ কি.মি.

কিন্তু স্রোতের অনুকূলে গতিবেগ = নৌকার গতিবেগ + স্রোতের গতিবেগ

এবং স্রোতের প্রতিকূলে গতিবেগ = নৌকার গতিবেগ − স্রোতের গতিবেগ।

সুতরাং, নৌকার গতিবেগ + স্রোতের গতিবেগ = ৮ কি.মি./ঘণ্টা।

নৌকার গতিবেগ − স্রোতের গতিবেগ = ৪ কি.মি./ঘণ্টা।

$\therefore$ নৌকার গতিবেগ $= \frac{৮ + ৪}{২}$ কি.মি./ঘণ্টা = ৬ কি.মি./ঘণ্টা।

$\therefore$ স্রোতের গতিবেগ $= \frac{৮ - ৪}{২}$ কি.মি./ঘণ্টা = ২ কি.মি./ঘণ্টা।

উত্তর : স্রোতের বেগ ২ কিমি/ঘন্টা এবং নৌকার বেগ ৬ কিমি/ঘন্টা।

৪৫। নৌকা ও স্রোতের বেগ ঘণ্টায় যথাক্রমে ১০ ও ৫ কি. মি.। নদী পথে ৪৫ কি. মি. দীর্ঘ পথ একবার অতিক্রম করে ফিরে আসতে কত ঘণ্টা সময় লাগবে?

সমাধানঃ স্রোতের অনুকূলে,

নৌকার বেগ (১০ + ৫) = ১৫ কি. মি./ঘণ্টা

$\therefore$ ৪৫ কি. মি. যেতে সময় লাগে $\frac{৪৫}{১৫}$ ঘণ্টা = ৩ ঘণ্টা।

স্রোতের প্রতিকূলে

নৌকারবেগ (১০−৫) = ৫ কি. মি./ ঘণ্টা।

$\therefore$ (৪৫ কি. মি. আসতে সময় লাগে $\frac{৪৫}{৫}$ ঘণ্টা = ৯ ঘণ্টা।)

$\therefore$ (যেতে ও আসতে মোট সময় লাগে (৯+৩) ঘণ্টা=১২ ঘণ্টা।)

উত্তর : ১২ ঘন্টা।

৪৬। এক ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বেয়ে $\frac{5}{2}$ ঘণ্টায় কোন স্থানে পৌঁছাল এবং স্রোতের প্রতিকূলে $\frac{15}{4}$ ঘণ্টায় আবার যাত্রার স্থানে ফিরে এল। দাঁড়ের বেগ স্রোতের বেগের কতগুণ?

সমাধানঃ

স্থানটির দূরত্ব x কি.মি. হলে

দাঁড় + স্রোতের বেগ $= \frac{2x}{5}$ কি.মি./ঘণ্টা ..... (i)

দাঁড় − স্রোতের বেগ $= \frac{4x}{15}$ কি.মি./ঘণ্টা ..... (ii)

(i) + (ii) $\Rightarrow$ দাঁড়ের বেগ $= \frac{1}{2}(\frac{2x}{5} + \frac{4x}{15}) = \frac{10x}{30}$

(i) − (ii) $\Rightarrow$ স্রোতের বেগ $= \frac{1}{2}(\frac{2x}{5} - \frac{4x}{15}) = \frac{2x}{30}$

$\therefore$ দাঁড়ের বেগ স্রোতের বেগের $= (\frac{10x}{30} \times \frac{30}{2x})$

$= 5$ গুণ।

৪৭। একটি নৌকা স্রোতের প্রতিকূলে যে গতিবেগে চলে স্রোতের অনুকূলে ঐ গতিবেগের ৫ গুণ গতিবেগে যেতে পারে। স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় ৬ কি.মি. হলে ঘণ্টায় স্রোতের গতিবেগ কত?

সমাধান : ধরি, স্রোতের গতিবেগ = x কি.মি./ঘণ্টা

স্রোতের অনুকূলে নৌকার গতিবেগ = (৬ + x) টাকা

স্রোতের প্রতিকূলে " " = (৬ − x) টাকা

প্রশ্নমতে,

$৬ + x = ৫(৬ - x)$

বা, $৬ + x = ৩০ - ৫x$

বা, $৬x = ২৪$

$\therefore x = \frac{২৪}{৬} = ৪$ কি.মি./ঘণ্টা

উত্তর : ৪ কি.মি. / ঘন্টা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১০৩

দূরত্ব বিষয়ক

গাণিতিক অনুশীলন :

৪৮। **একটি ট্রেন ঘন্টায় ৪৮ কিঃ মিঃ বেগে চলে ৩৬০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফর্ম ১ মিনিটে অতিক্রম করল। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

ট্রেনটির গতিবেগ = ৪৮ কিলোমিটার/ঘন্টা

= ৪৮ × ১০০০ মিটার/ঘন্টা

$= \frac{৪৮ \times ১০০০}{৬০}$ মিটার/মিনিট = ৮০০ মিটার/মিনিট

সুতরাং, ট্রেনটি ১ মিনিটে অতিক্রম করে ৮০০ মিটার।

১মিনিটে ট্রেনটি প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য ও নিজের দৈর্ঘ্য অতিক্রম করে।

প্লাটফর্মের দৈর্ঘ্য ৩৬০ মিটার হলে ট্রেনটির দৈর্ঘ্য = (৮০০−৩৬০) মিটার

= ৪৪০ মিটার

অতএব, নির্ণেয় ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ৪৪০ মিটার।

৪৯। **২২০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ঘন্টায় ৫০ কিঃ মিঃ বেগে চলছে। পিছন থেকে সমান্তরালভাবে ২৮০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেন ঘন্টায় ৬০ কিঃ মিঃ বেগে আসছিল। ২য় ট্রেনটি কত সময়ে ১ম ট্রেনটিকে অতিক্রম করবে?**

সমাধান ঃ

প্রথম ট্রেনটিকে অতিক্রম করার জন্য দ্বিতীয় ট্রেনটিকে অতিরিক্ত (২৮০+২২০) মিটার বা ৫০০ মিটার পথ অতিক্রম করতে হবে।

বেগ একই দিকে হওয়ায় দ্বিতীয় ট্রেনটির গতিবেগের ব্যবধান

= (৬০ − ৫০) কিলোমিটার/ঘন্টা

= ১০ কিলোমিটার/ঘন্টা

$= \frac{১০ \times ১০০০}{৬০}$ মিটার/ মিনিট

∴ ২য় ট্রেনটি $\frac{১০ \times ১০০০}{৬০}$ মিটার বেশি যায় ১ মিনিটে

∴ " " ১ " " " $= \frac{৬০}{১০ \times ১০০০}$ "

∴ " " ৫০০ " " " $= \frac{৫০০ \times ৬০}{১০ \times ১০০০}$ " = ৩ মিনিটে

উত্তর : ৩ মিনিট।

৫০। **একটি ট্রেন ঢাকা থেকে সকাল ৬ টার সময় ময়মনসিংহের দিকে রওনা হয়ে ১০টার সময় ময়মনসিংহে পৌঁছে। আর একটি ট্রেন ময়মনসিংহ থেকে সকাল ৭ টার সময় রওনা হয়ে ১২ টার সময় ঢাকা পৌঁছে। কখন উভয় ট্রেনের পরস্পর সাক্ষাৎ হয়?**

সমাধান :

১ম ট্রেনটি (১০ − ৬) বা ৪ ঘণ্টায় যায় ঢাকা−ময়মনসিংহ সমস্ত পথ

∴ " " ১ " " সমস্ত পথের $\frac{১}{৪}$ অংশ।

২য় ট্রেনটি (১২ − ৭) বা ৫ ঘণ্টায় যায় ময়মনসিংহ−ঢাকা সমস্ত পথ

∴ " " ১ " " সমস্ত পথের $\frac{১}{৫}$ অংশ।

সুতরাং ট্রেন দুইটি ১ ঘণ্টায় একত্রে অতিক্রম করে সমস্ত পথের

$(\frac{১}{৪} + \frac{১}{৫})$ বা $\frac{৯}{২০}$ অংশ।

কিন্তু সকাল ৬ টা থেকে ৭টা পর্যন্ত ১ ঘণ্টায় ১ম ট্রেনটি এগিয়ে থাকে সমস্ত পথের $\frac{১}{৪}$ অংশ।

অতএব, সকাল ৭ টার সময় (অর্থাৎ ২য় ট্রেন ছাড়ার সময়) উভয় ট্রেনের মধ্যে ব্যবধান সমস্ত পথের $(১ - \frac{১}{৪})$ বা $\frac{৩}{৪}$ অংশ।

এখন ট্রেন দুইটি একত্রে $\frac{৯}{২০}$ পথ অতিক্রম করে ১ ঘণ্টায়

∴ " " " ১ (সম্পূর্ণ) " " $১ \times \frac{২০}{৯}$ ঘণ্টায়

∴ " " " $\frac{৩}{৪}$ " " $১ \times \frac{২০}{৯} \times \frac{৩}{৪}$ "

বা, $\frac{৫}{৩}$ ঘণ্টা

সুতরাং ট্রেন দুইটির সাক্ষাৎ ঘটে বেলা ৭ টার $\frac{৫}{৩}$ ঘণ্টা বা ১ ঘণ্টা ৪০ মিনিট পরে।

অর্থাৎ বেলা ৮ টা ৪০ মিনিটের সময়।

উত্তর : ৮ টা ৪০ মিনিট।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৫১। ঘণ্টায় ৭৫ কি.মি. বেগে গমন করলে ১৮০ মিটার দীর্ঘ একটি ট্রেনের ৩২০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফরম অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

সমাধান :

প্লাটফরম অতিক্রম করতে ট্রেনটিকে তার নিজের দৈর্ঘ্য ও প্লাটফরমের দৈর্ঘ্য অর্থাৎ (১৮০ + ৩২০) মিটার = ৫০০ মিটার যেতে হবে।

আমরা জানি ৭৫ কি.মি. = ৭৫ × ১০০০ মিটার।

এবং ১ ঘণ্টা = ৬০ × ৬০ সেকেন্ড

এখন, ট্রেনটি ৭৫ × ১০০০ মিটার যায় ৬০ × ৬০ সেকেন্ড

$\therefore$ " ১ " " $\frac{৬০ \times ৬০}{৭৫ \times ১০০০}$ "

$\therefore$ " ৫০০ " " $\frac{৬০ \times ৬০ \times ৫০০}{৭৫ \times ১০০০}$ "

= ২৪ সেকেন্ড

উত্তর : ২৪ সেকেন্ড।

৫২। ক ও খ এই দুই স্থানের দূরত্ব ৩০ কি.মি.। একই সময় মিজান ও মুজিব যথাক্রমে ক ও খ থেকে পরস্পরের দিকে রওয়ানা হয়ে ৬ ঘণ্টা পরে উভয়ে মিলিত হল। মিলিত হওয়ার $১\frac{১}{২}$ ঘণ্টা পরে মিজান খ-তে পৌঁছল। উভয়ের গতিবেগ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মিজান $(৬ + ১\frac{১}{২})$ ঘণ্টা বা $৭\frac{১}{২}$ ঘণ্টায় ৩০ কি. মি. পথ অতিক্রম করে।

মিজানের ঘণ্টায় বেগ = $\frac{৩০ \text{ কি.মি.}}{\frac{১৫}{২}} = \frac{৩০ \times ২}{১৫}$ = ৪ কি. মি.

মিজান ৬ ঘণ্টায় যায় = ৪ কি.মি. × ৬ = ২৪ কি.মি.

মুজিব " " " = (৩০ − ২৪) বা ৬ কি.মি.

অতএব মুজিবের ঘণ্টায় বেগ = $\frac{৬ \text{ কি.মি.}}{৬}$ = ১ কি.মি.

অতএব নির্ণেয় বেগ = মিজান ঘণ্টায় ৪ কি.মি. এবং মুজিব ঘণ্টায় = ১ কি.মি.

উত্তর : মিজান ৪ কি.মি./ঘন্টা এবং মুজিব ১ কি.মি/ঘন্টা।

৫৩। দুই ব্যক্তি যথাক্রমে ঘণ্টায় ৩ কি.মি. ও ৪ কি.মি. বেগে রেল লাইনের পাশ দিয়ে একই দিকে যাচ্ছিল। পিছন দিক থেকে একটি রেলগাড়ি এসে তাদেরকে যথাক্রমে ২০ ও ২৪ সেকেন্ডে অতিক্রম করল। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ নির্ণয় করুন।

সমাধান :

১ম আরোহীর সেকেন্ডে বেগ = $\frac{৩ \times ১০০০ \text{ মি.}}{৬০ \times ৬০} = \frac{৫}{৬}$ মি.

২য় আরোহীর সেকেন্ডে বেগ = $\frac{৪ \times ১০০০ \text{ মি.}}{৬০ \times ৬০} = \frac{১০}{৯}$ মি.

একই দিকে যাওয়ায় সেকেন্ডে বেগ = গাড়ির বেগ − আরোহীর বেগ

মনে করি গাড়িটির সেকেন্ডে বেগ = x মি.

শর্তানুসারে,

$\frac{\text{গাড়ির দৈর্ঘ্য}}{x - \frac{৫}{৬}}$ = ২০ সেকেন্ড ..... (১)

এবং, $\frac{\text{গাড়ির দৈর্ঘ্য}}{x - \frac{১০}{৯}}$ = ২৪ সেকেন্ড ..... (২)

(১) হতে গাড়ির দৈর্ঘ্য = $২০x - \frac{৫ \times ২০}{৬} = ২০x - \frac{৫০}{৩}$ মি.

(২) হতে গাড়ির দৈর্ঘ্য = $২৪x - \frac{১০ \times ২৪}{৯} = ২৪x - \frac{৮০}{৩}$ মি.

উভয় ক্ষেত্রে গাড়ির দৈর্ঘ্য সমান, এ কারণে

$২৪x - \frac{৮০}{৩}$ মি. = $২০x - \frac{৫০}{৩}$ মি. বা, $২৪x - ২০x = \frac{৮০}{৩} - \frac{৫০}{৩}$

বা, $৪x = ১০$ অতএব $x = \frac{৫}{২}$ মি.

গাড়ির বেগ ঘণ্টায় = $\frac{৫ \times ৬০ \times ৬০}{২}$ মি. = ৫ × ৩০ × ৬০ মি.

= $\frac{৫ \times ৩০ \times ৬০}{১০০০}$ কি.মি. = ৯ কি.মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

গাড়ির দৈর্ঘ্য = $২০x - \frac{৫০}{৩} = ২০ \times \frac{৫}{২} - \frac{৫০}{৩}$

$= ৫০ - \frac{৫০}{৩} = \frac{১৫০ - ৫০}{৩}$

$= \frac{১০০}{৩}$ মি. $= ৩৩\frac{১}{৩}$ মি.

উত্তর : গতিবেগ ঘন্টায় ৯ কিলোমিটার এবং দৈর্ঘ্য $৩৩\frac{১}{৩}$ মিটার।

৫৪। ঢাকা থেকে টাঙ্গাইলের দূরত্ব ৪৫ মাইল। করিম ঘণ্টায় ৩ মাইল বেগে হাটে এবং রহিম ঘন্টায় ৪ মাইল বেগে হাটে। করিম ঢাকা থেকে রওয়ানা হওয়ার এক ঘণ্টা পর রহিম টাঙ্গাইল থেকে ঢাকা রওয়ানা হয়েছে। রহিম কত মাইল হাঁটার পর করিমের সাথে দেখা হবে?

সমাধান ঃ

করিম ১ ঘন্টায় যায় ৩ মাইল।

বাকি থাকে = (৪৫ − ৩) = ৪২ মাইল

উভয়ে (৩+৪) বা ৭ মাইল যায় ১ ঘন্টায়

$\therefore$ " ১ " " $\frac{১}{৭}$ "

$\therefore$ "৪২ " " $\frac{১ \times ৪২}{৭}$ " = ৬ ঘন্টায়।

রহিম ১ ঘন্টায় যায় ৪ মাইল

$\therefore$ "৬ " " ৬×৪ " = ২৪ মাইল।

উত্তর ঃ রহিম ২৪ মাইল হাঁটার পর করিমের সাথে দেখা হবে।

৫৫। ঘন্টায় ৪ কিঃ মিঃ বেগে চললে কোন স্থানে পৌঁছতে যে সময় লাগে ঘন্টায় ৫ কিঃ মিঃ বেগে চললে তার $\frac{১}{২}$ ঘন্টা সময় কম লাগে। স্থানটির দূরত্ব কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

স্থানটির দূরত্ব = x কিঃ মিঃ

৪ কিলোমিটার বেগে,

৪ কিলোমিটার যায় ১ ঘন্টায়

$\therefore x$ " " " $\frac{x}{৪}$ "

আবার, ৫ কিলোমিটার বেগে,

৫ কিলোমিটার যায় ১ ঘন্টায়

$\therefore x$ " " " $\frac{x}{৫}$ "

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{৪} - \frac{x}{৫} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{৫x - ৪x}{২০} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{x}{২০} = \frac{১}{২}$

$\therefore x = \frac{১ \times ২০}{২} = ১০$

উত্তর : ১০ কিলোমিটার।

৫৬। ঢাকা থেকে চট্টগ্রামের দূরত্ব ১৮৫ মাইল। চট্টগ্রাম থেকে একটি বাস ২ ঘণ্টায় প্রথম ৮৫ মাইল যাওয়ার পর পরবর্তী ১০০ মাইল কত সময়ে গেলে গড়ে ঘণ্টায় ৫০ মাইল যাওয়া হবে?

সমাধান ঃ গড়ে ঘণ্টায় ৫০ মাইল গেলে

৫০ মাইল যায় ১ ঘণ্টায়

$\therefore$ ১৮৫ " " $\frac{১৮৫ \times ১}{৫০}$ ঘণ্টায়

$= \frac{১৮৫ \times ৬০}{৫০}$ মিনিট = ২২২ মিনিট।

$\therefore$ পরবর্তী ১০০ মাইল যেতে সময় লাগবে

= ২২২ মিনিট − ২ ঘণ্টা = ১০২ মিনিট = ১ ঘন্টা ৪২ মিনিট।

উত্তর : ১ ঘন্টা ৪২ মিনিট।

৫৭। ক ঘণ্টায় ১০ কি. মি. এবং খ ঘণ্টায় ১৫ কি. মি. বেগে একই সময় একই স্থান থেকে রাজশাহীর পথে রওয়ানা হল। ক ১০.১০ মিনিটের সময় এবং খ ৯.৪০ মিনিটের সময় রাজশাহী পৌঁছল। রওয়ানা হওয়ার স্থান থেকে রাজশাহীর দূরত্ব কত কি. মি.?

সমাধান ঃ ১০.১০ মিনিট − ৯.৪০ মিনিট = ৩০ মিনিট = $\frac{১}{২}$ ঘণ্টা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

স্থানটির দূরত্ব x কিঃ মিঃ হলে ক এর সময় লাগে $\frac{x}{১০}$ ঘণ্টা এবং খ এর সময় লাগে

$\frac{x}{১৫}$ ঘণ্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{১০} - \frac{x}{১৫} = \frac{১}{২}$

বা, $\frac{x}{৩০} = \frac{১}{২}$

বা, $x = ১৫$

উত্তর : ১৫ কিলোমিটার।

৫৮। ১২০ মিটার ও ৮০ মিটার দীর্ঘ দু'টি ট্রেন প্রতি ঘণ্টায় যথাক্রমে ১৮ কি.মি. ও ১২ কি. মি. বেগে চলছে। ট্রেন দু'টি একই স্থান হতে একই দিকে একই সময়ে অগ্রসর হলে পরস্পরকে অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

সমাধান : ট্রেন ২টির দৈর্ঘ্য = (১২০ + ৮০) মিটার = ২০০ মিটার

যেহেতু গাড়ি দুটি পরস্পর একই দিকে চলে, তাদের আপেক্ষিক বেগ = (১৮ − ১২) কিলোমিটার/ঘণ্টা।

= ৬ কি.মি./ঘণ্টা = ৬০০০ মি./ঘণ্টা।

১ মিটার অতিক্রম করে $= \frac{৬০}{৬০০০}$ মিনিটে

২০০ " " " $= \frac{২০০ \times ৬০}{৬০০০}$ মিনিটে = ২ মিনিটে

উত্তর : ২ মিনিটে।

৫৯। দুটি বাস ঘণ্টায় ২০ কি. মি. বেগে একই সময়ে গাবতলী হতে আরিচা রওয়ানা হলো। সাভার পৌঁছার পর একটি বাস থেমে গেল। কিন্তু অপর বাসটি চলতে থাকলো। আধঘণ্টা পর থেমে থাকা বাসটি ঘণ্টায় ২৫ কি. মি. বেগে আবার চলতে থাকলো। সাভার থেকে কতদূরে বাস দুটি মিলিত হবে?

সমাধানঃ বাস দুটি সাভার থেকে রওয়ানা হওয়ার সময়ের ব্যবধান আধ ঘণ্টা।

আধ ঘন্টায় প্রথম বাসটি ২০ এর $\frac{১}{২} = ১০$ কি.মি. এগিয়ে যায়।

বাসদ্বয়ের বেগের ব্যবধান ২৫−২০ = ৫ কি.মি.

∴ ৫ কি.মি. ব্যবধান হয় ১ ঘণ্টায়

১০ " " " $\frac{১ \times ১০}{৫}$ " = ২ ঘণ্টায়।

২য় বাসটি ২ ঘণ্টায় যায় ২৫ × ২ = ৫০ কি.মি.।

উত্তর : ৫০ কিলোমিটার।

কুকুর ও শিয়াল

গাণিতিক অনুশীলন :

৬০। একটি কুকুর একটি শৃগালের ৫০০ মিটার পিছন থেকে তাড়া করল। যদি ১ কি.মি. যেতে শৃগালের ১০ মিনিট এবং কুকুরের ৬ মিনিট লাগে তবে কতক্ষণ পর কুকুর শৃগালকে ধরতে পারবে?

সমাধান ঃ

মনে করি শৃগাল 'x' দূরত্ব যাওয়ার পর কুকুর তাকে ধরবে।

কুকুরকে (৫০০ + x) দূরত্ব যেতে হবে।

শৃগালের মিনিটে বেগ $= \frac{১০০০ \text{ মি.}}{১০} = ১০০$ মি./মিনিট

কুকুরের মিনিটে বেগ $= \frac{১০০০}{৬} = \frac{৫০০}{৩}$ মি./মিনিট

কুকুরের সময় লাগে $= \frac{৫০০ + x}{\frac{৫০০}{৩}} = \frac{১৫০০ + ৩x}{৫০০}$ $\left[\text{মিনিট সময়} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতি}}\right]$

শৃগালের সময় লাগে $= \frac{x}{১০০}$ মিনিট

শর্তানুসারে $\frac{x}{১০০} = \frac{১৫০০ + ৩x}{৫০০}$

বা, $৫০০x = ১৫০০০০ + ৩০০x$

বা, $৫০০x - ৩০০x = ১৫০০০০$

বা, $২০০x = ১৫০০০০$

$x = \frac{১৫০০০০}{২০০} = ৭৫০$ মিটার।

কুকুরের সময় লাগে $= \frac{১৫০০+(৩\times৭৫০)}{৫০০} = \frac{১৫}{২}$ মি. $= ৭\frac{১}{২}$ মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অতএব, নির্ণেয় সময় $৭\frac{১}{২}$ মিনিট।

উত্তর : $৭\frac{১}{২}$ মিনিট।

৬১। একটি কুকুর একটি খরগোশকে ধরার জন্য পিছনে ছুটল। খরগোশ তার ৩০ লাফ আগে ছিল। খরগোশ যে সময়ে ৮ লাফ দেয়, কুকুর সে সময় ৬ লাফ দেয়। খরগোশ প্রতি লাফে ২ মিটার এবং কুকুর প্রতি লাফে ৩ মিটার যায়। কুকুরটি তার কত লাফে খরগোশকে ধরবে?

সমাধান :

খরগোশের ৩০ লাফ = ৩০ × ২ = ৬০ মিটার। খরগোশ যে সময়ে (৮ × ২ মি.) বা ১৬ মি. যায়, সেই সময়ে কুকুর (৬ × ৩ মি.) বা ১৮ মিটার যায়।

মনে করি, খরগোশ 'x' দূরত্ব যাওয়ার পর কুকুর তাকে ধরবে।

x দূরত্ব যেতে খরগোশের সময় লাগে = $\frac{x}{১৬}$ ঘণ্টা এবং কুকুরের (x + ৬০) মিটার

দূরত্ব যেতে সময় লাগে = $\frac{x + ৬০}{১৮}$ ঘণ্টা

শর্তানুসারে, $\frac{x + ৬০}{১৮} = \frac{x}{১৬}$

বা, ১৮x = ১৬x + ৯৬০

বা, ২x = ৯৬০

অতএব x = ৪৮০ মিটার

কুকুর (৪৮০ + ৬০) মিটার বা ৫৪০ মিটার পথ যায়।

অতএব কুকুরের লাফের সংখ্যা = $\frac{৫৪০}{৩}$ = ১৮০টি।

৬২। একটি বানর একটি তৈলাক্ত বাঁশ বেয়ে উঠতে লাগল। বানরটি যদি ১ মিনিটে ৪ মিটার উঠে এবং পরবর্তী মিনিটে ১ মিটার নেমে পড়ে তবে ১৬ মিটার উঁচু বাঁশের মাথায় উঠতে কত সময় লাগবে?

সমাধান ঃ

শেষের ১ মিনিটে বানরটি ৪ মিটার উঠে কিন্তু আর নামেনা।

∴ বাকী থাকে (১৬ − ৪) মিটার = ১২ মিটার

বানরটি ১ মিনিটে ৪ মিটার উঠে এবং পরের মিনিটে ১ মিটার নেমে যায়

∴ বানরটি ২ মিনিটে উঠে (৪−১) মিটার = ৩ মিটার

বানরটি ৩ মিটার উঠে ২ মিনিটে

∴ ” ১ ” ” $\frac{২}{৩}$ ”

∴ ” ১২ ” ” $\frac{২\times১২}{৩}$ ” = ৮ মিনিটে

অতএব, বানরটির উঁচু বাঁশে উঠতে সময় লাগে (৮+১) মিনিট বা ৯মিনিট।

৬৩। একটি বানর একটি তৈলাক্ত বাঁশ বেয়ে উঠছে। বানরটি ১ মিনিটে ৪ ফুট উপরে উঠে, কিন্তু পরের মিনিটে ৩ ফুট নিচে নেমে যায়। বাঁশটি ২০ গজ লম্বা হলে এর শেষ প্রান্তে উঠতে বানরটির কত সময় লাগবে?

সমাধান ঃ ২০ গজ = (২০ × ৩) = ৬০ ফুট

শেষ ১ মিনিটে উঠে ৪ ফুট

∴ (৬০ − ৪) = ৫৬ ফুটের মধ্যে বানরটি উঠানামা করে।

বানরটি (১ +১) = ২ মিনিটে উঠে ১ ফুট

∴ ১ ফুট উঠে = ২ মিনিটে

৫৬ ফুট উঠে = ৫৬ × ২ = ১১২ মিনিটে

∴ মোট সময় লাগে = (১১২ + ১) = ১১৩ মিনিটে

৬৪। একটি বানর একটি তৈলাক্ত বাঁশ বেয়ে উপরে উঠতে লাগল। বানরটি যদি ১ মিনিটে ৫ মিটার উঠে এবং পরবর্তী মিনিটে ১ মিটার নেমে পড়ে তবে ২৫ মিটার উঁচু বাঁশের মাথায় উঠতে বানরের কত সময় লাগবে?

সমাধান : বানরটি ১ মিনিটে ওঠে = ৫ মিটার

” ২য় ” নামে = ১ মিটার

বানরটি ২ মিনিটে ওঠে = ৪ মিটার

শেষ ৫ মিটার উঠে বানরটির আর নামার প্রয়োজন নেই।

অতএব, বানরটি উঠানামা করে (২৫—৫) মিটার = ২০ মিটার।

৪ মিটার উঠে = ২ মিনিটে

১ ” ” = $\frac{২}{৪}$ ”

২০ ” ” = $\frac{২ \times ২০}{৪}$ মিনিটে = ১০ মিনিট

উঠতে মোট সময় লাগে (১০ + ১) মিনিট = ১১ মিনিট

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

১ গড়
Average

গড়ের ধারণা

কোনো কলেজের একাদশ শ্রেণির ছাত্র স্বপন, মনির ও সাইফুলের বয়স যথাক্রমে ৩০ বছর, ৩৪ বছর ও ৩৫ বছর। এদের বয়সের সমষ্টি (৩০ + ৩৪ + ৩৫) বছর বা ৯৯ বছর।

তিনজনের একত্রিত বয়সকে ৩ দ্বারা ভাগ করলে (৯৯ ÷ ৩) বছর বা ৩৩ বছর হয়।

তখন আমরা বলি, প্রত্যেকের গড় বয়স ৩৩ বছর।

সুতরাং, ৩৩ বছর $= \frac{(৩০ + ৩৪ + ৩৫) \text{ বছর}}{৩}$

অর্থাৎ গড় বয়স $= \frac{\text{ছাত্রদের বয়সের সমষ্টি}}{\text{ছাত্র সংখ্যা}}$

সাধারণভাবে,

$$\text{গড়} = \frac{\text{একজাতীয় বয়সের সমষ্টি}}{\text{রাশির সংখ্যা}}$$

আবার, ৩৩ বছর × ৩ = (৩০ + ৩৪ + ৩৫) বছর

অর্থাৎ গড় বয়স × ৩ = ছাত্রদের বয়সের সমষ্টি

সাধারণভাবে,

গড় × রাশির সংখ্যা = এক জাতীয় কতিপয় রাশির যোগফল

তদ্রূপ, কোনো দেশের মানুষের গড় আয়ু, কয়েকজন ব্যবসায়ীর গড় লাভ, ক্রিকেট খেলায় খেলোয়াড়দের গড় রান-সংখ্যা ইত্যাদি বের করা যায়।

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

১. ২০ জন ছাত্র গণিত পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করল। তাদের মধ্যে দুই জন গড়ে ৬০ নম্বর, তের জন গড়ে ৬৫ নম্বর ও অবশিষ্ট সকলে গড়ে ৫৫ নম্বর পেল। ছাত্ররা গড়ে কত নম্বর পেল? [২৪তম বিসিএস]

সমাধান :

দুইজন মোট পায় ৬০ × ২ = ১২০

তেরজন মোট পায় ৬৫ × ১৩ = ৮৪৫

পাঁচজন মোট পায় ৫৫ × ৫ = ২৭৫

২০ জনে মোট পায় = (১২০ + ৮৪৫ + ২৭৫) = ১২৪০

$\therefore$ গড় $= \frac{১২৪০}{২০} = ৬২.০$

উত্তর : ৬২ নম্বর

গাণিতিক অনুশীলন :

১. $৩\frac{১}{২}, ৭\frac{৩}{৪}, ৮\frac{১}{৪}, ৯\frac{১}{২}$, ১০ সংখ্যাগুলোর গড় নির্ণয় কর।

সমাধান:

৫টি সংখ্যার যোগফল $= ৩\frac{১}{২} + ৭\frac{৩}{৪} + ৮\frac{১}{৪} + ৯\frac{১}{২} + ১০$

$= (৩ + ৭ + ৮ + ৯ + ১০) + \left(\frac{১}{২} + \frac{৩}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{২}\right)$

$= ৩৭ + \frac{২ + ৩ + ১ + ২}{৪} = ৩৭ + \frac{৮}{৪} = ৩৭ + ২ = ৩৯$

$\therefore$ সংখ্যাগুলোর নির্ণেয় গড় $= \frac{৩৯}{৫} = ৭\frac{৪}{৫}$ **উত্তর :** $৭\frac{৪}{৫}$

২. পিতা ও তাদের চার সন্তানের বয়সের গড় ২২ বছর ৫ মাস। মাতা ও তাঁদের ঐ চার সন্তানের গড় ২১ বছর ২ মাস। পিতার বয়স ৪৫ বছর হলে, মাতার বয়স কত?

সমাধান:

পিতা ও চার সন্তানের অর্থাৎ ৫ জনের বয়সের সমষ্টি

= ২২ বছর ৫ মাস × ৫ = ১১২ বছর ১ মাস

$\therefore$ চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি = ১১২ বছর ১ মাস − ৪৫ বছর = ৬৭ বছর ১ মাস

আবার, মাতার ও চার সন্তানর বয়সের সমষ্টি ২১ বছর ২ মাস × ৫ = ১০৫ বছর ১০ মাস

$\therefore$ মাতার বয়স = মাতা ও চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি - চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি

= ১০৫ বছর ১০ মাস - ৬৭ বছর ১ মাস

= ৩৮ বছর ৯ মাস।

৩. ১১টি সংখ্যার যোগফল ৮০৭.৭৩। এদের প্রথম ৫টি সংখ্যার গড় ৭০.৯২৫ এবং শেষের ৫টি সংখ্যার গড় ৬৫.৪৫, ষষ্ঠ সখ্যাটি কত?

সমাধান:

প্রথম ৫টি সংখ্যার গড় = ৭০.৯২৫ (দেওয়া আছে)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ প্রথম ৫টি সংখ্যার সমষ্টি = ৭০.৯২৫ × ৫ = ৩৫৪.৬২৫

আবার শেষের ৫টি সংখ্যার গড় = ৬৫.৪৫

∴ শেষের ৫টি সংখ্যার সমষ্টি= ৬৫.৪৫ × ৫ = ৩২৭.২৫

∴ প্রথম ৫টি ও শেষের ৫টি অর্থাৎ ১০টি সংখ্যার সমষ্টি বাদ দিলে ষষ্ঠ সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

∴ ষষ্ঠ সংখ্যাটি = ৮০৭.৭৩০ - ৬৮১.৮৭৫ = ১২৫.৮৫৫।

৪. M সংখ্যক সংখ্যার গড় A এবং N সংখ্যক সংখ্যার গড় B. সবগুলো সংখ্যার গড় কত? [

সমাধান :

M সংখ্যক সংখ্যার গড় A হলে যোগফল = MA

N " " " B " = NB

∴ (M + N) সংখ্যক সংখ্যার যোগফল = MA + NB

$$\therefore \text{ গড় } = \frac{\text{রাশির সমষ্টি}}{\text{রাশির মোট সংখ্যা}} = \frac{MA + NB}{M + N}$$

৫. ৭টি সংখ্যার গড় ৪০। এর সাথে ৩টি সংখ্যা যোগ করা হলো। সংখ্যা ৩টির গড় ২১। সমষ্টিগতভাবে ১০টি সংখ্যার গড় কত?

সমাধান :

৭টি সংখ্যার সমষ্টি = ৪০ × ৭ = ২৮০

৩টি সংখ্যার সমষ্টি = ২১ × ৩ = ৬৩

$$\therefore \text{ মাট ১০টি সংখ্যার গড় } = \frac{\text{সংখ্যার সমষ্টি}}{\text{মোট সংখ্যা}}$$

$$= \frac{২৮০ + ৬৩}{১০} = ৩৪.৩$$

৬. একজন ব্যাটসম্যান ১৭তম ইনিংসে ৮৭ রান করার ফলে ইনিংস প্রতি গড় রান ৩ বৃদ্ধি পায়, ১৭ তম ইনিংস শেষে তার গড় রান কত?

সমাধান :

ধরি, ১৭ তম ইনিংস শেষে গড় রান = x

∴ ১৭ তম ইনিংসে মোট রান = ১৭ x

আবার,

১৬ তম ইনিংস শেষে গড় রান = x − ৩

∴ ১৬ তম ইনিংসে মোট রান = ১৬ (x − ৩)

প্রশ্নমতে,

১৬ (x −৩) + ৮৭ = ১৭x

বা, ১৬x − ৪৮ + ৮৭ = ১৭x

বা, ১৬x + ৩৯ = ১৭ x

বা, ১৭x − ১৬x = ৩৯

বা, x = ৩৯

∴ ১৭তম ইংত্রিংশ শেষে গড় রান = ৩৯ (উত্তর:)

৭. এক ব্যক্তি স্রোতের অনুকূলে নৌকা বেয়ে ঘণ্টায় ১০ কি.মি. বেগে চলে কোন স্থানে গেল এবং ঘণ্টায় ৬ কি.মি. বেগে স্রোতের প্রতিকূলে চলে যাত্রারম্ভের স্থানে ফিরে এল। যাতায়াতে তার গড় গতিবেগ কত?

সমাধান :

ধরি, মোট দূরত্ব 'ক' কি.মি.

$$\therefore \text{ যেতে সময় লাগে } \frac{ক}{১০} \text{ ঘণ্টা}$$

$$\text{আসতে সময় লাগে } \frac{ক}{৬} \text{ "}$$

$$\text{মোট সময় লাগে } = \frac{ক}{১০} + \frac{ক}{৬} = \frac{৩ক + ৫ক}{৩০} = \frac{৮ক}{৩০} \text{ ঘণ্টা}$$

$\frac{৮ক}{৩০}$ ঘণ্টায় যাতায়াত করে ২ক কি.মি.

$$\therefore ১ \text{ " " " } \frac{৩০ \times ২ক}{৮ক} = ৭\frac{১}{২} \text{ কি.মি.}$$

৮. কোন শ্রেণীতে ১০ জন ছাত্রের গড় উচ্চতা ৫ ফুট ৬ ইঞ্চি। এর মধ্যে ৯ জন ছাত্রের গড় উচ্চতা ৫ ফুট ৫ ইঞ্চি হলে ১০ম ছাত্রের উচ্চতা কত?

সমাধান :

১০ জন ছাত্রের মোট উচ্চতা = ১০×(৫ ফুট ৬ ইঞ্চি)

= ৫০ ফুট ৬০ ইঞ্চি [১ ফুট = ১২ ইঞ্চি]

= ৫৫ ফুট

আবার,

৯ জন ছাত্রের মোট উচ্চতা = (৫ ফুট ৫ ইঞ্চি)

= ৪৫ ফুট ৪৫ ইঞ্চি

= ৪৮ ফুট ৯ ইঞ্চি

∴ ১০ম ছাত্রের উচ্চতা = ৫৫ ফুট − ৪৮ ফুট ৯ ইঞ্চি

= ৬ ফুট ৩ ইঞ্চি

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬১৩১০৩

৯. একটি লোক খাড়া উত্তর দিকে অতিক্রম করে প্রতি মাইল ২ মিনিটে এবং খাড়া দক্ষিণ দিকে পূর্বস্থানে ফিরে আসে প্রতি মিনিটে ২ মাইল হিসাবে। লোকটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় কত মাইল?

সমাধান :

উত্তর দিকে বেগ ২ মিনিটে ১ মাইল

∴ ৬০ " $\frac{৬০}{২}$ " = ৩০ মাইল

দক্ষিণ দিকে পূর্বস্থানে ২ মাইল ফিরে আসে ১ ঘণ্টায়

১ " " " $\frac{১}{২}$ "

∴ ৩০ " " " $\frac{১ \times ৩০}{২}$ = ১৫ ঘণ্টা

∴ মোট সময় লাগে = ৬০ + ১৫ = ৭৫ ঘণ্টা

এবং মোট দূরত্ব = (৩০ + ৩০) মাইল = ৬০ মাইল।

৭৫ ঘণ্টায় যায় = ৬০ মাইল

১ " " = $\frac{৬০}{৭৫}$ "

∴ ৬০ " " = $\frac{৬০ \times ৬০}{৭৫}$ " = ৪৮ মাইল।

∴ লোকটির গড় পতিবেগ ঘন্টায় ৪৮ মাইল

১০. একজন বোলার গড়ে ১৪ রান দিয়ে ১২টি উইকেট পান। পরবর্তী খেলায় গড়ে ৬ রান দিয়ে ৪টি উইকেট পান। এখন তাঁর উইকেট প্রতি গড় রান কত?

সমাধান :

১ম খেলায় মোট রান = (১৪ × ১২) = ১৬৮

২য় খেলায় মোট রান = (৬ × ৪) = ২৪

মোট উইকেট পায় (১২ + ৪) = ১৬টি

১৬ উইকেটে মোট রান =(১৬৮ + ২৪) = ১৯২

∴ ১ " " " = $\frac{১৯২}{১৬}$ = ১২ রান

১১. পিতা ও দুই পুত্রের বর্তমান গড় বয়স ২২ বৎসর। ৩ বৎসর পর দুই পুত্রের গড় বয়স ১৩ বৎসর হলে পিতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান :

পিতা ও দুই পুত্রের মোট বয়স = (২২ × ৩) = ৬৬ বছর।

দুই পুত্রের বর্তমান বয়সের গড় = (১৩ −৩) = ১০ বছর

দুই পুত্রের মোট বয়স = ১০ × ২ = ২০ বছর

∴ পিতার বর্তমান বয়স = (৬৬ − ২০) = ৪৬ বছর

১২. ৯ জন ছাত্রের গড় বয়স ১৫ বৎসর। ৩ জন ছাত্রের বয়সের গড় ১৭ বৎসর হলে বাকি ৬ জন ছাত্রের বয়সের গড় কত?

সমাধান :

৯ জন ছাত্রের মোট বয়স = ১৫ × ৯ = ১৩৫ বছর

৩ " " " " = ১৭×৩ = ৫১ বছর

৬ জন ছাত্রের বর্তমান বয়স = (১৩৫−৫১) = ৮৪ বছর

∴ ৬ " " " বয়সের গড় = ৮৪ ÷৬ = ১৪ বছর

১৩. তিন পুত্রের বয়সের গড় ১৬ বছর। পিতাসহ পুত্রদের বয়সের গড় ২৫ বছর। পিতার বয়স কত? [

সমাধান :

পিতাসহ তিন পুত্রের বয়সের সমিষ্ট

= ২৫ × ৪ = ১০০ বছর

তিন পুত্রের বয়সের সমষ্টি = ১৬ × ৩ = ৪৮ বছর

∴ পিতার বয়স = (১০০ − ৪৮) বছর = ৫২ বছর।

১৪. তিন ভাইয়ের দুইজন দুইজন করে নেয়া গড় বয়স ২২ বৎসর, ১৮ বৎসর ও ১৬ বৎসর। সবচেয়ে ছোট ভাইয়ের বয়স –

সমাধান :

১ম ভাই + ২য় ভাইয়ের বযসের সমষ্টি = ৪৪ বছর

২য় " + ৩য় " " " = ৩৬ "

৩য় " + ১ম " " " = ৩২ "

(২ + ২ + ২) = ৬ ভাইয়ের বয়সের সমষ্টি = ১১২ বছর

(১ + ১ + ১) = ৩ " " " = $\frac{১১২}{২}$ "

= ৫৬ বছর।

তিন ভাইয়ের বয়সের সমষ্টি = ৫৬ বছর

১ম ভাই + ২য় ভাইয়ের বয়সের সমষ্টি = ৪৪ বছর

∴ ছোট ভাইয়ের বয়স (বিয়োগ করে) = ১২ বছর।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৫. ১৫ জন লোকের গড় বয়স ২৯ বছর। তাদের মধ্যে আবার দুজনের গড় বয়স ৫৫ বছর। তাহলে বাকি ১৩ জনের গড় বয়স কত হবে?

সমাধান :

১৫ জন লোকের মোট বয়স = ১৫ × ২৯ = ৪৩৫ বছর।

আবার ২ জন এর মোট বয়স = ২ × ৫৫ = ১১০ বছর।

∴ (১৫ – ২) = ১৩ জন লোকের মোট বয়স

= (৪৩৫ – ১১০) বছর = ৩২৫ বছর।

∴ ১৩ জন লোকের গড় বয়স = (৩২৫ ÷ ১৩) বছর

= ২৫ বছর।

১৬. কোনো শ্রেণির ২৪ জন ছাত্রের গড় বয়স ১৪ বছর। যদি একজন শ্রেণি শিক্ষকের বয়স তাদের বয়সের সাথে যোগ করা হয় তবে বয়সের গড় এক বৎসর বৃদ্ধি পায়। শিক্ষকের বয়স কত?

সমাধান :

২৪ জন ছাত্রের মোট বয়স = (২৪ × ১৪) বছর = ৩৩৬ বছর

একজন শ্রেণি শিক্ষকের বয়স ২৪ জন ছাত্রের বয়সের সাথে যোগ করায় বয়সের গড় এক বছর বৃদ্ধি পায়।

∴ ২৫ জনের মোট বয়স = (২৫ × ১৫) বছর

∴ শিক্ষকের বয়স = (৩৭৫ – ৩৩৬) বছর

= ৩৯ বছর

১৭. কোনো শ্রেণিতে ২০ জন ছাত্রীর বয়সের গড় ১২ বছর। ৪ জন নতুন ছাত্রী ভর্তি হওয়াতে বয়সের গড় ৪ মাস করে কমে গেল। নতুন ৪ জন ছাত্রীর বয়সের গড় কত? [

সমাধান :

২০ জন ছাত্রীর মোট বয়স = ১২ × ২০ = ২৪০ বছর

৪ জন আসায় মোট ছাত্রী = (২০ + ৪) = ২৪ জন

২৪ জন ছাত্রীর গড় বয়স = (১২বছর – ৪ মাস) = ১১বছর ৮ মাস।

২৪ জন ছাত্রীর মোট বয়স = (১১বছর ৮ মাস × ২৪) বছর = ২৮০ বছর

নতুন ৪ জন ছাত্রীর মোট বয়স = (২৮০ – ২৪০) বছর = ৪০ বছর

নতুন ৪ জন ছাত্রীর গড় বয়স = (৪০ ÷ ৪) বছর = ১০ বছর।

শতকরা হিসাব

(Percentage)

সংক্ষিপ্ত আলোচনা :

আমরা জানি শতকরা একটি ভগ্নাংশ, যার হর ১০০। সুদকষা, লাভ–ক্ষতি, জনসংখ্যা সম্পর্কিত তথ্য প্রভৃতি দৈনন্দিন ব্যবহারিক ক্ষেত্রে আমরা শতকরা ব্যবহার করে থাকি।

শতকরা প্রকাশের প্রতীক % এবং এর অর্থ 'প্রতি শতে'। যেমন, শতকরা ৭ অর্থ $\frac{৭}{১০০}$ এবং একে ৭% লেখা হয়।

নিম্নে কয়েকটি ভগ্নাংশের সঙ্গে তাদের শতকরার সম্পর্ক দেখানো হল ঃ

ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতাংশ	শতকরা
$\frac{১}{৪}$	.২৫	$\frac{২৫}{১০০}$	২৫%
$\frac{১}{৪}$	.২০	$\frac{২০}{১০০}$	২০%
$১\frac{১}{২}$	১.৫০	$\frac{১৫০}{১০০}$	১৫০%
$\frac{১}{৮}$	.১২৫	$\frac{১২\frac{১}{২}}{১০০}$	$১২\frac{১}{২}$%
$\frac{১}{২০০}$	.০০৫	$\frac{২}{১০০}$	$\frac{১}{২}$%

যেকোন সাধারণ বা দশমিক ভগ্নাংশকে শতকরায় এবং শতকরাকে সাধারণ বা দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করা যায়।

সংক্ষেপে,

- শতকরা (%) বলতে, প্রতি শতে (১০০) কত অংশ তা বোঝানো হয়।
- কোন একটি সাধারণ সংখ্যাকে ১০০ দিয়ে ভাগ করলে তা শতকরায় প্রকাশ হয়। যেমন

  ১৫ এর শতকরা হলো = ১৫% = $\frac{১৫}{১০০}$
- কোন ভগ্নাংশকে ১০০ দ্বারা গুণ করলে শতকরায় প্রকাশ হয়।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৫. ১৫ জন লোকের গড় বয়স ২৯ বছর। তাদের মধ্যে আবার দুজনের গড় বয়স ৫৫ বছর। তাহলে বাকি ১৩ জনের গড় বয়স কত হবে?

সমাধান :

১৫ জন লোকের মোট বয়স = ১৫ × ২৯ = ৪৩৫ বছর।

আবার ২ জন এর মোট বয়স = ২ × ৫৫ = ১১০ বছর।

∴ (১৫ – ২) = ১৩ জন লোকের মোট বয়স

= (৪৩৫ – ১১০) বছর = ৩২৫ বছর।

∴ ১৩ জন লোকের গড় বয়স = (৩২৫ ÷ ১৩) বছর

= ২৫ বছর।

১৬. কোনো শ্রেণির ২৪ জন ছাত্রের গড় বয়স ১৪ বছর। যদি একজন শ্রেণি শিক্ষকের বয়স তাদের বয়সের সাথে যোগ করা হয় তবে বয়সের গড় এক বৎসর বৃদ্ধি পায়। শিক্ষকের বয়স কত?

সমাধান :

২৪ জন ছাত্রের মোট বয়স = (২৪ × ১৪) বছর = ৩৩৬ বছর

একজন শ্রেণি শিক্ষকের বয়স ২৪ জন ছাত্রের বয়সের সাথে যোগ করায় বয়সের গড় এক বছর বৃদ্ধি পায়।

∴ ২৫ জনের মোট বয়স = (২৫ × ১৫) বছর

∴ শিক্ষকের বয়স = (৩৭৫ – ৩৩৬) বছর

= ৩৯ বছর

১৭. কোনো শ্রেণিতে ২০ জন ছাত্রীর বয়সের গড় ১২ বছর। ৪ জন নতুন ছাত্রী ভর্তি হওয়াতে বয়সের গড় ৪ মাস করে কমে গেল। নতুন ৪ জন ছাত্রীর বয়সের গড় কত? [

সমাধান :

২০ জন ছাত্রীর মোট বয়স = ১২ × ২০ = ২৪০ বছর

৪ জন আসায় মোট ছাত্রী = (২০ + ৪) = ২৪ জন

২৪ জন ছাত্রীর গড় বয়স = (১২বছর– ৪ মাস) = ১১বছর৮ মাস।

২৪ জন ছাত্রীর মোট বয়স = (১১বছর ৮ মাস × ২৪) বছর = ২৮০ বছর

নতুন ৪ জন ছাত্রীর মোট বয়স = (২৮০ – ২৪০) বছর = ৪০ বছর

নতুন ৪ জন ছাত্রীর গড় বয়স = (৪০ ÷ ৪) বছর = ১০ বছর।

শতকরা হিসাব
(Percentage)

সংক্ষিপ্ত আলোচনা :

আমরা জানি শতকরা একটি ভগ্নাংশ, যার হর ১০০। সুদকষা, লাভ–ক্ষতি, জনসংখ্যা সম্পর্কিত তথ্য প্রভৃতি দৈনন্দিন ব্যবহারিক ক্ষেত্রে আমরা শতকরা ব্যবহার করে থাকি।

শতকরা প্রকাশের প্রতীক % এবং এর অর্থ 'প্রতি শতে'। যেমন, শতকরা ৭ অর্থ $\frac{৭}{১০০}$ এবং একে ৭% লেখা হয়।

নিম্নে কয়েকটি ভগ্নাংশের সঙ্গে তাদের শতকরার সম্পর্ক দেখানো হল ঃ

ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতাংশ	শতকরা
$\frac{১}{৪}$	.২৫	$\frac{২৫}{১০০}$	২৫%
$\frac{১}{৪}$	.২০	$\frac{২০}{১০০}$	২০%
$১\frac{১}{২}$	১.৫০	$\frac{১৫০}{১০০}$	১৫০%
$\frac{১}{৮}$	.১২৫	$\frac{১২\frac{১}{২}}{১০০}$	$১২\frac{১}{২}$%
$\frac{১}{২০০}$	.০০৫	$\frac{২}{১০০}$	$\frac{১}{২}$%

যেকোন সাধারণ বা দশমিক ভগ্নাংশকে শতকরায় এবং শতকরাকে সাধারণ বা দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করা যায়।

সংক্ষেপে,

- শতকরা (%) বলতে, প্রতি শতে (১০০) কত অংশ তা বোঝানো হয়।
- কোন একটি সাধারণ সংখ্যাকে ১০০ দিয়ে ভাগ করলে তা শতকরায় প্রকাশ হয়। যেমন ১৫ এর শতকরা হলো = ১৫% = $\frac{১৫}{১০০}$
- কোন ভগ্নাংশকে ১০০ দ্বারা গুণ করলে শতকরায় প্রকাশ হয়।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

যেমন = $\frac{৩}{৫} = \frac{৩ \times ১০০}{৫} = ৬০\%$

❖ x সংখ্যাটি y সংখ্যার শতকরা কত ভাগ নির্ণয় করতে হলে $\frac{x}{y} \times ১০০$ করতে হবে। যথা:

১৮ হল ৬০ এর $\left(\frac{১৮}{৬০} \times ১০০\right)\% = ৩০\%$।

❖ শতকরা হ্রাস-বৃদ্ধির পরিমাণ:

শতকরা হ্রাস = $\left(\frac{\text{হ্রাসের পরিমাণ}}{\text{প্রাথমিক পরিমাণ}} \times ১০০\right)\%$

শতকরা বৃদ্ধি = $\left(\frac{\text{বৃদ্ধির পরিমাণ}}{\text{প্রাথমিক পরিমাণ}} \times ১০০\right)\%$

❖ শতকরায় প্রকাশিত কোন সংখ্যাকে ১০০ দ্বারা ভাগ করলে তা সাধারণ ভগ্নাংশ বা দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করা যায়।

যেমন = ৭০% = $\frac{৭০}{১০০} = ০.৭০$

❖ a% এর b অর্থ হলো, $\frac{a}{১০০} \times b$ আবার a এর b% হলো $a \times \frac{b}{১০০}$ তেমনি ২৫ এর ৫%

$= ২৫ \times \frac{৫}{১০০} = \frac{৫}{৪}$

❖ দ্রব্যমূল্য r% বাড়লে, ব্যবহার কত শতাংশ কমালে মোট খরচের কোন পরিবর্তন হবে না?

$\left(\frac{r}{100 + r} \times 100\right)\%$

উদাহরণ: দ্রব্যমূল্য 20% বৃদ্ধি পেলে ব্যবহার কত শতাংশ কমালে মোটের উপর খরচের পরিমাণ একই থাকবে?

$\frac{20}{100 + 20} \times 100 = \frac{20}{120} \times 100 = 16\frac{2}{3}\%$

❖ দ্রব্যমূল্য r% কমালে, ব্যবহার কত শতাংশ বাড়ালে, মোট খরচের কোন পরিবর্তন হবে না?

$\left(\frac{r}{100 - r} \times 100\right)\%$

❖ যদি লোকসংখ্যা, মূল্য, সুদ যথাক্রমে x% বাড়ে ও পরে y% কমে তবে সামগ্রিক ভাবে পরিবর্তন হবে।

$\left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$

বৃদ্ধির ক্ষেত্রে অর্থাৎ x এর মান +ve এবং হ্রাসের ক্ষেত্রে অর্থাৎ y এর মান -ve ধরতে হবে।

উপরিউক্ত রাশির মান (+ve) হলে সামগ্রিকভাবে বাড়বে এবং (–ve) হলে কমবে।

উদাহরণ: প্রথমে কোন জিনিসের দাম 20% বেড়ে পুনরায় 10% কমলে প্রকৃতপক্ষে জিনিসটির দাম শতকরা কত বাড়ে বা কমে?

$\left\{20 + (-10) + \frac{20(-10)}{100}\right\}\%$

$= \left(20 - 10 - \frac{20 \times 10}{100}\right)\%$

$= (10 - 2)\% = 4\%$ বাড়ে।

চাল/চিনি/ডাল বিষয়ক

❖ শতকরা মূল্য বৃদ্ধির ক্ষেত্রে প্রদত্ত মূল্যের সাথে ১০০ যোগ করতে হবে। যেমন = ২৫% বৃদ্ধিতে মূল্য = (১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা

❖ শতকরা মূল্য হ্রাসের ক্ষেত্রে প্রদত্ত মূল্য ১০০ হতে বিয়োগ করতে হবে।
যেমন = ১৫% হ্রাসে মূল্য = (১০০ – ১৫) = ৮৫ টাকা

❖ পণ্যের মূল্য বৃদ্ধি ঘটলে ও খরচ বৃদ্ধি না পাবার ক্ষেত্রে পূর্বমূল্য ও বর্তমান মূল্য বের করতে হবে। এবং বর্তমান মূল্যে প্রাপ্ত শতকরা পূর্ব মূল্য ১০০ হতে বিয়োগ করতে হবে।

❖ পণ্যের মূল্য কমে গেলে ব্যবহার বৃদ্ধি করার ক্ষেত্রে পূর্বমূল্য ও বর্তমান মূল্য বের করতে হবে। এবং বর্তমান মূল্যে প্রাপ্ত শতকরা পূর্ব্যমূল্য হতে ১০০ বিয়োগ করতে হবে।

পরীক্ষা/পরীক্ষার্থী বিষয়ক

❖ শুধুমাত্র নির্দিষ্ট বিষয়গুলোতে কৃতকার্যের ক্ষেত্রে উভয় বিষয়ে কৃতকার্যের সংখ্যা বাদ দিতে হবে।

❖ এক বা উভয় বিষয়ে কৃতকার্যের ক্ষেত্রে শুধুমাত্র নির্দিষ্ট বিষয়গুলোর কৃতকার্যের সংখ্যার সাথে উভয় বিষয়ে কৃতকার্যের সংখ্যা যোগ করতে হবে।

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

১। **একটি শার্ট ও একটি প্যান্টের মূল্য একত্রে ৫২৫.০০ টাকা। যদি শার্টের মূল্য ৫% এবং প্যান্টের মূল্য ১০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ঐগুলো কিনতে ৫৬৮.৭৮ টাকা লাগে। শার্ট ও প্যান্টের প্রত্যেকটির মূল্য কত?** [৩০তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি,

শার্টের মূল্য x টাকা

প্যান্টের মূল্য (৫২৫ .০০– x) টাকা

৫% বৃদ্ধিতে শার্টের মূল্য (১০০+৫) টাকা

=১০৫ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০০ টাকার শার্টের মূল্য হয় ১০৫ টাকা

∴ ১ " " " " $\frac{১০৫}{১০০}$ "

∴ x " " " " $\frac{১০৫ \times x}{১০০}$ "

১০% বৃদ্ধিতে প্যান্টের বিক্রয়মূল্য (১০০+১০) টাকা

= ১১০ টাকা

অতএব, ১০০ টাকার প্যান্টের মূল্য ১১০ টাকা

∴ ১ " " " " $\frac{১১০}{১০০}$ "

∴ (৫২৫.০০–x)" " " " $\frac{১১০(৫২৫.০০-x)}{১০০}$ "

প্রশ্নমতে,

$\frac{১০৫ \times x}{১০০} + \frac{১১০(৫২৫.০০-x)}{১০০} = ৫৬৮.৭৫$

বা, $\frac{১০৫x+৫৭৭৫০-১১০x}{১০০} = ৫৬৮.৭৫$

বা, $\frac{৫৭৭৫০-৫x}{১০০} = ৫৬৮.৭৫$

বা, ৫৭৭৫০ – ৫x = ৫৬৮৭৫

বা, – ৫x = ৫৬৮৭৫–৫৭৭৫০

বা, – ৫x = – ৮৭৫

বা, $x = \frac{৮৭৫}{৫}$

∴ x = ১৭৫

∴ শার্টের মূল্য ১৭৫ টাকা

∴ প্যান্টের মূল্য (৫২৫.০০–১৭৫) " = ৩৫০ টাকা

উত্তর : শার্টের মূল্য ১৭৫ টাকা

প্যান্টের মূল্য ৩৫০ "

২। **একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কে ২০% বৃদ্ধি করলে তার ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?** [২৮তম বিসিএস]

সমাধান ঃ মনে করি,

বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার

" প্রস্থ y মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মিটার।

দৈর্ঘ্য ২০% বাড়ালে পাই,

দৈর্ঘ্য = x + x এর ২০%

= x + x এর $\frac{২০}{১০০}$

= $x + \frac{x}{৫} = \frac{৬x}{৫}$

প্রস্থ ২০% বাড়ালে পাই,

প্রস্থ = y + y এর ২০%

= y + y এর $\frac{২০}{১০০}$

= $y + \frac{y}{৫} = \frac{৬y}{৫}$

∴ পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = $\frac{৬x}{৫} \times \frac{৬y}{৫} = \frac{৩৬xy}{২৫}$

∴ ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন = $\frac{৩৬xy}{২৫} - xy = \frac{৩৬xy - ২৫xy}{২৫}$

= $\frac{১১xy}{২৫}$

xy বর্গমিটারে বৃদ্ধি পায় $\frac{১১xy}{২৫}$ বর্গমিটার।

∴ ১ " " " $\frac{১১xy}{২৫ \times xy}$ "

∴ ১০০ " " " $\frac{১১xy \times ১০০}{২৫ \times xy}$ "

= ৪৪ বর্গমিটার

উত্তর : ৪৪ %

৩। **একটি পরীক্ষায় ৯০% পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে এবং ৮৫% পরীক্ষার্থী গণিতে কৃতকার্য হয়। উভয় বিষয়ে কেউ যদি ফেল না করে এবং উভয় বিষয়ে ২২৫ জন ছাত্র কৃতকার্য হয়ে থাকলে ঐ পরীক্ষায় অংশগ্রহণকারী ছাত্রের সংখ্যা কত?** [২৮তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

ইংরেজিতে ফেল করে, (১০০% — ৯০%) =১০% পরীক্ষার্থী

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

গণিতে ফেল করে, (১০০% — ৮৫%) =১৫% পরীক্ষার্থী
ইংরেজি এবং গণিতে ফেল করে (১০% + ১৫%) = ২৫% পরীক্ষার্থী
মোট পাস করে (১০০% — ২৫%) = ৭৫% পরীক্ষার্থী
প্রশ্নমতে,
৭৫ জন পাস করলে ছাত্রসংখ্যা ১০০ জন।

$\therefore$ ১ " " " " $\frac{১০০}{৭৫}$ "

$\therefore$ ২২৫ " " " " $\frac{১০০ \times ২২৫}{৭৫}$

= ৩০০ জন

উত্তর : ৩০০ জন।

৪। **একটি শ্রেণীতে ১০০ জন ছাত্র ছিল। বার্ষিক পরীক্ষায় ৯৪ জন ছাত্র গণিতে পাস করেছে, ৮০ জন ছাত্র ইংরেজিতে পাশ করেছে ও ৭৫ জন ছাত্র উভয় বিষয়ে পাস করেছে। কত জন ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করেছে?** [২৫তম বিসিএস]

সমাধান : মোট ছাত্র ১০০ জন

উভয় বিষয়ে পাস করে ৭৫ জন

$\therefore$ শুধু গণিতে পাস করে (৯৪ – ৭৫) জন = ১৯ জন

শুধু ইংরেজিতে পাস করে (৮০ – ৭৫) জন = ৫ জন

$\therefore$ এক বিষয়ে বা উভয় বিষয়ে পাস করে (৭৫ + ১৯ + ৫) জন = ৯৯ জন।

$\therefore$ উভয় বিষয়ে ফেল করে (১০০ – ৯৯) জন= ১ জন।

উত্তর : ১ জন।

৫। **চালের দাম ১২$\frac{১}{২}$% কমে যাওয়ায় ১৪,০০০ টাকায় পূর্বের দামে যে পরিমাণ চাল কেনা যেত, বর্তমান দামে তার চেয়ে এক কুইন্টাল চাল বেশি কেনা যায়। প্রতি কেজি চালের দাম আগে কত ছিল?** [২৫তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি,
চালের পূর্ব মূল্য = ১০০ টাকা
তাহলে ১২$\frac{১}{২}$% বা, $\frac{২৫}{২}$% কমে বর্তমান মূল্য $\left(১০০ - \frac{২৫}{২}\right)$ টাকা

$= \frac{২০০ - ২৫}{২}$ টাকা $= \frac{১৭৫}{২}$ টাকা

পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য $= \frac{১৭৫}{২}$ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " " $= \frac{১৭৫}{২ \times ১০০}$ "

$\therefore$ " ১৪০০০ " " " " $= \frac{১৭৫ \times ১৪০০০}{২ \times ১০০}$ "

= ১২২৫০ টাকা।

সুতরাং, পূর্বমূল্য অপেক্ষা মোট টাকা কমে = (১৪০০০ – ১২২৫০) টাকা
= ১৭৫০ টাকা

যেহেতু ১৭৫০ টাকা কমার ফলে ১ কুইন্টাল চাল বেশি কেনা যায়, সে কারণে ১ কুইন্টাল চালের বর্তমান দর ১৭৫০ টাকা।

আবার, বর্তমান মূল্য $\frac{১৭৫}{২}$ টাকা হলে পূর্বমূল্য = ১০০ টাকা

$\therefore$ " " ১ " " " $= \frac{১০০ \times ২}{১৭৫}$ "

$\therefore$ " " ১৭৫০ " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ১৭৫০}{১৭৫} = ২০০০$ টাকা।

১ কুইন্টাল বা ১০০ কেজির পূর্বমূল্য ২০০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{২০০০}{১০০} = ২০$ টাকা

উত্তর : ২০ টাকা।

৬। **কোন পরীক্ষায় বাংলায় ৬০% এবং গণিতে ৫০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ৪০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়ে থাকে এবং উভয় বিষয়ে মোট ৬০ জন ফেল করে থাকে, তবে মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?** [২১তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

বাংলায় কৃতকার্য হয় ৬০%
উভয় বিষয়ে ৪০%
$\therefore$ শুধু বাংলায় কৃতকার্য হয় (৬০ – ৪০)% = ২০%
গণিতে কৃতকার্য হয় ৫০%
$\therefore$ শুধু গণিতে কৃতকার্য হয় (৫০ – ৪০)% = ১০%
$\therefore$ উভয় বিষয়ে অথবা যে কোন এক বিষয়ে কৃতকার্য হয় (২০ + ১০ + ৪০)%
= ৭০%

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

∴ উভয় বিষয়ে ফেল করে (১০০ − ৭০)% = ৩০%

উভয় বিষয়ে ৩০ জন ফেল করলে পরীক্ষার্থী ১০০ জন

" " ১ " " " " $= \frac{১০০}{৩০}$

" " ৬০ " " " " $= \frac{৬০ \times ১০০}{৩০} = ২০০$

অতএব, পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ২০০ জন।

উত্তর : ২০০ জন।

৭। **কোন এক পরীক্ষায় ১২০০ জন পরীক্ষার্থী ছিল। যদি ছেলেদের ৫০% এবং মেয়েদের ৪০% উত্তীর্ণ হয় এবং সকল পরীক্ষার্থীর ৪৬% কৃতকার্য হয়, তবে শুধু মেয়ে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা নির্ণয় করুন।** [২২তম ,১৩তম বিসিএস]

সমাধান : ধরি, মেয়ে পরিক্ষার্থী x

∴ " " $= (১২০০ + x)$ জন

∴ প্রশ্নমতে,

x এর ৪০% + ১২০০ এর ৫০% = $(১২০০ + x)$ এর ৪৬%

বা, $x \times \frac{৪০}{১০০} + ১২০০ \times \frac{৫০}{১০০} = (১২০০ + x) \times \frac{৪৬}{১০০}$

বা, $৪০x + ৬০০০০ = ৫৫২০০ + ৪৬x$

বা, $৪৬x - ৪০x = ৬০০০০ - ৫৫২০০$

বা, $৬x = ৪৮০০$

∴ $x = ৮০০$

∴ মেয়ে পরিক্ষার্থীর সংখ্যা = ৮০০ জন।

৮। **কোন স্কুলে ৭০% শিক্ষার্থী ইংরেজীতে এবং ৮০% শিক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে। কিন্তু ১০% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩৬০ জন শিক্ষার্থী পাশ করে তবে ঐ স্কুলে কতজন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে?**

[২০তম, ১৫তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

ইংরেজীতে ফেল করে = ১০০% − ৭০% = ৩০%

বাংলায় ফেল করে = ১০০% − ৮০% = ২০%

ইংরেজীতে যে ৩০% ফেল করে তার মধ্যে উভয় বিষয়ে ১০% রয়েছে এবং বাংলা বিষয়ে যে ২০% ফেল করে এর মধ্যে উভয় বিষয়ের ১০% আছে।

শুধু ইংরেজীতে ফেল করে = ৩০% − ১০% = ২০%

" বাংলায় " " = ২০% − ১০% = ১০%

প্রতি এক বিষয়ে এবং উভয় বিষয়ে ফেল করে = ২০% + ১০% + ১০% = ৪০%

উভয় বিষয়ে পাশ করে = ১০০% − ৪০% = ৬০%

উভয় বিষয়ে ৬০ জন পাশ করলে মোট শিক্ষার্থী ১০০ জন

" " ১ " " " " " $= \frac{১০০}{৬০}$ "

" " ৩৬০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ৩৬০}{৬০}$

$= ৬০০$ জন

অতএব, নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা ৬০০ জন।

উত্তর : ৬০০ জন।

৯। **এক ভদ্রমহিলা তাঁর সমুদয় সঞ্চয় হতে ১৬০০০০ টাকার কিছু অংশ শতকরা ৬ টাকা এবং কিছু অংশ ৭ টাকা হারে বিনিয়োগ করলেন। বছর শেষে তিনি তাঁর এই বিনিয়োগ থেকে ১২,০০০ টাকা আয় করলেন। তিনি শতকরা ৭ টাকায় কত বিনিয়োগ করেছিলেন?** [১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

প্রশ্নটিতে ভুল আছে মোট আয় ১১,০০০ টাকা হলে প্রশ্নটি সঠিক হতো।

মনে করি, ৭ টাকা হারে x টাকা বিনিয়োগ করেছিল। অতএব,

৬ টাকা হারে $(১৬০০০০ - x)$ টাকা বিনিয়োগ করেছিল।

১০০ টাকায় ১ বছরে আয় হয় ৭ টাকা

∴ x " ১ " " " $\frac{৭ \times x}{১০০}$ টাকা $= \frac{৭x}{১০০}$ টাকা

আবার, ১০০ টাকায় ১ বছরে আয় হয় ৬ টাকা

∴ $(১৬০০০০ - x)$ টাকায় ১ বছরের আয় হয় $= \frac{৬ \times (১৬০০০ - x)}{১০০}$

$= \frac{৯৬০০০ - ৬x}{১০০}$

প্রশ্নমতে,

$\frac{৭x}{১০০} + \frac{৯৬০০০০ - x}{১০০} = ১১০০০$

বা, $৭x + ৯৬০০০ - ৬x = ১১০০০ \times ১০০$

বা, $x = (১১০০,০০০ - ৯৬০০০)$ টাকা = ১৪০,০০০ টাকা

∴ ৭ টাকা হারে ১৪০,০০০ টাকা বিনিয়োগ করেছিল।

উত্তর : ১,৪০,০০০ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০। কোন এক ফল ব্যবসায়ীর ৬% ফল পচে যায় এবং আরও ৪% ফল পরিবহনের সময় নষ্ট হয়। বাকি ফল শতকরা কত লাভে বিক্রয় করলে মোটের উপর তার ২০% লাভ হবে? [১৭তম বিসিএস]

সমাধান : মোট ফল নষ্ট হয় = (৬ + ৪)% = ১০%

বাকী থাকে (১০০–১০)% = ৯০%

২০% লাভে বিক্রয় মূল্য (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা।

শর্তমতে,

(১২০ – ৯০) টাকা = ৩০ টাকা

৯০ টাকায় লাভ করতে হবে = ৩০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{৩০}{৯০}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " " $= \frac{৩০ \times ১০০}{৯০}$ " $= ৩৩\frac{১}{৩}$ "

উত্তর : $৩৩\frac{১}{৩}\%$

১১। একটি রেলগাড়ি ঘন্টায় ৮০ কিলোমিটার বেগে চলে। একটি লোক ৩ মিনিটে ১ কিলোমিটার দৌড়ালে লোকটির গতিবেগ রেলগাড়ির গতিবেগের শতকরা ক ত হবে? যদি লোক এবং রেলগাড়ি উভয়েই তাদের গতিবেগ ৫% কমায়, তবে বর্তমানে লোকটির গতিবেগ রেলগাড়ির নতুন গতিবেগের শতকরা হিসেবে প্রকাশ করুন। [১৩–তম বিসিএস]

সমাধান :

লোকটি ৩ মিনিটে দৌড়াইতে পারে ১ কি.মি.

" ১ " " " $\frac{১}{৩}$ "

" ৬০ " " " $\frac{১ \times ৬০}{৩} = ২০$

রেলগাড়ি ৮০ কি.মি. অতিক্রম করলে লোকটি অতিক্রম করে ২০ কি.মি.

" ১ " " " " " " $\frac{২০}{৮০}$ "

" ১০০ " " " " " $\frac{২০ \times ১০০}{৮০}$ "

$= ২৫$ কি.মি.

অতএব, লোকটির গতিবেগ রেলগাড়ির গতিবেগের ২৫%

রেলগাড়ির গতিবেগ ১০০ কি.মি. এ কমানো হয় ৫ কি.মি.

" " ১ " " " $\frac{৫}{১০০}$ "

" " ৮০ " " " $\frac{৫ \times ৮০}{১০০} = ৪$ কি.মি.

রেলগাড়ির বর্তমান গতিবেগ (৮০ – ৪) বা ৭৬ কি.মি.

লোকটির গতিবেগ ১০০ কি.মি. এ কমানো হয় ৫ কি.মি.

" " ১ " " " $\frac{৫}{১০০}$ "

" " ২০ " " " $\frac{৫ \times ২০}{১০০}$ " $= ১$ কি.মি.

লোকটির বর্তমান গতিবেগ = (২০ – ১) = ১৯ কি.মি.

রেলগাড়ির গতিবেগ ৭৬ কি.মি. হলে লোকটির গতিবেগ ১৯ কি.মি.

" " ১ " " " " $\frac{১৯}{৭৬}$ "

" " ১০০ " " " " $\frac{১৯ \times ১০০}{৭৬}$ "

$= ২৫$ কি.মি.

উত্তর : ২৫%

১২। প্রতি ঘনমিটার তিতাস গ্যাসের মূল্য যখন ২.২৫ টাকা ছিল, তখন একটি পরিবারের মাসিক গ্যাস বিল, মিটার ভাড়া ২০ সহ গড়ে ২২২.৫০ টাকা হত। গ্যাসের মূল্য বৃদ্ধি পেয়ে যখন প্রতি ঘনমিটার ২.৭৫ টাকা হল, তখন তারা গ্যাসের ব্যবহার এমনভাবে কমাল যে মাসিক গ্যাস বিল অপরিবর্তিত রইল। তারা গ্যাসের ব্যবহার শতকরা কত ভাগ কমাল? [১১তম বিসিএস]

সমাধান : মিটার ভাড়া বাদে গ্যাস বিল = (২২২.৫০ – ২০) = ২০২.৫০ টাকা।

২.২৫ টাকা ১ ঘনমিটারের দাম

$\therefore$ ১ " $\frac{১}{২.২৫}$ " "

$\therefore$ ২০২.৫০ " $\frac{১ \times ২০২.৫০}{২.২৫}$ " " $= ৯০$ ঘ.মি.

পরবর্তীতে

২.৭৫ টাকায় পাওয়া যায় ১ ঘনমিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১ " " " $\frac{১}{২.৭৫}$ "

$\therefore$ ২০২.৫০ " " " $\frac{১ \times ২০২.৫০}{২.৭৫}$ " $= \frac{২০২৫০}{২৭৫} = \frac{৮১০}{১১}$ ঘ.মি.

$\therefore$ ব্যবহার কমানো হলো $= \left(৯০ - \frac{৮১০}{১১}\right)$ ঘ.মি. $= \frac{১৮০}{১১}$ ঘ.মি.

৯০ ঘ.মি. এ কমানো হয় $\frac{১৮০}{১১}$ ঘ.মি.

$\therefore$ ১ " " " $\frac{১৮০}{১১ \times ৯০}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " $\frac{১৮০ \times ১০০}{১১ \times ৯০}$ "

$= \frac{২০০}{১১}$ ঘ.মি. $= ১৮\frac{২}{১১}$ ঘ.মি.

উত্তর : $১৮\frac{২}{১১}$ %

১৩। হাতুড়ি ও বাটালির বর্তমান দর সমান। যদি হাতুড়ির দাম ৫% ও বাটালির দাম ৩% বাড়ে, তবে তিনটি হাতুড়ি ও তিনটি বাটালি কিনতে পূর্বের তুলনায় শতকরা কত বেশি ব্যয় হবে? [১১-তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি, প্রতিটি হাতুড়ি ও বাটালির দাম ১০০ টাকা

$\therefore$ ৩টি হাতুড়ির দাম = ৩ × ১০০ = ৩০০ টাকা

$\therefore$ ৩টি বাটালির দাম = ৩ × ১০০ = ৩০০ টাকা

৩% বৃদ্ধিতে বাটালির দাম = (১০০ + ৩) = ১০৩ টাকা

পূর্বদাম,

১০০ টাকা হলে বর্তমান দর ১০৩ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০৩}{১০০}$ "

$\therefore$ ৩০০ " " " " $= \frac{১০৩ \times ৩০০}{১০০} = ৩০৯$ টাকা।

৫% বৃদ্ধিতে হাতুড়ির দাম = (১০০ + ৫) = ১০৫ টাকা

পূর্বদাম,

১০০ টাকা হলে বর্তমান দাম ১০৫ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $\frac{১০৫}{১০০}$

$\therefore$ ৩০০ " " " " $\frac{১০৫ \times ৩০০}{১০০} = ৩১৫$ টাকা

$\therefore$ মোট দাম = (৩০৯ + ৩১৫) = ৬২৪ টাকা

মোট বেশি লাগে = (৬২৪ − ৬০০) = ২৪ টাকা

$\therefore$ শতকরা বৃদ্ধির হার $= \frac{২৪ \times ১০০}{৬০০} = ৪\%$

উত্তর : ৪%।

১৪। পেট্রোলের দাম ৪০% কমে যাওয়ায় বর্তমানে ১০০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ৫ লিটার পেট্রোল বেশি পাওয়া যায়। প্রতি লিটার পেট্রোলের বর্তমান মূল্য ও পূর্ব মূল্য কত? [১০-তম বিসিএস]

সমাধান : মনে করি পূর্বমূল্য ১০০ টাকা

৪০% দাম কমায় বর্তমান মূল্য ১০০ − ৪০ = ৬০ টাকা

যেহেতু ১০০ টাকায় পূর্বের তুলনায় ৫ লিটার বেশি পাওয়া যায়

বর্তমান ৫ লিটারের দাম ৪০ টাকা

" ১ " " $\frac{৪০}{৫} = ৮$ টাকা

আবার, বর্তমান মূল্য ৬০ টাকা হলে পূর্বমূল্য ১০০ টাকা

" " ১ " " " $\frac{১০০}{৬০}$ টাকা

" " ৮ " " " $\frac{১০০ \times ৮}{৬০} = ১৩.৩৩$ টাকা

বর্তমান মূল্য ৮ টাকা, পূর্বমূল্য = ১৩.৩৩ টাকা।

১৫। ক-এর বেতন খ-এর বেতন অপেক্ষা ১৫% বেশি। খ-এর বেতন ক-এর বেতন অপেক্ষা শতকরা কত কম? [১০-তম বিসিএস]

সমাধান : ধরি, খ-এর বেতন ১০০ টাকা

$\therefore$ ক-এর বেতন = (১০০ + ১৫) টাকা = ১১৫ টাকা

ক-এর ১১৫ টাকা বেতন হলে খ এর বেতন ১০০ টাকা

$\therefore$ ক " ১ " " " খ " " $\frac{১০০}{১১৫}$ "

$\therefore$ ক " ১০০ " " " খ " " $\frac{১০০ \times ১০০}{১১৫} = \frac{২০০০}{২৩}$ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

খ এর বেতন ক এর বেতন থেকে $\left(১০০ - \frac{২০০০}{২৩}\right)$ টাকা কম

$= \frac{৩০০}{২৩} = ১৩\frac{১}{২৩}$ টাকা

উত্তর : $১৩\frac{১}{২৩}\%$ কম

তেল, চাল, ডাল, চিনি প্রভৃতি সংক্রান্ত অঙ্ক

গাণিতিক অনুশীলন :

১। একটা জমির আখের নমুনায় দেখা গেল যে তাতে $১৬\frac{২}{৩}\%$ চিনি রয়েছে। ৫০ কেজি চিনি উৎপাদনের জন্য কত কেজি আখ প্রয়োজন?

সমাধান ঃ

$১৬\frac{২}{৩}\% = \frac{৫০}{৩}\%$

$\frac{৫০}{৩}$ কে.জি. চিনি উৎপন্ন হয় = ১০০ কে. জি. আখে

$\therefore ১$ " " " " $= \frac{১০০ \times ৩}{৫০}$ "

$\therefore ৫০$ " " " " $= \frac{১০০ \times ৩ \times ৫০}{৫০}$ "

= ৩০০ কে. জি. আখ

অতএব, নির্ণেয় আখের পরিমাণ ৩০০ কে.জি।

২। $১২\frac{১}{২}\%$ শক্তির চিনির দ্রবণের প্রতি মিলিলিটারের ওজন ১.৫ গ্রাম হলে ১৩৬ মিলিলিটার দ্রবণে কত গ্রাম চিনি আছে?

সমাধান ঃ

১.৫ গ্রাম ওজনের দ্রবণে চিনির পরিমাণ = ১.৫ গ্রাম এর $১২\frac{১}{২}\%$

= ১.৫ " " $\frac{২৫}{২}\%$

$= \frac{১.৫ \times ২৫}{২ \times ১০০}$ গ্রাম

$= \frac{১.৫}{৮}$ গ্রাম

$\therefore$ ১ মিলিলিটারে চিনির পরিমাণ $= \frac{১.৫}{৮}$ গ্রাম

$\therefore ১৩৬$ " " " $= \frac{১.৫ \times ১৩৬}{৮}$ গ্রাম = ২৫.৫ গ্রাম

অতএব, নির্ণেয় চিনির পরিমাণ ২৫.৫ গ্রাম।

৩। যদি তেলের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায় তবে তেলের ব্যবহার শতকরা কত কমালে তেল বাবদ খরচ বৃদ্ধি পাবে না?

সমাধান ঃ

২৫% বৃদ্ধিতে,

পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য (১০০ + ২৫) টাকা = ১২৫ টাকা

তেলের বর্তমান মূল্য ১২৫ টাকা হলে পূর্বমূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ " " ১ " " " " $= \frac{১০০}{১২৫}$ "

$\therefore$ বর্তমান মূল্য ১০০ টাকা হলে পূর্বমূল্য $= \left(\frac{১০০ \times ১০০}{১২৫}\right)$ টাকা

= ৮০ টাকা

$\therefore$ তেলের খরচ সমান রাখতে হলে তেলের ব্যবহার (১০০% − ৮০%) বা ২০% কমাতে হবে।

অতএব, নির্ণেয় তেলের ব্যবহার কমানোর হার ২০%।

৪। চালের দাম ২৫% কমে গেলে একই খরচে কেনা চাউলের ব্যবহার শতকরা কি পরিমাণ বৃদ্ধি করা যাবে?

সমাধান :

মনে করি, পূর্ব দর = ১০০ টাকা

অতএব, ২৫% কমে বর্তমান দর = (১০০−২৫) = ৭৫ টাকা

চালের বর্তমান দর ৭৫ টাকা হলে পূর্ব দর ১০০ টাকা

$\therefore$ " " " ১ " " " " $= \frac{১০০}{৭৫}$ "

$\therefore$ " " " ১০০ " " " " $= \frac{১০০ \times ১০০}{৭৫}$ "

$= \frac{৪০০}{৩}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১০৩

∴ পূর্বের খরচের সঙ্গে সমতা রাখতে হলে –

চালের ব্যবহার বাড়াতে হবে $\left(\frac{৪০০}{৩}\% - ১০০\%\right) = \frac{৪০০-৩০০}{৩}\%$

$= \frac{১০০}{৩}\% = ৩৩\frac{১}{৩}\%$

অতএব, নির্ণেয় চাউলের ব্যবহার বৃদ্ধির হার $৩৩\frac{১}{৩}\%$।

৫। কাপড়ের মূল্য ২০% কমে গেলে কোন ব্যক্তি খরচ বৃদ্ধি না করেও কাপড়ের ব্যবহার শতকরা কত বৃদ্ধি করতে পারে?

সমাধান ঃ

২০% মূল্য হ্রাসে, বর্তমান মূল্য (১০০–২০) = ৮০ টাকা

কাপড়ের বর্তমান দর ৮০ টাকা হলে পূর্ব দর ১০০ টাকা

" " " ১ " " " " $= \frac{১০০}{৮০}$ টাকা

∴ " " " ১০০ " " " " $= \frac{১০০ \times ১০০}{৮০}$ "

$= ১২৫$ টাকা

পূর্বের খরচ বৃদ্ধি না করে কাপড়ের ব্যবহার (১২৫% – ১০০%) বা ২৫% বৃদ্ধি করা যাবে।

অতএব, নির্ণেয় বৃদ্ধির হার ২৫%।

উত্তর : ২৫%।

৬। যদি ডালের মূল্য $১২\frac{১}{২}\%$ বৃদ্ধি পায়, তবে ডালের ব্যবহার শতকরা কত কমালে ডাল বাবদ কোন খরচ বৃদ্ধি পাবে না?

সমাধান ঃ $১২\frac{১}{২}\%$ বা $\frac{২৫}{২}\%$ বৃদ্ধিতে,

১০০ টাকার ডালের বর্তমান মূল্য $\left(১০০ + \frac{২৫}{২}\right) = \frac{২২৫}{২}$ টাকা

ডালের বর্তমান মূল্য $\frac{২২৫}{২}$ টাকা হলে পূর্বমূল্য ১০০

∴ " " " ১ " " " $= \frac{১০০ \times ২}{২২৫}$ টাকা

∴ " " " ১০০ " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ১০০}{২২৫}$ টাকা $= \frac{৮০০}{৯}$ টাকা

∴ ডালের জন্য খরচ সমান রাখতে হলে ডালের ব্যবহার $১০০\% - \frac{৮০০}{৯}\%$

$= \frac{১০০}{৯}\% = ১১\frac{১}{৯}\%$ কমাতে হবে।

অতএব, ডালের ব্যবহার কমাতে হবে $১১\frac{১}{৯}\%$।

৭। যদি চালের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায়, তবে চালের ব্যবহার শতকরা কত কমালে চাল বাবদ কোন খরচ বৃদ্ধি পাবে না।

সমাধান ঃ

২৫% বৃদ্ধিতে,

চালের বর্তমান মূল্য ১২৫ টাকা হলে পূর্বমূল্য ১০০ টাকা

∴ " " " ১ " " " $= \frac{১০০}{১২৫}$ টাকা

∴ " " " ১০০ " " " $= \frac{১০০ \times ১০০}{১২৫}$ টাকা

$= ৮০$ টাকা

∴ চালের খরচ সমান রাখতে হলে চালের ব্যবহার (১০০% – ৮০%) বা ২০% কমাতে হবে।

অতএব, নির্ণেয় চালের ব্যবহার কমাতে হবে ২০%।

৮। চালের মূল্য $১২\frac{১}{২}\%$ কমে যাওয়ায় ৮৪০০ টাকায় পূর্বে যে চাল কেনা যেত এখন বর্তমান মূল্যে তার চেয়ে আরও ১ কুইন্টাল বেশি চাল কেনা যায়। চালের বর্তমান দর কুইন্টাল প্রতি কত? পূর্বে চালের দর কত ছিল?

সমাধান ঃ

মনে করি,

চালের পূর্ব মূল্য = ১০০ টাকা

তাহলে $১২\frac{১}{২}\%$ বা, $\frac{২৫}{২}\%$ কমে বর্তমান মূল্য $\left(১০০ - \frac{২৫}{২}\right) = \left(\frac{২০০ - ২৫}{২}\right)$

$= \frac{১৭৫}{২}$ টাকা

পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য $= \frac{১৭৫}{২}$ টাকা

∴ " ১ " " " " $= \frac{১৭৫}{২ \times ১০০}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ " ৮৪০০ " " " " $= \frac{১৭৫ \times ৮৪০০}{২ \times ১০০}$ "

$= ১৭৫ \times ৪২$ টাকা

$= ৭৩৫০$ টাকা।

সুতরাং, পূর্বমূল্য অপেক্ষা মোট টাকা কমে = (৮৪০০ − ৭৩৫০) টাকা

= ১০৫০ টাকা

যেহেতু ১০৫০ টাকা কমার ফলে ১ কুইন্টাল চাল বেশি কেনা যায়, সে কারণে ১ কুইন্টাল চালের বর্তমান দর = ১০৫০ টাকা।

আবার,

বর্তমান মূল্য $\frac{১৭৫}{২}$ টাকা হলে পূর্বমূল্য = ১০০ টাকা

∴ " " ১ " " " $= \frac{১০০ \times ২}{১৭৫}$ "

∴ " " ১০৫০ " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ১০৫০}{১৭৫} = ১২০০$ টাকা।

∴ বর্তমান মূল্য = ১০৫০ টাকা

পূর্ব মূল্য = ১২০০ টাকা

উত্তর : বর্তমান মূল্য ১০৫০ টাকা, পূর্বমূল্য ১২০০ টাকা।

৯। চিনির মূল্য ৬% বেড়ে যাওয়ায় ১০৬০ টাকায় পূর্বে যত কে.জি. চিনি কেনা যেত এখন তার চেয়ে ৩ কে.জি. চিনি কম কেনা যায়। চিনির বর্তমান দর কে.জি. প্রতি কত? পূর্বে চিনির দাম কে.জি. প্রতি কত ছিল?

সমাধান ঃ ৬% বৃদ্ধিতে

পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য (১০০ + ৬) = ১০৬ টাকা

পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য = ১০৬ টাকা।

∴ " ১ " " " " $= \frac{১০৬}{১০০}$ "

∴ " ১০৬০ " " " " $= \frac{১০৬ \times ১০৬০}{১০০}$ "

= ১১২৩.৬০ টাকা

সুতরাং পূর্বমূল্য অপেক্ষা বর্তমানে মোট টাকা বৃদ্ধি পায়

= ১১২৩.৬০ টাকা − ১০৬০ টাকা

= ৬৩.৬০ টাকা।

∴ বর্তমানে ৩ কেজি চিনির দাম = ৬৩.৬০ টাকা

" ১ " " " $= \frac{৬৩.৬০}{৩}$ " = ২১.২০ টাকা

এখন,

১০৬ টাকা বর্তমান দর হলে পূর্বদর = ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১০৬}$ "

∴ ২১.২০ " " " " $= \frac{১০০ \times ২১.২০}{১০৬}$ টাকা = ২০ টাকা

অতএব, বর্তমান মূল্য =২১.২০ টাকা

পূর্বমূল্য = ২০ টাকা।

উত্তর : বর্তমান মূল্য ২১.২০ টাকা, পূর্বমূল্য ২০ টাকা।

১০। চিনির মূল্য শতকরা ১০ টাকা বেড়ে গেলে, চিনির ব্যবহার শতকরা কি পরিমাণ কমালে একটি পরিবারের চিনির জন্য খরচের কোন পরিবর্তন হবে না?

সমাধান ঃ

১০% বৃদ্ধিতে, পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য (১০০ + ১০) টাকা

= ১১০ টাকা

বর্তমান মূল্য ১১০ টাকা হলে পূর্বমূল্য ১০০ টাকা

∴ " " ১ " " " $= \frac{১০০}{১১০}$ "

∴ " " ১০০ " " " $= \frac{১০০ \times ১০০}{১১০}$ " $= \frac{১০০০}{১১}$ টাকা

∴ চিনির ব্যবহার শতকরা কমাতে হবে $\left(১০০ - \frac{১০০০}{১১}\right)\%$

$= \frac{১১০০ - ১০০০}{১১}\%$

$= \frac{১০০}{১১}\% = ৯\frac{১}{১১}\%$

অতএব, ঐ পরিবারকে চিনির ব্যবহার কমাতে হবে $৯\frac{১}{১১}\%$।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১০৩

১১। **কাপড়ের মূল্য ২০% কমে গেলে, কোন ব্যক্তি খরচ বৃদ্ধি না করেও কাপড়ের ব্যবহার শতকরা কত বৃদ্ধি করতে পারে?**

সমাধান ঃ

কাপড়ের বর্তমান দর ৮০ টাকা হলে পূর্ব দর = ১০০ টাকা

" " " ১ " " " " $= \frac{১০০}{৮০} = \frac{৫}{৪}$ টাকা

কাপড়ের পূর্ব খরচ বর্তমান খরচের $\frac{৫}{৪}$ অংশ বা $১\frac{১}{৪}$ অংশ। পূর্বের খরচ বৃদ্ধি না করে কাপড়ের ব্যবহার $(১\frac{১}{৪} - ১)$ বা $\frac{১}{৪}$ অংশ অর্থাৎ $(\frac{১}{৪} \times ১০০)\%$ বা ২৫% বৃদ্ধি করতে পারে।

অতএব নির্ণেয় বৃদ্ধির হার ২৫%।

১২। **যদি চালের মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পায়, তবে চালের ব্যবহার শতকরা কত কমালে চাল বাবদ কোন খরচ বৃদ্ধি পাবে না?**

সমাধান ঃ

চালের বর্তমান মূল্য ১২৫ টাকা হলে পূর্বমূল্য = ১০০ টাকা

" " " ১ " " " $= \frac{১০০}{১২৫} = \frac{৪}{৫}$ টাকা।

∴ চালের পূর্ব ব্যবহার বর্তমান ব্যবহারের $\frac{৪}{৫}$ অংশ।

∴ চালের জন্য খরচ সমান রাখতে হলে চালের ব্যবহার $\left(১ - \frac{৪}{৫}\right)$ বা $\frac{১}{৫}$ অংশ কমাতে হবে।

১ অংশে কমাতে হয় $\frac{১}{৫}$ অংশ

∴ ১০০ " " " $\frac{১ \times ১০০}{৫} = ২০$ অংশ

অতএব নির্ণেয় ব্যবহার কমাতে হয় ২০%।

১৩। **চা পাতার দাম ২০% কমে যাওয়ায় করিম ৪৫০০ টাকায় পূর্বাপেক্ষা ১৫ কেজি চা পাতা বেশি কিনতে পারে। প্রতি কেজি চা পাতার পূর্ব মূল্য ও বর্তমান মূল্য নির্ণয় করুন?**

সমাধান : ২০% কমে যাওয়ায় পূর্ব মূল্য ১০০ টাকা হলে

চা পাতার বর্তমান মূল্য (১০০ − ২০) টাকা = ৮০ টাকা।

১০০ টাকায় মূল্য কমে ২০ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{২০}{১০০}$ "

∴ ৪৫০০ " " " $\frac{২০ \times ৪৫০০}{১০০}$ টাকা বা, ৯০০ টাকা

অর্থাৎ, ১৫ কেজির বর্তমান মূল্য ৯০০ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{৯০০}{১৫}$ টাকা বা, ৬০ টাকা

বর্তমান মূল্য ৮০ টাকা হলে পূর্বমূল্য ১০০ টাকা

∴ " " ১ " " " $\frac{১০০}{৮০}$ "

∴ " " ৬০ " " " $\frac{১০০ \times ৬০}{৮০}$ টাকা বা, ৭৫ টাকা

∴ প্রতি কেজির পূর্ব মূল্য ৭৫ টাকা

১৪। **কলার দাম $১৬\frac{২}{৩}\%$ কমে যাওয়ায় ৭৫ টাকায় আগের চেয়ে ৫টি বেশি পাওয়া গেল। প্রতি ডজন কলার বর্তমান দাম কত?**

সমাধান : ১০০ টাকায় কলার দাম কমে $১৬\frac{২}{৩} = \frac{৫০}{৩}$ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{৫০}{৩ \times ১০০}$ "

∴ ৭৫ " " " $\frac{৫০ \times ৭৫}{৩ \times ১০০}$ টাকা বা, $\frac{২৫}{২}$ টাকা

অর্থাৎ, ৫টি কলার বর্তমান দাম $\frac{২৫}{২}$ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{২৫}{২ \times ৫}$

∴ ১২ " " " $\frac{২৫ \times ১২}{২ \times ৫}$ " বা, ৩০ টাকা

উত্তর : প্রতি ডজন কলার বর্তমান মূল্য ৩০ টাকা।

১৫। **মাছের মূল্য ২৫% কমে গেলে, মাছের ব্যবহার শতকরা কি পরিমাণ বাড়ালে একটি পরিবারের মাছের জন্য খরচের কোন পরিবর্তন হবে না?**

সমাধান : ২৫% কমে গেল

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অর্থাৎ, মাছের পূর্বমূল্য ১০০ টাকা হলে বর্তমান মূল্য (১০০ − ২৫) টাকা = ৭৫ টাকা

বর্তমান মূল্য ৭৫ টাকা হলে পূর্বের মূল্য ১০০ টাকা

∴ " " ১ " " " " $\frac{১০০}{৭৫}$ "

∴ " " ১০০ " ' " " $\frac{১০০ \times ১০০}{৭৫}$ টাকা বা, $\frac{৪০০}{৩}$ টাকা

∴ মাছের ব্যবহার শতকরা বাড়াতে হবে $= \left(\frac{৪০০}{৩} - ১০০\right)$ টাকার

$= \frac{৪০০ - ৩০০}{৩}$ টাকা বা, $\frac{১০০}{৩}$ টাকা বা, $৩৩\frac{১}{৩}$ টাকা

∴ মাছের ব্যবহার শতকরা $৩৩\frac{১}{৩}$ টাকা বাড়াতে হবে।

পরীক্ষা ও পরীক্ষার্থী বিষয়ক

গাণিতিক অনুশীলন :

১৬। কোন পরীক্ষায় ৮০% পরীক্ষার্থী গণিতে এবং ৯০% পরীক্ষার্থী বাংলায় পাশ করেছে। উভয় বিষয়ে কেউ ফেল করেনি এবং উভয় বিষয়ে পাশ করেছে ৩৫০ জন। ঐ পরীক্ষায় কত জন পরীক্ষার্থী ছিল?

সমাধান ঃ

গণিতে ফেল করে = ১০০% − ৮০% = ২০%

বাংলায় ফেল করে = ১০০% − ৯০% = ১০%

এক বিষয়ে অর্থাৎ গণিত ও বাংলায় ফেল করে = ২০% + ১০% = ৩০%

উভয় বিষয়ে পাশ করে = ১০০% − ৩০% = ৭০%

৭০ জন উভয় বিষয়ে পাশ করলে মোট পরীক্ষার্থী ১০০ জন

১ " " " " " " " $= \frac{১০০}{৭০}$ "

৩৫০ " " " " " " " $= \frac{১০০ \times ৩৫০}{৭০} = ৫০০$ জন

অতএব, নির্ণেয় পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ৫০০ জন।

১৭। কোন পরীক্ষায় ৯০% পরীক্ষার্থী ইতিহাসে এবং ৮৫% পরীক্ষার্থী ভূগোলে কৃতকার্য হল। যদি উভয় বিষয়ে কেউ ফেল না করে এবং উভয় বিষয়ে ২২৫ জন পাশ করে থাকে তবে ঐ পরীক্ষায় কতজন অংশ গ্রহণ করেছিল?

সমাধান ঃ

ইতিহাসে অকৃতকার্য হয় = ১০০% − ৯০% = ১০%

ভূগোলে " " = ১০০% − ৮৫% = ১৫%

এক বিষয়ে " " = ১০% + ১৫% = ২৫%

উভয় বিষয়ে কৃতকার্য হয় = ১০০% − ২৫% = ৭৫%

৭৫ জন উভয় বিষয়ে কৃতকার্য হলে মোট পরীক্ষার্থী ১০০ জন।

∴ ১ " " " " " " " " $= \frac{১০০}{৭৫}$ "

∴ ২২৫ " " " " " " " " $= \frac{১০০ \times ২২৫}{৭৫}$ "

$= ৩০০$ জন

অতএব, নির্ণেয় পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ৩০০ জন।

১৮। একটি পরীক্ষায় ৮৫% পরীক্ষার্থী ইসলাম শিক্ষায় এবং ৮০% পরীক্ষার্থী পৌরনীতিতে কৃতকার্য হল। যদি ৫% পরীক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করে থাকে এবং দু'বিষয়ে ২৮০ জন পাশ করে থাকে তবে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

সমাধান ঃ

ইসলাম শিক্ষায় অকৃতকার্য হয় = ১০০% − ৮৫% = ১৫%

পৌরনীতিতে " " = ১০০% − ৮০% = ২০%

ইসলাম শিক্ষায় ১৫% এবং পৌরনীতির ২০% এর মধ্যে উভয় বিষয়ে ফেল করা ৫% রয়েছে।

শুধু ইসলাম শিক্ষায় ফেল করে = ১৫% − ৫% = ১০%

শুধু পৌরনীতিতে " " = ২০% − ৫% = ১৫%

প্রতি এক বিষয়ে এবং উভয় বিষয়ে ফেল করে ১০% + ১৫% + ৫% = ৩০%

উভয় বিষয়ে পাশ করে = ১০০% − ৩০% = ৭০%।

উভয় বিষয়ে ৭০ জন পাশ করলে মোট পরীক্ষার্থী ১০০ জন

" " ১ " " " " " $= \frac{১০০}{৭০}$ "

" " ২৮০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ২৮০}{৭০}$ "

$= ৪০০$ জন

অতএব, নির্ণেয় পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ৪০০ জন।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৯। একটি স্কুলে ২০% শিক্ষার্থী পেটের পীড়ায় আক্রান্ত। ঐ স্কুলে ৪২৫ জন শিক্ষার্থী থাকলে, মোট কতজন শিক্ষার্থী পেটের পীড়ায় আক্রান্ত?

সমাধান :

১০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২০ জন আক্রান্ত

$\therefore$ ১ " " " $\frac{২০}{১০০}$ " "

$\therefore$ ৪২৫ " " " $\frac{২০ \times ৪২৫}{১০০}$ " "

বা, ৮৫ জন আক্রান্ত।

সুতরাং মোট ৮৫ জন শিক্ষার্থী পেটের পীড়ায় আক্রান্ত।

২০। কোন স্কুলের শিক্ষার্থীদের মধ্যে ছাত্রসংখ্যা ৫৫%। ঐ স্কুলে ছাত্র সংখ্যা ১১০০ জন হলে, মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

সমাধান ঃ

ছাত্র সংখ্যা ৫৫ জন হলে শিক্ষার্থীর সংখ্যা ১০০ জন

$\therefore$ " " ১ " " " " $= \frac{১০০}{৫৫}$ "

$\therefore$ " " ১১০০ " " " " $= \frac{১০০ \times ১১০০}{৫৫}$ জন

$= ২০০০$ জন

অতএব, নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা ২০০০ জন।

২১। একটি স্কুলের মাধ্যমিক পরীক্ষার্থীদের ৬৮% উত্তীর্ণ হল। যদি আরও ১৪ জন বেশি পাস করত তাহলে পাসের হার ৭৫% হত। পরীক্ষার্থীদের সংখ্যা কত?

সমাধান ঃ

উত্তীর্ণ পরীক্ষার্থীদের শতকরা হার বৃদ্ধি পায় (৭৫% − ৬৮%) = ৭%

প্রশ্নানুসারে ,

৭% = ১৪ জন

$\therefore$ ১% $= \frac{১৪}{৭}$ "

$\therefore$ ১০০% $= \frac{১৪ \times ১০০}{৭}$ "

$= ২০০$ জন

অতএব, নির্ণেয় পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ২০০ জন।

২২। একটি স্কুলের ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা ৯০০। ৪% ছাত্র চলে গেল, আরও ৫% ছাত্রী নতুন ভর্তি হল। এর ফলে ছাত্র-ছাত্রীর মোট সংখ্যার কোন পরিবর্তন হল না। ঐ স্কুলে পূর্বে কতজন ছাত্র ছিল?

সমাধান ঃ

মনে করি,

ছাত্র সংখ্যা x জন।

৪% ছাত্র চলে যাওয়ায়,

ছাত্র ১০০ জনে চলে যায় ৪ জন

$\therefore$ " ১ " " " $= \frac{৪}{১০০}$ "

$\therefore$ " x " " " $= \frac{৪ \times x}{১০০}$ "

$= \frac{x}{২৫}$ জন

$\therefore$ অবশিষ্ট ছাত্র $= \left(x - \frac{x}{২৫}\right)$ জন $= \left(\frac{২৫x - x}{২৫}\right)$ জন $= \frac{২৪x}{২৫}$ জন

আবার, ছাত্রসংখ্যা x হলে ছাত্রী সংখ্যা (৯০০ − x) জন।

৫% ভর্তি হওয়ায়,

ছাত্রী ১০০ জনে বৃদ্ধি পায় ৫ জন

$\therefore$ " ১ " " " $= \frac{৫}{১০০}$ "

$\therefore$ " (৯০০−x) " " $= \frac{৫ \times (৯০০-x)}{১০০}$ জন

$= \frac{৯০০-x}{২০}$ জন

$\therefore$ ছাত্রী সংখ্যা বৃদ্ধি পেয়ে হয় $(৯০০ - x) + \frac{৯০০-x}{২০}$

$= \frac{১৮০০০-২০x+৯০০-x}{২০}$ জন

$= \frac{১৮৯০০-২১x}{২০}$ জন

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{২৪x}{২৫} + \frac{১৮৯০০ - ২১x}{২০} = ৯০০$$

বা, $\frac{৯৬x + ৯৪৫০০ - ১০৫x}{১০০} = ৯০০$

বা, $৯৪৫০০ - ৯x = ৯০০০০$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $-৯x = ৯০০০০ - ৯৪৫০০$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-৯x = -৪৫০০$

বা, $৯x = ৪৫০০$

বা, $x = \frac{৪৫০০}{৯}$

$\therefore x = ৫০০$

অতএব, ঐ স্কুলে পূর্বে ছাত্র সংখ্যা ছিল ৫০০ জন।

২৩। কোন পরীক্ষায় ইংরেজিতে ৫২% এবং গণিতে ৪২% পরীক্ষার্থী অকৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ১৭% পরীক্ষার্থী অকৃতকার্য হয়ে থাকে, তবে উভয় বিষয়ে শতকরা কতজন কৃতকার্য হয়েছে?

সমাধান ঃ

ইংরেজিতে অকৃতকার্য হয় ৫২%

উভয় বিষয়ে অকৃতকার্য ১৭%

$\therefore$ শুধু ইংরেজিতে অকৃতকার্য হয় $(৫২ - ১৭)\% = ৩৫\%$

গণিতে অকৃতকার্য হয় ৪২%

শুধু গণিতে অকৃতকার্য হয় $(৪২ - ১৭)\% = ২৫\%$

$\therefore$ উভয় বিষয়ে বা এক বিষয়ে অকৃতকার্য হয় $(১৭\% + ৩৫\% + ২৫\%) = ৭৭\%$

$\therefore$ উভয় বিষয়ে কৃতকার্য হয় $(১০০ - ৭৭)\% = ২৩\%$

উত্তর : ২৩%।

২৪। কোন পরীক্ষায় বাংলায় ৮০% ও গণিতে ৬০% এবং উভয় বিষয়ে মোট ১৬০ জন পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়। যদি উভয় বিষয়ে কেউ অকৃতকার্য না হয়ে থাকে, তবে মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

সমাধান ঃ

বাংলায় কৃতকার্য হয় ৮০%

$\therefore$ বাংলায় অকৃতকার্য হয় $(১০০ - ৮০)\% = ২০\%$

আবার, গণিতে কৃতকার্য হয় ৬০%

$\therefore$ গণিতে অকৃতকার্য হয় $(১০০ - ৬০)\% = ৪০\%$

$\therefore$ বাংলায় এবং গণিতে অকৃতকার্য হয় $(২০ + ৪০)\% = ৬০\%$

$\therefore$ উভয় বিষয়ে কৃতকার্য হয় $(১০০ - ৬০)\% = ৪০\%$

উভয় বিষয়ে ৪০ জন কৃতকার্য হলে পরীক্ষার্থী ১০০ জন

" " ১ " " " " $= \frac{১০০}{৪০}$

" " ১৬০ " " " " $= \frac{১৬০ \times ১০০}{৪০} = ৪০০$

অতএব, মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ৪০০ জন।

২৫। একটি পরীক্ষায় ৭৫টি প্রশ্ন ছিল। রানী ৪০টি প্রশ্নের শুদ্ধ উত্তর দিয়েছে। সে শতকরা কয়টি প্রশ্নের উত্তর শুদ্ধ দিয়েছে?

সমাধান :

৭৫টি প্রশ্নের মধ্যে ৪০টির শুদ্ধ উত্তর দিয়েছে

$\therefore$ ১ " " $\frac{৪০}{৭৫}$ " " "

$\therefore$ ১০০ " " $\frac{৪০ \times ১০০}{৭৫}$ " " "

বা, $\frac{১৬০}{৩}$ " " "

বা, $৫৩\frac{১}{৩}$ " " "

সুতরাং, রানী $৫৩\frac{১}{৩}\%$ প্রশ্নের উত্তর শুদ্ধ দিয়েছে।

২৬। কোন পরীক্ষায় শিক্ষার্থীর ৮০% গণিতে এবং ৭০% বাংলায় পাস করলো। উভয় বিষয়েই পাস করলো ৬০%, উভয় বিষয়ে শতকরা কত জন ফেল করলো?

সমাধান ঃ

গণিতে পাস করে = ৮০%

বাংলায় পাস করে = ৭০%

উভয় বিষয়ে পাস করে = ৬০%

$\therefore$ শুধু গণিতে পাস করে = $(৮০ - ৬০)\% = ২০\%$

শুধু বাংলায় পাস করে = $(৭০ - ৬০)\% = ১০\%$

উভয় বা এক বিষয়ে পাস করে $(২০ + ১০ + ৬০)\% = ৯০\%$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

∴ মোট উভয় বিষয়ে ফেল করে = (১০০ − ৯০)% = ১০%

উত্তর ঃ ১০%

২৭। কোন পরীক্ষায় বাংলায় ৬০% এবং গণিতে ৫০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ৪০% পরীক্ষার্থী কৃতকার্য হয়ে থাকে এবং উভয় বিষয়ে মোট ৬০ জন ফেল করে থাকে, তবে মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

সমাধান :

শুধু বাংলায় কৃতকার্য হয়েছে = ৬০% − ৪০% = ২০%

শুধু গণিতে কৃতকার্য হয়েছে = ৫০% − ৪০% = ১০%

∴ শুধু বাংলায় শুধু গণিতে ও উভয় বিষয়ে মোট কৃতকার্য হয়

= ২০% + ১০% + ৪০%

= ৭০%

∴ উভয় বিষয়ে অকৃতকার্য হয়েছে = ১০০% − ৭০% = ৩০%

উভয় বিষয়ে ৩০ জন ফেল করলে মোট ছাত্র সংখ্যা ১০০ জন

∴ " " ১ " " " " " " $\frac{১০০}{৩০}$ "

∴ " " ৬০ " " " " " " $\frac{১০০ \times ৬০}{৩০}$ জন বা, ২০০ জন

উত্তর : মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা ২০০ জন।

বিবিধ

গাণিতিক অনুশীলন :

২৮। যদি রেডিও বিক্রয়ের উপর ৪% বিক্রয় কর ধার্য করা হয়, তবে ৫৯৮.৫০ টাকার জন্য কত বিক্রয় কর দিতে হবে?

সমাধান ঃ

১০০ টাকায় বিক্রয় কর = ৪ টাকা

∴ ১ " " " = $\frac{৪}{১০০}$ "

∴ ৫৯৮.৫০ " " " = $\frac{৪ \times ৫৯৮৫০}{১০০ \times ১০০}$ টাকা = ২৩.৯৪ টাকা

অতএব, নির্ণেয় বিক্রয় কর ২৩.৯৪ টাকা।

২৯। কোন জেট এরোপ্লেন ঘন্টায় ৯৮০ কি. মি. বেগে চলে। শব্দের গতিবেগ ঘন্টায় ১২২৫ কি. মি. হলে প্লেনের বেগ শব্দের গতিবেগের শতকরা কত ভাগ?

সমাধান ঃ

প্রতি ঘন্টায়,

শব্দের গতি ১২২৫ কিঃ মিঃ হলে প্লেনের গতি ৯৮০ কিঃ মিঃ

∴ " " ১ " " " " = $\frac{৯৮০}{১২২৫}$ "

∴ " " ১০০ " " " " = $\frac{৯৮০ \times ১০০}{১২২৫}$ "

= ৮০ কিলোমিটার

অতএব, প্লেনের গতিবেগ শব্দের গতিবেগের ৮০ শতাংশ।

উত্তর : ৮০ শতাংশ।

৩০। বাতাসে কার্বন ডাই-অক্সাইডের পরিমাণ ০.০৩৩%। ৫০,০০,০০০ লিটার বাতাসে কার্বন ডাই-অক্সাইডের পরিমাণ কত?

সমাধান ঃ

১০০ লিটার বাতাসে কার্বন ডাই-অক্সাইডের পরিমাণ ০.০৩৩ লিটার

∴ ১ " " " " " " = $\frac{০.০৩৩}{১০০}$ "

∴ ৫০০০০০০ " " " " " = $\frac{০.০৩৩ \times ৫০০০০০০}{১০০}$

= ১৬৫০.০০ লিটার

= ১৬৫০ লিটার।

অতএব, নির্ণেয় কার্বন ডাই-অক্সাইডের পরিমাণ ১৬৫০ লিটার।

৩১। বাতাসে অক্সিজেনের পরিমাণ ২১% হলে ৬৩০ লিটার অক্সিজেন পেতে হলে কত লিটার বাতাস প্রয়োজন?

সমাধান ঃ

২১ লিটার অক্সিজেন পাওয়া যায় ১০০ লিটার বাতাসে

∴ ১ " " " " = $\frac{১০০}{২১}$ " "

∴ ৬৩০ " " " " = $\frac{১০০ \times ৬৩০}{২১}$ " "

= ৩০০০ লিটার বাতাসে

অতএব, নির্ণেয় বাতাসের পরিমাণ ৩০০০ লিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩২। পপিকে মূল বেতনের $৭\frac{১}{২}\%$ বাড়ি ভাড়া দিতে হয়। বাড়ি ভাড়া কাটার পর সে প্রতি মাসে ৩৭০০ টাকা পায়। তার মাসিক মূল বেতন কত?

সমাধান ঃ $৭\frac{১}{২}\% = \frac{১৫}{২}\%$

পপির মূল বেতন ১০০ টাকা হলে,

$\frac{১৫}{২}\%$ বাড়ি ভাড়া কাটার পর বাকি থাকে $\left(১০০ - \frac{১৫}{২}\right)$

$= \left(\frac{২০০ - ১৫}{২}\right)$ টাকা $= \frac{১৮৫}{২}$ টাকা

ভাড়া দেয়ার পর,

$\frac{১৮৫}{২}$ টাকা অবশিষ্ট থাকে মূল বেতন ১০০ টাকা হলে

$\therefore ১$ " " " " " $= \frac{১০০ \times ২}{১৮৫}$ "

$\therefore ৩৭০০$ " " " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ৩৭০০}{১৮৫}$ "

$= ৪০০০$ টাকা

অতএব, পপির মূল বেতন ৪০০০ টাকা।

উত্তর : ৪০০০ টাকা

৩৩। **৪৪% শক্তিশালী কপার সালফেট দ্রবণের প্রতি মিলিলিটারের ওজন ১.৪ গ্রাম হলে ২৫৮ মিলিলিটার দ্রবণে কত গ্রাম কপার সালফেট আছে?**

সমাধান ঃ

১.৪ গ্রাম ওজনের দ্রবণে কপার সালফেটের পরিমাণ $= ১.৪$ গ্রাম এর ৪৪%

$= \frac{১.৪ \text{ গ্রাম} \times ৪৪}{১০০}$

$= ০.০১৪ \text{ গ্রাম} \times ৪৪$

$= ০.৬১৬$ গ্রাম

১ মিলিলিটার দ্রবণে কপার সালফেটের পরিমাণ $= ০.৬১৬$ গ্রাম

$\therefore ২৫৮$ " " " " " $= ০.৬১৬ \times ২৫৮$ গ্রাম

$= ১৫৮.৯২৮$ গ্রাম।

$\therefore$ নির্ণেয় কপার সালফেটের পরিমাণ $= ১৫৮.৯২৮$ গ্রাম।

উত্তর : ১৫৮.৯২৮ গ্রাম।

৩৪। **মঈন উদ্দিন সাহেব তাঁর সম্পদের ১২% স্ত্রীকে, ২০% ছেলেকে এবং অবশিষ্ট ৮,১৬,০০০ টাকা মেয়েকে দিলেন। তাঁর সমুদয় সম্পদ কত ছিল?**

সমাধান ঃ

স্ত্রীকে দেয় ১২%

ছেলেকে দেয় ২০%

$\therefore$ স্ত্রী ও ছেলেকে দেয় মোট $(১২\% + ২০\%) = ৩২\%$

অবশিষ্ট সম্পদ থাকে $(১০০ - ৩২)\% = ৬৮\%$

প্রশ্নমতে,

$৬৮\% = ৮,১৬,০০০$ টাকা

$\therefore ১\% = \frac{৮১৬০০০}{৬৮}$ "

$\therefore ১০০\% = \frac{৮১৬০০০ \times ১০০}{৬৮}$ " $= ১২,০০,০০০$ টাকা

অতএব, মঈন উদ্দিন সাহেবের সমুদয় সম্পদ ছিল ১২,০০,০০০ টাকার

উত্তর : ১২,০০,০০০ টাকা।

৩৫। **একটি বই ৫% কমিশনে খরিদ করলে যত টাকা বই -এর মূল্য হিসেবে দিতে হয়, ৬% কমিশনে খরিদ করলে বই -এর মূল্য হিসেবে ১৫ টাকা আরও কম দিতে হয়। বইটির প্রকৃত মূল্য কত?**

সমাধান ঃ

৫% কমিশনে খরিদ করলে যত টাকা দিতে হয়, ৬% কমিশনে খরিদ করলে ১৫ টাকা কম দিতে হয়।

অর্থাৎ, ৬% − ৫% = ১৫ টাকা

বা, ১% = ১৫ টাকা

বা, ১০০% = ১৫ × ১০০ = ১৫০০ টাকা

অতএব, বই -এর প্রকৃত মূল্য ১৫০০ টাকা।

বিকল্প নিয়মে,

৫% কমিশনে বিক্রয় মূল্য $(১০০ - ৫) = ৯৫$ টাকা

এবং ৬% " " " $(১০০ - ৬) = ৯৪$ টাকা

উভয় বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য $(৯৫ - ৯৪) = ১$ টাকা

সুতরাং,

১ টাকা কম দিতে হয় ১০০ টাকায়

$\therefore ১৫$ " " " $= (১০০ \times ১৫)$ " $= ১৫০০$ টাকায়

অতএব, বই -এর প্রকৃত মূল্য ১৫০০ টাকা।

উত্তর : ১৫০০ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩৬। **একটি ভোট কেন্দ্রে উপস্থিত ভোটারদের ৫৫% ভোট পেয়ে একজন প্রার্থী নির্বাচিত হয়েছে। তিনি তার একমাত্র প্রতিদ্বন্দ্বী অপেক্ষা ১০,০০০ ভোট বেশি পেয়েছে। ভোট কেন্দ্রে কতজন ভোটার উপস্থিত ছিল?**

সমাধান ঃ

একজন প্রার্থী উপস্থিত ভোটারের ৫৫% ভোট পায়

$\therefore$ অপর " " " $(১০০ - ৫৫)\% = ৪৫\%$ ভোট পায়

প্রশ্নানুসারে,

$(৫৫ - ৪৫)\%$ = ১০,০০০ ভোট

বা, ১০% = ১০,০০০ "

$\therefore ১\%$ $= \frac{১০০০০}{১০}$ "

$\therefore ১০০\% = \frac{১০০০০ \times ১০০}{১০}$ " = ১০০,০০০ জন।

অতএব, ভোট কেন্দ্রে উপস্থিত ভোটারের সংখ্যা ১০০,০০০ জন।

উত্তর : ১০০০০০ জন।

৩৭। **একটি ভোটকেন্দ্রে মোট ভোটারের ৭৫% উপস্থিত ছিল। দুইজন প্রার্থীর** একজন **উপস্থিত ভোটারদের ৫৫% ভোট পাওয়ায় দেখা গেল যে অপর প্রার্থী** অপেক্ষা **৭৫০০০ ভোট বেশি পেয়েছে। ভোটারদের মোট সংখ্যা কত ছিল?**

সমাধান ঃ

মনে করি, ভোটকেন্দ্রের ভোটারের সংখ্যা x জন।

আমরা পাই,

১০০ জনে উপস্থিত হয় ৭৫ জন

$\therefore ১$ " " " $= \frac{৭৫}{১০০}$ "

$\therefore x$ " " " $= \frac{৭৫ \times x}{১০০}$ " $= \frac{৩x}{৪}$ জন

আবার, একজন প্রার্থী উপস্থিত ভোটারের ৫৫% ভোট পায়।

অর্থাৎ,

১০০ জনে পায় ৫৫ ভোট

$\therefore ১$ " " $= \frac{৫৫}{১০০}$ "

$\therefore \frac{৩x}{৪}$ " " $= \frac{৫৫ \times ৩x}{১০০ \times ৪}$ " $= \frac{৩৩x}{৮০}$ ভোট

$\therefore$ অপর জনে পায় $\left(\frac{৩x}{৪} - \frac{৩৩x}{৮০}\right)$ ভোট $= \left(\frac{৬০x - ৩৩x}{৮০}\right)$ ভোট $= \frac{২৭x}{৮০}$ ভোট

প্রশ্নানুসারে,

$\frac{৩৩x}{৮০} - \frac{২৭x}{৮০} = ৭৫০০০$

বা, $\frac{৩৩x - ২৭x}{৮০} = ৭৫০০০$

বা, $\frac{৬x}{৮০} = ৭৫০০০$

বা, $৬x = ৭৫০০০ \times ৮০$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $x = \frac{৭৫০০০ \times ৮০}{৬}$

বা, $x = ২৫০০০ \times ৪০$

$\therefore x = ১০০০০০০$

অতএব, ঐ ভোটকেন্দ্রে মোট ভোটার সংখ্যা ১০০০০০০ জন।

উত্তর : ১০০০০০০ জন।

৩৮। **মতিনের বেতন জলিলের বেতন অপেক্ষা শতকরা ৪০ টাকা বেশি হলে, জলিলের বেতন মতিনের বেতন অপেক্ষা শতকরা কত টাকা কম?**

সমাধান :

এখানে জলিলের বেতন ১০০ টাকা হলে, মতিনের বেতন ১৪০ টাকা, অর্থাৎ

মতিনের বেতন ১৪০ টাকা হলে জলিলের বেতন ১০০ টাকা

$\therefore$ " " ১ " " " " $\frac{১০০}{১৪০}$ "

$\therefore$ " " ১০০ " " " " $\frac{১০০ \times ১০০}{১৪০}$ "

বা, $\frac{৫০০}{৭}$ টাকা বা, $৭১\frac{৩}{৭}$ টাকা।

সুতরাং, জলিলের বেতন মতিনের বেতন অপেক্ষা শতকরা $(১০০ - ৭১\frac{৩}{৭})$ টাকা

বা $২৮\frac{৪}{৭}$ টাকা কম।

উত্তর : $২৮\frac{৪}{৭}$ টাকা কম।

৩৯। **একখানি গণিত বইয়ের মূল্য ১২.০০ টাকা। এই মূল্য প্রকৃত মূল্যের ৮০%। বাকি মূল্য সরকার ভর্তুকি দিয়ে থাকেন। সরকার প্রতি বইয়ে কত টাকা ভর্তুকি দেন?**

সমাধান :

বইয়ের প্রকৃত মূল্য ১০০ টাকা হলে বাজারমূল্য ৮০ টাকা, অর্থাৎ ভর্তুকি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

(১০০ − ৮০) বা ২০ টাকা।

অতএব,

বইয়ের মূল্য ৮০ টাকা হলে ভর্তুকি ২০ টাকা

" " ১ " " " $\frac{২০}{৮০}$ "

" " ১২ " " " $\frac{২০ \times ১২}{৮০}$ টাকা বা ৩ টাকা।

সুতরাং নির্ণেয় ভর্তুকি = ৩ টাকা।

উত্তর : ৩ টাকা।

৪০। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২৪ মিটার এবং প্রস্থ ১২ মিটার। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ৬% করে বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান :

বর্ধিত দৈর্ঘ্য

= ২৪ মিটার + ২৪ মিটারের ৬%

= ২৪ মিটার + ২৪ মিটারের $\frac{৬}{১০০}$

= ২৪ মিটার + ১.৪৪ মিটার।

= ২৫.৪৪ মিটার।

বর্ধিত প্রস্থ = ১২ মিটার + ১২ মিটারের ৬%

= ১২ মিটার + ১২ মিটারের $\frac{৬}{১০০}$

= ১২ মিটার + .৭২ মিটার।

= ১২.৭২ মিটার।

∴ বর্ধিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ২৫.৪৪×১২.৭২ বর্গমিটার

= ৩২৩.৫৯৬৮ বর্গমিটার।

কিন্তু মূল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ২৪ × ১২ বর্গমিটার = ২৮৮ বর্গমিটার।

অতএব, ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধি = ৩২৩.৫৯৬৮ বর্গমিটার − ২৮৮ বর্গমিটার

= ৩৫.৫৯৬৮ বর্গমিটার।

এখন b = ২৮৮ বর্গমিটার এবং p = ৩৫.৫৯৬৮ বর্গমিটার ধরে p = br সূত্র থেকে পাওয়া যায়

৩৫.৫৯৬৮ = ২৮৮ × r

বা, $r = \frac{৩৫.৫৯৬৮}{২৮৮} = .১২৩৬ = \frac{১২.৩৬}{১০০} = ১২.৩৬\%$

সুতরাং, ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধির হার = ১২.৩৬%।

উত্তর : ১২.৩৬%।

৪১। ৬৬% শক্তির এবং প্রতি মিলিলিটার ১.৫ গ্রাম ওজনের কি পরিমাণ ঘন দ্রবণ থেকে ৩০% শক্তির এবং প্রতি মিলিলিটার ১.১ গ্রাম ওজনের ১৫০০ মিলিলিটার হালকা দ্রবণ তৈরি করা যাবে?

সমাধান ঃ

প্রতি মিলিলিটার ঘন দ্রবণে দ্রব্যের পরিমাণ = ১.৫ গ্রাম এর ৬৬%

$= \frac{১.৫ \text{ গ্রাম} \times ৬৬}{১০০}$

= ১.৫ গ্রাম × ০.৬৬

= ০.৯৯ গ্রাম।

প্রতি মিলিলিটার হালকা দ্রবণে দ্রব্যের পরিমাণ = ১.১ গ্রাম এর ৩০%

$= ১.১ \text{ গ্রাম} \times \frac{৩০}{১০০}$

= ১.১ গ্রাম × .৩০

= ০.৩৩ গ্রাম

১৫০০ মিলিলিটার হালকা দ্রবণে দ্রব্যের পরিমাণ = ০.৩৩ × ১৫০০ গ্রাম

= ৩৩ × ১৫ গ্রাম = ৪৯৫ গ্রাম।

০.৯৯ গ্রামে তৈরি হয় = ১ মিলিলিটার ঘন দ্রবণ

∴ ১ " " " $= \frac{১}{০.৯৯}$ " " "

∴ ৪৯৫ " " " $= \frac{১ \times ৪৯৫ \times ১০০}{৯৯}$ বা ৫০০ মিলিলিটার।

অতএব, নির্ণেয় ঘন দ্রবণের পরিমাণ ৫০০ মিলিলিটার।

উত্তর : ৫০০ মিলিলিটার।

৪২। যদি বঙ্গোপসাগরের পানিতে লবণের পরিমাণ ৪.৫% হয়, তবে ৫০ কেজি লবণ তৈরি করতে হলে কত কেজি ওজনের পানি বাষ্প করতে হবে?

সমাধান :

এখানে, (১০০ − ৪.৫) কে.জি.= ৯৫.৫ কে.জি.

লবণ ৪.৫ কেজি হলে পানি ৯৫.৫ কে.জি.

∴ " ১ " " " $\frac{৯৫.৫}{৪.৫}$ "

∴ ৫০ " " " $\frac{৯৫.৫ \times ৫০ \times ১০}{৪৫}$ কে.জি. বা ১০৬১.১১ কেজি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অতএব, নির্ণেয় পানির ওজন ১০৬১.১১ কে. জি. (প্রায়)

উত্তর : ১০৬১.১১ কে.জি (প্রায়)।

৪৩। এক ব্যক্তি তার মূলধনের ৬০% শেয়ার বাজারে বিনিয়োগ করেন এবং বাকি ৪০% সঞ্চয়পত্রে বিনিয়োগ করেন। যদি তাদের শেয়ার বাজার থেকে শতকরা ৫ টাকা আয় করেন এবং সঞ্চয়পত্র থেকে শতকরা ৬ টাকা আয় করেন এবং তার মোট আয় ১০৮০ টাকা হয়, তবে তিনি কত টাকা বিনিয়োগ করেছিলেন?

সমাধান ঃ ধরি, মূলধন x টাকা

$\therefore$ শেয়ার বাজারে বিনিয়োগ করেন $\left(x \times \frac{৬০}{১০০}\right)$ টাকা $= \frac{৩x}{৫}$ টাকা

এবং সঞ্চয়পত্রে বিনিয়োগ করেন x এর ৪০% $= \left(x \times \frac{৪০}{১০০}\right)$ টাকা $= \frac{২x}{৫}$ টাকা

আবার, শেয়ার বাজার থেকে আয় করেন $= \frac{৩x}{৫}$ এর ৫%

$= \left(\frac{৩x}{৫} \times \frac{৫}{১০০}\right)$ টাকা $= \frac{৩x}{১০০}$ টাকা

এবং সঞ্চয়পত্র থেকে আয় করেন $= \frac{২x}{৫}$ এর ৬% $= \left(\frac{২x}{৫} \times \frac{৬}{১০০}\right)$ টাকা $= \frac{৩x}{১২৫}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{৩x}{১০০} + \frac{৩x}{১২৫} = ১০৮০$

বা, $\frac{১৫x + ১২x}{৫০০} = ১০৮০$

বা, $\frac{২৭x}{৫০০} = ১০৮০$

বা, $২৭x = ১০৮০ \times ৫০০$

বা, $x = \frac{১০৮০ \times ৫০০}{২৭} = ২০,০০০$

উত্তর ঃ মূলধন ২০,০০০ টাকা।

৪৪। কোন শহরে জনসংখ্যা প্রতিবছর শতকরা ৮ জন করে বৃধি পায়। বর্তমানে এ শহরের জনসংখ্যা ৫০,০০০। ২ বছর পরে ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান : আমরা জানি, কোন বছরের প্রারম্ভে জনসংখ্যা p এবং প্রতি বছর জনসংখ্যা শতকরা r করে বৃদ্ধি পায় এবং n সংখ্যক বছরের শেষে জনসংখ্যা হবে, $p\left(১ + \frac{r}{১০০}\right)^n$

এখানে,

p = জনসংখ্যা = ৫০,০০০ : জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার, r = ৮ : n = বছরের সংখ্যা = ২

$\therefore$ ২ বছর পর জনসংখ্যা হবে $= ৫০,০০০\left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^২$ [চক্রবৃদ্ধির সূত্র অনুসারে]

$= ৫০,০০০ \times \left(\frac{১০০ + ৮}{১০০}\right)^২ = ৫০,০০০ \times \left(\frac{১০৮}{১০০}\right)^২$

$= \frac{৫০,০০০ \times ১০৮ \times ১০৮}{১০০ \times ১০০}$

$= ৫ \times ১০৮ \times ১০৮ = ৫৮৩২০$ জন

$\therefore$ নির্ণেয় ২ বছর পরের জনসংখ্যা ৫৮,৩২০ জন।

৪৫। একটি হোস্টেলে প্রতি বছর শতকরা ২৫টি করে সিট বাড়ানো হয়। বর্তমানে ৫১২টি সিট আছে। ৪ বছর পর মোট কয়টি সিট হবে?

সমাধান : আমরা জানি,

n সংখ্যক বছর শেষে সিট সংখ্যা হবে $= p\left(১ + \frac{r}{১০০}\right)^n$ [চক্রবৃদ্ধি সূত্রানুসারে]

এখানে, p = বছরের প্রারম্ভ সিট সংখ্যা = ৫১২, r বৃদ্ধির হার = ২৫ এবং বছরের সংখ্যা n = ৪

$\therefore$ ৪ বছর পরে সিট সংখ্যা হবে $= ৫১২\left(১ + \frac{২৫}{১০০}\right)^৪ = ৫১২\left(১ + \frac{১}{৪}\right)^৪$

$= ৫১২\left(\frac{৪ + ১}{৪}\right)^৪ = ৫১২ \times \left(\frac{৫}{৪}\right)^৪$

$= ৫১২ \times \frac{৫ \times ৫ \times ৫ \times ৫}{৪ \times ৪ \times ৪ \times ৪}$

$= ২ \times ৫ \times ৫ \times ৫ \times ৫$

$= ১২৫০$টি

$\therefore$ ৪ বছর পরে সিট সংখ্যা ১২৫০টি হবে।

উত্তর : ১২৫০টি সিট।

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

সরল ও যৌগিক মুনাফা

Simple and Compound interest

সংক্ষিপ্ত আলোচনা :

কোন ব্যক্তি বা প্রতিষ্ঠান অপর কোন ব্যক্তি বা প্রতিষ্ঠানকে টাকা ধার দিলে ধারদাতাকে পাওনাদার এবং ধারগ্রহীতাকে দেনাদার বলা হয়।

ধার দেওয়া টাকাকে সাধারণত মূলধন বা আসল বলা হয় এবং পাওনাদার দেনাদারের নিকট থেকে মূলধনের উপর যে অতিরিক্ত টাকা পেয়ে থাকে তাকে মূলধনের সুদ বলা হয়, অর্থাৎ মূলধন ব্যবহারের জন্য মূলধনের মালিককে যে অতিরিক্ত অর্থ দিতে হয় তাই সুদ। সুদ ও মূলধন বা আসলের সমষ্টিকে সুদ–মূলে বা সুদ–আসল বা সবৃদ্ধিমূল বলা হয়।

কোন নির্দিষ্ট টাকার উপর কোন নির্দিষ্ট সময়ের জন্য যে সুদ দেওয়া হয় তাকে সুদের হার বলা হয়। সুদের হার সাধারণত একশত টাকার উপর এক বছরের জন্য ধরা হয়ে থাকে এবং তাকে শতকরা বার্ষিক সুদের হার বলা হয়।

সুদ সাধারণত দুই প্রকার ঃ সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদ। কেবল আসল বা মূলধনের উপর যে সুদ হিসাব করা হয় তাকে সরল সুদ বলা হয়। আবার নির্দিষ্ট সময়ান্তে উদ্ভূত সুদ–আসলকে আসল ধরে পরবর্তী নির্দিষ্ট সময়ের জন্য তার উপর সুদ নির্ধারণ করা হলে ঐ সুদকে চক্রবৃদ্ধি সুদ বলা হয়।

সরল সুদকষার আলোচনায় আসল, সুদ, সুদের হার ও সময় এই চারটি উপাত্তের যেকোন তিনটি জানা থাকলে, চতুর্থটি ঐকিক নিয়মে নির্ণয় করা যায়।

লক্ষণীয় যে, শতকরা বার্ষিক সুদের হার r হলে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ r টাকা

∴ ১ " ১ " " $\frac{r}{১০০}$ "

∴ p " ১ " " $p \times \frac{r}{১০০}$ "

∴ p " n " " $p \times \frac{r}{১০০} \times n$ "

অর্থাৎ $I = Pnr$

যেখানে P = মূলধন

r = ১ টাকার ১ বছরের সুদ

$= \frac{r}{১০০}$, যেখানে সুদের হার r%

n = সময় (বছর)

I = মোট সুদ।

সংক্ষেপে,

- সুদের হার বলতে ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ/মুনাফা কে বোঝায়। যেমন, সুদের হার ৭% অর্থ হলো ১০০ টাকায় ১ বছরের সুদ ৭ টাকা।

অন্যান্য

- সরল মুনাফার ক্ষেত্রে–

$$\text{সুদ} = \frac{\text{সুদের হার} \times \text{আসল} \times \text{সময়}}{১০০}$$

অথবা, $I = Pnr$

- সুদাসল = সুদ + আসল

বা $A = P + I = P + Pnr = P(1 + nr)$

- আসল = সুদাসল – সুদ
- চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে–

$C = P(1 + r)^n$

এখানে,

P = মূলধন/বিনিয়োগ (Principal)

I = সুদ/মুনাফা (Interest)

n = সময়/বছর

r = সুদের হার (Rate)

C = চক্রবৃদ্ধি ক্ষেত্রে সবৃদ্ধি মূলধন

A = সুদাসল বা মূলধন

- $\text{আসল} = \frac{১০০ \times \text{সুদ}}{\text{সময়} \times \text{হার}}$
- $\text{সুদ} = \frac{\text{আসল} \times \text{সময়} \times \text{হার}}{১০০}$
- $\text{সময়} = \frac{১০০ \times \text{সুদ}}{\text{আসল} \times \text{হার}}$
- $\text{সুদের হার} = \frac{১০০ \times \text{সুদ}}{\text{আসল} \times \text{সময়}}$
- ৫০০ টাকার ৩ বছরের সুদ = ১৫০০ টাকার ১ বছরের সুদ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা (Compound Profit) :

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা (Compound profit)

চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(1 + r)^n$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $C = P(1 + r)^n - P$

এখানে, মুলধন আসল P(Principal)

মুনাফার হার = r(rate of interest)

সময় = n(time)

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১। **একই হার সুদে ৩০০ টাকার ৪ বৎসরের সুদ এবং ৫০০ টাকার ৫ বৎসরের সুদ একত্রে ১৪৮ টাকা হলে, শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত? [৩৪তম]**

সমাধান ঃ

৩০০ টাকার ৪ বৎসরের সুদ = (৩০০ × ৪) = ১২০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ

৫০০ " ৫ " " = (৫০০ × ৫) = ২৫০০ " ১ " "

∴ বার্ষিক হিসেবে মোট টাকা = ১২০০ টাকা + ২৫০০ টাকা

= ৩৭০০ টাকা

প্রশ্নমতে,

৩৭০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ১৪৮ টাকা

∴ ১ " ১ " " = $\frac{১৪৮}{৩৭০০}$ "

∴ ১০০ " ১ " " = $\frac{১৪৮ \times ১০০}{৩৭০০}$ "

= ৪ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৪%।

২। **দুই ব্যক্তি 'ক' এবং 'খ' একই ব্যাংক থেকে একই দিনে ১০% হার সরলসুদে পৃথক পৃথক পরিমাণ ঋণ গ্রহণ করে। 'ক' দুই বছর পর সুদে-আসলে যে অর্থ শোধ করে 'খ' ৩ বছর পর সুদে-আসলে সমপরিমাণ অর্থ শোধ করে। তাদের ঋণের অনুপাত নির্ণয় করুন। [২৮তম বিসিএস]**

সমাধান ঃ মনে করি,

ক নেয় x টাকা এবং খ নেয় y টাকা।

∴ তাদের ঋণের টাকার অনুপাত x ঃ y।

১০% সুদে, ক-এর

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ১০ টাকা

∴ ১ " ১ " " $\frac{১০}{১০০}$ "

∴ x " ১ " " $\frac{১০ \times x}{১০০}$ "

∴ x " ২ " " $\frac{১০ \times x \times ২}{১০০}$ "

$= \frac{২০x}{১০০}$ টাকা $= \frac{x}{৫}$ টাকা

∴ ক এর ব্যাংকে পরিশোধ $= \left(x + \frac{x}{৫}\right)$ টাকা $= \left(\frac{৫x + x}{৫}\right)$ টাকা

$= \frac{৬x}{৫}$ টাকা।

অনুরূপ, খ-এর

y টাকার ৩ বছরের সুদ $\frac{১০ \times y \times ৩}{১০০}$ টাকা $= \frac{৩০y}{১০০}$ টাকা $= \frac{৩y}{১০}$ টাকা।

∴ খ এর ব্যাংকে পরিশোধ $= \left(y + \frac{৩y}{১০}\right)$ টাকা $= \left(\frac{১০y + ৩y}{১০}\right)$ টাকা

$= \frac{১৩y}{১০}$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{৬x}{৫} = \frac{১৩y}{১০}$

বা, $\frac{৬x}{১৩y} = \frac{৫}{১০}$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{৫ \times ১৩}{৬ \times ১০}$

বা, x ঃ y = ৬৫ ঃ ৬০ = ১৩ ঃ ১২

উত্তর : তাদের অনুপাত ১৩ ঃ ১২।

৩। **একজন লোক ৫% হার সুদে ৫০০ টাকা ধার করেন এবং কিছুকাল পরে ৩$\frac{১}{২}$% হার সুদে আরও ৪০০ টাকা ধার করেন। দ্বিতীয় ধার নেওয়ার ৬ মাস পরে তিনি উভয় ধার সুদে-মূলে ৯৯৪.৫০ টাকা শোধ করেন। প্রথম ধার নেওয়ার কতদিন পর তিনি ঐ ধার শোধ করেন? [২৩তম বিসিএস]**

সমাধান ঃ

দ্বিতীয় ধারের ক্ষেত্রে, ৬ মাস = $\frac{৬}{১২}$ বছর

৩$\frac{১}{২}$% বা $\frac{৭}{২}$% হারে,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $\frac{৭}{২}$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৭}{২ \times ১০০}$ টাকা

$\therefore$ ৪০০ " $\frac{৬}{১২}$ " " $= \frac{৭ \times ৬ \times ৪০০}{২ \times ১০০ \times ১২}$ " $= ৭$ টাকা

মোট আসল = ৫০০ টাকা + ৪০০ টাকা = ৯০০ টাকা

মোট সুদ = ৯৯৪.৫০ টাকা − ৯০০ টাকা = ৯৪.৫০ টাকা

দ্বিতীয় ধারের সুদ ৭ টাকা হলে ,

প্রথম ধারের সুদ = ৯৪.৫০ টাকা − ৭ টাকা = ৮৭.৫০ টাকা

প্রথম ধারের ক্ষেত্রে ৫% হারে

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = ৫ টাকা

$\therefore$ ৫০০ " ১ " " $= \frac{৫ \times ৫০০}{১০০}$ " $= ২৫$ টাকা

অতএব,

২৫ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

$\therefore$ ৮৭.৫০ " " " $= \frac{৮৭.৫০ \times ১}{২৫}$ " $= \frac{৭}{২}$ বৎসর $= ৩\frac{১}{২}$ বৎসর

অতএব, প্রথম ধার নেওয়ার $৩\frac{১}{২}$ বৎসর পর তিনি ধার শোধ করেন।

৪। কোন মূলধন ৩ বৎসরের সুদে-মূলে ১১০০০ টাকা হয়। সুদ আসলের তিন অষ্টমাংশ হলে, আসল ও সুদের হার কত? [২১তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি,

আসল ৮ টাকা

$\therefore$ সুদ = ৮ এর $\frac{৩}{৮}$ " = ৩ টাকা

সুদাসল = সুদ + আসল

বা, সুদাসল = (৩ + ৮) টাকা = ১১ টাকা

সুদাসল ১১ টাকা হলে আসল ৮ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " $= \frac{৮}{১১}$ "

$\therefore$ " ১১০০০ " " " $= \frac{৮ \times ১১০০০}{১১}$ " = ৮০০০ টাকা

$\therefore$ সুদ = (১১০০০ − ৮০০০) টাকা = ৩০০০ টাকা

৮০০০ টাকার ৩ বছরের সুদ ৩০০০ টাকা

$\therefore$ ১ " ৩ " " $= \frac{৩০০০}{৮০০০}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{৩০০০ \times ১০০}{৮০০০ \times ৩}$ "

$= \frac{২৫}{২}$ টাকা $= ১২\frac{১}{২}$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় আসল = ৮০০০ টাকা।

সুদের হার = $১২\frac{১}{২}\%$ ।

উত্তর : আসল ৮০০০ টাকা এবং সুদের হার $১২\frac{১}{২}\%$ ।

৫। শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা ৩ বছরে ৫৬০ টাকায় এবং ৫ বছরে ৬০০ টাকায় পরিণত হবে? [১৫তম বিসিএস]

সমাধান :

আসল + ৫ বৎসরের সুদ = ৬০০ টাকা

আসল + ৩ বৎসরের সুদ = ৫৬০ টাকা

(বিয়োগ) ২ বৎসরের সুদ = ৪০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৪০}{২}$ "

$\therefore$ ৩ " " $= \frac{৪০ \times ৩}{২}$ " = ৬০ টাকা।

সুতরাং, আসল + ৩ বছরের সুদ = ৫৬০ টাকা

বা, আসল = (৫৬০ − ৬০) টাকা

$\therefore$ আসল = ৫০০ টাকা

আমরা পাই,

৫০০ টাকার ৩ বৎসরের সুদ ৬০ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৬০}{৫০০ \times ৩}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{৬০ \times ১০০}{৫০০ \times ৩}$ "

$= ৪$ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৪%।

উত্তর : ৪%।

৬। **প্রতি হেক্টর জমির বাৎসরিক খাজনা ২৪৬ টাকা হলে ১২ হেক্টর ৩৫ এয়র জমির সাড়ে তিন বৎসরের খাজনা (কোন সুদ ধরা না হলে) কত হবে?**

[১০-তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

১ হেক্টর = ১০০ এয়র

$\therefore$ ১২ হেক্টর ৩৫ এয়র = ১২.৩৫ হেক্টর

১ হেক্টরের খাজনা = ২৪৬ টাকা

১২.৩৫ " " $= ১২.৩৫ \times ২৪৬ = ৩০৩৮.১০$ টাকা।

সাড়ে তিন বৎসরের খাজনা $= ৩০৩৮.১০$ টাকা $\times ৩\frac{১}{২} = ৩০৩৮.১৯ \times \frac{৭}{২}$

$= ১০৬৩৩.৩৫$ টাকা

উত্তর : ১০৬৩৩.৩৫ টাকা।

সুদ সংক্রান্ত

গাণিতিক অনুশীলন :

১। **শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সুদে ৬৪০ টাকার ২ বৎসর ৬ মাসের সুদ কত?**

সমাধান ঃ

২ বৎসর ৬ মাস $= ২\frac{৬}{১২}$ বৎসর $= \frac{৫}{২}$ বৎসর

৫ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $= ৫$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৫}{১০০}$ "

$\therefore$ ১ " $\frac{৫}{২}$ " " $= \frac{৫ \times ৫}{১০০ \times ২}$ "

$\therefore$ ৬৪০ " $\frac{৫}{২}$ " " $= \frac{৫ \times ৬৪০ \times ৫}{১০০ \times ২} = ৮০$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদ ৮০ টাকা।

২। **শতকরা বার্ষিক $৬\frac{১}{৪}$ টাকা হার সুদে ১৮০০ টাকার ৩ বৎসর ৪ মাসের সুদ কত?**

সমাধান ঃ ৩ বৎসর ৪ মাস $= ৩\frac{৪}{১২}$ বছর $= \frac{১০}{৩}$ বৎসর।

$৬\frac{১}{৪}$ টাকা বা $\frac{২৫}{৪}$ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $= \frac{২৫}{৪}$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{২৫}{৪ \times ১০০}$ "

$\therefore$ ১ " $\frac{১০}{৩}$ " " $= \frac{২৫ \times ১০}{৪ \times ১০০ \times ৩}$ "

$\therefore$ ১৮০০ " $\frac{১০}{৩}$ " " $= \frac{২৫ \times ১৮০০ \times ১০}{৪ \times ১০০ \times ৩}$ টাকা

$= ৩৭৫$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদ = ৩৭৫ টাকা।

৩। **সুদের হার ৭ টাকা হলে ৬৫০ টাকার ৬ বৎসরের সুদ কত?**

সমাধান ঃ

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $= ৭$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৭}{১০০}$ টাকা

$\therefore$ ৬৫০ " ৬ " " $= \frac{৭ \times ৬৫০ \times ৬}{১০০}$ টাকা

$= ২৭৩$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদ ২৭৩ টাকা।

৪। **শতকরা বার্ষিক ১৫ টাকা হার সুদে ৮০০০ টাকার ৬ মাসের সুদ কত?**

সমাধান :

ঐকিক নিয়মে ঃ

এখানে সময় ৬ মাস $= \frac{১}{২}$ বছর।

১০০ টাকার ১ বছরে সুদ ১৫ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $\frac{১৫}{১০০}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১০৩

$\therefore$ ৮০০০ " $\frac{১}{২}$ " " $\frac{১৫ \times ৮০০০}{১০০} \times \frac{১}{২}$ "

= ৬০০ টাকা।

সূত্রের সাহায্যে ঃ

এখানে P = ৮০০০ টাকা

$r = ১৫\% = \frac{১৫}{১০০}$

$n = \frac{১}{২}$ বছর।

অতএব, I = Pnr টাকা

$= ৮০০০ \times \frac{১৫}{১০০} \times \frac{১}{২}$ টাকা

= ৬০০ টাকা।

আসল / মূলধন সংক্রান্ত

গাণিতিক অনুশীলন :

৫। শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হার সুদে কত টাকার ৬ বৎসরের সুদ ৮৪ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = ৪ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৬ " " = ৪ × ৬ = ২৪ টাকা।

২৪ টাকা সুদ হলে আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " = $\frac{১০০}{২৪}$ "

$\therefore$ ৮৪ " " " " = $\frac{১০০ \times ৮৪}{২৪}$ " = ৩৫০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় টাকার পরিমাণ ৩৫০ টাকা।

৬। শতকরা বার্ষিক ১২$\frac{১}{২}$ টাকা হার সুদে কত টাকার ৫ বৎসরের সুদ ৫০০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

১২$\frac{১}{২}$ টাকা বা $\frac{২৫}{২}$ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = $\frac{২৫}{২}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৫ " " = $\frac{২৫ \times ৫}{২}$

= $\frac{১২৫}{২}$ টাকা

অতএব,

$\frac{১২৫}{২}$ টাকা সুদ হলে আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " = $\frac{১০০ \times ২}{১২৫}$ "

$\therefore$ ৫০০ " " " " = $\frac{১০০ \times ২ \times ৫০০}{১২৫}$ " = ৮০০ টাকা

৭। বার্ষিক শতকরা ৪ টাকা হার সুদে কত টাকা ৬ বৎসরে সুদে মূলে ৪৩৪.০০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

৪ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = ৪ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৬ " " = ৪ × ৬ টাকা = ২৪ টাকা।

সুদমূল = সুদ + মূল = (২৪ + ১০০) টাকা = ১২৪ টাকা

১২৪ টাকা সুদমূল হলে আসল = ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " = $\frac{১০০}{১২৪}$ "

$\therefore$ ৪৩৪.০০ " " " " = $\frac{১০০ \times ৪৩৪.০০}{১২৪}$ "

= ৩৫০.০০ টাকা

উত্তর : ৩৫০ টাকা।

৮। বার্ষিক ৩% হার সুদে কত টাকা ৫ বৎসরে সুদে-মূলে ৮০৫ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

৩% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৩ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৫ " " = ৩ × ৫ "

= ১৫ টাকা

সুদাসল = সুদ + আসল

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

বা, সুদাসল = (১৫ + ১০০) টাকা = ১১৫ টাকা

১১৫ টাকা সুদাসল হলে আসল = ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{১১৫}$ "

$\therefore$ ৮০৫ " " " " $= \frac{১০০ \times ৮০৫}{১১৫}$ "

= ৭০০ টাকা

উত্তর : ৭০০ টাকা।

৯। বার্ষিক $১২\frac{১}{২}$% হার সুদে ৮০০ টাকার ৫ বৎসরে যে সুদ হয়, বার্ষিক ৪% হার সুদে কত টাকার ১০ বৎসরের সুদ তত হবে?

সমাধান ঃ

$১২\frac{১}{২}$% বা $\frac{২৫}{২}$% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $= \frac{২৫}{২}$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{২৫}{২ \times ১০০}$ "

$\therefore$ ৮০০ " ৫ " " $= \frac{২৫ \times ৮০০ \times ৫}{২ \times ১০০}$ টাকা

= ৫০০ টাকা

আবার, ৪% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৪ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ১০ " " = ৪ × ১০ = ৪০ টাকা

৪০ টাকা সুদ হলে আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{৪০}$ "

$\therefore$ ৫০০ " " " " $= \frac{১০০ \times ৫০০}{৪০}$ টাকা = ১২৫০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় টাকার পরিমাণ ১২৫০ টাকা।

১০। বার্ষিক ৩% হার সুদে ২৫০ টাকার ৬ বৎসরে যত সুদ হবে, বার্ষিক ৫% হার সুদে কত টাকার ৪ বৎসরে তত সুদ হবে?

সমাধান ঃ

৩% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৩ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৩}{১০০}$ "

$\therefore$ ২৫০ " ৬ " " $= \frac{৩ \times ২৫০ \times ৬}{১০০}$ টাকা

= ৪৫ টাকা

আবার, ৫% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৫ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৪ " " = ৪ × ৫ " = ২০ টাকা

২০ টাকা সুদ হলে আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{২০}$ "

$\therefore$ ৪৫ " " " " $= \frac{১০০ \times ৪৫}{২০}$ " = ২২৫ টাকা

উত্তর : ২২৫ টাকা।

১১। শতকরা বার্ষিক ৬ টাকা হার সুদে ৯৫০ টাকার ৮ বৎসরে যত সুদ হয়, বার্ষিক $৭\frac{১}{২}$% হার সুদে কত টাকার ১৯ বৎসরে তত সুদ হবে?

সমাধান ঃ

৬ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = ৬ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৬}{১০০}$ "

$\therefore$ ৯৫০ " ৮ " " $= \frac{৬ \times ৯৫০ \times ৮}{১০০}$ " = ৪৫৬ টাকা

আবার, $৭\frac{১}{২}$% বা $\frac{১৫}{২}$% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $\frac{১৫}{২}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ১৯ " " $= \frac{১৫ \times ১৯}{২}$ "

$= \frac{২৮৫}{২}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\frac{২৮৫}{২}$ টাকা সুদ হলে আসল =১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০ \times ২}{২৮৫}$ "

$\therefore$ ৪৫৬ " " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ৪৫৬}{২৮৫} = ৩২০$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় আসল ৩২০ টাকা।

উত্তর : ৩২০ টাকা।

১২। বার্ষিক সুদের হার ৪% হতে $৩\frac{৩}{৪}\%$ এ কমে যাওয়ায় এক ব্যক্তির আয় ৬০ টাকা কমে গেল। তার মূলধন কত?

সমাধান ঃ

সুদের হার $\left(৪\% - ৩\frac{৩}{৪}\%\right) = \frac{১}{৪}\%$ কমে যাওয়ায়,

$\frac{১}{৪}$ টাকা আয় কমে ১০০ টাকায়

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১০০ \times ৪}{১}$ "

$\therefore$ ৬০ " " " $= \frac{১০০ \times ৪ \times ৬০}{১}$ টাকায় = ২৪০০০ টাকায়

১৩। শতকরা বার্ষিক ৮ টাকা হার সুদে ক খ– কে ৫০০ টাকা এবং গ– কে কিছু টাকা ধার দেয়। চার বৎসর পরে ক সর্বসমেত ২১০ টাকা সুদ পেলে ক, গ–কে কত ধার দিয়েছিল?

সমাধান ঃ

৮ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৮ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৮}{১০০}$ "

$\therefore$ ৫০০ " ৪ " " $= \frac{৮ \times ৪ \times ৫০০}{১০০}$ "

= ১৬০ টাকা

ক, খ–এর নিকট হতে ১৬০ টাকা সুদ পেল।

সুতরাং, গ–এর নিকট হতে সুদ পায় = (২১০ – ১৬০) টাকা = ৫০ টাকা।

১৬০ টাকা সুদ পাওয়া যায় ৫০০ টাকায়

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{৫০০}{১৬০}$ "

$\therefore$ ৫০ " " " " $= \frac{৫০০ \times ৫০}{১৬০}$ "

$= \frac{৬২৫}{৪}$ টাকায় = ১৫৬.২৫ টাকা

১৪। সুদের হার ৮% থেকে কমে ৬% হওয়াতে রহিমের আয় ৫ বছরে ৭৭.৫০ টাকা কমে গেল। তার আসল কত ছিল?

সমাধান ঃ

সুদের হার কমে (৮ – ৬)% = ২%

১০০ টাকায় ১ বছরে সুদ কমে ২ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৫ " " " = ২ × ৫ "

= ১০ টাকা

$\therefore$ ১০ টাকা সুদ কমে ১০০ টাকায়

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১০০}{১০}$ "

$\therefore$ ৭৭.৫০ " " " $= \frac{১০০ \times ৭৭.৫০}{১০}$ "

= ১০×৭৭.৫০ টাকা

= ৭৭৫.০০ টাকা

$\therefore$ নির্ণেয় আসল ৭৭৫ টাকা।

১৫। যে হারে ৪৫০ টাকা ৪ বছরে সুদে–আসলে ৫০৪ টাকা হয়, সেই হার সুদে কত টাকা ৫ বছরে সুদে–আসলে ৫৭৫ টাকা হয়?

সমাধান ঃ

সুদ = সুদাসল – আসল

বা, সুদ = (৫০৪ – ৪৫০) টাকা = ৫৪ টাকা

৪৫০ টাকার ৪ বছরের সুদ ৫৪ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৫৪}{৪৫০ \times ৪}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{৫৪ \times ১০০}{৪৫০ \times ৪}$ "

= ৩ টাকা

আবার,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০০ টাকা ১ বছরের সুদ ৩ টাকা

∴ ১০০ " ৫ " " = ৩ × ৫ "

= ১৫ টাকা

সুদাসল = সুদ + আসল = ১১৫ টাকা

∴ সুদাসল ১১৫ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{১১৫}$ "

∴ " ৫৭৫ " " " = $\frac{১০০ \times ৫৭৫}{১১৫}$ "

= ৫০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় আসল ৫০০ টাকা।

১৬। সুদের হার ৮% থেকে বেড়ে ১০% হওয়াতে জলিলের আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে গেল। তার মূলধন কত ছিল?

সমাধান ঃ

সুদের হার বাড়ে (১০ − ৮)% = ২%

১০০ টাকায় ১ বছরে সুদ বাড়ে ২ টাকা

∴ ১০০ " ৪ " " " = ২ × ৪ টাকা

= ৮ টাকা

জলিলের আয় ৮ টাকা বৃদ্ধি পায় ১০০ টাকায়

∴ " " ১ " " " = $\frac{১০০}{৮}$ "

∴ " " ১২৮ " " " = $\frac{১০০ \times ১২৮}{৮}$ "

= ১৬০০ টাকায়

অতএব, নির্ণেয় জলিলের মূলধন ছিল ১৬০০ টাকা।

১৭। শতকরা ৬ টাকা হার সুদে ৫০০ টাকার ৪ বছরের সুদ যত হয়, শতকরা ৫ টাকা হার সুদে কত টাকার $৪\frac{১}{২}$ বছরের সুদ তত হবে?

সমাধান ঃ

৬ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৬ টাকা

∴ ১ " ১ " " = $\frac{৬}{১০০}$ "

∴ ৫০০ " ৪ " " = $\frac{৬ \times ৫০০ \times ৪}{১০০}$ "

= ১২০ টাকা

আবার, ৫ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৫ টাকা

∴ ১০০ " $৪\frac{১}{২}$ বছর বা $\frac{৯}{২}$ বছরের সুদ = $\left(৫ \times \frac{৯}{২}\right)$ টাকা

= $\frac{৪৫}{২}$ টাকা

$\frac{৪৫}{২}$ টাকা সুদ হয় ১০০ টাকায়

∴ ১ " " " = $\frac{১০০ \times ২}{৪৫}$ "

∴ ১২০ " " " = $\frac{১০০ \times ২ \times ১২০}{৪৫}$ "

= $\frac{১৬০০}{৩}$ টাকা

= $৫৩\frac{১}{৩}$ টাকা

∴ নির্ণেয় আসল ৫৩৩.৩৩ টাকা।

১৮। শতকরা বার্ষিক যে হারে কোন মূলধন ৬ বছরে সুদে মূলে দ্বিগুণ হয়, সেই হারে কত টাকা ৪ বছরে সুদে-মূলে ২০৫০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,

আসল বা মূল ১০০ টাকা

∴ সুদে-মূলে দ্বিগুণ = (১০০ × ২) টাকা = ২০০ টাকা

∴ সুদ = (২০০ − ১০০) টাকা = ১০০ টাকা

অতএব,

১০০ টাকার ৬ বছরের সুদ ১০০ টাকা

∴ ১০০ " ১ " " = $\frac{১০০}{৬}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১০০ " ৪ " " $= \frac{১০০ \times ৪}{৬}$ টাকা

$= \frac{২০০}{৩}$ টাকা

সুদাসল $= \frac{২০০}{৩}$ টাকা + ১০০ টাকা

$= \frac{২০০ + ৩০০}{৩}$ টাকা

$= \frac{৫০০}{৩}$ টাকা

সুদাসল $\frac{৫০০}{৩}$ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

" ১ " " " $= \frac{১০০ \times ৩}{৫০০}$ "

" ২০৫০ " " " $= \frac{১০০ \times ৩ \times ২০৫০}{৫০০}$ "

= ১২৩০ টাকা

$\therefore$ নির্ণেয় আসল বা মূল ১২৩০ টাকা।

১৯। বার্ষিক শতকরা ৪ টাকা হার সুদে কত টাকার ১৫ বছরের সুদ ৩৯০ টাকা হবে?

সমাধান :

ঐকিক নিয়মে ঃ

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৪ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ১৫ " " ১৫ × ৪ টাকা বা ৬০ টাকা

সুতরাং ৬০ টাকা সুদ হলে আসল হয় ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " " $\frac{১০০}{৬০}$ "

$\therefore$ ৩৯০ " " " " $\frac{১০০ \times ৩৯০}{৬০}$ " = ৬৫০ টাকা।

$\therefore$ নির্ণেয় আসল ৬৫০ টাকা।

সূত্রের সাহায্যে ঃ

I = Pnr সূত্র থেকে পাওয়া

$P = \frac{I}{nr}$

এখানে I = ৩৯০ টাকা

$r = ৪\% = \frac{৪}{১০০}$

n = ১৫ বছর।

$\therefore P = \frac{৩৯০}{\frac{৪}{১০০} \times ১৫}$ টাকা

$= \frac{৩৯০ \times ১০০}{৪ \times ১৫}$ টাকা = ৬৫০ টাকা।

২০। শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হার সুদে কত টাকা ১৫ বছরে সুদে-আসলে ১০৪০ টাকা হবে?

সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৪ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ১৫ " " ১৫ × ৪ = ৬০ টাকা

অর্থাৎ, ১৫ বছরে ১০০ টাকা সুদে-আসলে ১৬০ টাকা হয়।

এখন, ১৬০ টাকা সুদ-আসল হয় যখন আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " " " $\frac{১০০}{১৬০}$ "

$\therefore$ ১০৪০ " " " " " " $\frac{১০০ \times ১০৪০}{১৬০}$ টাকা

বা ৬৫০ টাকা।

$\therefore$ নির্ণেয় আসল = ৬৫০ টাকা।

২১। শতকরা বার্ষিক ৩.২০ টাকা হার সুদে কত টাকার ৩ বছর ৩ মাসের সুদ ৫২ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

৩ বছর ৩ মাস = $৩\frac{৩}{১২} = \frac{১৩}{৪}$ বছর

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৩.২০ টাকা

$\therefore$ ১০০ " $\frac{১৩}{৪}$ " " $= \frac{৩.২০ \times ১৩}{৪}$ টাকা = ১০.৪০ টাকা

১০.৪০ টাকা সুদ হলে আসল = ১০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{১০.৪০}$ "

$\therefore$ ৫২ " " " " $= \frac{১০০ \times ৫২ \times ১০০}{১০৪০}$ বা ৫০০ টাকা।

অতএব নির্ণেয় টাকার পরিমাণ = ৫০০ টাকা

২২। **বার্ষিক ৫% হার সুদে কত টাকার দৈনিক সুদ ২০ পয়সা হবে?**

সমাধান ঃ

১ দিনের সুদ = ০.২০ টাকা

১ বছর বা ৩৬৫ দিনের সুদ = .২০ × ৩৬৫ টাকা = ৭৩.০০ টাকা

৫ টাকা সুদ হয় = ১০০ টাকায়

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১০০}{৫}$ "

$\therefore$ ৭৩ " " " $= \frac{১০০ \times ৭৩}{৫}$ টাকা = ১৪৬০ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় টাকার পরিমাণ = ১৪৬০ টাকা।

২৩। **ক, খ-কে কিছু টাকা ধার দিয়ে প্রতি বছরে মূলধনের $\frac{১}{৮}$ অংশ সুদ পায়। ৫ বছর পরে সুদে-মূলে তা আদায় করে সমস্ত টাকা গ-কে ধার দেয় এবং ১ বছর পরে গ-এর নিকট হতে ৫% হার সুদে ২০৩১.২৫ টাকা সুদ পায়। ক, খ-কে কত টাকা ধার দিয়েছিল?**

সমাধান ঃ

৫ টাকা সুদ হলে আসল = ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{৫}$ "

$\therefore$ ২০৩১.২৫ " " " " $= \frac{১০০ \times ২০৩১২৫}{৫ \times ১০০} = ৪০৬২৫$ টাকা

গ-এর কাছে ৪০৬২৫ টাকা ধার দিয়েছিল অর্থাৎ খ-এর নিকট হতে সুদে মূলে ৪০৬২৫ টাকা পায়।

মনে করি, ক, খ-কে ১০০ টাকা ধার দেয়।

তাহলে প্রতি বছর সুদ ১০০ টাকার $\frac{১}{৮} = \frac{২৫}{২}$ টাকা।

সুতরাং, ৫ বছরের সুদ $= \frac{২৫}{২} \times ৫$ টাকা $= \frac{১২৫}{২}$ টাকা

$\therefore$ সুদ-আসল $= ১০০$ টাকা $+ \frac{১২৫}{২}$ টাকা

$= \frac{২০০ + ১২৫}{২}$ টাকা $= \frac{৩২৫}{২}$ টাকা

সুদ-আসল $\frac{৩২৫}{২}$ টাকা হলে আসল = ১০০ টাকা

$\therefore$ " " ১ " " " $= \frac{১০০ \times ২}{৩২৫}$ টাকা

$\therefore$ " " ৪০৬২৫ " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ৪০৬২৫}{৩২৫}$ টাকা

$= (৩১২৫ \times ৮)$ টাকা = ২৫০০০ টাকা

২৪। **কোন মূলধন ৪ বছরের জন্য ধার দেওয়া হয় এবং সুদের হার প্রথম ২ বছরের জন্য ৫% ও শেষ ২ বছরের জন্য ৪% নির্দিষ্ট করা হয়। ৪ বছর পরে ঐ মূলধন সুদে-মূলে ১৪১৬ টাকা হলে, মূলধন কত ছিল?**

সমাধান ঃ

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৫ টাকা

১০০ " ১ম ২ " " $= ৫ \times ২ = ১০$ টাকা

১০০ " ১ বছরের সুদ = ৪ টাকা

১০০ " শেষ ২ " " $= ৪ \times ২$ টাকা = ৮ টাকা

মোট সুদ = (১০ + ৮) টাকা = ১৮ টাকা

সুদে-মূলে (১০০ + ১৮) টাকা = ১১৮ টাকা হলে মূলধন = ১০০ টাকা

" ১ " " " $= \frac{১০০}{১১৮}$ "

" ১৪১৬ " " " $= \frac{১০০ \times ১৪১৬}{১১৮}$

$= ১২০০$ টাকা।

অতএব নির্ণেয় মূলধন ১২০০ টাকা

২৫. **শতকরা বার্ষিক ৬ টাকা হার সুদে কত টাকা ব্যাংকে গচ্ছিত রাখলে দৈনিক ৬০ টাকা করে সুদ পাওয়া যাবে?**

সমাধান : আমরা জানি, ১ বছর = ৩৬৫ দিন।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০০ টাকার ৩৬৫ দিনের সুদ ৬ টাকা

∴ ১০০ " ১ " " $\frac{৬}{৩৬৫}$ "

$\frac{৬}{৩৬৫}$ টাকা সুদ হয় যখন গচ্ছিত থাকে ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " $\frac{১০০ \times ৩৬৫}{৬}$ "

∴ ৬০ " " " " " $\frac{১০০ \times ৩৬৫ \times ৬০}{৬}$ " বা, ৩৬৫০০০ টাকা

∴ নির্ণেয় টাকার পরিমাণ ৩৬৫০০০ টাকা।

সুদের হার সংক্রান্ত

গাণিতিক অনুশীলন :

২৬। শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ১২০০ টাকার ৩ বৎসরের সুদ ২১৬ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

১২০০ টাকার ৩ বৎসরের সুদ ২১৬ টাকা

∴ ১২০০ " ১ " " $= \frac{২১৬}{৩}$ "

∴ ১ " ১ " " $= \frac{২১৬}{১২০০ \times ৩}$ "

∴ ১০০ " ১ " " $= \frac{২১৬ \times ১০০}{১২০০ \times ৩}$ " = ৬ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৬%।

২৭। শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে যে কোন মূলধন ৫ বৎসরে সুদ–মূলে দ্বিগুণ হয় ? একই হার সুদে কত বৎসরে উহা তিনগুণ হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,

আসল = ১০০ টাকা।

সুদে মূলে আসলের দ্বিগুণ হলে সুদমূল = (১০০ × ২) টাকা

= ২০০ টাকা

সুদ = সুদমূল – মূল

বা, সুদ = (২০০ – ১০০) টাকা = ১০০ টাকা

১০০ টাকার ৫ বৎসরের সুদ = ১০০ টাকা

∴ ১০০ " ১ " " $= \frac{১০০}{৫}$ " = ২০ টাকা

অতএব, সুদের হার = ২০%

আবার,

সুদে মূলে আসলের তিনগুণ হলে সুদমূল = (১০০ × ৩) টাকা

= ৩০০ টাকা

সুদ = সুদমূল – মূল

সুদ = (৩০০ – ১০০) টাকা = ২০০ টাকা

আমরা পাই,

২০ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

∴ ১ " " " $= \frac{১}{২০}$ "

২০০ " " " $= \frac{১ \times ২০০}{২০}$ "

= ১০ বছরে

অতএব,

নির্ণেয় সময় ১০ বছর।

সুদের হার ২০%।

২৮। একই হার সুদে ৬৫০ টাকার ৩ বৎসরের সুদ এবং ৪০০ টাকার ৮ বৎসরের সুদ একত্রে ৩৬০.৫০ টাকা হলে শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত?

সমাধান ঃ

৬৫০ টাকার ৩ বৎসরের সুদ= (৬৫০ ×৩) = ১৯৫০ টাকার ১ বৎসরের সুদ

৪০০ " ৮ " " = (৪০০ ×৮) = ৩২০০ " ১ " "

∴ বার্ষিক হিসেবে মোট টাকা = (১৯৫০ + ৩২০০) টাকা = ৫১৫০ টাকা

প্রশ্নমতে,

৫১৫০ টাকার ১ বৎসরের সুদ = ৩৬০.৫০ টাকা

∴ ১ " ১ " " $= \frac{৩৬০.৫০}{৫১৫০}$ "

∴ ১০০ " ১ " " $= \frac{৩৬০.৫০ \times ১০০}{৫১৫০}$ " = ৭ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৭%।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২৯। শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৫ বৎসরের সুদ, আসলের $\frac{১}{৫}$ অংশ হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,
আসল = ৫ টাকা

$\therefore$ ৫ বৎসরে সুদ = ৫ টাকা এর $\frac{১}{৫}$

= ১ টাকা।

$\therefore$ ৫ টাকার ৫ বৎসরে সুদ ১ টাকা

বা, ৫ " ১ " " $= \frac{১}{৫}$ টাকা

বা, ১ " ১ " " $= \frac{১}{৫\times৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{১ \times ১০০}{৫ \times ৫}$ "

= ৪ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৪% টাকা।

৩০। বার্ষিক ৪% হার সুদে ৫৫০ টাকা এবং বার্ষিক ৮% হার সুদে ৭০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের উপর গড়ে শতকরা বার্ষিক কত সুদ পাওয়া যাবে?

সমাধান ঃ

৪% হারে,
১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৪ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৪}{১০০}$ "

$\therefore$ ৫৫০ " ১ " " $= \frac{৪ \times ৫৫০}{১০০}$ " = ২২ টাকা

আবার, ৮% হারে,
১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৮ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৮}{১০০}$ "

$\therefore$ ৭০০ " ১ " " $= \frac{৮ \times ৭০০}{১০০} = ৫৬$ টাকা

মোট মূলধন = (৫৫০ + ৭০০) টাকা = ১২৫০ টাকা

মোট সুদ = (২২ + ৫৬) টাকা = ৭৮ টাকা
১২৫০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৭৮ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৭৮}{১২৫০}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{৭৮ \times ১০০}{১২৫০}$ "

$= \frac{১৫৬}{২৫}$ টাকা $= ৬\frac{৬}{২৫}$ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় গড় সুদের হার $৬\frac{৬}{২৫}\%$।

৩১। কোন আসল ৫ বৎসরের সুদসহ ৩০৬ টাকা এবং সুদ আসলের $\frac{৯}{২৫}$ অংশ। আসল এবং শতকরা সুদের হার নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি,
আসল ২৫ টাকা

$\therefore$ সুদ = (২৫ এর $\frac{৯}{২৫}$) টাকা = ৯ টাকা

সুদাসল = সুদ + আসল
বা, সুদাসল = (৯ + ২৫) টাকা = ৩৪ টাকা
সুদাসল ৩৪ টাকা হলে আসল ২৫ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " $= \frac{২৫}{৩৪}$ "

$\therefore$ " ৩০৬ " " " $= \frac{২৫\times৩০৬}{৩৪}$ " = ২২৫ টাকা

$\therefore$ সুদ = সুদাসল – আসল
= (৩০৬ – ২২৫) টাকা = ৮১ টাকা

২২৫ টাকার ৫ বছরের সুদ ৮১ টাকা

$\therefore$ ১ " ৫ " " $= \frac{৮১}{২২৫}$ "

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৮১}{২২৫\times৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{৮১\times১০০}{২২৫\times৫}$ " $= \frac{৩৬}{৫}$ " $= ৭\frac{১}{৫}$ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অতএব, নির্ণেয় আসল ২২৫ টাকা।

নির্ণেয় সুদের হার $৭\frac{১}{৫}\%$।

৩২। কোন আসল ৩ বৎসরে সুদে আসলে ৪৬০ টাকা এবং ৫ বৎসরে সুদে আসলে ৫০০ টাকা হয়, শতকরা সুদের হার নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

আসল + ৫ বৎসরের সুদ = ৫০০ টাকা
আসল + ৩ বৎসরের সুদ = ৪৬০ টাকা

(বিয়োগ) ২ বৎসরের সুদ = ৪০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৪০}{২}$ "

$\therefore$ ৩ " " $= \frac{৪০ \times ৩}{২}$ " = ৬০ টাকা

অতএব, আসল + ৩ বছরের সুদ = ৪৬০ টাকা
বা, আসল + ৬০ টাকা = ৪৬০ টাকা
বা, আসল = ৪৬০ টাকা − ৬০ টাকা
$\therefore$ আসল = ৪০০ টাকা

৪০০ টাকার ৩ বৎসরের সুদ = ৬০ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৬০}{৪০০ \times ৩}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " " $= \frac{৬০ \times ১০০}{৪০০ \times ৩}$ " = ৫ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৫%।

৩৩। কোন আসল টাকার ৩ বৎসরের সুদ, আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ হলে সুদের হার কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,
আসল = ৮ টাকা।

$\therefore$ ৩ বৎসরের সুদ = ৮ টাকার $\frac{৩}{৮}$ = ৩ টাকা

৮ টাকার ৩ বৎসরের সুদ = ৩ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৩}{৩ \times ৮}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{৩ \times ১০০}{৩ \times ৮}$ "

$= \frac{২৫}{২}$ টাকা = $১২\frac{১}{২}$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার $১২\frac{১}{২}\%$।

৩৪। শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে $৬\frac{১}{৪}$ বৎসরের সুদ, আসলের $\frac{৫}{১৬}$ অংশ হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,
আসল = ১৬ টাকা

সুতরাং, সুদ = ১৬ টাকার $\frac{৫}{১৬}$ টাকা

= ৫ টাকা

$৬\frac{১}{৪}$ বছর = $\frac{২৫}{৪}$ বছর

১৬ টাকার $\frac{২৫}{৪}$ বৎসরের সুদ ৫ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৫ \times ৪}{১৬ \times ২৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{৫ \times ৪ \times ১০০}{১৬ \times ২৫}$ " = ৫ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৫%।

৩৫। কোন আসল ৫ বছরে সুদে-আসলে ৫৫০ টাকা হয় এবং সুদ-আসলের $\frac{৩}{৮}$ অংশ। আসল এবং শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, আসল ৮ টাকা

$\therefore$ সুদ = $\left(৮ \text{ এর } \frac{৩}{৮}\right)$ টাকা = ৩ টাকা

সুদ + আসল = সুদাসল
৩ + ৮ = ১১ টাকা
সুদাসল ১১ টাকা হলে আসল ৮ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " $= \frac{৮}{১১}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ " ৫৫০ " " " $= \frac{৮ \times ৫৫০}{১১}$ " = ৪০০ টাকা

অর্থাৎ, আসল ৪০০ টাকা।

আবার,

সুদ = সুদাসল – আসল

বা, সুদ = (৫৫০ – ৪০০) টাকা = ১৫০ টাকা

৪০০ টাকার ৫ বছরের সুদ ১৫০ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{১৫০}{৪০০ \times ৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{১৫০ \times ১০০}{৪০০ \times ৫} = ৭\frac{১}{২}$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার $৭\frac{১}{২}$ %।

৩৬। কোন আসল ৩ বছরে সুদে–আসলে ১৪৫২ টাকা এবং ৫ বছরে সুদে–আসলে ১৬২০ টাকা হয়, আসল ও সুদের হার বের করুন।

সমাধান ঃ

আসল + ৫ বছরের সুদ = ১৬২০ টাকা

আসল + ৩ বছরের সুদ = ১৪৫২ টাকা

(বিয়োগ) ২ বছরের সুদ = ১৬৮ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{১৬৮}{২}$ "

$\therefore$ ৫ " " $= \frac{১৬৮ \times ৫}{২}$ " = ৪২০ টাকা

সুতরাং, আসল + ৫ বছরের সুদ = ১৬২০ টাকা

বা, আসল + ৪২০ টাকা = ১৬২০ টাকা

বা, আসল = ১৬২০ টাকা – ৪২০ টাকা

$\therefore$ আসল = ১২০০ টাকা

১২০০ টাকার ৫ বছরের সুদ ৪২০ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৪২০}{১২০০ \times ৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{৪২০ \times ১০০}{১২০০ \times ৫}$ " = ৭ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৭% এবং আসল ১২০০ টাকা।

৩৭। ৮% হার সুদে ৭৫০ টাকা এবং ৬% হার সুদে ১২৫০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের উপর গড়ে শতকরা কত হারে সুদ পাওয়া যাবে?

সমাধান ঃ ৮% হারে,

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৮ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৮}{১০০}$ "

$\therefore$ ৭৫০ " ১ " " $= \frac{৮ \times ৭৫০}{১০০}$ " = ৬০ টাকা

আবার, ৬% হারে,

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৬ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৬}{১০০}$ "

$\therefore$ ১২৫০ " ১ " " $= \frac{৬ \times ১২৫০}{১০০}$ " = ৭৫ টাকা

$\therefore$ মোট আসল = (৭৫০ + ১২৫০) টাকা = ২০০০ টাকা

মোট সুদ = (৬০ + ৭৫) টাকা = ১৩৫ টাকা

আমরা পাই,

২০০০ টাকার ১ বছরের সুদ ১৩৫ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{১৩৫}{২০০০}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{১৩৫ \times ১০০}{২০০০}$ " $= \frac{২৭}{৪}$ টাকা $= ৬\frac{৩}{৪}$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার $৬\frac{৩}{৪}$%।

৩৮। শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৭০০ টাকার ৫ বৎসরের সুদ ১০৫ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

৭০০ টাকার ৫ বৎসরের সুদ ১০৫ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{১০৫}{৭০০ \times ৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " ১ " " $= \frac{১০৫ \times ১০০}{৭০০ \times ৫}$ " = ৩ টাকা

অতএব, নির্ণেয় সুদের হার ৩%।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

সময় সংক্রান্ত

গাণিতিক অনুশীলন :

৩৯। শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সুদে ৪০০ টাকার সুদ কত বৎসরে ১০০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

৫ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৫ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৫}{১০০}$ "

$\therefore$ ৪০০ " ১ " " $= \frac{৫ \times ৪০০}{১০০}$ " = ২০ টাকা।

সুতরাং,

২০ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{২০}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " $= \frac{১ \times ১০০}{২০}$ " = ৫ বছরে

অতএব, নির্ণেয় সময় ৫ বছর।

৪০। শতকরা বার্ষিক $৬\frac{১}{৪}$ টাকা হার সুদে কত বৎসরে ২০০ টাকা সুদে-আসলে ২৫০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

সুদ = সুদাসল − আসল

বা, সুদ = (২৫০ − ২০০) টাকা = ৫০ টাকা

$৬\frac{১}{৪}$% বা $\frac{২৫}{৪}$% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $\frac{২৫}{৪}$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{২৫}{৪ \times ১০০}$ "

$\therefore$ ২০০ " ১ " " $= \frac{২৫ \times ২০০}{৪ \times ১০০}$ " $= \frac{২৫}{২}$ টাকা

সুতরাং,

$\frac{২৫}{২}$ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১ \times ২}{২৫}$ "

$\therefore$ ৫০ " " " $= \frac{১ \times ২ \times ৫০}{২৫}$ " = ৪ বছরে

অতএব, নির্ণেয় সময় ৪ বছর।

৪১। সুদের হার শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হলে কত সময়ে ৪০০০ টাকা সুদে-আসলে ৪৪০০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

সুদ = সুদাসল − আসল

বা, সুদ = (৪৪০০ − ৪০০০) টাকা = ৪০০ টাকা

৪% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৪ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৪}{১০০}$ "

$\therefore$ ৪০০০ " ১ " " $= \frac{৪ \times ৪০০০}{১০০}$ " = ১৬০ টাকা

সুতরাং,

১৬০ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{১৬০}$ "

$\therefore$ ৪০০ " " " $= \frac{১ \times ৪০০}{১৬০}$ " $= \frac{৫}{২}$ বছর $= ২\frac{১}{২}$ বছর

অতএব, নির্ণেয় সময় $২\frac{১}{২}$ বছর ।

৪২। কিছু টাকা $৪\frac{১}{২}$% হার সুদে ১০ বৎসরে সুদ-আসলে ২৯৭২.৫০ টাকা হয়। কত বৎসরে উহা সুদ-আসলে ৪৩৫৬.২৫ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

$৪\frac{১}{২}$% বা $\frac{৯}{২}$% হারে

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ $\frac{৯}{২}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ১০ " " $= \frac{৯}{২} \times ১০$ " = ৪৫ টাকা

সুদাসল = সুদ + আসল

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, সুদাসল = (৪৫ + ১০০) টাকা = ১৪৫ টাকা

সুদ–আসল ১৪৫ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " $= \frac{১০০}{১৪৫}$ "

$\therefore$ " ২৯৭২.৫০ " " " $= \frac{১০০ \times ২৯৭২.৫০}{১৪৫}$ " = ২০৫০ টাকা

আবার,

সুদ = সুদাসল -- আসল

= (২৯৭২.৫০ – ২০৫০) টাকা = ৯২২.৫০ টাকা

সুদে–আসলে ৪৩৫৬.২৫ এর ক্ষেত্রে আমরা পাই,

সুদ = সুদাসল – আসল

= (৪৩৫৬.২৫ – ২০৫০) টাকা = ২৩০৬.২৫ টাকা

সুতরাং,

৯২২.৫০ টাকা সুদ হয় ১০ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১০}{৯২২.৫০}$ "

$\therefore$ ২৩০৬.২৫ " " " $= \frac{১০ \times ২৩০৬.২৫}{৯২২.৫০}$ " = ২৫ বছরে

অতএব, নির্ণেয় সময় ২৫ বছর।

৪৩। শতকরা বার্ষিক $৬\frac{১}{৪}$ টাকা হার সুদে কত সময়ে ৯৬ টাকার সুদ ১৮ টাকা হয়?

সমাধান ঃ

$৬\frac{১}{৪}$ টাকা বা $\frac{২৫}{৪}$ টাকা হারে

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $\frac{২৫}{৪}$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{২৫}{৪ \times ১০০}$ "

$\therefore$ ৯৬ " ১ " " $= \frac{২৫ \times ৯৬}{৪ \times ১০০}$ "

= ৬ টাকা

৬ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{৬}$ "

$\therefore$ ১৮ " " " $= \frac{১ \times ১৮}{৬}$ "

= ৩ বছরে

অতএব, নির্ণেয় সময় ৩ বছর।

৪৪। শতকরা বার্ষিক ৮ টাকা হার সুদে ৫ বছরে ১০৫০ টাকার যে সুদ পাওয়া যায়, শতকরা বার্ষিক ১০ টাকা হার সুদে কত বছরে ৭০০ টাকার সেই পরিমাণ সুদ পাওয়া যাবে?

সমাধান ঃ ৮ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বছরে সুদ ৮ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৮}{১০০}$ "

$\therefore$ ১০৫০ " ৫ " " $= \frac{৮ \times ১০৫০ \times ৫}{১০০}$ " = ৪২০ টাকা

আবার, ১০ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ১০ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{১০}{১০০}$ "

$\therefore$ ৭০০ " ১ " " $= \frac{১০ \times ৭০০}{১০০}$ " = ৭০ টাকা

৭০ টাকা সুদ হয় ১বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{৭০}$ "

$\therefore$ ৪২০ " " " $= \frac{১ \times ৪২০}{৭০}$ " = ৬ বছরে

৪৫। শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা হার সুদে ৬ বছরে কোন আসল সুদ–আসলে ৪৪২ টাকা হয়। কত বছরে তার সুদ–আসল ৫১০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

৫ টাকা হারে,

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৫ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৬ " " = ৫ × ৬ " = ৩০ টাকা

সুদ + আসল = সুদাসল

বা, (৩০ + ১০০) টাকা =১৩০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সুদাসল ১৩০ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " $= \frac{১০০}{১৩০}$ "

∴ " ৪৪২ " " " $= \frac{১০০ \times ৪৪২}{১৩০}$ " = ৩৪০ টাকা

সুদাসল – আসল = সুদ

বা, (৫১০ – ৩৪০) টাকা = ১৭০ টাকা

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৫ টাকা

∴ ১ " ১ " " " $= \frac{৫}{১০০}$ "

∴ ৩৪০ " ১ " " " $= \frac{৫ \times ৩৪০}{১০০}$ " = ১৭ টাকা

১৭ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

∴ ১ " " " $= \frac{১}{১৭}$ "

∴ ১৭০ " " " $= \frac{১ \times ১৭০}{১৭}$ " = ১০ বছরে

উত্তর : ১০ বছর।

৪৬। কত বছরে $১২\frac{১}{২}$ টাকা হার সুদে কোন টাকার সুদ, আসলের $\frac{৩}{৪}$ অংশ হবে?

সমাধান ঃ

মনেকরি, আসল ১০০ টাকা

∴ সুদ $= \left(১০০ \text{ এর } \frac{৩}{৪}\right)$ টাকা= ৭৫ টাকা

$১২\frac{১}{২}$ টাকা বা $\frac{২৫}{২}$ টাকা হারে,

$\frac{২৫}{২}$ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

∴ ১ " " " $= \frac{১ \times ২}{২৫}$ "

∴ ৭৫ " " " $= \frac{১ \times ২ \times ৭৫}{২৫}$ " = ৬ বছরে

∴ নির্ণেয় সময় ৬ বছর।

৪৭। শতকরা বার্ষিক কত হার সুদে ৪৫০ টাকার ১২ বছরের সুদ ১৬২ টাকা হবে?

সমাধান :

৪৫০ টাকার ১২ বছরের সুদ ১৬২ টাকা

∴ ৪৫০ " ১ " " $\frac{১৬২}{১২}$ "

∴ ১ " ১ " " $\frac{১৬২}{১২ \times ৪৫০}$ "

∴ ১০০ " ১ " " $\frac{১৬২ \times ১০০}{১২ \times ৪৫০}$ টাকা বা ৩ টাকা।

∴ নির্ণেয় সুদের হার = ৩%।

৪৮। বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা হার সুদে ৩৫০ টাকার কত বছরের সুদ ১৯৬ টাকা হবে?

সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৮ টাকা

∴ ১ " ১ " " $\frac{৮}{১০০}$ "

∴ ৩৫০ " ১ " " $\frac{৮ \times ৩৫০}{১০০}$ "

বা ২৮ টাকা।

এখন, ২৮ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

∴ ১ " " " $\frac{১}{২৮}$ "

∴ ১৯৬ " " " $\frac{১ \times ১৯৬}{২৮}$ "

বা, ৭ বছরে।

∴ নির্ণেয় সময় = ৭ বছর।

৪৯। $১২\frac{১}{২}\%$ সরল সুদে কত বছরে কোন মূলধন সুদে–মূলে চারগুণ হবে?

সমাধান :

এখানে ১০০ টাকা মূলধন সুদে–মূলে ৪০০ টাকা হবে।

অর্থাৎ, ১০০ টাকার সুদ ৩০০ টাকা হবে।

যেহেতু সুদের হার $১২\frac{১}{২}\% = \frac{২৫}{২}\%$

সুতরাং $\frac{২৫}{২}$ টাকা ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ

∴ ১ " ১০০ " $১ \times \frac{২}{২৫}$ " "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ৩০০ " ১০০ " $= \frac{১ \times ২ \times ৩০০}{২৫}$ " "

বা ২৪ বছরের সুদ।

$\therefore$ নির্ণেয় সময় = ২৪ বছর।

৫০। সুদের হার শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা হলে, কত সময়ে ৪০০০ টাকা সুদে-আসলে ৪৪০০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

সুদ-আসল = ৪৪০০ টাকা

আসল = ৪০০০ "

মোট সুদ = ৪০০ টাকা

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ = ৪ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৪}{১০০}$ "

$\therefore$ ৪০০০ " ১ " " $= \frac{৪ \times ৪০০০}{১০০}$ টাকা = ১৬০ টাকা

১৬০ টাকা সুদ হয় = ১ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{১৬০}$ "

$\therefore$ ৪০০ " " " $= \frac{১ \times ৪}{১৬০}$ বছর $= \frac{৫}{২}$ বছর

অতএব, নির্ণেয় সময় = $২\frac{১}{২}$ বছর।

৫১। বার্ষিক $৩\frac{১}{৩}$% হার সুদে ১৩৫০ টাকা কত বছরে সুদে আসলে ১৬২০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

সুদ + আসল = ১৬২০ টাকা

আসল = ১৩৫০টাকা

$\therefore$ সুদ = ২৭০ টাকা

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ = $\frac{১০}{৩}$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{১০}{৩ \times ১০০}$

$\therefore$ ১৩৫০ " ১ " " $= \frac{১০ \times ১৩৫০}{৩ \times ১০০} = ৪৫$ টাকা

৪৫ টাকা সুদ হয় = ১ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{৪৫}$ "

$\therefore$ ২৭০ " " " $= \frac{১ \times ২৭০}{৪৫}$ বছরে = ৬ বছরে।

৫২। কোন টাকা ৫ বৎসরে ৬% হার সুদে সুদ-আসলে ১৩০০ টাকা হয়। কত বৎসরে ঐ টাকা সুদ-আসলে ১৩৯০ টাকা হবে?

সমাধান ঃ

৬% হারে,

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৬ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৫ " " = (৬ × ৫) টাকা = ৩০ টাকা

সুদাসল = সুদ + আসল

বা, সুদাসল = (৩০ + ১০০) টাকা = ১৩০ টাকা

১৩০ টাকা সুদ-আসল হলে আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১৩০}$ "

$\therefore$ ১৩০০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ১৩০০}{১৩০}$ " = ১০০০ টাকা

আবার,

সুদ = সুদাসল − আসল

= (১৩৯০ − ১০০০) টাকা

= ৩৯০ টাকা

আমরা পাই, ৬% হারে

১০০ টাকার ১ বৎসরের সুদ ৬ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $= \frac{৬}{১০০}$ "

$\therefore$ ১০০০ " ১ " " $= \frac{৬ \times ১০০০}{১০০}$ " = ৬০ টাকা

৬০ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{৬০}$ "

$\therefore$ ৩৯০ " " " $= \frac{১ \times ৩৯০}{৬০}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{১৩}{২}$ বছর $= ৬\frac{১}{২}$ বছর

অতএব, নির্ণেয় সময় $৬\frac{১}{২}$ বছর।

৫৩। কোন নির্দিষ্ট সময়ের সুদ – আসল ৪৫০ টাকা এবং সুদ আসলের $\frac{২}{৭}$ অংশ। সুদের হার শতকরা বার্ষিক $৩\frac{৪}{৭}$ টাকা হলে, সময় নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করি, আসল = ১০০ টাকা

$\therefore$ সুদ $= \left(১০০ \text{ এর } \frac{২}{৭}\right)$ টাকা $= \frac{২০০}{৭}$ টাকা

$\therefore$ সুদ-আসল $= \left(১০০ + \frac{২০০}{৭}\right)$ টাকা $= \frac{৭০০ + ২০০}{৭}$ টাকা $= \frac{৯০০}{৭}$ টাকা

সুদ-আসল $\frac{৯০০}{৭}$ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ " " ১ " " " $\frac{১০০ \times ৭}{৯০০}$ "

" " ৪৫০ " " " $\frac{১০০ \times ৭ \times ৪৫০}{৯০০}$ " বা ৩৫০ টাকা

$\therefore$ সুদ = (৪৫০ – ৩৫০) টাকা = ১০০ টাকা।

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ $৩\frac{৪}{৭}$ টাকা $= \frac{২৫}{৭}$ টাকা

$\therefore$ ১ " ১ " " $\frac{২৫}{৭ \times ১০০}$ "

$\therefore$ ৩৫০ " ১ " " $\frac{২৫ \times ৩৫০}{৭ \times ১০০}$ " বা $\frac{৫০}{৪}$ টাকা

অর্থাৎ, $\frac{৫০}{৪}$ টাকা সুদ হয় ১ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $\frac{৪ \times ১}{৫০}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " $\frac{৪ \times ১ \times ১০০}{৫০}$ " বা ৮ বছরে

$\therefore$ নির্ণেয় সময় ৮ বছর।

৫৪। কোন আসল ২০ বছরে সুদে-আসলে দ্বিগুণ হলে, কত বছরে সুদে-আসলে তিনগুণ হবে?

সমাধান : মনে করি, আসল = ১০০ টাকা

২০ বছর পর সুদাসল হবে (১০০ × ২) টাকা = ২০০ টাকা

$\therefore$ সুদ = (২০০ – ১০০) ১০০ টাকা

আবার, সুদ-আসলে তিনগুণ = (১০০ × ৩) টাকা = ৩০০ টাকা

$\therefore$ সুদ = (৩০০ – ১০০) টাকা = ২০০ টাকা

১০০ টাকা সুদ হয় ২০ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $\frac{২০}{১০০}$ "

$\therefore$ ২০০ " " " $\frac{২০ \times ২০০}{১০০}$ " বা ৪০ বছরে

$\therefore$ নির্ণেয় সময় ৪০ বছর

৫৫। বার্ষিক ১০.৫০% মুনাফায় ৫০০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান : চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P = P(1 + r)^n - P$

এবং চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(1 + r)^n$

এখানে, r =১০.৫০% $= \frac{২১}{২০০}$

P = ৫০০০ টাকা

n = ২ বছর

$\therefore C = ৫০০\left(১ + \frac{২১}{২০০}\right)^২ - ৫০০০ \times \frac{২২১}{২০০} \times \frac{২২১}{২০০}$

= ৬১০৫.১৩ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা= (C – P) = (৬১০.১৩ – ৫০০০) = ১১০৫.১৩ টাকা (প্রায়)

৫৬। কোন শহরের লোকসংখ্যা ৩৫ লক্ষ, ঐ শহরের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ হলে ২ বছর পরে ঐ শহরের লোকসংখ্যা কত হবে?

সমাধান : $C = P(1 + r)^n$

$C = ৩৫০০০০০\left(১ + \frac{৩০}{১০০০}\right)^২ = ৩৭১৩১৫০$ জন।

৫৭। কোন শহরের লোকসংখ্যা ৫০ লক্ষ। এ শহরে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ৩%। ৪ বছর পরে ঐ শহরের লোকসংখ্যা কত হবে?

সমাধান : $C = P(1 + r)^2$ এখানে,

$= ৫০০০০০০\left(১ + \frac{৩}{১০০}\right)^৪$ C = মোট জনসংখ্যা

P = আদি জনসংখ্যা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

= ৫৬২৭৫৪৪১ জন। r = বৃদ্ধির হার

n = বছর (সময়)

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে প্রত্যেক বছরের শেষে মূলধনের সাথে মুনাফা যোগ হয়ে নতুন মূলধন হয়। যদি কোনো আমানতাকরী ব্যাংকে ১০০০ টাকা জমা রাখেন এবং ব্যাংক তাঁকে বার্ষিক ১২% মুনাফা দেয়, তবে আমানতকারী বছরান্তে ১০০০ টাকার ওপর মুনাফা পাবেন।

১০০০ টাকার ১২% বা $১০০০ \times \frac{১২}{১০০}$ টাকা

= ১২০ টাকা।

তখন, ২য় বছরের জন্য তার মূলধন হবে (১০০০ + ১২০) টাকা, বা ১১২০ টাকা, যা তাঁর চক্রবৃদ্ধি মূলধন। ২য় বছরান্তে ১১২০ টাকার ওপর ১২% মুনাফা দেওয়া হবে।

১১২০ টাকার ১২% = $\overset{২২৪}{\cancel{১১২০}} \times \frac{\overset{৩}{\cancel{১২}}}{\cancel{১০০}_{\cancel{২৫}}}$ টাকা

$= \frac{৬৭২}{৫}$ টাকা

= ১৩৪.৪০ টাকা

∴ ৩য় বছরের জন্য আমানতকারীর চক্রবৃদ্ধি মূলধন হবে (১১২০ + ১৩৪.৪০) টাকা

= ১২৫৪.৪০ টাকা।

৫৮। বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা মুনাফায় ৬২৫০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, $C = p(1 + r)^n$

দেওয়া আছে, প্রারম্ভিক মূলধন p = ৬২৫০০ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, r = ৮%

এবং সময় n = ৩ বছর

∴ $C = ৬২৫০০ \times \left(১ + \frac{\overset{২}{\cancel{৮}}}{\cancel{১০০}_{২৫}}\right)^৩$ টাকা, বা $৬২৫০০ \times \left(\frac{২৭}{২৫}\right)^৩$ টাকা

= ৬২৫০০ × (১.০৮)^৩ টাকা

= ৬২৫০০ × ১.২৫৯৭১২ টাকা

= ৭৮৭৩২ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৭৮৭৩২ টাকা।

৫৯। বার্ষিক ১০.৫০% মুনাফায় ৫০০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান : চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয়ের জন্য প্রথমে চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় করি।

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(1 + r)^n$, যেখানে মূলধন P = ৫০০০ টাকা,

মুনাফার হার r = ১০.৫০% = $\frac{২১}{২০০}$

সময় n = ২ বছর

∴ $C = P(1 + r)^2$

$= ৫০০০ \times \left(১ + \frac{২১}{২০০}\right)^২$ টাকা

$= ৫০০০ \times \left(\frac{২২১}{২০০}\right)^২$ টাকা

$= \overset{১}{\cancel{৫০০০}}^{\cancel{২৫}} \times \frac{২২১}{\cancel{২০০}_{১}} \times \frac{২২১}{\cancel{২০০}_{৮}}$ টাকা

$= \frac{৪৮৮৪১}{৮}$ টাকা বা ৬১০৫.১৩ টাকা (প্রায়)

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

= (৬১০৫.১৩ − ৫০০০) টাকা

= ১১০৫.১৩ টাকা (প্রায়)

৫৯। একটি ফ্ল্যাট মালিক কল্যাণ সমিতি আদায়কৃত সার্ভিস চার্জ থেকে উদ্বৃত্ত ২০০০০০ টাকা ব্যাংকে ছয় মাস অন্তর চক্রবৃদ্ধি মুনাফাভিত্তিক স্থায়ী আমানত রাখলেন। মুনাফার হার বার্ষিক ১২ টাকা হলে, ছয় মাস পর ঐ সমিতির হিসাবে কত টাকা মুনাফা জমা হবে? এক বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, মূলধন P = ২০০০০০ টাকা,

মুনাফার হার r = ১২%, সময় n = ৬ মাস বা $\frac{১}{২}$ বছর

∴ মুনাফা I = Prn

$= \overset{২০০০}{\cancel{২০০০০০}} \times \frac{\overset{৬}{\cancel{১২}}}{\cancel{১০০}_{১}} \times \frac{১}{\cancel{২}_{১}}$

= ১২০০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন $= P(1+r)^n = ২০০০০০ \times \left(১ + \frac{১২}{১০০}\right)^১$ টাকা

$= ২০০০০০ \times \frac{১১২}{১০০}$ টাকা।

$= ২২৪০০০$ টাকা।

∴ ৬ মাস পর মুনাফা হবে ১২০০০ টাকা,

১ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন হবে ২২৪০০০ টাকা।

৬০। **কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৮০ লক্ষ। ঐ শহরের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ হলে, ৩ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?**

সমাধান : শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা $P = ৮০০০০০০$

জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার $= \frac{৩০}{১০০০} \times ১০০\% = ৩\%$

সময় $n = ৩$ বছর।

এখানে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে চক্রবৃদ্ধি মূলধনের সূত্র প্রযোজ্য।

∴ $C = P(1+r)^n$

$= ৮০,০০,০০০ \times \left(১ + \frac{৩}{১০০}\right)^৩$

$= ৮০,০০,০০০ \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০}$

$= ৮ \times ১০৩ \times ১০৩ \times ১০৩$

$= ৮৭৪১৮১৬$

∴ ৩ বছর পর শহরটির জনসংখ্যা হবে ৮৭,৪১,৮১৬

গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.
LCM, GCD

গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.

- দুইটি সংখ্যার সবচেয়ে বড় সাধারণ গুণনীয়ককে তাদের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (সংক্ষেপে গ. সা. গু.) বলা হয়।
- দুইটি সংখ্যার ১ ভিন্ন কোন সাধারণ গুণনীয়ক নাও থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে তাদের গ. সা. গু. হবে ১। এরূপ সংখ্যাযুগলকে সহমৌলিক (relatively prime বা coprime) বলা হয়। যেমন ৮, ৯। দুইটি বিভিন্ন মৌলিক সংখ্যা অবশ্যই সহমৌলিক। কিন্তু সহমৌলিক সংখ্যাযুগলের কোন একটি সংখ্যা মৌলিক নাও হতে পারে।
- দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ জানা থাকলে, তাদের গ. সা. গু. সহজেই লেখা যায়। যেমন—

  $২৭৭২ = ২^২ \times ৩^২ \times ৭ \times ১১$

  এবং $৪২০০ = ২^৩ \times ৩ \times ৫^২ \times ৭$

  এর গ. সা. গু. $= ২^২ \times ৩ \times ৭ = ৮৪$। এই প্রক্রিয়ায় উভয় সংখ্যার সাধারণত মৌলিক উৎপাদকগুলো চিহ্নিত করে উভয় সংখ্যার মধ্যে তাদের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা নিতে হয়, এভাবে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোর গুণফলই নির্ণেয় গ. সা. গু.।
- দুইটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতকদের মধ্যে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে তাদের লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (সংক্ষেপ ল. সা. গু.) বলা হয়। দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ জানা থাকলে তাদের ল. সা. গু.-ও সহজে লেখা যায়। যেমন—পূর্বে উল্লিখিত সংখ্যাযুগল ২৭৭২ ও ৪২০০ এর ল. সা. গু.।

$= ২^৩ \times ৩^২ \times ৫^২ \times ৭ \times ১১ = ১৩৮৬০০$।
- এই প্রক্রিয়ায় উভয় সংখ্যায় উপস্থিত সকল মৌলিক উৎপাদকগুলোর উভয় সংখ্যার মধ্যে বৃহত্তর সূচক নিতে হয়। এভাবে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোর গুণফলই নির্ণেয় ল. সা. গু.।
- দুইটি সহমৌলিক সংখ্যার ল. সা. গু. সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল; কেননা এরূপ দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণে আদৌ কোন সাধারণ উৎপাদক থাকতে পারে না। অতএব এদের ল. সা. গু. পেতে হলে সংখ্যাদ্বয়ের সকল মৌলিক উৎপাদকের গুণফল নিতে হবে, যা সংখ্যাদ্বয়ের গুণফলের সমান।

  গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.-র ধারণা দুইয়ের অধিক সংখ্যার জন্যও সমভাবে প্রযোজ্য। দুই বা ততোধিক সংখ্যার সাধারণ মৌলিক উৎপাদকসমূহ বের করে কিভাবে তাদের

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় করা যায়, তা পূর্বে উল্লিখিত সংখ্যাযুগলদের উদাহরণ দিয়ে স্মরণ করা যায়।

২ | ২৭৭২, ৪২০০
২ | ১৩৮৬, ২১০০
৩ | ৬৯৩, ১০৫০
৭ | ২৩১, ৩৫০
৩৩, ৫০

৩৩, ৫০ সহমৌলিক বলে ২৭৭২ ও ৪২০০ এর সাধারণ মৌলিক উৎপাদক শুধু ২, ২, ৩, ৭। সুতরাং এদের গ. সা. গু. হচ্ছে ২ × ২ × ৩ × ৭ = ৮৪।

এদের ল. সা. গু. নির্ণয়ের জন্য ৩৩ বা ৫০–কে আর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণের দরকার হয় না। কেননা, ৩৩ ও ৫০ সহমৌলিক বলে প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের গ. সা. গু.–এর ৩৩ × ৫০ গুণ ছাড়া কোন ক্ষুদ্রতর গুণিতক তাদের সাধারণ গুণিতক হতে পারে না, কেননা দুই সংখ্যার যে কোন সাধারণ গুণিতক তাদের গ. সা. গু.'রও গুণিতক।

সুতরাং ২৭৭২ ও ৪২০০ এর ল. সা. গু.

= (২ × ২ × ৩ × ৭) × (৩৩ × ৫০)
= ১৩৮৬০০।

আমরা লক্ষ করি যে,

২৭৭২ ÷ ৮৪ = ৩৩, ৪২০০ ÷ ৮৪ = ৫০;

এবং গ. সা. গু. × ল. সা. গু.

= (২ × ২ × ৩ × ৭) × (২ × ২ × ৩ × ৭ × ৩৩ × ৫০)
= (৮৪ × ৩৩) × (৮৪ × ৫০)
= ২৭৭২ × ৪২০০
= সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল।

এই উদাহরণ হতে আমরা বলতে পারি

(ক) দুইটি সংখ্যার ল. সা. গু. ও গ. সা. গু.–এর গুণফল সংখ্যাদ্বয়ের গুণফলের সমান।

(খ) a, b এর গ. সা. গু. d হলে $\frac{a}{d}$, $\frac{b}{d}$ সংখ্যাযুগল সহমৌলিক।

(গ) দুইটি সংখ্যার যেকোন সাধারণ গুণনীয়ক তাদের গ. সা. গু.–র উৎপাদক।

(ঘ) দুইটি সংখ্যার যেকোন সাধারণ গুণিতক তাদের ল. সা. গু.–র গুণিতক।

ভগ্নাংশের ল. সা. গু. ও গ. সা. গু.

১. $\frac{x}{y}$ আকারের সংখ্যাকে ভগ্নাংশ বলা হয়।

২. x কে বলা হয় লব এবং y কে বলা হয় হর।

৩. ভগ্নাংশ তিন ধরনের। যথা (i) প্রকৃত; (ii) অপ্রকৃত এবং (iii) মিশ্র ভগ্নাংশ

৪. প্রকৃত ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে লব হর অপেক্ষা ছোট হয়। যেমন : $\frac{\text{লব}}{\text{হর}} = \frac{২}{৫}$

৫. অপ্রকৃত ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে লব হর অপেক্ষা বড় হয়। যেমন : $\frac{\text{লব}}{\text{হর}} = \frac{৭}{৫}$

৬. একটি পূর্ণসংখ্যার সাথে একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ যুক্ত থাকলে মিশ্র ভগ্নাংশ হয়। যেমন : $২\frac{৩}{৫}, ১\frac{৩}{৪}$ ইত্যাদি

৭. একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে পরিণত করা যায়।

❐ কোন কোন প্রসঙ্গে ভগ্নাংশের গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.–র ধারণার প্রয়োজন হয়। মনে করি a, b সরল ভগ্নাংশ; যদি a ÷ b স্বাভাবিক সংখ্যা হয় তবে b কে a এর গুণনীয়ক এবং a কে b এর গুণিতক বলা হয়। যেমন $\frac{৫}{৪২}, \frac{১০}{২১}$ এর গুণনীয়ক, কেননা

$$\frac{১০}{২১}) \frac{৫}{৪২} = \frac{১০}{২১} \times \frac{৪২}{৫} = ৪।$$

❐ দুটি (বা ততোধিক) ভগ্নাংশের গ. সা. গু. = $\frac{\text{লবগুলোর গ. সা. গু.}}{\text{হরগুলোর ল. সা. গু.}}$

❐ অনুরূপভাবে দেখানো যায়,

দুইটি বা (ততোধিক) ভগ্নাংশের ল. সা. গু. = $\frac{\text{লবগুলোর ল. সা. গু.}}{\text{হরগুলোর গ. সা. গু.}}$

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১। **দুটি সংখ্যার গ. সা. গু ২১ এবং ল. সা. গু ৪৬৪১। একটি সংখ্যা ২০০ ও ৩০০ এর মধ্যবর্তী; অপরটি কত? [৩৪তম, ২০তম বিসিএস]**

সমাধান ঃ

সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু ২১ হওয়ায়
মনে করি,
একটি সংখ্যা ২১x
অপর সংখ্যা ২১y

এখানে x ও y সহমৌলিক)

∴ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু = ২১ xy
শর্তমতে,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$২১xy = ৪৬৪১$

বা, $xy = \frac{৪৬৪১}{২১} = ২২১$

x ও y সহমৌলিক হওয়ায় আমরা পাই,

$২২১ = ১ \times ২২১ = ১৩ \times ১৭$

পর্যবেক্ষণ হতে, $x = ১$ হলে $y = ২২১$ এবং $x = ১৩$ হলে $y = ১৭$

সুতরাং, $x = ১$ এবং $y = ২২১$ হলে সংখ্যাদ্বয়

$২১x = ২১ \times ১ = ২১$

এবং $২১y = ২১ \times ২২১ = ৪৬৪১$

$x = ১৩$ এবং $y = ১৭$ হলে সংখ্যাদ্বয়

$২১x = ২১ \times ১৩ = ২৭৩$

এবং $২১y = ২১ \times ১৭ = ৩৫৭$

প্রশ্ন হতে আমরা পাই, একটি সংখ্যা ২০০ এবং ৩০০ এর মাঝামাঝি। সুতরাং, $x = ১$ এর মান গ্রহণযোগ্য নয়।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা ২৭৩ ও ৩৫৭।

উত্তর : ২৭৩ ও ৩৫৭।

২। দুইটি সংখ্যার গ. সা. গু. অন্তর ও ল. সা. গু. যথাক্রমে ১২, ৬০ ও ২৪৪৮। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন। [৩৩তম বিসিএস]

সমাধান ঃ যেহেতু সংখ্যাগুলোর গ. সা. গু এর গুণিতক হয়ে থাকে, সুতরাং মনে করি সংখ্যা দুটি $১২x$ ও $১২y$ এখন $x > y$ এবং x, y সহমৌলিক।

অন্তর ফল = $১২x - ১২y = ৬০$

বা, $১২(x - y) = ৬০$

বা, $x - y = \frac{৬০}{১২} = ৫$

আবার $১২x$ ও $১২y$ এর ল. সা. গু $১২xy$ হওয়ায় $১২xy = ২৪৪৮$

$\therefore xy = \frac{২৪৪৮}{১২} = ২০৪$

এখন,

২	২০৪
২	১০২
৩	৫১
	১৭

$\therefore ২০৪ = ১২ \times ১৭$

x, y সহমৌলিক এবং $x > y$ হওয়ায়—

$x = ১৭$, $y = ১২$ পর্যবেক্ষণ দ্বারা নির্ণীত হলো।

এ দুটি সহমৌলিক এবং অন্তর ফল ৫। অন্য কোন মান গ্রহণযোগ্য নহে।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা দুটি $১২ \times ১৭ = ২০৪$; $১২ \times ১২ = ১৪৪$

উত্তর : ২০৪ ও ১৪৪।

৩। ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যাহা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু ৪, ৫, ৬ ও ৯ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে। [২৯তম বিসিএস]

সমাধান :

২	২,৫,৩,৯
৩	৪,৪,৬,৯
	২,৫,১,৩

৪,৫,৬,৯ এর ল,সা, গু = ১৮০

$১৮০ \times ১ + ১ = ১৮১$ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

$১৮০ \times ২ + ১ = ৩৬১$ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

$১৮০ \times ৩ + ১ = ৫৪১$ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

$১৮০ \times ৪ + ১ = ৭২১$ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

$১৮০ \times ৫ + ১ = ৯০১$ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

$১৮০ \times ৬ + ১ = ১০৮১$ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

$১৮০ \times ৭ + ১ = ১২৬১$ যা ১৩ বিভাজ্য নয়

উ: ১২৬১।

৪। ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা নির্ণয় করুন যাকে ৫, ৭, ১২, ১৫ দ্বারা ভাগ করলে অবশিষ্ট যথাক্রমে ২, ৪, ৯, ১২ থাকবে। [২৫তম বিসিএস]

$৫ - ২ = ৩$

$৭ - ৪ = ৩$

$১২ - ৯ = ৩$

$১৫ - ১২ = ৩$

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ অবশিষ্ট ৩

৫, ৭, ১২, ১৫ –এর ল. সা. গু।

৫	৫, ৭, ১২, ১৫
৩	১, ৭, ১২, ৩
	১, ৭, ৪, ১

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ল.সা.গু = ৫ × ৩ × ৭ × ৪ = ৪২০

ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০।

৪২০) ১০০০০০ (২৩৮

৮৪০

১৬০০

১২৬০

৩৪০০

৩৩৬০

৪০

৪২০ — ৪০ = ৩৮০

নির্ণেয় সংখ্যা = ১০০০০০ + ৩৮০ − ৩ = ১০০৩৭৭

উত্তর : ১০০৩৭৭

৫। কোন সৈন্য দলের সৈন্যকে ৮, ১০ বা ১২ সারিতে এবং বর্গাকারেও সাজানো যায়। সেই সৈন্যদলের ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যা চার অঙ্কবিশিষ্ট। [১৫তম বিসিএস]

সমাধান : ৮, ১০, ১২ এর ল.সা.গু

২ | ৮, ১০, ১২

২ | ৪, ৫, ৬

২, ৫, ৩

∴ ল.সা.গু = ২ × ২ × ২ × ৫ × ৩ = ১২০

সৈন্যদেরকে বর্গাকারে সাজাতে হলে তাদের মোট সংখ্যা অবশ্যই পূর্ণ বর্গ সংখ্যা হবে। কিন্তু ১২০ পূর্ণ বর্গ নয় এমনকি চার অংক বিশিষ্টও নয়। কিন্তু ১২০ কে ২, ৫ ও ৩ এর গুণফল দিয়ে গুণ করলে এটা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে যা চার অংক বিশিষ্ট।

∴ নির্ণেয় সংখ্যাটি = ১২০ × ২ × ৫ × ৩ = ৩৬০০

উত্তর : ৩৬০০

৬। মোটামুটি এক হাজার লিচু থাকার কথা, এমন এক ঝুড়ি লিচু ৮০ জন বালকের মধ্যে ভাগ করতে গিয়ে দেখা গেল যে ৩০টি লিচু উদ্বৃত্ত থাকে; কিন্তু বালকের সংখ্যা ৯০ হলে লিচুগুলো সমান ভাগে ভাগ করা যেত। ঝুড়িটিতে প্রকৃতপক্ষে কতটি লিচু ছিল [১১তম বিসিএস]

সমাধান :

৮০ | ১০০০ | ১২

৮০

২০০

১৬০

৪০

৯০ | ১০০০ | ১১

৯০

১০০

৯০

১০

প্রথম ক্ষেত্রে লিচুর সংখ্যা হতে পারে = ১০০০ − ৪০ + ৩০ = ৯৯০টি

আবার, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, লিচুর সংখ্যা হতে পারে = ১০০০ − ১০ = ৯৯০ টি

∴ নির্ণেয় লিচুর সংখ্যা = ৯৯০টি

উত্তর : ৯৯০টি

৭। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার, প্রস্থ ১২ মিটার। আরেকটি আয়তাকার হল ঘরের দৈর্ঘ্য ২০ মিটার ও প্রস্থ ১৫ মিটার। সবচেয়ে বড় কোন আয়তনের কার্পেটের টুকরা দিয়ে উভয় ঘরের মেঝে পুরাপুরি ঢেকে ফেলা যাবে? মোট কত টুকরা কার্পেট লাগবে? [১১তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

১ম ঘরের ক্ষেত্রফল = ৩০ মিটার × মিটার = ৩৬০ বর্গমিটার

২য় " " = ২০ মিটার × ১৫ মিটার = ৩০০ বর্গমিটার

১ম ও ২য় ঘরের দৈর্ঘ্যর গ.সা.গু

২০ | ৩০ | ১

২০

১০ | ২০ | ২

২০

০

১ম ও ২য় ঘরের প্রস্থের গ.সা.গু

১২ | ১৫ | ১

১২

৩ | ১২ | ৪

১২

০

∴ প্রয়োজনীয় কার্পেটের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ মহাক্রমে ১০ মিটার ও ৩ মিটার

ক্ষেত্রফল = ১০×৩ = ৩০ বর্গ মিটার

১ম ঘরে কার্পেট = ৩৬০ ÷৩০ ১২

২য় " " = ৩০০ ÷ ৩০ = ১০

উত্তর : সর্বপেক্ষা বড় মাপের কার্পেটি ৩০ ব.মি. এবং প্রয়োজনীয় কার্পেট ১২ খানা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৮। পাঁচ অংকের বৃহত্তম সংখ্যার সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ৬, ৮, ১০ ও ১৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে? [১০-তম বিসিএস]

সমাধান :

$$2 \mid 6, 8, 10, 14$$
$$3, 4, 5, 7$$

ল.সা.গু = $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 7 = 840$

পাঁচ অংকের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯

$$840 \mid 99999 \mid 119$$
$$840$$
$$1599$$
$$840$$
$$7599$$
$$7560$$
$$39$$

$$840 - 39 = 801$$

উত্তর : পাঁচ অংকের বৃহত্তম সংখ্যার সাথে ৮০১ যোগ করতে হবে।

গাণিতিক অনুশীলন:

১। ১৪৪, ১৮০, ৩০৬ ও ৩২৪ এর গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$2 \mid 144, 180, 306, 324$$
$$3 \mid 72, 90, 153, 162$$
$$3 \mid 24, 30, 51, 54$$
$$2 \mid 8, 10, 17, 18$$
$$4, 5, 17, 9$$

প্রদত্ত সংখ্যা চারটির সাধারণ মৌলিক উৎপাদক হচ্ছে ২, ৩, ৩।

সুতরাং গ. সা. গু. = $2 \times 3 \times 3 = 18$

এবং ল. সা. গু. = $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 4 \times 5 \times 17 \times 9 = 110160$।

উত্তর : ল.সা.গু = ১১০১৬০ এবং গ.সা.গু = ১৮।

২। ৯৯৯৯৯৯ এর সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল এবং কোন বৃহত্তম সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল ২, ৩, ৪, ৫ এবং ৬ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?

সমাধান :

২, ৩, ৪, ৫, ৬ এর ল. সা. গু. = ৬০।

৬০) ৯৯৯৯৯৯ (১৬৬৬৬

৬০

৩৯৯

৩৬০

৩৯৯

৩৬০

৩৯৯

৩৬০

৩৯৯

৩৬০

৩৯

সুতরাং ৯৯৯৯৯৯ এর সঙ্গে কমপক্ষে (৬০ − ৩৯) বা ২১ যোগ করলে যোগফল ৬০ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

৯৯৯৯৯৯ − ৬০ = ৯৯৯৯৩৯; সুতরাং ৯৯৯৯৯৯ হতে সর্বাধিক ৯৯৯৯৩৯ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৬০ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে ২১ ও ৯৯৯৯৩৯

উত্তর : ২১ ও ৯৯৯৯৩৯।

৩। দুইটি সংখ্যার গ. সা. গু. ১৪, ল. সা. গু. ১৬৮। এরূপ সকল সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করি,

১৪x এবং ১৪y এরূপ সংখ্যাযুগল। তখন x, y সহমৌলিক বলে ১৪x, ১৪y এর ল. সা. গু. হবে ১৪xy.

অতএব ১৪xy = ১৬৮

অর্থাৎ, xy = ১২

এখন ১২-কে দুইভাবে দুইটি সহমৌলিক সংখ্যার গুণফলরূপে প্রকাশ করা যায়।

$12 = 1 \times 12$ বা $12 = 3 \times 4$।

সুতরাং $x = 1, y = 12$ বা $x = 3, y = 4$।

অতএব, ১৪ ও ১৬৮ এবং ৪২ ও ৫৬ নির্ণেয় সকল সংখ্যাযুগল।

উত্তর : সংখ্যাযুগল ১৪ ১৬৮, ৪২ ও ৫৬।

৪। দুইটি সংখ্যার যোগফল ৫৬ ও ল. সা. গু. ৯৬। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন।

সমাধান : নির্ণেয় সংখ্যা দুইটির যেকোন সাধারণ উৎপাদক তাদের যোগফল ও ল. সা. গু'র-ও সাধারণ উৎপাদক। অতএব, সংখ্যা দুইটির গ. সা. গু. তাদের যোগফল ও ল. সা. গু.-র গ. সা. গু.-র সমান।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৫৬) ৯৬ (১
৫৬
৪০) ৫৬ (১
৪০
১৬) ৪০ (২
৩২
৮) ১৬ (২
১৬
০

এখানে ৫৬ ও ৯৬ এর গ. সা. গু. ৮।
মনে করি, সংখ্যাদ্বয় ৮x ও ৮y। এদের ল. সা. গ. ৮xy.
অতএব ৮xy = ৯৬,
অর্থাৎ, xy = ১২।
x ও y সহমৌলিক হলে x = ১, y = ১২ কিংবা x = ৩, y = ৪ হবে।
কিন্তু ৮x + ৮y = ৫৬ দেওয়া আছে। ফলে

$$x + y = \frac{৫৬}{৮} = ৭।$$

সুতরাং x = ৩, y = ৪ একমাত্র গ্রহণযোগ্য মান। অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি
৮ × ৩ = ২৪, ৮ × ৪ = ৩২।

৫। দুইটি সংখ্যার গ. সা. গু. ২৩ এবং অন্তর ৪৬। এরূপ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি, সংখ্যাদ্বয় ২৩x, ২৩y ; এখন x, y সহমৌলিক এবং x > y ধরলে অন্তর
২৩x − ২৩y = ২৩(x − y)
অতএব ২৩ (x − y) = ৪৬ ;
সুতরাং x − y = ২।
সহমৌলিক সংখ্যাযুগলে এই সমীকরণের 'ক্ষুদ্রতম' সমাধান পর্যবেক্ষণ দ্বারা x = ৩, y = ১ পাওয়া গেল। অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাযুগল ২৩ × ৩ = ৬৯, ২৩ × ১ = ২৩।

৬। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২, ৩, ৪, ৫, ৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে, কিন্তু ৭ দিয়ে ভাগ করলে কোন অবশিষ্ট থাকে না।

সমাধান :

২, ৩, ৪, ৫, ৬ এর ল. সা. গু. = ৬০।

৭ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার শর্ত না থাকলে ৬০ + ১ = ৬১ নির্ণেয় সংখ্যা হত। ৬০ + ১ ছাড়াও ৬০k + ১ আকারের প্রত্যেক সংখ্যা (k স্বাভাবিক সংখ্যা) প্রথম শর্ত পূর্ণ করে। সুতরাং আমাদের দেখতে হবে ৬০k + ১ আকারের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৭ দ্বারা বিভাজ্য।
যেহেতু ৬০k + ১ = ৫৬k + (৪k + ১) এবং ৭/৫৬k, সেহেতু k-এর ক্ষুদ্রতম কোন মানের জন্য ৪k + ১, ৭ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তাই নির্ণেয় k = ১, ২, ৩, ৪, ৫ বসিয়ে দেখি যে, k = ৫ নির্ণেয় মান। সুতরাং অভীষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হচ্ছে ৬০ × ৫ + ১ = ৩০১।

৭। দুইটি সংখ্যার গ. সা. গু. ১৫। একটি সংখ্যা ৬০ হলে অপর সংখ্যাটি কী হতে পারে?

সমাধান ঃ

গ. সা. গু. ১৫ ও একটি সংখ্যা ৬০ হলে সহমৌলিকের একটি ৬০ ÷ ১৫ = ৪
অপর সহমৌলিকটি k এবং k অযুগ্ম হবে। k যদি যুগ্ম বা জোড় সংখ্যা হয় তবে k ও ৪ সহমৌলিক হবে না। গ. সা. গু. ১৫ হবে,
সংখ্যা দুইটির একটি = গ. সা. গু. × একটি সহমৌলিক।
= ১৫ × ৪ = ৬০
একটি সংখ্যা ৬০ দেওয়া আছে।
সুতরাং অপর সংখ্যাটি = গ. সা. গু. × অপর সহমৌলিক
= ১৫ × k = ১৫k
অতএব নির্ণেয় সংখ্যাটি = ১৫k

৮। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে ৩ যোগ করলে যোগফল ২১, ২৫, ২৭ ও ৩৫ দ্বারা বিভাজ্য হয়?

সমাধান ঃ

৩ | ২১, ২৫, ২৭, ৩৫
৫ | ৭, ২৫, ৯, ৩৫
৭ | ৭, ৫, ৯, ৭
১, ৫, ৯, ১

ল. সা. গু = ৩ × ৫ × ৭ × ৫ × ৯ = ৪৭২৫
অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা (৪৭২৫—৩) = ৪৭২২
উত্তর : ৪৭২২.

৯। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যকে ১২, ১৫, ২০ ও ২৫ দিয়ে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ১১ অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২ | ১২, ১৫, ২০, ২৫
২ | ৬, ১৫, ১০, ২৫
৩ | ৩, ১৫, ৫, ২৫
৫ | ১, ৫, ৫, ২৫
১, ১, ১, ৫

ল. সা. গু = ২ × ২ × ৩ × ৫ × ৫ = ৩০০

অতএব নির্ণেয় সংখ্যা ৩০০ + ১১ = ৩১১

উত্তর : ৩১১.

১০। তিন অংক বিশিষ্ট কোন সংখ্যা দ্বারা ৩৩৩০ এবং ২৫৯২-কে ভাগ করলে একই অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ

৩৩৩০ − ২৫৯২ = ৭৩৮

৭৩৮ দ্বারা ভাগ করলে একই অবশিষ্ট থাকে। তিন অঙ্কের যে সংখ্যাগুলোর গুণিতক ৭৩৮, সে সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে একই অবশিষ্ট থাকে।

৭৩৮ = ৩৬৯ × ২ বা, ৭৩৮ = ২৪৬ × ৩

৭৩৮ = ১২৩ × ৬

সুতরাং, ৭৩৮ বা ৩৬৯ বা ২৪৬ বা ১২৩ দ্বারা ভাগ করলে একই অবশিষ্ট থাকে।

নির্ণেয় সংখ্যা = ৭৩৮ বা ৩৬৯ বা ২৫৬ বা ১২৩।

১১। ছয় অঙ্কের কোন বৃহত্তম সংখ্যা এবং কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ২৭, ৪৫, ৬০, ৭২ ও ৯৬ দ্বারা বিভাজ্য হবে?

সমাধান ঃ

২ | ২৭, ৪৫, ৬০, ৭২, ৯৬
২ | ২৭, ৪৫, ৩০, ৩৬, ৪৮
২ | ২৭, ৪৫, ১৫, ১৮, ২৪
৩ | ২৭, ৪৫, ১৫, ৯, ১২
৩ | ৯, ১৫, ৫, ৩, ৪
৫ | ৩, ৫, ৫, ১, ৪
৩, ১, ১, ১, ৪

ল. সা. গু = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৩ × ৫ × ৩ × ৪ = ৪৩২০

ছয় অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯৯

৪৩২০) ৯৯৯৯৯৯ (২৩১
৮৬৪০
১৩৫৯৯
১২৯৬০
৬৩৯৯
৪৩২০
২০৭৯

∴ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯৯ − ২০৭৯ = ৯৯৭৯২০

ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০

৪৩২০) ১০০০০০ (২৩
৮৬৪০
১৩৬০০
১২৯৬০
৬৪০

৪৩২০
- ৬৪০
৩৬৮০

∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০ + ৩৬৮০ = ১০৩৬৮০

উত্তর : ৯৯৭৯২০ ও ১০৩৬৮০

১২। কোন লঘিষ্ঠ সংখ্যাকে ১২ ও ১৬ দ্বারা ভাগ করলে অবশিষ্ট যথাক্রমে ৫ ও ৯ হবে?

সমাধান ঃ ১২ − ৫ = ৭; ১৬ − ৯ = ৭

বিয়োগফল প্রতিক্ষেত্রেই ৭

২ | ১২, ১৬
২ | ৬, ৮
৩, ৪

ল. সা. গু. = ২ × ২ × ৩ × ৪ = ৪৮

অতএব নির্ণেয় সংখ্যা = (৪৮ − ৭) = ৪১

উত্তর : ৪১.

১৩। ছয় অঙ্কের কোন বৃহত্তম সংখ্যাকে ৫, ৭, ১২ ও ১৫ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ৩, ৫, ১০ ও ১৩ অবশিষ্ট থাকবে?

সমাধান : ৫ − ৩ = ২; ৭ − ৫ = ২; ১২ − ১০ = ২; ১৫ − ১৩ = ২

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

প্রতি ক্ষেত্রে বিয়োগফল = ২

৩ | ৫, ৭, ১২, ১৫

৫ | ৫, ৭, ৪, ৫

১, ৭, ৪, ১

ল. সা. গু = ৩ × ৫ × ৭ × ৪ = ৪২০

ছয় অংকের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯৯

৪২০) ৯৯৯৯৯৯ (২৩৮০

৮৪০

১৫৯৯

১২৬০

৩৩৯৯

৩৩৬০

৩৯৯

ল. সা. গু. দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ৯৯৯৯৯৯ — ৩৯৯ = ৯৯৯৬০০

অতএব নির্ণেয় সংখ্যা = ৯৯৯৬০০ — ২ = ৯৯৯৫৯৮

উত্তর : ৯৯৯৫৯৮.

১৪ ছয় অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে সমষ্টি ২, ৪, ৬, ৮, ১০ ও ১২ দ্বারা বিভাজ্য হবে?

সমাধান :

২ | ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২

২ | ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬

৩ | ১, ১, ৩, ২, ৫, ৩

১, ১, ১, ২, ৫, ১

ল. সা. গু = ২ × ২ × ৩ × ২ × ৫ = ১২০

ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০

১২০) ১০০০০০ (৮৩৩

৯৬০

৪০০

৩৬০

৪০০

৩৬০

৪০

১২০ — ৪০ = ৮০

অতএব নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ৮০

উত্তর : সংখ্যাটি ৮০.

১৫। দুইটি সংখ্যার যোগফল ২৫৬ এবং গ.সা.গু ৩২। এরূপ সকল সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে, সংখ্যা দুটির যোগফল ২৫৬ এবং গ.সা.গু ৩২।

মনে করি,

একটি সংখ্যা ৩২x

অপর সংখ্যা ৩২y

(এখানে x ও y সহমৌলিক)

প্রশ্নমতে,

$৩২x + ৩২y = ২৫৬$

বা, $৩২(x + y) = ২৫৬$

বা, $x + y = \frac{২৫৬}{৩২} = ৮$

সহমৌলিকদ্বয়ের যোগফল ৮ এবং সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু ৩২ হওয়ায় ৮ সংখ্যাটির পর্যবেক্ষণ মান বিবেচনায় কেবল বেজোড় সংখ্যাগুলো গৃহীত হবে। ১ থেকে ৮ পর্যন্ত বেজোড় সংখ্যাগুলো হলো ১, ৩, ৫ এবং ৭। সুতরাং আমরা পাই,

$x = ১$ হলে, $y = ৭$ এবং $x = ৩$, হলে $y = ৫$

∴ নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয় ৩২ × ১ = ৩২

৩২ × ৭ = ২২৪

অথবা, ৩২ × ৩ = ৯৬

৩২ × ৫ = ১৬০

অতএব, সংখ্যাযুগল ৩২ ও ২২৪ অথবা ৯৬ ও ১৬০।

১৬। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু ১২ এবং অন্তর ২৪। এরূপ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি,

একটি সংখ্যা ১২x

অপর সংখ্যা ১২y

(এখানে x ও y সহমৌলিক)

$x > y$ হলে সংখ্যাদ্বয়ের অন্তরফল = ১২x - ১২y

= ১২ (x - y)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

শর্তানুসারে,

$$১২ (x - y) = ২৪$$

বা, $x - y = \frac{২৪}{১২} = ২$

ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল হওয়ায় $x = ৩, y = ১$ হবে। কারণ এর চেয়ে ছোট মান দ্বারা $x - y = ২$ হতে পারে না।

অতএব নির্ণেয় সংখ্যা যুগল,

$$১২ \times ১ = ১২$$
$$১২ \times ৩ = ৩৬$$

উত্তর: ১২ ও ৩৬

১৭। দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু ৬০। একটি সংখ্যা ৩০ হলে অপর সংখ্যা কি কি হতে পারে?

সমাধান ঃ

মনে করি, সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু = a

এবং একটি সংখ্যা ax

অপর সংখ্যা ay (এখানে x ও y সহমৌলিক)

সুতরাং, ax ও ay -এর ল.সা.গু = axy

প্রশ্নে দেওয়া আছে, একটি সংখ্যা ৩০

অর্থাৎ ax বা ay = ৩০

শর্তানুসারে, axy = ৬০

বা, ৩০x = ৬০ [এখানে ay=৩০ ধরা হলো]

$\therefore x = \frac{৬০}{৩০} = ২$

একটি সহমৌলিক ২ হলে অপর সহমৌলিক y যুগ্ম হতে পারে না। সুতরাং ৩০ এর অযুগ্ম উৎপাদকগুলো হলো ১, ৩, ৫, ১৫।

$y = ১$ হলে $ay = a \times ১ = ৩০$

$\therefore a = ৩০$

$\therefore$ অপর সংখ্যা $ax = ৩০ \times ২ = ৬০$ [$\therefore x = ২$]

$y = ৩$ হলে $ay = a \times ৩ = ৩০$

$\therefore a = ১০$

$\therefore$ অপর সংখ্যা $ax = ১০ \times ২ = ২০$ [$\therefore x = ২$]

$y = ৫$ হলে, $ay = a \times ৫ = ৩০$

$\therefore a = ৬$

$\therefore$ অপর সংখ্যা $ax = ৬ \times ২ = ১২$

$y = ১৫$ হলে, $ay = a \times ১৫ = ৩০$

$\therefore a = ২$

$\therefore$ অপর সংখ্যা $ax = ২ \times ২ = ৪$

অতএব সংখ্যাগুলি = ৪, ১২, ২০, ৬০।

১৮। দুটি সংখ্যার গ.সা.গু, অন্তর ও ল.সা.গু যথাক্রমে ১২, ৬০ ও ২৪৪৮। সংখ্যা দুটি নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

সংখ্যাদ্বয়ের গ.সা.গু ১২ হওয়ায়

মনে করি, একটি সংখ্যা ১২x

অপর সংখ্যা ১২y [এখানে x ও y সহমৌলিক]

$x > y$ হলে সংখ্যাদ্বয়ের অন্তরফল $১২x - ১২y$

১ম শর্তমতে,

$$১২x - ১২y = ৬০$$

বা, $১২(x - y) = ৬০$

বা, $x - y = \frac{৬০}{১২}$

$\therefore x - y = ৫$

আবার, ১২x ও ১২y এর ল.সা.গু = ১২xy

দ্বিতীয় শর্তমতে,

$$১২xy = ২৪৪৮$$

$\therefore xy = \frac{২৪৪৮}{১২}$

$\therefore xy = ২০৪$

এখন ২০৪ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাই,

২ | ২০৪
২ | ১০২
৩ | ৫১
১৭

$\therefore ২০৪ = ২ \times ২ \times ৩ \times ১৭$

$= ৪ \times ৩ \times ১৭ = ১২ \times ১৭$

x, y সহমৌলিক ও $x > y$ এবং $x - y = ৫$ হওয়ায়

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$x = ১৭, y = ১২$ পর্যবেক্ষণ দ্বারা নির্ণীত হলো।

এ দু'টি সহমৌলিক এবং এদের অন্তর ৫। তাই অন্য কোন মান গ্রহণযোগ্য নয়।

অতএব নির্ণেয়

একটি সংখ্যা $১২ \times ১৭ = ২০৪$

এবং, অপর সংখ্যা $১২ \times ১২ = ১৪৪$

১৯। দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু, সমষ্টি ও ল.সা.গু যথাক্রমে ৩৬, ২৫২ ও ৪৩২। সংখ্যা দুটি নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

সংখ্যা দুটির গ.সা.গু ৩৬ হওয়ায়

মনে করি,

একটি সংখ্যা $৩৬x$

অপর সংখ্যা $৩৬y$ [এখানে x ও y সহমৌলিক]

প্রথম শর্তানুসারে,

$৩৬x + ৩৬y = ২৫২$

বা, $৩৬(x + y) = ২৫২$

বা, $x + y = \frac{২৫২}{৩৬}$

$\therefore \quad x + y = ৭$

আবার $৩৬x$ ও $৩৬y$ এর ল.সা.গু $= ৩৬xy$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$৩৬xy = ৪৩২$

বা, $xy = \frac{৪৩২}{৩৬}$

$\therefore xy = ১২$

$x+y = ৭$ এবং $xy = ১২$ হলে পর্যবেক্ষণ দ্বারা $x=৩$ ও $y=৪$ মান পাওয়া যায়।

অতএব, নির্ণেয়

একটি সংখ্যা $৩৬ \times ৩ = ১০৮$

এবং, অপর সংখ্যা $৩৬ \times ৪ = ১৪৪$

২০। চার অংকবিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল নির্ণয় করুন, যাদের গ. সা. গু ১৪৩ এবং ল. সা. গু ২৫০২৫।

সমাধান ঃ

মনে করি,

একটি সংখ্যা $১৪৩x$

অপর সংখ্যা $১৪৩y$ [এখানে x ও y সহমৌলিক]

$\therefore$ সংখ্যাদ্বয়ের ল.সা.গু $= ১৪৩xy$

শর্তানুসারে,

$১৪৩xy = ২৫০২৫$

বা, $xy = \frac{২৫০২৫}{১৪৩}$

বা, $xy = ১৭৫$

১৭৫ এর উৎপাদক বিশ্লেষণ করে পাই –

৫ | ১৭৫

৫ | ৩৫

৭

$\therefore ১৭৫ = ৫ \times ৫ \times ৭$

$= ২৫ \times ৭$

x ও y সহমৌলিক হওয়ায়, পর্যবেক্ষণ দ্বারা $x= ৭, y = ২৫$ মান ধরা যায়।

অতএব, নির্ণেয় চার অংকবিশিষ্ট ক্ষুদ্রতম সংখ্যাযুগল –

$১৪৩ \times ৭ = ১০০১$

এবং, $১৪৩ \times ২৫ = ৩৫৭৫$

২১। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১৩০৫, ৪৬৬৫ ও ৬৯০৫ -কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে একই অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ একই অবশিষ্ট R হলে, নির্ণেয় সংখ্যা হবে (১৩০৫ – R), (৪৬৬৫—R) এবং (৬৯০৫—R) -এর গ.সা. গু।

এই সংখ্যা তিনটির যে কোন সাধারণ উৎপাদক, এদের প্রত্যেক জোড়ার অন্তরফলের সাধারণ উৎপাদক হবে। সাধারণ উৎপাদকই অন্তরফলের গ. সা. গু। সুতরাং প্রত্যেক জোড়ার অন্তরফল –

(৪৬৬৫—R) — (১৩০৫—R) = ৪৬৬৫— ১৩০৫ = ৩৩৬০

(৬৯০৫—R)— (৪৬৬৫—R) = ৬৯০৫— ৪৬৬৫ = ২২৪০

(৬৯০৫—R)— (১৩০৫—R) = ৬৯০৫— ১৩০৫ = ৫৬০০

অন্তরফলগুলোর গ,সা.গু নির্ণয় করে পাই,

২২৪০) ৩৩৬০(১
২২৪০

১১২০)২২৪০(২
২২৪০
০

১১২০)৫৬০০(৫
৫৬০০
০

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ সংখ্যাগুলোর গ. সা. গু = ১১২০

অতএব, নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা ১১২০।

২২। ৪০০ ও ৫০০—এর মধ্যবর্তী কোন কোন সংখ্যাকে ১২, ১৫ ও ২০ দ্বারা ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ১০ অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ

১২, ১৫ ও ২০ এর ল.সা.গু –

২ | ১২, ১৫, ২০

২ | ৬, ১৫, ১০

৩ | ৩, ১৫, ৫

৫ | ১, ৫, ৫

১, ১, ১

∴ ল. সা. গু = ২ × ২ × ৩ × ৫ = ৬০

এখন ৬০ দ্বারা ৪০০ ও ৫০০ সংখ্যাদ্বয়কে ভাগ করে পাই

৬০) ৪০০ (৬

৩৬০

৪০

৬০ — ৪০ = ২০

সুতরাং ৪০০ -এর পরবর্তী ৬০ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা

= ৪০০ + ২০ = ৪২০

আবার,

৬০)৫০০(৮

৪৮০

২০

সুতরাং, ৫০০ এর পূর্ববর্তী ৬০ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা

= ৫০০ — ২০ = ৪৮০

প্রশ্ন অনুসারে, প্রতিক্ষেত্রে ১০ অবশিষ্ট থাকে।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয়

৪২০ + ১০ = ৪৩০

এবং, ৪৮০ + ১০ = ৪৯০

২৩। কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৩৫, ৪৫, ৫৫ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ২৫, ৩৫ ও ৪৫ অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ

৩৫ – ২৫ = ১০

৪৫ – ৩৫ = ১০

৫৫ – ৪৫ = ১০

৩৫, ৪৫, ৫৫ হতে যথাক্রমে ২৫, ৩৫ ও ৪৫ বিয়োগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১০ অবশিষ্ট থাকে।

৩৫, ৪৫ ও ৫৫ এর ল.সা.গু –

৫ | ৩৫, ৪৫, ৫৫

৭, ৯, ১১

∴ ল. সা. গু = ৫ × ৭ × ৯ × ১১ = ৩৪৬৫

যেহেতু প্রতিক্ষেত্রে ১০ অবশিষ্ট থাকে

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা = ৩৪৬৫ – ১০ = ৩৪৫৫।

উত্তর : ৩৪৫৫.

২৪। সাত অংকের বৃহত্তম সংখ্যা নির্ণয় করুন যাকে ৫, ৭, ১২ ও ১৫ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে ৩, ৫, ১০ ও ১৩ হয়।

সমাধান ঃ

৫ – ৩ = ২

৭ – ৫ = ২

১২ – ১০ = ২

১৫ – ১৩ = ২

৫, ৭, ১২ ও ১৫ হতে যথাক্রমে ৩, ৫, ১০ ও ১৩ বিয়োগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ২ অবশিষ্ট থাকে।

৫, ৭, ১২ ও ১৫ এর ল.সা.গু –

৩ | ৫, ৭, ১২, ১৫

৫ | ৫, ৭, ৪, ৫

১, ৭, ৪, ১

∴ ল. সা. গু = ৩ × ৫ × ৭ × ৪ = ৪২০

সাত অংকের বৃহত্তম সংখ্যা = ৯৯৯৯৯৯৯

৪২০)৯৯৯৯৯৯৯(২৩৮০৯

৮৪০

১৫৯৯

১২৬০

৩৩৯৯

৩৩৬০

৩৯৯৯

৩৭৮০

২১৯

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ ল.সা.গু দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা = ৯৯৯৯৯৯৯ – ২১৯

= ৯৯৯৯৭৮০

যেহেতু প্রতিক্ষেত্রে ২ অবশিষ্ট থাকে অতএব,

নির্ণেয় সংখ্যা ৯৯৯৯৭৮০ – ২ = ৯৯৯৯৭৭৮।

উত্তর : ৯৯৯৯৭৭৮.

২৫। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৩, ৪, ৫, ৬ ও ৭ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে কিন্তু ১১ দ্বারা ভাগ দিলে কোন অবশিষ্ট থাকে না?

সমাধান ঃ

৩, ৪, ৫, ৬ ও ৭ -এর ল.সা.গু–

২ | ৩, ৪, ৫, ৬, ৭

৩ | ৩, ২, ৫, ৩, ৭

১, ২, ৫, ১, ৭

∴ ল. সা. গু = ২ × ৩ × ২ × ৫ × ৭ = ৪২০

সংখ্যাটি ৪২০k + ১ হবে যা ১১ দ্বারা বিভাজ্য । এখন k এর মান ১, ২, ৩, ৪, ৫..... বসিয়ে ১১ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা বের করতে হবে।

k=১ হলে (৪২০ × ১) + ১ = ৪২১, ১১ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

k=২ ” (৪২০ × ২) + ১ = ৮৪১, ১১ ” ” ”

k=৩ ” (৪২০ × ৩)+ ১ = ১২৬১, ১১ ” ” ”

k=৪ ” (৪২০ × ৪) + ১ = ১৬৮১, ১১ ” ” ”

k=৫ ” (৪২০ × ৫) + ১ = ২১০১, ১১ দ্বারা বিভাজ্য।

অতএব, নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ২১০১।

উত্তর : ২১০১.

২৬। ১৩ দ্বারা বিভাজ্য ক্ষুদ্রতম কোন্ সংখ্যাকে ৩, ৪, ৫, ৬, ও ৭ দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪ ও ৫ অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ

৩ – ১ = ২

৪ – ২ = ২

৫ – ৩ = ২

৬ – ৪ = ২

৭ – ৫ =২

৩, ৪, ৫, ৬ ও ৭ হতে যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪, ও ৫ বিয়োগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ২ অবশিষ্ট থাকে।

৩, ৪, ৫, ৬ ও ৭ এর ল.সা.গু –

২ | ৩,৪,৫,৬,৭

৩ | ৩,২,৫,৩,৭

১, ২,৫,১,৭

∴ ল. সা. গু = ২ × ৩ × ২ × ৫ × ৭ = ৪২০

সংখ্যাটি ৪২০k – ২ হবে যা ১৩ দ্বারা বিভাজ্য। এখন k এর মান ১, ২, ৩,.... ৬, ৭ বসিয়ে পাই,

k = ১ হলে (৪২০ × ১) – ২ = ৪১৮, ১৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়

k = ২ ” (৪২০ × ২) – ২ = ৮৩৮, ১৩ ” ” ”

....

....

....

k = ৬ ” (৪২০ × ৬) – ২ = ২৫১৮, ১৩ ” ” ”

k = ৭ ” (৪২০ × ৭) – ২ = ২৯৩৮, ১৩ দ্বারা বিভাজ্য

সুতরাং, নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ২৯৩৮।

উত্তর : ২৯৩৮.

২৭। কোন্ বৃহত্তম সংখ্যা এবং ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ৩০০০ হতে বিয়োগ করলে অন্তর ৭, ১১ ও ১৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে?

সমাধান ঃ

৭, ১১ ও ১৩ মৌলিক সংখ্যা হওয়ায় এদের ল. সা. গু = ৭ ×১১ × ১৩

= ১০০১

১০০১)৩০০০(২

২০০২

৯৯৮

অতএব, নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ৯৯৮

এবং বৃহত্তম সংখ্যা ৩০০০–১০০১ = ১৯৯৯

উত্তর : ৯৯৮ ও ১৯৯৯।

২৮। ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সাথে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে সমষ্টি ২, ৪, ৬, ৮, ১০ ও ১২ দ্বারা বিভাজ্য হবে?

সমাধান ঃ

২, ৪, ৬, ৮, ১০ ও ১২ এর ল.সা.গু –

২ | ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২

২ | ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬

৩ | ১, ১, ৩, ২, ৫, ৩

১, ১, ১, ২, ৫, ১

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ ল. সা. গু = ২ × ২ × ৩ × ২ × ৫ = ১২০

ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০০০

ল.সা.গু দ্বারা ছয় অংকের ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ভাগ করলে পাই –

১২০)১০০০০০(৮৩৩
৯৬০
৪০০
৩৬০
৪০০
৩৬০
৪০

১২০ — ৪০ = ৮০

অতএব, নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ৮০।

উত্তর : ৮০.

২৯। কতগুলি চারাগাছ প্রতি সারিতে ৩, ৫, ৬, ৮, ১০ ও ১২টি করে লাগাতে গিয়ে দেখা গেল যে প্রতিবারে ২টি চারা বাকী থাকে কিন্তু প্রতি সারিতে ১৯টি করে লাগালে একটি চারাও অবশিষ্ট থাকে না। ন্যূনপক্ষে কতগুলো চারাগাছ ছিল?

সমাধান ঃ ৩, ৫, ৬, ৮, ১০ ও ১২ এর ল.সা.গু –

২ | ৩, ৫, ৬, ৮, ১০, ১২
২ | ৩, ৫, ৩, ৪, ৫, ৬
৩ | ৩, ৫, ৩, ২, ৫, ৩
৫ | ১, ৫, ১, ২, ৫, ১
১, ১, ১, ২, ১, ১

∴ ল. সা. গু = ২ × ২ × ৩ × ৫ × ২ = ১২০

সংখ্যাটি (১২০ × k) + ২ হবে যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য। k –এর মান ১, ২, ৩, ৪, ... বসিয়ে পাই,

k = ১ হলে, (১২০ × ১) + ২ = ১২২, যা ১৯ দ্বারা বিভাজ্য নয়।
k = ২ ” (১২০ × ২) + ২ = ২৪২ ” ১৯ ” ” ”

k = ৩ ” (১২০ × ৩) + ২ = ৩৬২ ” ১৯ ” ” ”
k = ৪ ” (১২০ × ৪) + ২ = ৪৮২ ” ১৯ ” ” ”
k = ৫ ” (১২০ × ৫) + ২ = ৬০২ ” ১৯ ” ” ”
k = ৬ ” (১২০ × ৬) + ২ = ৭২২ ” ১৯ দ্বারা বিভাজ্য।

∴ নির্ণেয় সংখ্যা ৭২২।

উত্তর : ৭২২.

৩০। একটি ঘোড়ার গাড়ির সামনের চাকার পরিধি ৩ মিটার, পিছনের চাকার পরিধি ৪ মিটার। গাড়ীটি কত পথ গেলে সামনের চাকা পিছনের চাকার চেয়ে ১০০ বার বেশি ঘুরবে?

সমাধান ঃ ৩, ৪ এর ল. সা. গু = ৩ × ৪ = ১২

১২ মিটার পথ চলতে সামনের চাকা ঘোরে = (১২ ÷ ৩) বার = ৪ বার
” ” ” ” পিছনের ” ” = (১২ ÷ ৪) বার = ৩ ”

সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা ১ বার বেশী ঘোরে ১২ মিটার পথ চলতে।

অতএব, নির্ণেয় দূরত্ব = ১২ মিটার × ১০০ = ১২০০ মিটার

$= \frac{১২০০}{১০০০}$ কিলোমিটার = ১.২ কিলোমিটার

উত্তর : ১.২ কিলোমিটার।

৩১। পাঁচটি ঘন্টা একত্রে বেজে পরে যথাক্রমে ৩, ৫, ৭, ৮ ও ১০ সেকেন্ড অন্তর বাজতে লাগল। কতক্ষণ পরে ঘন্টাগুলো আবার একত্রে বাজবে?

সমাধান ঃ ৩, ৫, ৭, ৮ ও ১০ এর ল.সা.গু –

২ | ৩, ৫, ৭, ৮, ১০
৫ | ৩, ৫, ৭, ৪, ৫
৩, ১, ৭, ৪, ১,

∴ ল. সা. গু = ২ × ৫ × ৩ × ৭ × ৪ = ৮৪০

অতএব, নির্ণেয় সময় = ৮৪০ সেকেন্ড বা ১৪ মিনিট।

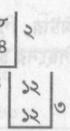
উত্তর : ১৪ মিনিট।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

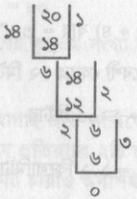
৩২। দু'টি আয়তাকার গুদাম ঘরের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২৮ ও ২০ মিটার এবং প্রস্থ যথাক্রমে ১২ মিটার ও ১৪ মিটার। সবচেয়ে বড় কোন আয়তনের আয়তাকার পাথর দিয়ে ঘরের মেঝে পুরোপুরি ঢেকে ফেলা যাবে এবং কোন পাথর অপচয় হবে না?

সমাধান ঃ

১ম ও ২য় ঘরের দৈর্ঘ্য গ.সা.গু



১ম ও ২য় ঘরের প্রস্থের গ.সা.গু



প্রয়োজনীয় পাথরের দৈর্ঘ্য = ৪ মি.

" " " = ২ মি.

∴ পাথরের ক্ষেত্রফল = ৪ × ২ = ৮ ব.মি

∴ ১ম ঘরের জন্য পাতর লাগবে ৩৩৬ ÷ ৮ = ৪২টি

২য় " " " " ২৮০ ÷ ৮ = ৩৫টি

৩৩। চারটি ঘন্টা একত্রে বেজে পরে যথাক্রমে ১, $১\frac{১}{৪}$, $১\frac{১}{২}$ ও $১\frac{৩}{৪}$ সেকেন্ড অন্তর বাজতে লাগল। কতক্ষণ পরে ঘন্টাগুলি আবার একত্রে বাজবে?

সমাধান ঃ

$$\therefore ১, \frac{৫}{৪}, \frac{৩}{২}, \frac{৭}{৪} \text{ এর ল. সা. গু} = \frac{১, ৫, ৩, ৭ \text{ এর ল. সা. গু}}{১, ৪, ২, ৪ \text{ এর গ. সা. গু.}}$$

$$= \frac{১\times৩\times৫\times৭}{১} = \frac{১০৫}{১} = ১০৫ \text{ সেকেন্ড}$$

অতএব, নির্ণেয় সময় = ১ মিনিট ৪৫ সেকেন্ড।

উত্তর : ১ মিনিট ৪৫ সেকেন্ড।

৩৪। কোন বিমান আক্রমণের সময় এক শহরের তিনটি স্থান হতে $\frac{৪}{৫}$ ঘন্টা, $\frac{৩}{১০}$ ঘন্টা ও $\frac{১১}{৩৫}$ ঘন্টা পর পর সাইরেন বাজতে লাগল। একবার একত্রে বাজার কতক্ষণ পর আবার সাইরেনগুলি একত্রে বাজবে?

সমাধান ঃ

$$\frac{৪}{৫}, \frac{৩}{১০} \text{ ও } \frac{১১}{৩৫} \text{ এর ল, সা, গু} = \frac{৪, ৩ \text{ ও } ১১ \text{ এর ল. সা. গু}}{৫, ১০ \text{ ও } ৩৫ \text{ এর গ. সা. গু}}$$

$$= \frac{১৩২}{৫} = ২৬\frac{২}{৫}$$

অর্থাৎ, সাইরেনগুলি $২৬\frac{২}{৫}$ ঘন্টা পরে একত্রে বাজবে।

অতএব, নির্ণেয় সময় = $২৬\frac{২}{৫}$ ঘন্টা।

উত্তর : $২৬\frac{২}{৫}$ ঘন্টা।

৩৫। এমন তিনটি সংখ্যা নির্ণয় করুন যাদের প্রত্যেক জোড়া সহমৌলিক এবং যাদের প্রথম দুটির গুণফল ৪৩৭ এবং শেষ দুটির গুণফল ৫৫১।

সমাধান ঃ ৪৩৭ ও ৫৫১ এর গ.সা.গু.= ১৯

সুতরাং, একটি সংখ্যা = ১৯

বাকি সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে ৪৩৭ ÷১৯ = ২৩ এবং ৫৫১ ÷১৯ = ২৯

বিকল্প:

ধরি, যংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে ক, খ ও গ; যেখানে ক ও খ পরস্পর সহমৌলিক এবং খ ও গ পরস্পর সহমৌলিক এবং ক ও গ তাই ।

প্রশ্নমতে–

কখ = ৪৩৭ .....(১)

এবং, খগ = ৫৫১ .....(২)

(১) ÷(২) হতে,

$$\frac{ক}{গ} = \frac{২৩}{২৯}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখানে, পর্যবেক্ষণ থেকে বলা যায়, ক = ২৩ এবং গ = ২৯ যারা পরস্পর সহমৌলিক।

এবার, (১) এ ক = ২৩ বসিয়ে পাই, খ = ১৯

অতএব, সংখ্যাত্রয় যথাক্রমে ২৩, ১৯ ও ২৯

৩৬। ২৩৭৫৯১৪৩ হতে কোন বৃহত্তম সংখ্যা বিয়োগ করলে এবং ঐ সংখ্যার সাথে কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যথাক্রমে বিয়োগফল এবং যোগফল ২৪, ৩৫, ৯১, ১৩০ ও ১৫০ দ্বারা বিভাজ্য হবে?

২৪, ৩৫, ৯১, ১৩০ ও ১৫০ এর ল.সা.গু. = ৫৪৬০০

```
৫৪৬০০ | ২৩৭৫৯১৪৩
        ২১৮৪০০
        ---------
          ১৯১৯১৪
          ১৬৩৮০০
          -------
            ২৮১১৪৩
            ২৭৩০০০
            -------
              ৮১৪৩
```

∴ যে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি যোগ করতে হবে সেটা হচ্ছে, ৫৪৬০০ – ৮১৪৩ = ৪৬৪৫৭

আবার, যে বৃহত্তম সংখ্যা বিয়োগ করতে হবে সেটা হচ্ছে, ২৩৭৫৯১৪৩ – ৫৪৬০০

= ২৩৭০৪৫৪৩

৩৭। একটি গাড়ির সামনের এবং পেছনের চাকার ব্যাস যথাক্রমে ১৪ সে.মি. ও ২৮ সে.মি.। ৪৪ মিটার পথ যেতে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা কত পূর্ণ সংখ্যকবার বেশী ঘুরবে?

সমাধান: সামনের চাকার পরিধি= ব্যাস × π=১৪π সে.মি. = ১৪ × $\frac{২২}{৭}$ সে.মি.= ৪৪ সে.মি.

এবং, পেছনের চাকার পরিধি = ২৮π সে.মি.= ৮৮ সে.মি.

এখন, ৪৪ মি. বা ৪৪০০ সে.মি. পথ যেতে সামনের চাকা ঘুরবে = $\frac{৪৪০০}{৪৪}$ বার

= ১০০ বার; এবং পেছনের চাকা ঘুরবে= $\frac{৪৪০০}{৮৮}$ বার=৫০ বার

সুতরাং, সামনের চাকা (১০০ – ৫০) বার অর্থাৎ ৫০ বার বেশি ঘুরবে।

৩৮। ৯২২০ সৈন্য থেকে কমপক্ষে কতজন সরিয়ে রাখলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যায়?

সমাধান:

```
৯২২০ | ৯৬
 ৮১
 ----
১৮৬ | ১১২০
      ১১১৬
      ----
         ৪
```

∴ কমপক্ষে ৪ জন সৈন্য সরিয়ে রাখলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

৩৯। ৯২২০ সৈন্য থেকে কমপক্ষে কতজন সরিয়ে রাখলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যায়?

সমাধান:

```
৫৬৭২৮ | ২৩৮
    ৪
 ----
৪৩ | ১৬৭
     ১২৯
     ----
৪৬৮ | ৩৮২৮
      ৩৭৪৪
      ----
        ৮৪
```

∴ কমপক্ষে ৮৪ জন সৈন্য সরিয়ে রাখলে সৈন্যদলকে বর্গাকারে সাজানো যাবে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অনুপাত ও সমানুপাত
Ratio and Proportion

অনুপাত কি?

অনুপাত দ্বারা একই জাতীয় দুইটি রাশির মধ্যে তুলনা বোঝায়। দুইটি একজাতীয় রাশির একটি অপরটির তুলনায় কত গুণ বা অংশ তাই ঐ রাশি দুইটির অনুপাত। যেমন, যদি মনজু ও রনজু ঘণ্টায় যথাক্রমে ৫ কি.মি. ও ৪ কি.মি. দৌড়ায় তবে মনজু ও রনজুর গতিবেগের অনুপাত $= \frac{৫ \text{ কি.মি.}}{৪ \text{ কি.মি.}} = \frac{৫}{৪}$; অর্থাৎ মনজুর গতিবেগ রনজুন গতিবেগের $\frac{৫}{৪}$ গুণ।

অনুপাত একটি প্রকৃত বা অপ্রকৃত ভগ্নাংশ। সুতরাং ভগ্নাংশের সকল নিয়মই অনুপাতের বেলায় প্রযোজ্য। অনুপাতকে 'ঃ' এরূপ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন, ৩ মিটার ও ৪ মিটারের অনুপাত $\frac{৩}{৪}$; একে ৩ ঃ ৪ আকারেও লেখা হয়।

দুইটি রাশির অনুপাত নির্ণয় করতে হলে প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ করা হয়। প্রথম রাশিকে পূর্ব রাশি এবং দ্বিতীয় রাশিকে উত্তর রাশি বলা হয়।

কোন অনুপাতের মান ১ অপেক্ষা বড় হলে তাকে গুরু অনুপাত, ১ অপেক্ষা ছোট হলে তাকে লঘু অনুপাত এবং ১ হলে তাকে একানুপাত বলা হয়। যেমন $\frac{১২}{৫}$ গুরু অনুপাত, $\frac{৩}{৪}$ লঘু অনুপাত।

বিভিন্ন প্রকার অনুপাত :

(ক) **ব্যস্ত অনুপাত (Inverse Ratio) ঃ** কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশিকে যথাক্রমে উত্তর ও পূর্ব রাশি ধরে যে অনুপাত হয়, তাকে প্রথম অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত বলা হয়। যেমন ৩ ঃ ৪ এর ব্যস্ত অনুপাত ৪ ঃ ৩।

(খ) **মিশ্র অনুপাত (Compound Ratio) ঃ** দুইটি রাশির অনুপাতকে সরল অনুপাত বলা হয়। একাধিক সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফলকে পূর্ব রাশি ও উত্তর রাশিগুলোর গুণফলকে উত্তর রাশি ধরে যে অনুপাত হয়, তাকে মিশ্র অনুপাত বলা হয়। যেমন– ৫ ঃ ৬, ৩ ঃ ৪ ও ২ ঃ ৩ তিনটি সরল অনুপাত। তাদের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল ৩০ এবং উত্তর রাশিগুলোর গুণফল ৭২; সুতরাং প্রদত্ত অনুপাত তিনটির মিশ্র অনুপাত ৩০ ঃ ৭২।

(গ) **দ্বিগুণানুপাত ঃ** কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশির বর্গের অনুপাতকে তার দ্বিগুণানুপাত বলা হয়। যথা– ৩ ঃ ২ এর দ্বিগুণানুপাত $৩^২ ঃ ২^২ = ৯ ঃ ৪$।

(ঘ) **দ্বিভাজিত অনুপাত ঃ** কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশির বর্গমূলের অনুপাতকে তার দ্বিভাজিত অনুপাত বলা হয়। যথা– ১৬ ঃ ৯ এর দ্বিভাজিত অনুপাত $\sqrt{১৬} ঃ \sqrt{৯} = ৪ ঃ ৩$।

সমানুপাত :

যদি চারটি রাশি এরূপ হয় যে, প্রথম ও দ্বিতীয়টির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থটির অনুপাতের সমান, তবে ঐ চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। যেমন, ৫ টাকা, ১৫ টাকা, ৬ কি.মি. এবং ১৮ কি.মি. রাশি চারটি একটি সমানুপাত তৈরি করে। কেননা, প্রথম দুইটি রাশির অনুপাত $\frac{৫}{১৫} = \frac{১}{৩}$ এবং দ্বিতীয় দুইটি রাশির অনুপাত $\frac{৬}{১৮} = \frac{১}{৩}$। এই সমানুপাতকে ৫ ঃ ১৫ = ৬ ঃ ১৮ লিখে প্রকাশ করা হয়।

সমানুপাতের চারটি রাশিই একজাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না। প্রত্যেক অনুপাতের রাশি দুইটি একজাতীয় হলেই চলে।

সমানুপাতের প্রথম ও চতুর্থ রাশিকে প্রান্তীয় রাশি এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে মধ্য রাশি বলা হয়। চতুর্থ রাশিকে ১ম, ২য় ও ৩য় রাশির চতুর্থ সমানুপাতিক বলা হয়। সমানুপাতের ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ রাশিকে উল্লিখিত ক্রমে সমানুপাতী বলা হয়।

ক্রমিক সমানুপাত ঃ যদি একই জাতীয় তিনটি রাশি এরূপ হয় যে, ১ম ঃ ২য় = ২য় ঃ ৩য়, তবে ঐ রাশি তিনটি ক্রমিক সমানুপাতে আছে বলা হয়। এখানে ২য় রাশিটিকে ১ম ও ৩য় রাশির মধ্যক বা মধ্য সমানুপাতী এবং তৃতীয় রাশিকে ১ম ও ২য় রাশির তৃতীয় সমানুপাতিক বলা হয়।

এটি সহজেই লক্ষ করা যায় যে,

(১) চারটি রাশি সমানুপাতী হলে প্রান্তীয় রাশি দুইটির মানের গুণফল মধ্যরাশি দুইটির মানের গুণফলের সমান হয়।
অর্থাৎ, ক ঃ খ = গ ঃ ঘ হলে, ক ঘ = খ গ।

(২) সমানুপাতের অনুপাত দুইটির ব্যস্ত অনুপাত দুইটিও সমান হয়।
অর্থাৎ, ক ঃ খ = গ ঃ ঘ হলে, খ ঃ ক = ঘ ঃ গ।

(৩) চারটি একজাতীয় রাশি সমানুপাতী হলে ১ম ও ৩য় রাশির অনুপাত, ২য় ও ৪র্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়।
অর্থাৎ, ক ঃ খ = গ ঃ ঘ হলে, ক ঃ গ = খ ঃ ঘ।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ত্রৈরাশিক কি?

যদি দুইটি একজাতীয় রাশি এবং অপর দুইটি একজাতীয় মোট চারটি সমানুপাতী রাশির মধ্যে তিনটি রাশি দেওয়া থাকে তবে সমানুপাতের ধারণা ব্যবহার করে চতুর্থ রাশিটিকে নির্ণয় করার প্রক্রিয়াকে ত্রৈরাশিক বলা হয়।

ধারাবাহিক অনুপাত :

দুইটি অনুপাত যদি ক ঃ খ এবং খ ঃ গ আকারের হয় তাহলে তাদেরকে সাধারণত ক ঃ খ ঃ গ আকারে লেখা হয়। একে ধারাবাহিক অনুপাত বলা হয়। যেকোন দুইটি প্রদত্ত অনুপাতকে এই আকারে প্রকাশ করা সম্ভব। এখানে লক্ষণীয় যে, দুইটি অনুপাতকে ক ঃ খ ঃ গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশি দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান হতে হবে। যেমন, ৩ ঃ ৪ এবং ৫ ঃ ৭ অনুপাত দুইটিকে ক ঃ খ ঃ গ আকারে প্রকাশ করতে হলে প্রথম অনুপাতটির উত্তর রাশিটিকে দ্বিতীয় অনুপাতটির পূর্ব রাশির সমান করতে হবে।

এখন ৩ ঃ ৪ $= \frac{৩}{৪} = \frac{১৫}{২০} =$ ১৫ ঃ ২০, আবার ৫ ঃ ৭ $= \frac{৫}{৭} = \frac{২০}{২৮} =$ ২০ ঃ ২৮।

সুতরাং ৩ ঃ ৪ এবং ৫ ঃ ৭ অনুপাত দুইটির ক ঃ খ ঃ গ আকার হবে ১৫ ঃ ২০ ঃ ২৮।

সংক্ষিপ্ত আলোচনা :

- ❑ **দ্বিগুণানুপাত ঃ** দুটি সংখ্যার বর্গের অনুপাত।
- ❑ **দ্বিভাজিত অনুপাত ঃ** দুটি সংখ্যার বর্গমূলের অনুপাত।
- ❑ **মিশ্র অনুপাত ঃ** পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল ঃ উত্তর রাশিগুলোর গুণফল (বাম ও ডানের কমন সংখ্যাগুলোকে বাদ দিয়ে বাকি সংখ্যাগুলোর অনুপাতই মিশ্র অনুপাত।
- ❖ অনুপাত হিসেবে লিখলে একক থাকে না। উত্তরপদ ঃ পূর্বপদ লিখলে সেটা ব্যস্তানুপাত।
- ❑ **সমানুপাত**

দুটি ভিন্ন অনুপাতের জিনিসের অনুপাতগুলো সমান হলে সেটা সমানুপাত। এতে চারটি রাশি থাকে — যেমন–৯ ঃ ৬ ঃ ঃ ৩ ঃ ২

- ❖ ৯ ও ২ হল প্রান্তীয় রাশি, ৬ ও ৩ হল মধ্যরাশি।
- ❖ প্রান্তীয় রাশিদ্বয়ের গুণফল = মধ্য রাশিদ্বয়ের গুণফল
- ❖ তিনটি রাশির সাহায্যে চতুর্থ রাশি নির্ণয়ের নিয়ম হল – ত্রৈরাশিক।
- ❖ সমানুপাতের মাঝের রাশি দুটো একই হলে তাকে বলে ক্রমিক সমানুপাত।
- ❖ যদি a, b, c সমানুপাতী হয় তবে লেখা যায় $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ বা, $b^2 = ac$

- ❖ অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশিকে ঘন করে যে অনুপাত পাওয়া যায় তাকে ত্রিগুণানুপাত বলে।

৫ ঃ ৩ এর ত্রিগুণানুপাত হলো

$৫^৩$ ঃ $৩^৩$ = ১২৫ ঃ ২৭

সমানুপাতিক ভাগ :

কোন রাশিকে নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করাকে সমানুপাতিক ভাগ (Proportional division) বলা হয়।

S কে a ঃ b ঃ c ঃ d অনুপাতে ভাগ করতে হলে S কে মোট (a + b + c + d) ভাগ করে যথাক্রমে a, b, c ও d ভাগ নিতে হয়।

অতএব নির্ণেয়

প্রথম অংশ = S এর $\frac{a}{a+b+c+d} = \frac{a}{a+b+c+d} \times S$

দ্বিতীয় অংশ = S এর $\frac{b}{a+b+c+d} = \frac{b}{a+b+c+d} \times S$

তৃতীয় অংশ = S এর $\frac{c}{a+b+c+d} = \frac{c}{a+b+c+d} \times S$

চতুর্থ অংশ = S এর $\frac{d}{a+b+c+d} = \frac{d}{a+b+c+d} \times S$

এই ভাবে যেকোন রাশিকে যেকোন নির্দিষ্ট অনুপাতে ভাগ করা যায়।

কারবার

সাধারণ আলোচনা :

১. কারবারের ক্ষেত্রে বিনিয়োগ বিভিন্নভাবে হতে পারে। একাধিক ব্যক্তির মধ্যে কারবার হতে পারে। প্রত্যেক ব্যক্তির বিভিন্ন সময়ের বিনিয়োগকে ১২ দিয়ে গুণ করে মাসিক তুল্য মূলধন বের করতে হবে।

২. মূলধনের অনুপাতগুলো যোগ করতে হবে।

৩. কারবারে যদি লাভ হয়ে থাকে তবে প্রতিজনের লভ্যাংশ হবে–

মোট লভ্যাংশ $\times \frac{\text{প্রতিব্যক্তির মূলধন}}{\text{মূলধনের অনুপাতের যোগফল}}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৪. কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা বণ্টনের সময় প্রতিজনের টাকার পরিমাণের অনুপাত বের করে অনুপাতগুলো যোগ করতে হবে।

$$\therefore \text{প্রতিজনের টাকা} = \text{মোট টাকা} \times \frac{\text{প্রতিজনের অনুপাত}}{\text{অনুপাতের যোগফল}}$$

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১। **৪০ কিলোগ্রাম দ্রবণে পানি এবং চিনির অনুপাত ৮ ঃ ১। ঐ দ্রবণে কি পরিমাণ চিনি মিশ্রিত করলে পানি ও চিনির অনুপাত ৮০ ঃ ১৯ হবে? [২৯তম বিসিএস]**

সমধান : পানি ঃ চিনি = ৮ ঃ ১

অনুপাতের যোগফল = ৮ + ১ = ৯

$$\text{পানির পরিমাণ} = \frac{৪০}{৯} \times ৮ = \frac{৩২০}{৯}$$

$$\text{এবং চিনির পরিমাণ} = \frac{৪০}{৯} \times ১ = \frac{৪০}{৯}$$

ধরি, নতুন মিশ্রণে, x পরিমাণ চিনি মিশ্রিত করা হলো

$\therefore$ প্রশ্নমতে, পানি ঃ চিনি + x = ৮০ ঃ ১৯

$$\text{বা, } \frac{\text{পানি}}{(\text{চিনি} + x)} = \frac{৮০}{১৯}$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{৩২০}{৯}}{\left(\frac{৪০}{৯} + x\right)} = \frac{৮০}{১৯}$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{৩২০}{৯}}{\frac{৪০ + ৯x}{৯}} = \frac{৮০}{১৯}$$

$$\text{বা, } \frac{৩২০}{৪০ + ৯x} = \frac{৮০}{১৯}$$

বা, ৩২০০ + ৭২০x = ৬০৮০

বা, ৭২০x = ৬০৮০ − ৩২০০

বা, ৭২০x = ২৮৮০

$$\text{বা, } x = \frac{২৮৮০}{৭২০} = ৪ \text{ কিলোগ্রাম}$$

$\therefore$ x = ৪ কিলোগ্রাম।

উত্তর : ৪ কিলোগ্রাম।

২। **কোন একজন মহিলার ২৪০৭৫ টাকা ছিল। তিনি নিজের জন্য ৬৭৫ টাকা রেখে অবশিষ্ট টাকা স্বামী, মা এবং কন্যাদ্বয়ের মধ্যে $\frac{১}{৪} ঃ \frac{১}{৬} ঃ \frac{২}{৩}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক কন্যা কত পেল? [২৯তম বিসিএস]**

সমাধান ঃ মহিলার অবশিষ্ট টাকা = (২৪০৭৫ − ৬৭৫) = ২৩,৪০০ টাকা।

$$\text{স্বামী ঃ মা ঃ কন্যাদ্বয়} = \frac{১}{৪} ঃ \frac{১}{৬} ঃ \frac{২}{৩}$$

$$\text{অনুপাতের যোগফল} = \frac{১}{৪} + \frac{১}{৬} + \frac{২}{৩} = \frac{১৩}{১২}$$

$$\text{কন্যাদ্বয় পায়} = ২৩,৪০০ \text{ এর } \frac{\frac{২}{৩}}{\frac{১৩}{১২}}$$

$$= ২৩,৪০০ \text{ এর } \frac{২}{৩} \times \frac{১২}{১৩}$$

$$= ২৩,৪০০ \text{ এর } \frac{৮}{১৩} = ১৪,৪০০ \text{ টাকা।}$$

$\therefore$ প্রত্যেক কন্যা পায় = ১৪,৪০০ ÷ ২ = ৭,২০০ টাকা।

উত্তর : ৭২০০ টাকা।

৩। **এক রসায়নবিদের নিকট একই এসিডের দুইটি দ্রবণ আছে, যার একটিতে এসিডের পরিমাণ ১৫% এবং অপরটিতে ২৫%। ২১% এসিডবিশিষ্ট ১২০ সি. সি. দ্রবণ তৈরি করার জন্য প্রতিটি দ্রবণের কত সি. সি. মিশাতে হবে, নির্ণয় করুন। [২৭তম বিসিএস]**

সমাধান :

ধরি, ১ম দ্রবণ হতে গৃহীত এসিড = x সিসি

২য় " " " " = y সিসি

$\therefore$ x + y = 120 ..... (i)

এখন, ১ম দ্রবণে,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০০ সিসির মধ্যে এসিড = ১৫ সিসি

১ " " " = $\frac{১৫}{১০০}$ সিসি

x " " " = $\frac{১৫ \times x}{১০০}$ সিসি = $\frac{৩x}{২০}$ সিসি

আবার, ২য় দ্রবণে –

১০০ সিসির মধ্যে এসিড = ২৫ সিসি

১ " " " = $\frac{২৫}{১০০}$ সিসি

y " " " = $\frac{২৫ \times y}{১০০}$ সিসি = $\frac{y}{৪}$ সিসি

নির্ণেয় দ্রবণে, ১০০ সিসির মধ্যে এসিড = ২১ সি.সি.

∴ ১২০ " " " = $\frac{১২০ \times ২১}{১০০}$ "

= ২৫.২ সি.সি.

শর্তানুসারে,

$\frac{৩x}{২০} + \frac{y}{৪} = ২৫.২$

$\frac{৩x + ৫y}{২০} = ২৫.২$

বা, $৩x + ৫y = ৫০৪$ ..... (ii)

(i) নং সমীকরণের সাথে ৩ গুণ করে (ii) নং সমীকরণ হতে বিয়োগ করলে

$৩x + ৫y = ৫০৪$ ..... (ii)

$৩x + ৩y = ৩৬০$ ..... (ii)

(বিয়োগ) $২y = ১৪৪$

বা, $y = \frac{১৪৪}{২} = ৭২$

∴ $x = (১২০ - ৭২) = ৪৮$

নির্ণেয় ১ম দ্রবণ হতে নিতে হবে ৪৮ সিসি এবং ২য় দ্রবণ হতে নিতে হবে ৩০ সিসি।

উত্তর : ১ম দ্রবণ হতে ৪৮ সিসি এবং ২য় দ্রবণ হতে ৩০ সিসি।

৪। **কুকুর তাড়িত একটি খরগোশ যত সময়ে ৮ বার লাফ দেয়, কুকুরটি ততক্ষণে ৭ বার লাফ দেয়। কিন্তু খরগোশ ৫ লাফে যতদূর যায়, কুকুর ৪ লাফে ততদূর যায়। খরগোশের ও কুকুরের বেগের অনুপাত নির্ণয় করুন।** [২৫তম বিসিএস]

সমাধান :

খরগোশের ৫ লাফের দূরত্ব = কুকুরের ৪ লাফের দূরত্ব

∴ " ১ " " $\frac{৪}{৫}$ "

∴ " ৮ " " $\frac{৪ \times ৮}{৫} = \frac{৩২}{৫}$ "

∴ খরগোশের বেগ : কুকুরের বেগ = $\frac{৩২}{৫} : ৭ = ৩২ : ৩৫$

উত্তর : ৩২ ঃ ৩৫।

৫। **কয়েকজন শ্রমিক একটি কাজ ১৮ দিনে করে দেবে বলে ঠিক করে। কিন্তু তাদের মধ্যে ৯ জন অনুপস্থিত থাকায় কাজটি ৩৬ দিনে সম্পন্ন হল। ৩৬ জন শ্রমিক নিযুক্ত হলে কত দিনে কাজটি সম্পন্ন হত?** [২৩তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি, মোট শ্রমিকের সংখ্যা =x জন

∴ অনুপস্থিত থাকায় শ্রমিকের সংখ্যা = (x – ৯) জন

সুতরাং,

(x – ৯) জন ঃ x জন = ১৮ দিন ঃ ৩৬ দিন

বা, $\frac{x - ৯}{x} = \frac{১৮}{৩৬}$

বা, $\frac{x - ৯}{x} = \frac{১}{২}$

বা, $২x - ১৮ = x$

বা, $২x - x = ১৮$

∴ $x = ১৮$ জন

আবার,

৩৬ জন ঃ ১৮ জন = ১৮ দিন ঃ নির্ণেয় সময়

বা, $\frac{৩৬}{১৮} = \frac{১৮ \text{ দিন}}{\text{নির্ণেয় সময়}}$

∴ নির্ণেয় সময় = $\frac{১৮ \times ১৮}{৩৬}$ দিন = ৯ দিন

অতএব, নির্ণেয় সময় ৯ দিন।

উত্তর : ৯ দিন।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৬। একটি যৌথ কারবারে ক ও খ -এর মূলধনের অনুপাত ১৫ ঃ ১৭। খ সক্রিয় অংশীদার বলে লাভের $\frac{১}{২০}$ অংশ পায়। বাকী অর্থ মূলধনের সমানুপাতে বিভক্ত হয়। কারবারে ৬০৮০ টাকা লাভ হলে খ কত টাকা পাবে? [২১তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

অংশীদার হিসাবে খ–এর প্রাপ্য = ৬০৮০০ টাকার $\frac{১}{২০}$

= ৩০৪০ টাকা

বাকী লভ্যাংশ (৬০৮০০ – ৩০৪০) টাকা = ৫৭৭৬০ টাকা

ক ও খ – এর মূলধনের অনুপাত = ১৫ ঃ ১৭

অনুপাতের যোগফল = (১৫ + ১৭) = ৩২

সুতরাং,

খ– এর লভ্যাংশ = ৫৭৭৭৬০ টাকার × $\frac{১৭}{৩২}$ = ৩০৬৮৫ তনত

∴ খ-এর মোট প্রাপ্য = (৩০৬৮৫ + ৩০৪) টাকা = ৩০৯৮৯ টাকা

৭. করিম যে সময়ে ৭ বার পদক্ষেপ দেয়, রহিম ততক্ষণে ৮ বার পদক্ষেপ দেয়। কিন্তু রহিম ৫ পদক্ষেপে যতদূর যায়; করিম ৪ পদক্ষেপে ততদূর যায়। করিম ও রহিমের গতিবেগের অনুপাত নির্ণয় করুন। [২০–তম বিসিএস]

সমাধান :

রহিমের ৫ পদক্ষেপের দূরত্ব = করিমের ৪ পদক্ষেপের দূরত্ব

∴ " ১ " " $\frac{৪}{৫}$

∴ " ৮ " " $\frac{৪ \times ৮}{৫} = \frac{৩২}{৫}$ "

∴ করিমের বেগ ঃ রহিমের বেগ = ৭ ঃ $\frac{৩২}{৫}$ = ৩৫ ঃ ৩২

উত্তর : ৩৫ ঃ ৩২।

৮। কিছু টাকা ক, খ এবং গ–এর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হল যেন ক, খ –এর চাইতে ৩.৫ গুণ পায়; খ, গ– এর চাইতে ৪ গুণ পায় এবং খ, ক অপেক্ষা ৫০৩ টাকা কম পায়। মোট কত টাকা ভাগ করে দেওয়া হয়েছিল? [১৮তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি

গ পায় x টাকা

∴ খ " ৪x টাকা

∴ ক পায় = ৪x × ৩.৫ = ১৪x টাকা।

প্রশ্নমতে, ১৪x – ৪x = ৫০৩

বা, ১০x = ৫০৩

∴ x = ৫০.৩

মোট টাকা = x + ৪x + ১৪x

= ১৯x = ১৯ × ৫০.৩

৯৫৫.৭০ টাকা।

উত্তর : ৯৫৫.৭০ টাকা।

৯। ৪০ লিটার মিশ্রণে সিরাপ এবং পানির অনুপাত ৫ ঃ ৩। ঐ মিশ্রণে কি পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে সিরাপ ও পানির অনুপাত ৩ ঃ ৫ হবে? [১৭–তম বিসিএস]

সমাধান :

সিরাপঃপানি = ৫ ঃ ৩

সুতরাং, অনুপাতদ্বয়ের যোগফল = ৫ + ৩ = ৮

৪০ লিটার মিশ্রণে সিরাপের পারিমাণ ৪০ লিটার এর $\frac{৫}{৮}$ = ২৫ লিটার

৪০ " " পানির " ৪০ লিটার এর $\frac{৩}{৮}$ = ১৫ লিটার

ধরা যাক, ঐ মিশ্রণে x লিটার পানি মিশ্রিত করলে সিরাপ ও পানির অনুপাত ৩ :৫ হবে।

তাহলে মোট পানি হবে (১৫ + x) লিটার

প্রশ্নমতে,

(১৫ + x) : ২৫ = ৫ ঃ ৩

বা, $\frac{১৫ + x}{২৫} = \frac{৫}{৩}$

বা, ৪৫ + ৩x = ১২৫

বা, ৩x = ৮০

বা, x = $\frac{৮০}{৩}$ বা, ২৬$\frac{২}{৩}$ লিটার।

উত্তর : ২৬$\frac{২}{৩}$ লিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

১০। যৌথ কারবারে ক ও খ এর মূলধনের অনুপাত ৪ : ৫। ৩ মাস পরে ক ও খ যথাক্রমে তাদের মূলধনের $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{১}{৫}$ অংশ তুলে নিল। ১০ মাস পরে লাভের ৭৬০ টাকা ভাগ করে দিলে কে কত পাবে? [১৫তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি, প্রথম ৩ মাসে ৪ : ৫ অনুপাতে ক ও খ মোট x টাকা লাভ পায়।
৩ মাস পর ক ও খ তাহাদের মূলধন আংশিক তুলে নেয়ায় তাদের মূলধনের অনুপাত দাঁড়ায় যথাক্রমে–

$$\left(৪ - ৪ \text{ এর } \frac{১}{৪}\right) : \left(৫ - ৫ \text{ এর } \frac{১}{৫}\right)$$

$= (৪ - ১) : (৫ - ১) = ৩ : ৪$

প্রথম অনুপাতের যোগফল = ৪ + ৫ = ৯

পরের অনুপাতের যোগফল = ৩ + ৪ = ৭

যদি প্রথম ৩ মাস মূলধন ৯y হয় পরের ৭ মাসে মূলধন ৭y হবে।

৯y এর ৩ মাসের লাভ x টাকা

∴ ১ " ১ " " $\frac{x}{৯y \times ৩}$ "

∴ ৭y " ৭ " " $\frac{x \times ৭y \times ৭}{৯y \times ৩} = \frac{৪৯}{২৭}x$

শর্তানুসারে,

$x + \frac{৪৯}{২৭}x = ৭৬০$ টাকা

বা, $৭৬x = ৭৬০ \times ২৭$ টাকা

বা, $x = \frac{৭৬০ \times ২৭}{৭৬} = ২৭০$ টাকা

∴ পরের ৭ মাসের লাভ = ৭৬০ − ২৭০ = ৪৯০ টাকা

∴ ক পাবে = ২৭০ এর $\frac{৪}{৯}$ + ৪৯০ এর $\frac{৩}{৭}$

= ১২০ + ২১০ = ৩৩০ টাকা

∴ খ পাবে = ২৭০ এর $\frac{৫}{৯}$ + ৪৯০ এর $\frac{৪}{৭}$

= ১৫০ + ২৮০ = ৪৩০ টাকা

উত্তর : ক = ৩৩০ টাকা এবং খ = ৪৩০ টাকা।

১১। তিনটি ক্রমিক সমানুপাতিক সংখ্যার যোগফল ১৩ এবং গুণফল ২৭ হলে সংখ্যা তিনটি নির্ণয় করুন। [১৩–তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি,

ক্রমিক সমানুপাতিক সংখ্যা তিনটি a, b, c

যেহেতু a, b, c ক্রমিক সমানুপাতিক

সুতরাং, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

বা, $b^২ = ac$

বা, $b^২ \times b = ac \times b$ [উভয় পক্ষকে b দ্বারা গুণ করে]

বা, $b^৩ = abc$

বা, $b^৩ = ২৭$ [যেহেতু abc = ২৭]

বা, $(b)^৩ = (৩)^৩$

∴ b = ৩

আবার, a + b + c = ১৩ হলে,

a + c = (১৩ − b) = (১৩ − ৩) = ১০

এখন, $ac = b^2 = (৩)^২ = ৯$

সুতরাং, a + c = ১০ এবং ac = ৯ হলে পর্যবেক্ষণ দ্বারা

a = ১ হলে c = ৯

এবং a = ৯ হলে c = ১ মান পাওয়া যায়।

অতএব, সংখ্যা তিনটি ১, ৩, ৯ অথবা ৯, ৩, ১।

উত্তর : ১, ৩, ৯ অথবা ৯, ৩, ১।

১২। ক ও খ যথাক্রমে ৪,০০০ টাকা ও ৬,০০০ টাকা নিয়ে যৌথ কারবার শুরু করল। ৪ মাস পর ক তার মূলধনের $\frac{১}{৪}$ অংশ তুলে নিল এবং খ আরো ৫০০ টাকা বিনিয়োগ করল। এর ২ মাস পর গ ঐ কারবারে ১০,০০০ টাকা বিনিয়োগ করল। এরও ৬ মাস পর দেখা গেল যে কারবারে নীট ২২০০০ টাকা লাভ হয়েছে। লাভের অংশ কে কত পাবে? [১১তম বিসিএস]

সমাধান :

১ম ৪ মাস ক এর ৪০০০ টাকা খাটে অর্থাৎ ১৬০০০ টাকা ১ মাসে খাটে

১ম ৪ " খ " ৬০০০ " " "২৪০০০ " ১ "

"

৪ মাস পর ক এর মূলধন = ৪০০০ − ৪০০০ এর $\frac{১}{৪}$ = ৩০০০ টাকা

৪ " " খ " " = ৬০০০ + ৫০০ = ৬৫০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এবার ক এর ৩০০০ টাকা (১২ − ৪) বা ৮ মাস খাটে অর্থাৎ ২৪,০০০ টাকা ১ মাস খাটে
∴ খ অর্থাৎ ৬৫০০ টাকা (১২ − ৪) বা ৮ মাস খাটে অর্থাৎ ৫২,০০০ টাকা ১ মাস খাটে।
ক এর মোট মূলধন = ১৬০০০ + ২৪০০০ = ৪০,০০০ টাকা
খ " " " = ২৪০০০ + ৫২০০০ = ৭৬০০০ টাকা
গ এর ১০০০০ টাকা (১২ − ৬) বা ৬ মাস খাটে = ৬০০০০ টাকা ১ মাস খাটে
∴ ক ঃ খ ঃ গ = ৪০০০০ ঃ ৭৬০০০ ঃ ৬০০০০
= ৪০ ঃ ৭৬ ঃ ৬০
= ১০ ঃ ১৯ ঃ ১৫
∴ অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল = ১০ + ১৯ + ১৫ = ৪৪
ক এর লভ্যাংশ = ২২০০০ এর $\frac{১০}{৪৪}$ = ৫০০০ টাকা
খ " " = ২২০০০ এর $\frac{১৯}{৪৪}$ = ৯৫০০ টাকা
গ " " = ২২০০০ এর $\frac{১৫}{৪৪}$ = ৭৫০০ টাকা

উত্তর : ক পায় ৫০০০ টাকা, খ পায় ৯৫০০ টাকা, গ পায় ৭৫০০ টাকা

১৩। ক, খ ও গ এর মধ্যে ১১০০ টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হল যেন খ ও গ একত্রে যত টাকা পেল ক একা উক্ত টাকার $\frac{৩}{৭}$ অংশ পেল; আবার ক ও গ একত্রে যত টাকা পেল খ একা উক্ত টাকার $\frac{২}{৯}$ অংশ পেল। কে কত টাকা পেল? [১০তম বিসিএস]

সমাধান : ধরি, খ ও গ একত্রে x টাকা ও ক ও গ একত্রে y টাকা পেল।
∴ ক পায় = $\frac{৩x}{৭}$ টাকা এবং খ পায় = $\frac{২y}{৯}$ টাকা
প্রশ্নমতে, $\frac{৩x}{৭} + x = ১১০০$
বা, ১০x = ১১০০ × ৭
বা, x = ৭৭০ টাকা
এবং $\frac{২y}{৯} + y = ১১০০$
বা, ১১y = ৯ × ১১০০
বা, y = ৯০০ টাকা

∴ ক একা পায় = $\frac{৩ \times ৭৭০}{৭}$ = ৩৩০ টাকা
" খ "= $\frac{২ \times ৯০০}{৯}$ = ২০০ "
" গ "= ১১০০ − (৩৩০ + ২০০) = ৫৭০ টাকা।

উত্তর : ক পায় ৩৩০ টাকা; খ পায় ২০০ টাকা; গ পায় ৫৭০ টাকা।

১৪। একটি শিকারী কুকুর একটি খরগোসকে ধরার জন্য তাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ বার লাফ দেয়, খরগোস সেই সময়ে ৫ বার লাফ দেয়। কিন্তু খরগোস ৪ লাফে যতদূর যায়, কুকুর ৩ লাফে ততদূর যায়। কুকুর ও খরগোসের গতিবেগের তুলনা করুন। [নবম বিসিএস]

সমাধান ঃ
ধরি, কুকুর ১ লাফে যায় x মিটার
∴ " ৩ " " ৩x "
আবার, খরগোস ৪ লাফে যায় ৩x মিটার
∴ " ১ " " $\frac{৩x}{৪}$ "
কুকুরের গতিবেগ ঃ খরগোসের গতিবেগ
= কুকুরের ৪ লাফ ঃ খরগোসের ৫ লাফ
= ৪x ঃ ৫ × $\frac{৩x}{৪}$
= ১৬x ঃ ১৫x = ১৬ ঃ ১৫

উত্তর : ১৬ ঃ ১৫।

১৫। পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৭ ঃ ৩। চার বৎসর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ১৩ ঃ ৫। বর্তমানে কার বয়স কত? [নবম বিসিএস]

সমাধান ঃ
মনে করি, পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স 7k ও 3k বৎসর
∴ চার বৎসর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = (7k − 8) বৎসর
" " " পুত্রের " " = (3k − 8) "
আমরা পাই,
(7k − 8) ঃ (3k − 8) = ১৩ ঃ ৫
বা, $\frac{7k - 8}{3k - 8} = \frac{১৩}{৫}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, ৩৯k − ৫২ = ৩৫k − ২০

বা, ৩৯k − ৩৫k = ৫২ − ২০

বা, ৪k = ৩২

$\therefore k = \frac{৩২}{৪} = ৮$

পিতার বর্তমান বয়স = ৭ × ৮ = ৫৬ বৎসর এবং

পুত্রের " " = ৩ × ৮ = ২৪ বৎসর

উত্তর : পিতার বয়স ৫৬ বছর এবং পুত্রের বয়স ২৪ বছর।

মিশ্রণ বিষয়ক অঙ্ক

গাণিতিক অনুশীলন :

১। ৫০ লিটার পরিমাণ মিশ্রণে সিরাপ ও পানির অনুপাত ৩ ঃ ২। ঐ মিশ্রণে সিরাপ ও পানির পরিমাণ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

সিরাপ ঃ পানি = ৩ ঃ ২

অনুপাতের যোগফল = ৩ + ২ = ৫

$\therefore$ সিরাপের পরিমাণ = $৫০ \times \frac{৩}{৫}$ লিটার

= ৩০ লিটার

এবং, পানির পরিমাণ = $৫০ \times \frac{২}{৫}$ লিটার= ২০ লিটার

অতএব, নির্ণেয় সিরাপ ৩০ লিটার এবং পানি ২০ লিটার।

২। ৩০ লিটার পরিমাণ মিশ্রণে এসিড ও পানির অনুপাত ৭ ঃ ৩। ঐ মিশ্রণে কি পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে এসিড ও পানির অনুপাত ৩ ঃ ৭ হবে?

সমাধান ঃ

এসিড ঃ পানি = ৭ ঃ ৩

অনুপাতের যোগফল = ৭ + ৩ = ১০

$\therefore$ এসিডের পরিমাণ = $\frac{৩০}{১০} \times ৭$ লিটার = ২১ লিটার।

এবং পানির " = $\frac{৩০}{১০} \times ৩$ লিটার,= ৯ লিটার

নতুন মিশ্রণে এসিডের পরিমাণ ঠিক থাকবে শুধু পানির পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে।

নতুন মিশ্রণে,

এসিড ঃ পানি = ৩ ঃ ৭

বা, $\frac{\text{এসিড}}{\text{পানি}} = \frac{৩}{৭}$

বা, $\frac{২১}{\text{পানি}} = \frac{৩}{৭}$ [$\therefore$ এসিডের পরিমাণ একই রয়েছে]

বা, পানি = $\frac{৭ \times ২১}{৩}$ = ৪৯ লিটার

অতএব, পানি মিশ্রিত করতে হবে (৪৯ − ৯) লিটার = ৪০ লিটার।

উত্তর : ৪০ লিটার।

৩। একটি সোনার গয়নার ওজন ১৬ গ্রাম। এতে সোনার পরিমাণ ঃ তামার পরিমাণ = ৩ ঃ ১। এতে আর কি পরিমাণ সোনা মেশালে অনুপাত ৪ ঃ ১ হইবে?

সমাধান ঃ

অনুপাতের যোগফল = (৩ + ১) = ৪

$\therefore$ সোনার পরিমাণ = $\frac{১৬ \text{ গ্রাম}}{৪} \times ৩$

= ১২ গ্রাম

$\therefore$ তামার " = $\frac{১৬ \text{ গ্রাম}}{৪} \times ১$ = ৪ গ্রাম

নতুন মিশ্রণে তামার পরিমাণ ঠিক থাকবে, সোনার পরিমাণ বৃদ্ধি পাবে।

নতুন মিশ্রণে,

সোনা ঃ তামা = ৪ ঃ ১

বা, সোনা ঃ ৪ = ৪ ঃ ১

বা, $\frac{\text{সোনা}}{৪} = \frac{৪}{১}$

বা, সোনা = $\frac{৪ \times ৪}{১}$

= ১৬ গ্রাম

অর্থাৎ, সোনার পরিমাণ = ১৬ গ্রাম

অতিরিক্ত " " = ১৬ গ্রাম − ১২ গ্রাম

= ৪ গ্রাম

$\therefore$ নির্ণেয় অতিরিক্ত সোনা মেশাতে হবে ৪ গ্রাম।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৪। **৬৪ কিলোগ্রামের বালি ও পাথরের টুকরার মিশ্রণে বালির পরিমাণ ২৫%। কত কিলোগ্রাম বালি মিশালে নতুন মিশ্রণে পাথর টুকরার পরিমাণ ৪০% হবে?**

সমাধান ঃ মিশ্রণে বালির পরিমাণ ৬৪×২৫% = ১৬ কেজি

∴ মিশ্রনে পাথরের পরিমান (৬৪ − ১৬) = ৪৮ কেজি

শর্তমতে,

নতুন মিশ্রণের ৪০% = ৪৮ কেজি

∴ " "১০০% = $\frac{৪৮ \times ১০০}{৪০}$ = ১২০ কেজি

∴ নতুন মিশ্রণে বালির পরিমাণ (১২০ − ৪৮) = ৭২ কেজি।

∴ বালি মিশাতে হবে (৭২ − ১৬) = ৫৬ কেজি

উত্তর : ৫৬ কেজি।

৫। **২১ গ্যালন অকটেন মিশ্রিত পেট্রোলে, পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৪ ঃ ৩। এতে আর কত অকটেন মিশালে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৩ ঃ ৪ হবে?**

সমাধান: পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৪ ঃ ৩

অনুপাতের সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল = ৪ + ৩ = ৭

২১ গ্যালন মিশ্রণে পেট্রোল ২১ এর $\frac{৪}{৭}$ = ১২ গ্যালন

২১ গ্যালন মিশ্রণে অকটেন ২১ এর $\frac{৩}{৭}$ = ৯ গ্যালন

ধরি, অকটেন মেশাতে হবে ক গ্যালন

প্রশ্নমতে, $\frac{১২}{৯ + ক} = \frac{৩}{৪}$

বা, ৩(৯ + ক) = ১২ × ৪

বা, ২৭ + ৩ক = ৪৮

বা, ৩ক = ৪৮ − ২৭

বা, ৩ক = ২১

∴ ক = ৭ গ্যালন

উত্তর : ৭ গ্যালন।

৬। **৪০ গ্রাম অকটেন মিশ্রিত পেট্রোলে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৩ ঃ ১। এতে আর কত অকটেন মিশালে পেট্রোল ও অকটেনের অনুপাত ৫ ঃ ২ হবে?**

সমাধান : পেট্রোল ঃ অকটেন = ৩ ঃ ১, অনুপাতের যোগফল = ৩ + ১ = ৪

পেট্রোলের পরিমাণ = $\frac{৪০ \times ৩}{৪}$ = ৩০ গ্যালন

অকটেনের পরিমাণ = $\frac{৪০ \times ১}{৪}$ = ১০ গ্যালন

পেট্রোল ৫ গ্যালন হলে অকটেন = ২ গ্যালন

∴ " ১ " " " = $\frac{২}{৫}$ "

∴ " ৩০ " " " = $\frac{২ \times ৩০}{৫}$ "

= ১২ গ্যালন

∴ অতিরিক্ত = (১২ − ১০) = ২ গ্যালন

উত্তর : ২ গ্যালন।

১। **একটি শিকারী কুকুর একটি খরগোসকে ধরার জন্য তাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ বার লাফ দেয়, খরগোস সেই সময়ে ৫ বার লাফ দেয়। কিন্তু খরগোস ৪ লাফে যতদূর যায়, কুকুর ৩ লাফে ততদূর যায়। কুকুর ও খরগোসের গতিবেগের তুলনা করুন।** [নবম বিসিএস]

সমাধান ঃ

ধরি, কুকুর ১ লাফে যায় x মিটার

∴ " ৩ " " ৩x "

আবার, খরগোস ৪ লাফে যায় ৩x মিটার

∴ " ১ " " $\frac{৩x}{৪}$ "

কুকুরের গতিবেগ ঃ খরগোসের গতিবেগ

= কুকুরের ৪ লাফ ঃ খরগোসের ৫ লাফ

= ৪x ঃ ৫ × $\frac{৩x}{৪}$

= ১৬x ঃ ১৫x = ১৬ ঃ ১৫

উত্তর : ১৬ ঃ ১৫।

২। **পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৭ ঃ ৩। চার বৎসর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ১৩ ঃ ৫। বর্তমানে কার বয়স কত?** [নবম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি, পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স ৭k ও ৩k বৎসর

∴ চার বৎসর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = (৭k − ৪) বৎসর

" " " পুত্রের " = (৩k − ৪) "

আমরা পাই,

(৭k − ৪) ঃ (৩k − ৪) = ১৩ ঃ ৫

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $\frac{৭k - ৪}{৩k - ৪} = \frac{১৩}{৫}$

বা, $৩৯k - ৫২ = ৩৫k - ২০$

বা, $৩৯k - ৩৫k = ৫২ - ২০$

বা, $৪k = ৩২$

$\therefore k = \frac{৩২}{৪} = ৮$

পিতার বর্তমান বয়স $= ৭ \times ৮ = ৫৬$ বৎসর এবং

পুত্রের " " $= ৩ \times ৮ = ২৪$ বৎসর

উত্তর : পিতার বয়স ৫৬ বছর এবং পুত্রের বয়স ২৪ বছর।

অংশীদারী কারবার বিষয়ক অঙ্ক

গাণিতিক অনুশীলন :

৭। **৫৪৪৫ টাকা ক, খ ও গ –এর মধ্যে এভাবে ভাগ করে দিন যেন ক, খ– এর টাকার ৯ গুণ বেশি পায় এবং খ, গ –এর টাকার ৩ গুণ বেশি পায়।**

সমাধান ঃ

মনে করি,

খ পায় = x টাকা।

তাহলে ক, খ অপেক্ষা বেশী পায় = $x \times ৯ = ৯x$ টাকা।

ক মোট টাকা পায় = $(৯x + x) = ১০x$ টাকা।

আমরা পাই,

$\frac{ক}{খ} = \frac{১০x}{x}$

বা, $\frac{ক}{খ} = \frac{১০}{১}$

$\therefore ক ঃ খ = ১০ ঃ ১ = ১০ \times ৪ ঃ ১ \times ৪ = ৪০ ঃ ৪$

আবার,

গ যদি পায় y টাকা তাহলে গ অপেক্ষা খ বেশী পায় ৩y টাকা।

খ মোট টাকা পায় = $(৩y + y) = ৪y$ টাকা।

সুতরাং ,

$\frac{খ}{গ} = \frac{৪y}{y} = \frac{৪}{১}$

বা, খ ঃ গ = ৪ ঃ ১

উভয় অনুপাতে খ = ৪ হওয়ায়, ক ঃ খ ঃ গ = ৪০ ঃ ৪ ঃ ১

$\therefore$ অনুপাতের সংখ্যাগুলির যোগফল = ৪০ + ৪ + ১ = ৪৫

ক এর টাকা = ৫৪৪৫ টাকা এর $\frac{৪০}{৪৫}$ = ৪৮৪০ টাকা

খ " " = ৫৪৪৫ " এর $\frac{৪}{৪৫}$ = ৪৮৪ "

গ " " = ৫৪৪৫ " এর $\frac{১}{৪৫}$ = ১২১ "

অতএব, ক পায় ৪৮৪০ টাকা, খ পায় ৪৮৪ টাকা এবং গ পায় ১২১ টাকা।

উত্তর : ক পায় ৪৮৪০ টাকা, খ পায় ৪৮৪ টাকা এবং গ পায় ১২১ টাকা।

৮। **৯৯০ টাকাকে ৪ ভাগে ভাগ করে দিন যেন ১ম অংশের ৩ গুণ = ২য় অংশের ৫ গুণ = ৩য় অংশের ৬ গুণ = ৪র্থ অংশের ৮ গুণ হয়।**

সমাধান ঃ

মনে করি,

১ম অংশ $\times ৩ = x$ টাকা

$\therefore$ ২য় অংশ $\times ৫ = ৩$য় অংশ $\times ৬ = ৪$র্থ অংশ $\times ৮ = x$

১ম অংশ $\times ৩ = x$ টাকা হলে আমরা পাই,

১ম অংশ $= \frac{x}{৩}$ টাকা

অনুরূপ, ২য় অংশ $= \frac{x}{৫}$ "

৩য় অংশ $= \frac{x}{৬}$ "

৪র্থ অংশ $= \frac{x}{৮}$ "

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{৩} + \frac{x}{৫} + \frac{x}{৬} + \frac{x}{৮} = ৯৯০$

বা, $\frac{৪০x + ২৪x + ২০x + ১৫x}{১২০} = ৯৯০$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $\frac{৯৯x}{১২০} = ৯৯০$

$\therefore x = \frac{৯৯০ \times ১২০}{৯৯} = ১২০০$

সুতরাং, ১ম অংশ $= \frac{১২০০}{৩}$ টাকা $= ৪০০$ টাকা

২য় অংশ $= \frac{১২০০}{৫}$ টাকা $= ২৪০$ টাকা

৩য় অংশ $= \frac{১২০০}{৬}$ টাকা $= ২০০$ টাকা

৪র্থ অংশ $= \frac{১২০০}{৮}$ টাকা $= ১৫০$ টাকা

উত্তর : ভাগগুলো হলো ৪০০ টাকা, ২৪০ টাকা, ২০০ টাকা, ১৫০ টাকা।

৯। ১২৬০ টাকা ক, খ ও গ- এর মধ্যে এভাবে ভাগ করে দিন যেন ক -এর টাকা হতে ১০ টাকা, খ-এর টাকা হতে ২০ টাকা, গ- এর টাকা হতে ৩০ টাকা কমানো হলে তাদের অবশিষ্ট টাকার অনুপাত ৩ ঃ ৪ ঃ ৫ হয়।

সমাধান ঃ

মোট টাকা হতে (১০ + ২০ + ৩০) টাকা বা ৬০ টাকা কম হলে অনুপাত ৩ ঃ ৪ ঃ ৫ হয়। তা হলে টাকা থাকে = (১২৬০-৬০) = ১২০০ টাকা।

অনুপাতগুলোর যোগফল = (৩ + ৪+ ৫) = ১২

১০ টাকা কমে ক-এর টাকা = ১২০০ টাকা এর $\frac{৩}{১২}$ = ৩০০ টাকা

২০ " " খ- " " = ১২০০ টাকা এর $\frac{৪}{১২}$ = ৪০০ টাকা

৩০ " " গ- " " = ১২০০ টাকা এর $\frac{৫}{১২}$ = ৫০০ টাকা

ক- এর টাকা = (৩০০ + ১০) = ৩১০ টাকা

খ- এর " = (৪০০ + ২০) = ৪২০ "

গ- এর " = (৫০০ + ৩০) = ৫৩০ "

উত্তর : ক ৩১০ টাকা, খ ৪২০ টাকা এবং গ ৫৩০ টাকা।

১০। কিছু টাকা ক, খ ও গ-এর মধ্যে এভাবে ভাগ করে দেওয়া হল যেন ক, খ-এ ৩ গুণ পায়; খ, গ-এর ৪ গুণ পায় এবং খ, ক অপেক্ষা ২০০ টাকা কম পায়। মোট কত টাকা ভাগ করে দেওয়া হল?

সমাধান ঃ

ক-এর টাকা = খ -এর টাকা × ৩

বা, $\frac{ক}{খ} = \frac{৩}{১}$

বা, ক ঃ খ = ৩ ঃ ১ = ৩ × ৪ ঃ ১ ×৪ = ১২ ঃ ৪

খ-এর টাকা = গ-এর টাকা × ৪

বা, $\frac{খ}{গ} = \frac{৪}{১}$

বা, খ ঃ গ = ৪ ঃ১

উভয়ক্ষেত্রে খ -এর অনুপাত ৪ হওয়ায়,

ক ঃ খ ঃ গ = ১২ ঃ ৪ ঃ ১

মনে করি, ক পায় = ১২x টাকা

খ " = ৪x "

গ " = ১x "

$\therefore$ মোট টাকা= (১২x + ৪x + ১x) = ১৭x টাকা

শর্তানুসারে,

১২x − ৪x = ২০০

বা, ৮x = ২০০

$\therefore x = \frac{২০০}{৮} = ২৫$

অতএব, মোট টাকার পরিমাণ = (১৭ × ২৫) = ৪২৫ টাকা।

উত্তর : ৪২৫ টাকা।

১১। এক ব্যক্তি ৬৪০০ টাকা ৩ কন্যা ৪ পুত্র ও ৩ ভাইপোর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিলেন যেন প্রত্যেক কন্যা ভাইপোর ৩ গুণ এবং প্রত্যেক পুত্র প্রত্যেক কন্যার $\frac{৫}{৩}$ গুণ পায়। প্রত্যেক ভাইপো কত পেল?

সমাধান ঃ

কন্যার অংশ = ভাইপোর অংশ × ৩

বা, $\frac{\text{কন্যা}}{\text{ভাইপো}} = \frac{৩}{১}$

বা, কন্যা ঃ ভাইপো = ৩ ঃ ১

আবার,

পুত্রের অংশ = কন্যার অংশ × $\frac{৫}{৩}$

বা, $\frac{\text{পুত্র}}{\text{কন্যা}} = \frac{৫}{৩}$

বা, পুত্র ঃ কন্যা = ৫ ঃ ৩

উভয়ক্ষেত্রে কন্যার অনুপাত ৩ হওয়ায়,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

পুত্র ঃ কন্যা ঃ ভাইপো = ৫ ঃ ৩ ঃ ১

∴ ৪ পুত্র, ৩ কন্যা ও ৩ ভাইপোর অনুপাত = ৪ ঃ ৩ ঃ ৩

∴ মিশ্র অনুপাত = ৫ × ৪ ঃ ৩ × ৩ ঃ ১ × ৩ = ২০ ঃ ৯ ঃ ৩

এখন, অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল (২০ + ৯ + ৩) = ৩২

∴ ৩ ভাইপোর অংশ = ৬৪০০ টাকার $\frac{৩}{৩২}$ = ৬০০ টাকা।

অতএব, প্রত্যেক ভাইপো পায় = (৬০০ টাকা ÷ ৩)

= ২০০ টাকা।

উত্তর : ২০০ টাকা।

১২। ৪৫০ টাকা ক, খ ও গ–এর মধ্যে এভাবে ভাগ করে দিন যেন ক–এর টাকার ৫ গুণ খ পায় এবং ক ও গ একত্রে খ– এর টাকার $\frac{৪}{৫}$ গুণ পায়।

সমাধান ঃ

মনে করি,

ক পায় = x টাকা

খ " = ৫x "

শর্তানুসারে,

(ক + গ) -এর টাকা = খ -এর টাকার $\frac{৪}{৫}$

বা, (ক+ গ) = ৫x এর $\frac{৪}{৫}$

বা, x + গ = ৪x

∴ গ পায় = (৪x − x) টাকা = ৩x টাকা

প্রশ্নানুসারে,

x+ ৫x + ৩x = ৪৫০

বা, ৯x = ৪৫০

∴ $x = \frac{৪৫০}{৯}$ = ৫০ টাকা

∴ ক পায় ৫০ টাকা,

খ পায় = (৫ × ৫০) = ২৫০ টাকা এবং

গ পায় = (৫০ × ৩)= ১৫০ টাকা ।

উত্তর : ক পায় ৫০ টাকা, খ পায় ২৫০ টাকা এবং গ পায় ১৫০ টাকা।

১৩। ৯৩৬ টাকা ১৫ জন পুরুষ, ১৩ জন স্ত্রীলোক এবং ১২ জন বালকের মধ্যে এভাবে ভাগ করে দিন যেন প্রত্যেক স্ত্রীলোক ৩ জন বালকের সমান পায় এবং প্রত্যেক পুরুষ ২ জন স্ত্রীলোক ও ১ জন বালকের সমান পায়। প্রত্যেক পুরুষ কত পায়?

সমাধান ঃ

প্রত্যেক স্ত্রীলোক ৩ জন বালকের সমান পেলে ১৩ জন স্ত্রীলোক (১৩ × ৩) বা ৩৯ জন বালকের সমান পায়।

প্রত্যেক পুরুষ ২ জন স্ত্রীলোক (বা ৬ জন বালক) ও ১ জন বালকের সমান পেলে ১৫ জন পুরুষ (১৫ × ৭) বা ১০৫ জন বালকের সমান পায়।

অতএব ১৫ জন পুরুষ ঃ ১৩ জন স্ত্রীলোক ঃ ১২ জন বালক

= ১০৫ জন বালক ঃ ৩৯ জন বালক ঃ ১২ জন বালক

= ১০৫ ঃ ৩৯ ঃ ১২

= ৩৫ ঃ ১৩ ঃ ৪

∴ অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = (৩৫ + ১৩ + ৪) = ৫২

সুতরাং, ১৫ জন পুরুষ বা, ৩৫ জন বালক পায় =৯৩৬ টাকার $\frac{৩৫}{৫২}$ = ৬৩০ টাকা।

অতএব, একজন পুরুষ পায় = $\frac{৬৩০}{১৫}$ টাকা = ৪২ টাকা ।

১৪। ৩০০০ টাকা চার জনের মধ্যে ৩ ঃ ৫ ঃ ৮ ঃ ৯ অনুপাতে ভাগ করলে কে কত টাকা পাবে?

সমাধান :

অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = (৩ + ৫ + ৮ + ৯) = ২৫

১ম জনে পাবে ৩০০০ টাকার $\frac{৩}{২৫}$ = ৩৬০ টাকা

২য় জনে পাবে ৩০০০ টাকার $\frac{৫}{২৫}$ = ৬০০ টাকা

৩য় জনে পাবে ৩০০০ টাকার $\frac{৮}{২৫}$ = ৯৬০ টাকা

৪র্থ জনে পাবে ৩০০০ টাকার $\frac{৯}{২৫}$ = ১০৮০ টাকা

উত্তর : ৩৬০ টাকা, ৬০০ টাকা, ৯৬০ টাকা, ১০৮০ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

১৫। **ক, খ ও গ এর মধ্যে ১৭০০ টাকা এভাবে ভাগ করুন যেন ক এর অংশ ঃ খ এর অংশ = ১ ঃ ২ এবং খ এর অংশ ঃ গ এর অংশ = ৩ ঃ ৪।**

সমাধান :

এখানে,

ক এর অংশ ঃ খ এর অংশ = ১ ঃ ২ = ৩ ঃ ৬

খ এর অংশ ঃ গ এর অংশ = ৩ ঃ ৪ = ৬ ঃ ৮

সুতরাং,

ক এর অংশ ঃ খ এর অংশ ঃ গ এর অংশ = ৩ ঃ ৬ ঃ ৮।

এখন, অনুপাত সমূহের যোগফল = ৩ + ৬ + ৮ = ১৭

অতএব, ক পাবে ১৭০০ টাকার $\frac{৩}{১৭}$ = ৩০০ টাকা।

খ পাবে ১৭০০ টাকার $\frac{৬}{১৭}$ = ৬০০ টাকা।

গ পাবে ১৭০০ টাকার $\frac{৮}{১৭}$ = ৮০০ টাকা

উত্তর : ক পাবে ৩০০ টাকা, খ পাবে ৬০০ টাকা এবং গ পাবে ৮০০ টাকা।

১৬। **A, B ও C কে কিছু টাকা এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হল যে, A সমস্ত টাকার $\frac{১}{৪}$ অংশ, B অবশিষ্টের $\frac{১}{৬}$ অংশ এবং C ১২০ টাকা পেল। মোট কত টাকা A, B ও C –এর মধ্যে ভাগ করে দেওয়া হল?**

সমাধান :

মনেকরি, মোট টাকা = ১ টাকা

A পায় $\frac{১}{৪}$ অংশ

অবশিষ্ট $\left(১ - \frac{১}{৪}\right) = \frac{৩}{৪}$ অংশ

B পায় $\frac{৩}{৪}$ এর $\frac{১}{৬} = \frac{১}{৮}$ অংশ

C পায় $১ - \left(\frac{১}{৪} + \frac{১}{৮}\right)$

$= \left(১ - \frac{২ + ১}{৮}\right) = \left(১ - \frac{৩}{৮}\right) = \frac{৮ - ৩}{৮} = \frac{৫}{৮}$

প্রশ্নমতে, $\frac{৫}{৮}$ অংশ = ১২০

$\therefore$ ১ অংশ = $\frac{১২০ \times ৮}{৫}$ = ১৯২ টাকা

উত্তর : ১৯২ টাকা।

১৭। **ক, খ, গ ও ঘ এর মধ্যে ১৮১০০ টাকা এভাবে ভাগ করে দিন যেন ক–এর অংশ খ–এর অংশের $\frac{৪}{৫}$, গ–এর অংশ ক–এর অংশের $\frac{৮}{৯}$ এবং ঘ–এর অংশ ক ও গ–এর অংশের সমান হয়।**

সমাধান :

$\therefore$ক–এর অংশ = খ–এর অংশের $\frac{৪}{৫}$,

$\therefore$খ–এর অংশ = ক–এর অংশের $\frac{৫}{৪}$।

আবার,গ–এর অংশ = ক–এর অংশের $\frac{৮}{৯}$;

সুতরাং,ঘ–এর অংশ = ক–এর অংশ + গ–এর অংশ

= ক–এর অংশ + ক–এর অংশের $\frac{৮}{৯}$

= ক–এর অংশের $(১ + \frac{৮}{৯})$

= ক–এর অংশের $\frac{১৭}{৯}$।

অতএব, ক–এর অংশ ঃ খ–এর অংশ ঃ গ–এর অংশ ঃ ঘ–এর অংশ

$= ১ ঃ \frac{৫}{৪} ঃ \frac{৮}{৯} ঃ \frac{১৭}{৯}$

= ৩৬ ঃ ৪৫ ঃ ৩২ ঃ ৬৮।

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল = ৩৬ + ৪৫ + ৩২ + ৬৮ = ১৮১।

সুতরাং,ক–এর অংশ = ১৮১০০ টাকার $\frac{৩৬}{১৮১}$ = ৩৬০০ টাকা

খ–এর অংশ = ১৮১০০ টাকার $\frac{৪৫}{১৮১}$ = ৪৫০০ টাকা

গ–এর অংশ = ১৮১০০ টাকার $\frac{৩২}{১৮১}$ = ৩২০০ টাকা

ঘ–এর অংশ = ১৮১০০ টাকার $\frac{৬৮}{১৮১}$ = ৬৮০০ টাকা

উত্তর : ক–এর অংশ ৩৬০০ টাকা, খ–এর ৪৫০০, গ–এর অংশ ৩২০০, ঘ–এর অংশ ৬৮০০ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৮। **একটি থলের মধ্যে টাকার মুদ্রায়, ৫০ পয়সার মুদ্রায় ও ২৫ পয়সার মুদ্রায় মোট ১৩.০০ টাকা আছে। টাকার মুদ্রার সংখ্যা, ৫০-পয়সার মুদ্রার সংখ্যা ও ২৫-পয়সার মুদ্রার সংখ্যা যদি ৩ ঃ ৪ ঃ ৬ অনুপাতে থাকে, তবে কোন প্রকারের কয়টি মুদ্রা আছে?**

সমাধান :

টাকার মুদ্রার সংখ্যা ঃ ৫০-পয়সার মুদ্রার সংখ্যা ঃ ২৫-পয়সার মুদ্রার সংখ্যা
= ৩ ঃ ৪ ঃ ৬।

∴ টাকার মুদ্রার মান ঃ ৫০-পয়সার মুদ্রার মান
ঃ ২৫-পয়সার মুদ্রার মান
= ৩ × ১ টাকা ঃ ৪ × .৫০ টাকা ঃ ৬ × .২৫ টাকা

$= ৩ ঃ ২ ঃ \frac{৩}{২} = ৬ ঃ ৪ ঃ ৩।$

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল = ৬ + ৪ + ৩ = ১৩
সুতরাং, থলির মধ্যে

টাকার মুদ্রার মান = ১৩ টাকার $\frac{৬}{১৩}$ = ৬ টাকা

৫০-পয়সার মুদ্রার মান = ১৩ টাকার $\frac{৪}{১৩}$ = ৪ টাকা

২৫-পয়সার মুদ্রার মান = ১৩ টাকার $\frac{৩}{১৩}$ = ৩ টাকা

অতএব, টাকার মুদ্রার সংখ্যা = ৬ ÷ ১ = ৬টি
৫০-পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = ৪ ÷ ০.৫০ = ৮টি
২৫-পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = ৩ ÷ ০.২৫ = ১২টি।

উত্তর : টাকার মুদ্রা ৬টি, ৫০ পয়সার মুদ্রা ৮টি, ২৫ পয়সার মুদ্রা ১২টি।

১৯। **ক, খ, গ ও ঘ একটি যৌথ কারবারের অংশীদার। ক, খ ও গ মোট মূলধনের যথাক্রমে $\frac{১}{৩}$, $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{১}{৫}$ অংশ দিয়েছে এবং বাকি অংশ ঘ দিয়েছে। কারবারে লাভ ৩৩০০ টাকা হলে কে কত টাকা পাবে?**

সমাধান ঃ

$$ঘ \text{ দেয়} = ১ - \left(\frac{১}{৩} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{৫}\right)$$

$$= \left(১ - \frac{৪৭}{৬০}\right) = \frac{৬০ - ৪৭}{৬০} = \frac{১৩}{৬০} \text{ অংশ}$$

ক, খ, গ ও ঘ-এর মূলধনের অংশের অনুপাত $= \frac{১}{৩} ঃ \frac{১}{৪} ঃ \frac{১}{৫} ঃ \frac{১৩}{৬০}$

$$= \frac{১ \times ৬০}{৩} ঃ \frac{১ \times ৬০}{৪} ঃ \frac{১ \times ৬০}{৫} ঃ \frac{১৩ \times ৬০}{৬০}$$

= ২০ ঃ ১৫ ঃ ১২ ঃ ১৩

∴ অনুপাতগুলোর যোগফল = (২০ + ১৫ + ১২ + ১৩) = ৬০

∴ ক-এর লভ্যাংশ = ৩৩০০ টাকার $\frac{২০}{৬০}$ = ১১০০ টাকা

এবং, খ " " = ৩৩০০ " $\frac{১৫}{৬০}$ = ৮২৫ "

এবং, গ " " = ৩৩০০ " $\frac{১২}{৬০}$ = ৬৬০ "

এবং, ঘ " " = ৩৩০০ " $\frac{১৩}{৬০}$ = ৭১৫ "

অতএব, ক ১১০০ টাকা, খ ৮২৫, গ ৬৬০ টাকা ও ঘ ৭১৫ টাকা পায়।

২০। **একটি কারবারে ক ৭০০ টাকা ৫ মাস, খ ৫০০ টাকা ৬ মাস এবং গ ৩০০ টাকা ৮ মাস বিনিয়োগ শেষে ৪৪৫ টাকা পেল। কে কত টাকা লাভ পাবে?**

সমাধান ঃ

মূলধন বিনিয়োগের ক্ষেত্রে,
ক -এর ৭০০ টাকা ৫ মাস = ৩৫০০ টাকা ১ মাস
খ " ৫০০ " ৬ " = ৩০০০ " ১ "
গ " ৩০০ " ৮ " = ২৪০০ " ১ "

সুতরাং, ক, খ ও গ-এর মাসিক সমতুল্য মূলধনের অনুপাত
= ৩৫০০ ঃ ৩০০০ ঃ ২৪০০
= ৩৫ ঃ ৩০ ঃ ২৪

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল = (৩৫ + ৩০ + ২৪) = ৮৯

∴ ক -এর লভ্যাংশ = ৪৪৫ টাকার $\frac{৩৫}{৮৯}$ = ১৭৫ টাকা

খ " " = ৪৪৫ " $\frac{৩০}{৮৯}$ = ১৫০ "

গ " " = ৪৪৫ " $\frac{২৪}{৮৯}$ = ১২০ "

অতএব, ক ১৭৫ টাকা, খ ১৫০ টাকা, গ ১২০ টাকা পায়।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

২১। ক ও খ যথাক্রমে ৩০০০ টাকা ও ৫০০০ টাকা নিয়ে কারবার শুরু করল। এর ৬ মাস পর গ ৭৫০০ টাকা নিয়ে কারবারে যোগ দিল। বছর শেষে মোট ২৩৫০ টাকা লাভ হলে কে কত টাকা লাভ পাবে?

সমাধান ঃ

মূলধন বিনিয়োগ

ক -এর ৩০০০ টাকার ১২ মাস = ৩৬০০০ টাকার ১ মাস

খ " ৫০০০ " ১২ " = ৬০০০০ " ১ "

গ " ৭৫০০ " ৬ " = ৪৫০০০ " ১ "

সুতরাং, ক, খ, গ -এর মাসিক সমতুল্য মূলধনের অনুপাত

= ৩৬০০০ ঃ ৬০০০০ ঃ ৪৫০০০

= ১২ ঃ ২০ ঃ ১৫

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল = (১২ + ২০ + ১৫) = ৪৭

∴ ক–এর লভ্যাংশ ২৩৫০ টাকার $\frac{১২}{৪৭}$ = ৬০০ টাকা

খ " " ২৩৫০ " $\frac{২০}{৪৭}$ = ১০০০ "

গ " " ২৩৫০ " $\frac{১৫}{৪৭}$ = ৭৫০ "

অতএব, ক পায় ৬০০ টাকা, খ পায় ১০০০ টাকা এবং গ পায় ৭৫০ টাকা।

২২। একটি যৌথ কারবারে ক, খ ও গ -এর মূলধন যথাক্রমে ১০,০০০ টাকা, ১৫,০০০ টাকা ও ২০,০০০ টাকা। খ সক্রিয় অংশীদার যার মাসিক বেতন ৩০০ টাকা। বছর শেষে ৯০০০ টাকা (খ–এর বেতন সহ) লাভ হলে কে কত টাকা পাইবে?

সমাধান ঃ

ক–এর মূলধন ঃ খ–এর মূলধন ঃ গ–এর মূলধন

= ১০,০০০ টাকা ঃ ১৫,০০০ টাকা ঃ ২০,০০০ টাকা

বা, ক ঃ খ ঃ গ = ১০ ঃ ১৫ ঃ ২০

= ২ ঃ ৩ ঃ ৪

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল = (২ + ৩ + ৪) = ৯

∴ খ–এর বাৎসরিক বেতন = (৩০০ × ১২) = ৩৬০০ টাকা

অবশিষ্ট লভ্যাংশ = (৯০০০ – ৩৬০০) টাকা = ৫৪০০ টাকা

এখন, ক– এর লভ্যাংশ ৫৪০০ টাকার $\frac{২}{৯}$ = ১২০০ টাকা

খ " " ৫৪০০ " $\frac{৩}{৯}$ = ১৮০০ "

এবং, গ " " ৫৪০০ " $\frac{৪}{৯}$ = ২৪০০ "

বেতন সহ খ–এর প্রাপ্য = ১৮০০ টাকা + ৩৬০০ টাকা = ৫৪০০ টাকা

অতএব, ক পায় ১২০০ টাকা, খ পায় ৫৪০০ টাকা এবং গ পায় ২৪০০ টাকা।

২৩। ক ও খ ১ বছরের জন্য একটি ঘাসের মাঠ লীজ নিল। ক–এর ৫০ টি গরু ৮ মাসের জন্য ঐ মাঠে চরল। অবশিষ্ট সময়ের জন্য খ–এর কয়টি গরু চরলে খ, ক–এর $১\frac{১}{২}$ গুণ টাকা দিবে?

সমাধান ঃ

ধরি, খ এর গরু xটি

∴ খ এর xটি গরু ৪ মাস চরে

বা, ৪xটি গরু ১ মাস করে চরে

আবার,

ক এর ৫০টি গরু ৮ মাস চরে = ৫০ × ৮ বা ৪০০টি গরু ১ মাস চরে

মনে করি,

ক দেয় = y টাকা

তাহলে, খ দেয় = $y \times \frac{৩}{২}$ টাকা

শর্তানুসারে,

৪০০ টি গরু ঃ ৪xটি গরু = y টাকা ঃ $\frac{৩y}{২}$ টাকা

বা, $\frac{৪০০}{৪x} = \frac{y}{\frac{৩y}{২}}$

বা, $\frac{১০০}{x} = \frac{২y}{৩y}$

বা, $\frac{১০০}{x} = \frac{২}{৩}$

বা, ২x = ১০০ × ৩

∴ $x = \frac{১০০ \times ৩}{২}$ = ১৫০

অতএব, খ এর গরু ১৫০ টি।

উত্তর : ১৫০ টি।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২৪। যৌথ কারবারে ক, খ ও গ -এর মূলধনের অনুপাত $\frac{১}{২} : \frac{১}{৩} : \frac{১}{৪}$। ৪ মাস পরে ক তার মূলধনের অর্ধেক তুলে নিল। আরও ৮ মাস পরে দেখা গেল মোট লাভ হয়েছে ২০২৪ টাকা। ক কত টাকা লাভ পেল?

সমাধান ঃ

ক, খ ও গ–এর মূলধনের অনুপাত $= \frac{১}{২} : \frac{১}{৩} : \frac{১}{৪}$

$= \frac{১\times১২}{২} : \frac{১\times১২}{৩} : \frac{১\times১২}{৪}$

$= ৬ : ৪ : ৩$

ক ৪ মাস পরে অর্ধেক মূলধন তুলে নেয়। অতএব, ক–এর বাকী অর্ধেক মূলধন ৮ মাস খাটে অর্থাৎ পুরো মূলধন হিসেবে ৪ মাস খাটে।

∴ ক -এর মূলধন খাটে = (৪ মাস + ৪ মাস) = ৮ মাস

সুতরাং, আমরা পাই, ক–এর মূলধন ৮ মাস, খ ও গ –এর মূলধন ১২ মাস খাটে।

সময়ের অনুপাত = ৮ মাস ঃ ১২ মাস ঃ ১২ মাস

$= ২ : ৩ : ৩$

মূলধন ও সময়ের মিশ্র অনুপাত = $৬ \times ২ : ৪ \times ৩ : ৩ \times ৩$

$= ১২ : ১২ : ৯$

$= ৪ : ৪ : ৩$

অনুপাতের সংখ্যাগুলির যোগফল (৪ + ৪ + ৩) =১১

সুতরাং , ক–এর লভ্যাংশ = ২০২৪ টাকার $\frac{৪}{১১}$ = ৭৩৬ টাকা।

উত্তর : ৭৩৬ টাকা।

২৫। **ক, খ ও গ ২৮০ টাকা নিয়ে কারবার শুরু করল। ক, খ–এর চেয়ে ৪৫ টাকা বেশি এবং খ, গ–এর থেকে ৭০ টাকা কম দিয়েছে। কারবারে ৫৬ টাকা লাভ হলে কে কত লাভ পাবে?**

সমাধান ঃ

মনে করি,

খ–এর মূলধন k টাকা

গ " " = (k + ৭০) টাকা

ক " " = (k + ৪৫) "

শর্তানুসারে,

k + k + ৭০ + k + ৪৫ = ২৮০

বা, ৩k + ১১৫ = ২৮০

বা, ৩k = ২৮০ – ১১৫

বা, ৩k = ১৬৫

$\therefore k = \frac{১৬৫}{৩} = ৫৫$

অতএব, খ–এর মূলধন = ৫৫ টাকা

গ–এর " = (৫৫ + ৭০) টাকা = ১২৫ টাকা

ক–এর " = (৫৫ + ৪৫) টাকা = ১০০ টাকা

∴ ক, খ ও গ–এর মূলধনের অনুপাত = ১০০ ঃ ৫৫ ঃ ১২৫

$= ২০ : ১১ : ২৫$

অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = (২০ + ১১ + ২৫) = ৫৬

∴ ক–এর লভ্যাংশ = ৫৬ টাকার $\frac{২০}{৫৬}$ = ২০ টাকা

এবং খ " " = ৫৬ " $\frac{১১}{৫৬}$ =১১ টাকা

এবং, গ " " = ৫৬ " $\frac{২৫}{৫৬}$ = ২৫ টাকা

অতএব, ক পায় ২০ টাকা, খ পায় ১১ টাকা এবং গ পায় ২৫ টাকা।

২৬। **একটি অংশীদার কারবারে ক, খ ও গ এর মূলধন যথাক্রমে ৩২০০ টাকা, ৪০০০ টাকা ও ৪৮০০ টাকা। কারবারে মোট ৩০০০ টাকা লাভ হলে, কে কত টাকা লাভ পাবে?**

সমাধান :

এখানে

ক–এর মূলধন ঃ খ–এর মূলধন ঃ গ–এর মূলধন = ৩২০০ ঃ ৪০০০ ঃ ৪৮০০

$= ৪ : ৫ : ৬$।

এখন, অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল, (৪ + ৫ + ৬) = ১৫।

সুতরাং, ক–এর লভ্যাংশ = ৩০০০ টাকার $\frac{৪}{১৫}$ = ৮০০ টাকা।

খ–এর লভ্যাংশ = ৩০০০ টাকার $\frac{৫}{১৫}$ = ১০০০ টাকা।

এবংগ–এ:া লভ্যাংশ = ৩০০০ টাকার $\frac{৬}{১৫}$ = ১২০০ টাকা

উত্তর : ক ৮০০ টাকা, খ ১০০০ টাকা এবং গ ১২০০ টাকা পাবে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২৭। **টাকার, ১০-পয়সার এবং ৫-পয়সার মুদ্রায় মোট ৫৪ টাকা আছে। যদি মুদ্রার সংখ্যার অনুপাত ১ ঃ ২ ঃ ৩ হয়, তবে কোন প্রকারের কতটি মুদ্রা আছে?**

সমাধান ঃ

মনে করি ১ টাকার মুদ্রা = ১টি = ১০০ পয়সা

১০ পয়সার মুদ্রা = ২টি = ২০ ”

৫ পয়সার মুদ্রা = ৩টি = ১৫ ”

মুদ্রার পরিমাণের অনুপাত = ১০০ ঃ ২০ ঃ ১৫

এখান, অনুপাতগুলোর যোগফল = ১০০ + ২০ + ১৫ = ১৩৫

∴ ১ টাকার পরিমাণ = ৫৪০০ পয়সার $\frac{১০০}{১৩৫}$ = ৪০০০ পয়সা = ৪০ টাকা।

∴ ১০ পয়সার পরিমাণ = ৫৪০০ পয়সার $\frac{২০}{১৩৫}$ = ৮০০ পয়সা = ৮ টাকা।

∴ ৫ পয়সার পরিমাণ = ৫৪০০ পয়সার $\frac{১৫}{১৩৫}$ = ৬০০ পয়সা = ৬ টাকা।

∴ ১ টাকার মুদ্রার সংখ্যা = ৪০ ÷ ১ = ৪০টি

∴ ১০ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = ৮০০ পয়সা ÷ ১০ পয়সা = ৮০টি

∴ ৫ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = ৬০০ পয়সা ÷ ৫ পয়সা = ১২০টি

উত্তর : ১ টাকার ৪০টি, ১০ পয়সার ৮০টি এবং ৫ পয়সার ১২০টি মুদ্রা রয়েছে।

২৮। **ক, খ ও গ ৫৬০ টাকা নিয়ে কারবার শুরু করল। ক, খ-এর চেয়ে ৯০ টাকা বেশি দিয়েছে এবং খ, গ-এর চেয়ে ১৪০ টাকা কম দিয়েছে। কারবারে ১১২ টাকা লাভ হলে কে কত লাভ পাবে?**

সমাধান :

এখানে, ক-এর মূলধন = খ-এর মূলধন + ৯০ টাকা

এবং খ-এর মূলধন = গ-এর মূলধন − ১৪০ টাকা

অর্থাৎ, গ-এর মূলধন = খ-এর মূলধন + ১৪০ টাকা

সুতরাং, ক-এর অতিরিক্ত ৯০ টাকা এবং গ-এর অতিরিক্ত ১৪০ টাকা উঠিয়ে নিলে এদের প্রত্যেকের মূলধন খ-এর মূলধনের সমান হয়।

এখানে, ৫৬০ টাকা − ৯০ টাকা − ১৪০ টাকা = ৩৩০ টাকা।

অতএব, খ-এর মূলধনের ৩ গুণ = ৩৩০ টাকা।

সুতরাং, খ-এর মূলধন = ৩৩০ টাকার $\frac{১}{৩}$ = ১১০ টাকা।

ক-এর মূলধন = ১১০ টাকা + ৯০ টাকা = ২০০ টাকা।

গ-এর মূলধন = ১১০ টাকা + ১৪০ টাকা = ২৫০ টাকা।

সুতরাং, ক-এর মূলধন ঃ খ-এর মূলধন ঃ গ-এর মূলধন

= ২০০ ঃ ১১০ ঃ ২৫০

= ২০ ঃ ১১ ঃ ২৫।

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল,= ২০ + ১১ + ২৫ = ৫৬।

∴ ক-এর লভ্যাংশ = ১১২ টাকার $\frac{২০}{৫৬}$ = ৪০ টাকা

খ-এর লভ্যাংশ = ১১২ টাকার $\frac{১১}{৫৬}$ = ২২ টাকা,

এবং গ-এর লভ্যাংশ = ১১২ টাকার $\frac{২৫}{৫৬}$ = ৫০ টাকা

উত্তর : ক ৪০ টাকা, খ ২২ টাকা এবং গ ৫০ টাকা পাবে।

২৯। **ক ও খ যথাক্রমে ৪০০ টাকা ও ৬০০ টাকা নিয়ে একত্রে কারবার আরম্ভ করল। ৪ মাস পরে ক তার মূলধনের $\frac{১}{৪}$ অংশ উঠিয়ে নিয়ে গেল এবং খ আরও ৫০ টাকা বিনিয়োগ করল। এর ২ মাস পরে গ ঐ কারবারে ১০০০ টাকা দিয়ে অংশীদার হল। এর ৬ মাস পরে দেখা গেল তাদের করবারে লাভ হয়েছে ২২০০ টাকা। লাভের অংশ কে কত পাবে?**

সমাধান :

ক-এর মূলধন ৪০০ টাকা ৪ মাস এবং (৪০০ টাকা − ৪০০ টাকার $\frac{১}{৪}$)

বা, ৩০০ টাকা ৮ মাস নিয়োজিত ছিল।

সুতরাং ক-এর মাসিক সমতুল্য মূলধন

= (৪০০ × ৪ + ৩০০ × ৮) টাকা ৪০০০ টাকা।

খ-এর মূলধন ৬০০ টাকা ৪ মাস এবং (৬০০ টাকা + ৫০ টাকা) বা ৬৫০ টাকা ৮ মাস নিয়োজিত ছিল।

সুতরাং খ-এর মাসিক সমতুল্য মূলধন (৬০০ × ৪ + ৬৫০ × ৮) = ৭৬০০ টাকা।

গ-এর মূলধন ১০০০ টাকা ৬ মাস নিয়োজিত ছিল।

সুতরাং গ-এর মাসিক সমতুল্য মূলধন = (১০০০ × ৬) টাকা = ৬০০০ টাকা।

অতএব, ক-এর সমতুল্য মূলধন ঃ খ-এর সমতুল্য মূলধন ঃ গ-এর সমতুল্য মূলধন।

= ৪০০০ ঃ ৭৬০০ ঃ ৬০০০

= ১০ ঃ ১৯ ঃ ১৫

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল= ১০ + ১৯ + ১৫ = ৪৪

∴ ক-এর লভ্যাংশ = ২২০০ টাকার $\frac{১০}{৪৪}$ = ৫০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

খ–এর লভ্যাংশ = ২২০০ টাকার $\frac{১৯}{৪৪}$ = ৯৫০ টাকা

এবং গ–এর লভ্যাংশ = ২২০০ টাকার $\frac{১৫}{৪৪}$ = ৭৫০ টাকা

উত্তর : ক ৫০০ টাকা, খ ৯৫০ টাকা এবং গ ৭৫০ টাকা পাবে।

৩০। ক, খ ও গ–এর মধ্যে ১১০ টাকা এভাবে ভাগ করে দিন যেন খ ও গ একত্রে যা পায় ক তার $\frac{৩}{৭}$ অংশ এবং ক ও গ একত্রে যা পায় খ তার $\frac{২}{৯}$ অংশ পায়।

সমাধান ঃ

ক–এর টাকা = (খ ও গ) টাকার $\frac{৩}{৭}$

বা, $\frac{ক}{খ + গ} = \frac{৩}{৭}$ বা ক ঃ (খ + গ) = ৩ ঃ ৭

মনে করি ক পায় = ৩x টাকা এবং খ + গ পায় = ৭x টাকা

শর্তানুসারে ৩x + ৭x = ১১০

বা, ১০x = ১১০ টাকা

∴ x = ১১ টাকা

সুতরাং ক পায় ৩ × ১১ টাকা = ৩৩ টাকা, খ + গ পায় ৭ × ১১ টাকা = ৭৭ টাকা

আবার খ–এর টাকা = (ক + গ) টাকার $\frac{২}{৯}$

বা, $\frac{খ}{ক + গ} = \frac{২}{৯}$ বা, খ ঃ (ক + গ) = ২ ঃ ৯

মনে করি খ পায় ২y টাকা এবং ক + গ পায় ৯y টাকা

শর্তানুসারে,

২y + ৯y = ১১০ টাকা বা, ১১y = ১১০ ∴ y = ১০

সুতরাং খ পায় = ২ × ১০ = ২০ টাকা, ক + গ পায় = ৯ × ১০ = ৯০ টাকা।

∴ গ পায় = ৯০ − ৩৩ = ৫৭ টাকা

উত্তর ঃ ক ৩৩ টাকা, খ ২০ টাকা, গ পায় ৫৭ টাকা পায়।

৩১। একটি থলিতে মোট ৭৮.৮০ টাকা আছে। এতে টাকার মুদ্রার সংখ্যা ঃ ১০–পয়সার মুদ্রার সংখ্যা ঃ ৫–পয়সার মুদ্রার সংখ্যা ঃ ১–পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = ১ ঃ ৫ ঃ ৭ ঃ ৯ হলে, কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কত।

সমাধান ঃ

মনে করি, ১ টাকা মুদ্রা = ৩টি = ৩.০০ টাকা।

১০ পয়সার " = ৫টি = .৫০ "

৫ " " = ৭টি = .৩৫ "

১ " " = ৯টি = .০৯ "

টাকার পরিমাণের অনুপাত = ৩.০০ ঃ .৫০ ঃ .৩৫ ঃ .০৯

= ৩০০ ঃ ৫০ ঃ ৩৫ ঃ ৯

এখন, অনুপাতসমূহের যোগফল = ৩০০ + ৫০ + ৩৫ + ৯ = ৩৯৪

টাকার পরিমাণ = ৭৮৮০ পয়সার $\frac{৩০০}{৩৯৪}$ = ৬০.০০ টাকা

১০ পয়সার পরিমাণ = ৭৮৮০ " $\frac{৫০}{৩৯৪}$ = ১০.০০ টাকা

৫ পয়সার পরিমাণ = ৭৮৮০ " $\frac{৩৫}{৩৯৪}$ = ৭.০০ টাকা

১ পয়সার পরিমাণ = ৭৮৮০ " $\frac{৯}{৩৯৪}$ = ১.৮০ টাকা

১ টাকার মুদ্রা সংখ্যা = ৬০ টাকা ÷ ১ টাকা = ৬০টি

১০ পয়সার " = ১০০০ পয়সা ÷ ১০ পয়সা = ১০০টি

৫ পয়সার " = ৭০০ " ÷ ৫ " = ১৪০টি

১ পয়সার " = ১৮০ " ÷ ১ " = ১৮০টি

উত্তর : ১ টাকার ৬০টি, ১০ পয়সার ১০০টি, ৫ পয়সার ১৪০টি, ১ পয়সার ১৮০টি মুদ্রা রয়েছে।

৩২। ক, খ ও গ সমান খরচ বহন করবে বলে ঠিক করে ১৭ জনকে চা চক্রে দাওয়াত করে। ক ৭ জনের চা এবং খ ১০ জনের চা সরবরাহ করে। গ তার অংশের খরচ হিসাবে ৩৪ টাকা দেয়। ৩৪ টাকা ক ও খ–এর মধ্যে ভাগ করে দিন।

সমাধান ঃ

ক, খ, গ সমান খরচ বহন করায় প্রত্যেকের অংশ $\frac{১৭}{৩}$ জনের চা–এর খরচ।

ক, গ এর অংশ থেকে = $(৭ - \frac{১৭}{৩}) = \frac{৪}{৩}$ জনের চা–এর খরচ বহন করে

খ " " " = $(১০ - \frac{১৭}{৩}) = \frac{১৩}{৩}$ " " " " " "

ক, খ যে খরচ বহন করে তার অনুপাত = $\frac{৪}{৩} ঃ \frac{১৩}{৩}$ = ৪ ঃ ১৩

অনুপাতের সংখ্যাগুলোর যোগফল = ৪ + ১৩ = ১৭

ক টাকার অংশ পাবে = ৩৪ টাকার $\frac{৪}{১৭}$ = ৮ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

খ " " " = ৩৪ " $\frac{১৩}{১৭}$ = ২৬ টাকা

উত্তর : ক পাবে ৮ টাকা ও খ পাবে ২৬ টাকা ।

৩৩। **ক, খ ও গ ৭০০০ টাকা দিয়ে কারবার শুরু করল। এতে গ-এর যত টাকা আছে, খ-এর তা থেকে ৩০০ টাকা বেশি আছে এবং ক-এর খ অপেক্ষা ৪০০টাকা বেশি আছে। ঐ করবারে ৫২৫ টাকা লাভ হলে, লাভের অংশ কে কত পাবে?**

সমাধান :

খ-এর গ অপেক্ষা ৩০০ টাকা বেশি আছে। ক এর খ অপেক্ষা ৪০০ টাকা বেশি থাকলে ক-এর টাকা গ অপেক্ষা (৩০০ + ৪০০) বা ৭০০ টাকা বেশি আছে।

মোট টাকা হতে ১০০০ টাকা বাদ দিলে তিন জনের টাকা সমান হবে।

সুতরাং গ-এর টাকা = $\frac{৭০০০ - ১০০০}{৩}$ = ২০০০ টাকা।

খ " " = ২০০০ + ৩০০ = ২৩০০ টাকা

ক " " = ২০০০ + ৭০০ = ২৭০০ টাকা

ক, খ ও গ-এর মূলধনের অনুপাত = ২৭০০ ঃ ২৩০০ ঃ ২০০০

= ২৭ ঃ ২৩ ঃ ২০

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল = ২৭ + ২৩ + ২০ = ৭০

ক-এর লভ্যাংশ = ৫২৫ টাকার $\frac{২৭}{৭০} = \frac{৪০৫}{২}$ = ২০২.৫০ টাকা।

খ-এর লভ্যাংশ = ৫২৫ টাকার $\frac{২৩}{৭০} = \frac{৩৪৫}{২}$ = ১৭২.৫০ টাকা।

গ-এর লভ্যাংশ = ৫২৫ টাকার $\frac{২০}{৭০} = \frac{৩০০}{২}$ = ১৫০.০০ টাকা।

উত্তর : ক ২০২.৫০ টাকা, খ ১৭২.৫০ টাকা, গ ১৫০.০০ টাকা পাবে।

৩৪। **একটি যৌথ কারবারে ক ও খ এর মূলধনের অনুপাত ১৫ ঃ ১৭। খ সক্রিয় অংশীদার বলে লাভের $\frac{১}{২০}$ অংশ পায়। বাকি অর্থ মূলধনের সমানুপাতে বিভক্ত হয়। কারবারে ৬০৮০ টাকা লাভ হলে খ কত টাকা পাবে?**

সমাধান ঃ

অংশীদার হিসাবে খ-এর প্রাপ্য = ৬০৮০ টাকার $\frac{১}{২০}$ = ৩০৪ টাকা

ক, খ-এর মূলধনের অনুপাত = ১৫ ঃ ১৭

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল= ১৫ + ১৭ = ৩২

∴ বাকি লভ্যাংশ (৬০৮০ − ৩০৪) = ৫৭৭৬

খ-এর লভ্যাংশ = ৫৭৭৬ টাকার × $\frac{১৭}{৩২} = \frac{৬১৩৭}{২}$ টাকা

= ৩০৬৮.৫০ টাকা

খ-এর প্রাপ্য = ৩০৬৮.৫০ + ৩০৪ = ৩৩৭২.৫০ টাকা।

অতএব খ-এর প্রাপ্য ৩৩৭২.৫০ টাকা।

উত্তর : ৩৩৭২.৫০ টাকা।

৩৫। **যৌথ কারবারে ক ও খ-এর মূলধনের অনুপাত ৫ ঃ ৭। ৪ মাস পরে তাদের মূলধনের যথাক্রমে $\frac{২}{৩}$ এবং $\frac{৩}{৪}$ অংশ তুলে নিল। বছর শেষে ২২৬০ টাকা লাভ হলে, কে কত টাকা লাভ পাবে?**

সমাধান ঃ

মনে করি ক-এর মূলধন ৫০০ টাকা খ-এর মূলধন ৭০০ টাকা ক-এর মূলধন প্রথমে ৪ মাস খাটল অর্থাৎ ক-এর সমতুল্য মাসিক মূলধন (৫০০ × ৪) টাকা বা ২০০০ টাকা এবং খ এর সমতুল্য মাসিক মূলধন = (৭০০× ৪) টাকা = ২৮০০ টাকা

ক-এর অবশিষ্ট $\left(১ - \frac{২}{৩}\right)$ অংশ বা $\frac{১}{৩}$ অংশ ৮ মাস খাটল

খ-এর অবশিষ্ট $\left(১ - \frac{৩}{৪}\right)$ অংশ বা $\frac{১}{৪}$ অংশ ৮ মাস খাটল

ক-এর অবশিষ্ট টাকার মাসিক সমতুল্য মূলধন $\left(\frac{৫০০}{৩} \times ৮\right)$ বা $\frac{৪০০০}{৩}$ টাকা

খ-এর অবশিষ্ট টাকার মাসিক সমতুল্য মূলধন $\left(\frac{৭০০}{৪} \times ৮\right)$ বা ১৪০০ টাকা

ক-এর সমতুল্য মাসিক মূলধন = ২০০০ + $\frac{৪০০০}{৩} = \frac{১০০০০}{৩}$ টাকা।

খ-এর সমতুল্য মাসিক মূলধন = ২৮০০ + ১৪০০ = ৪২০০ টাকা।

অতএব ক ঃ খ = $\frac{১০০০০}{৩}$ ঃ ৪২০০ = ১০০০০ ঃ ১২৬০০ = ৫০ ঃ ৬৩

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল= ৫০ + ৬৩ = ১১৩

অতএব ক-এর লভ্যাংশ = ২২৬০ টাকার $\frac{৫০}{১১৩}$ = ১০০০ টাকা এবং

খ এর লভ্যাংশ = ২২৬০ টাকার $\frac{৬৩}{১১৩}$ = ১২৬০ টাকা ।

উত্তর : ক পায় ১০০০ টাকা এবং খ পায় ২২৬০ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩৬। যৌথ কারবারে ক, খ ও গ–এর মূলধনের অনুপাত $\frac{১}{৩} : \frac{১}{৪} : \frac{১}{৫}$। বছর শেষে দেখা গেল ক, খ অপেক্ষা ৫০০ টাকা বেশি লাভ পেয়েছে। খ ও গ–এর লাভের পরিমাণ নির্ধারণ করুন।

সমাধান :

ক, খ ও গ–এর মূলধনের অনুপাত $= \frac{১}{৩} : \frac{১}{৪} : \frac{১}{৫}$

$= \frac{১ \times ৬০}{৩} : \frac{১ \times ৬০}{৪} : \frac{১ \times ৬০}{৫}$

$= ২০ : ১৫ : ১২$

এখন, অনুপাতগুলোর যোগফল= ২০ + ১৫ + ১২ = ৪৭

ক–এর লভ্যাংশ = মোট লাভ এর $\frac{২০}{৪৭} = \frac{\text{মোট লাভ} \times ২০}{৪৭}$

খ–এর লভ্যাংশ = মোট লাভ এর $\frac{১৫}{৪৭} = \frac{\text{মোট লাভ} \times ১৫}{৪৭}$

শর্তানুসারে মোট লাভ $\times \left(\frac{২০}{৪৭} - \frac{১৫}{৪৭}\right) = ৫০০$ টাকা।

বা, মোট লাভ $\times \frac{৫}{৪৭} = ৫০০$ টাকা

অতএব, মোট লাভ $= \frac{৫০০ \text{ টাকা} \times ৪৭}{৫} = ৪৭০০$ টাকা

খ–এর লভ্যাংশ = ৪৭০০ টাকার $\frac{১৫}{৪৭} = ১৫০০$ টাকা

গ–এর লভ্যাংশ = ৪৭০০ টাকার $\frac{১২}{৪৭} = ১২০০$ টাকা

উত্তর ঃ খ পায় ১৫০০ টাকা, গ পায় ১২০০ টাকা।

৩৭। **ক ও খ ১টি ঘাসের মাঠ লীজ নিল। ক–এর ২১টি গরু ৪ মাস চরল। বাকি দুই মাস খ–এর গরু চরল। খ যদি ক–এর $\frac{৫}{৭}$ গুণ ভাড়া দেয়, তবে খ–এর কয়টি গরু মাঠে চরেছিল?**

সমাধান :

ক এর $\frac{৫}{৭}$ গুণ খরচ = (২১ × ৪ এর $\frac{৫}{৭}$) টি বা ৬০টি গরুর ১ মাসের খরচ = খ এর গরুর ২ মাসের খরচ।

যেহেতু খ–এর গরু ২ মাস চরে, সুতরাং খ–এর গরুর সংখ্যা $= \frac{৬০\text{টি}}{২} = ৩০$টি।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা ৩০টি।

৩৮। **ক ও খ একটি যৌথ কারবারের অংশীদার। মূলধনের $\frac{১}{৩}$ অংশ ক দিল এবং তা ৯ মাসের জন্য নিয়োজিত থাকল। খ লাভের $\frac{৩}{৫}$ অংশ পেল। খ–এর টাকা কত মাস নিয়োজিত ছিল?**

সমাধান ঃ

মনে করি মূলধন = ৩০০ টাকা।

ক–এর মূলধন = (৩০০ টাকার $\frac{১}{৩}$) টাকা বা ১০০ টাকা ৯ মাস খাটে।

অর্থাৎ সমতুল্য মূলধন = ১০০ × ৯ = ৯০০ টাকা। খ–এর মূলধন (৩০০ টাকার $\frac{২}{৩}$) টাকা বা ২০০ টাকা যদি k মাস খাটে তবে সমতুল্য মূলধন = ২০০ × k = ২০০k টাকা।

ক–এর লভ্যাংশ = ($১ - \frac{৩}{৫}$) অংশ বা $\frac{২}{৫}$ অংশ।

ক–এর লভ্যাংশের $\frac{২}{৫}$ অংশ হয় = ৯০০ টাকায়

" ১ " " $= \frac{৯০০ \times ৫}{২}$

খ–এর লভ্যাংশের $\frac{৩}{৫}$ " " $= \frac{৯০০ \times ৫ \times ৩}{২ \times ৫} = ১৩৫০$ টাকা

শর্তানুসারে

২০০k = ১৩৫০

অতএব, $k = \frac{১৩৫০}{২০০}$ মাস

$= \frac{২৭}{৪} = ৬\frac{৩}{৪}$ মাস

খ–এর টাকা খাটে $৬\frac{৩}{৪}$ মাস

উত্তর : $৬\frac{৩}{২}$

বিকল্প পদ্ধতি ঃ

সমাধান ঃ

মনে করি, মোট মূলধন x টাকা

এবং খ–এর টাকা k মাস নিয়োজিত ছিল।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

তাহলে, ক-এর মূলধন $\frac{x}{৩}$ টাকা

খ-এর মূলধন $\frac{২x}{৩}$ টাকা

ক-এর মাসিক সমতুল্য মূল ঋণ $= \frac{x}{৩} \times ৯ = ৩x$ টাকা

খ-এর মাসিক সমতুল্য মূলধন $= \frac{২x}{৩} \times k = \frac{২xk}{৩}$ টাকা

ক ও খ এর মূলধনের অনুপাত $= ৩x : \frac{২xk}{৩} = ৯ : ২k$

ক ও খ এর লাভের অনুপাত $= \frac{২}{৫} : \frac{৩}{৫} = ২ : ৩$

সমানুপাতের সূত্র ব্যবহার করে

$$\frac{২k}{৯} = \frac{৩}{২} \Rightarrow k = \frac{২৭}{৪} = ৬\frac{৩}{৪} \text{ মাস।}$$

উত্তর : খ-এর টাকা $৬\frac{৩}{৪}$ মাস নিয়োজিত ছিল

বিবিধ

গাণিতিক অনুশীলন :

৩৯। পিতা এবং পুত্রের বয়সের সমষ্টি ৭৪ বৎসর এবং তাদের বয়সের অনুপাত ১০ বৎসর পূর্বে ৭ : ২ ছিল। ১০ বৎসর পরে তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

সমাধান :

১০ বৎসর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়স ছিল $= ৭৪ - (১০ + ১০)$ বছর
$= ৭৪ - ২০ = ৫৪$ বছর

১০ বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৭ : ২

∴ অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল $= (৭ + ২) = ৯$

১০ বৎসর পূর্বে পিতার বয়স ছিল $= \left(\frac{৫৪}{৯}\right) \times ৭$ বছর
$= ৪২$ বৎসর

১০ " " পুত্রের " " $= \left(\frac{৫৪}{৯}\right) \times ২$ বছর
$= ১২$ বছর।

বর্তমানে পিতার বয়স $= (৪২ + ১০)$ বছর $= ৫২$ বছর
" পুত্রের " $= (১২ + ১০)$ বছর $= ২২$ "

১০ বৎসর পরে পিতার বয়স হবে $= (৫২ + ১০)$ বছর $= ৬২$ বছর
১০ " " পুত্রের " " $= (২২ + ১০)$ বছর $= ৩২$ "

সুতরাং, ১০ বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে $= ৬২ : ৩২$
$= ৩১ : ১৬$

উত্তর : পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ৩১ : ১৬

৪০। ক ও খ নির্দিষ্ট পথ অতিক্রম করে যথাক্রমে ৩ এবং ৪ মিনিটে। ক ও খ এর গতিবেগের অনুপাত নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি,
পথের দূরত্ব $= k$ মিটার
ক ৩ মিনিটে যায় $= k$ মিটার
∴ ক ১ " " $= \frac{k}{৩}$ "

আবার,
খ ৪ " " $= k$ "
∴ খ ১ " " $= \frac{k}{৪}$ "

ক -এর গতিবেগ : খ -এর গতিবেগ $= \frac{k}{৩} : \frac{k}{৪}$
$= \frac{১}{৩} : \frac{১}{৪}$
$= \frac{১২}{৩} : \frac{১২}{৪} = ৪ : ৩$

∴ নির্ণেয় গতিবেগের অনুপাত $= ৪ : ৩$

৪১। যদি ১০০ মিটার লম্বা, ১০ মিটার উঁচু এবং ৩ মিটার পুরু একটি দেয়াল ৩০ জনে নির্দিষ্ট সময়ে তৈরি করতে পারে, তবে ২০ জনে একই সময়ে ৮ মিটার উঁচু এবং ২ মিটার পুরু কত মিটার লম্বা দেয়াল তৈরি করতে পারবে?

সমাধান :

ধরি, দ্বিতীয় দেয়ালটির দৈর্ঘ্য x মিটার।

১ম দেয়ালের আয়তন = দৈর্ঘ্য × উচ্চতা × পুরুত্ব
$= ১০০$মিঃ $\times ১০$মিঃ $\times ৩$মিঃ

২য় দেয়ালের আয়তন = দৈর্ঘ্য × উচ্চতা × পুরুত্ব
$= x$মিঃ $\times ৮$মিঃ $\times ২$মিঃ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

আমরা পাই,

১০০মিঃ × ১০মিঃ × ৩মিঃ ঃ xমিঃ × ৮মিঃ ×২মিঃ = ৩০ ঃ ২০

বা, $\frac{১০০\times১০\times৩}{x\times৮\times২} = \frac{৩০}{২০}$

বা, $x\times৮\times২\times৩০ = ২০\times১০০\times১০\times৩$

বা, $x = \frac{২০\times১০০\times১০\times৩}{৮\times২\times৩০}$

$\therefore x = ১২৫$

অতএব, নির্ণেয় দৈর্ঘ্য ১২৫ মিটার।

৪২। **চারটি সমানুপাতিক রাশির প্রান্তীয় রাশি দুইটির গুণফল ২০০। ১ম রাশি ঃ ২য় রাশি = ১ ঃ ২, ২য় রাশি ঃ ৪র্থ রাশি = ১ ঃ ৪ হলে সংখ্যা চারটি নির্ণয় করুন।** [৩৩তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

১ম রাশি ঃ ২য় রাশি = ১ ঃ ২

২য় রাশি ঃ ৪র্থ রাশি = ১ ঃ ৪

= ১ × ২ ঃ ৪ ×২

=২ ঃ ৮

অতএব, ১ম রাশি ঃ ২য় রাশি ঃ ৪র্থ রাশি = ১ ঃ ২ ঃ ৮

মনেকরি,

১ম রাশি ১x,

২য় রাশি ২x

এবং ৪র্থ রাশি ৮x

প্রান্তীয় রাশির গুণফল ২০০ হওয়ায়,

১x × ৮x = ২০০

বা, $৮x^2 = ২০০$

বা, $x^2 = \frac{২০০}{৮}$

$= ২৫$

$\therefore x = \sqrt{২৫} = ৫$

সুতরাং, ১ম রাশি = ৫

২য় রাশি = ২ × ৫ = ১০

৪র্থ রাশি = ৫ × ৮ = ৪০

যেহেতু রাশিগুলি সমানুপাতিক,

সুতরাং, $\frac{\text{২য় রাশি}}{\text{১ম রাশি}} = \frac{\text{৪র্থ রাশি}}{\text{৩য় রাশি}}$

বা, $\frac{১০}{৫} = \frac{৪০}{\text{৩য় রাশি}}$

$\therefore$ ৩য় রাশি $= \frac{৪০\times৫}{১০} = ২০$

অতএব নির্ণেয় রাশি চারটি ৫, ১০, ২০ এবং ৪০।

৪৩। **রুশো $১\frac{১}{২}$ ঘণ্টায় ৫ কি.মি. হাঁটে এবং তুশী ৫ মিনিটে ২৫০ মিটার হাঁটে। তাদের গতিবেগের অনুপাত কত?**

সমাধান :

$১\frac{১}{২}$ ঘণ্টা $= \frac{৩}{২}$ ঘণ্টা × ৬০ মিনিট = ৯০ মিনিট

৫ কি.মি. = ৫ × ১০০০ মিটার = ৫০০০ মিটার।

আমরা এখানে মিনিটকে সময়ের একক এবং মিটারকে দূরত্বের একক হিসাবে ব্যবহার করব।

রুশো ৯০ মিনিটে ৫০০০ মিটার হাঁটে

$\therefore$ " ১ " $\frac{৫০০০}{৯০}$ বা, $\frac{৫০০}{৯}$ মিটার হাঁটে

আবার, তুশী ৫ মিনিটে ২৫০ মিটার হাঁটে

$\therefore$ " ১ " $\frac{২৫০}{৫}$ মিটার বা ৫০মিটার হাঁটে।

$\therefore \frac{\text{রুশোর গতিবেগ}}{\text{তুশীর গতিবেগ}} = \frac{\frac{৫০০}{৯}\text{ মিটার}}{৫০\text{ মিটার}} = \frac{৫০০}{৯}\times\frac{১}{৫০} = \frac{১০}{৯}$

$\therefore$ রুশোর গতিবেগ ঃ তুশীর গতিবেগ = ১০ ঃ ৯।

৪৪। **আরিফ যে সময়ে ৭ বার পদক্ষেপ দেয়, তারিক ততক্ষণে ৮ বার পদক্ষেপ দেয়। কিন্তু তারিক ৫ পদক্ষেপে যত দূর যায়, আরিফ ৪ পদক্ষেপে তত দূর যায়। আরিফ ও তারিকের গতিবেগের অনুপাত নির্ণয় করুন।**

সমাধান :

এখানে আরিফের ৪ পদক্ষেপের দূরত্ব = তারিকের ৫ পদক্ষেপের দূরত্ব।

মনে করি, এই দূরত্ব d

পদক্ষেপের সংখ্যা দূরত্ব

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

আরিফ	৪	d
৭	?	
তারিক	৫	d
৮	?	

যেহেতু পদক্ষেপের সংখ্যা বাড়লে অতিক্রান্ত দূরত্ব বাড়ে সেহেতু সরল ত্রৈরাশিক নিয়মে

$$\frac{৪}{৭} = \frac{d}{\text{আরিফের ৭ পদক্ষেপে অতিক্রান্ত দূরত্ব}}$$

অর্থাৎ, আরিফের ৭ পদক্ষেপে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= \frac{৭d}{৪}$;

এবং $\frac{৫}{৮} = \frac{d}{\text{তারিকের ৮ পদক্ষেপে অতিক্রান্ত দূরত্ব}}$

অর্থাৎ, তারিকের ৮ পদক্ষেপে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= \frac{৮d}{৫}$;

কিন্তু আরিফের ৭ পদক্ষেপের সময় = তারিকের ৮ পদক্ষেপের সময়। সুতরাং আরিফের গতিবেগ ঃ তারিকের গতিবেগ

$$\frac{৭d}{৪} : \frac{৮d}{৫} = ৩৫ : ৩২$$

উত্তর : আরিফ ও তারিকের গতিবেগের অনুপাত = ৩৫ ঃ ৩২

৪৫। ২০টি গরু বা ৫০টি ছাগল যে মাঠের ঘাস ৮ দিনে খায়, ৮টি গরু এবং ২০টি ছাগল সেই মাঠের ঘাস কত দিনে খেতে পারবে?

সমাধান :

গরু ঃ গরু = ছাগল ঃ ছাগল

২০ ঃ ৮ = ৫০ ঃ নির্ণেয় সংখ্যা

বা, $\frac{২০}{৮} = \frac{৫০}{\text{নির্ণেয় সংখ্যা}}$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা $= \frac{৫০ \times ৮}{২০} =$ ২০টি ছাগল

৮টি গরু ও ২০টি ছাগল = ২০ + ২০

= ৪০টি ছাগল।

সুতরাং ৪০টি ছাগল ঃ ৫০টি ছাগল

= ৮ দিন ঃ নির্ণেয় সময়

বা, $\frac{৪০}{৫০} = \frac{৮ \text{ দিন}}{\text{নির্ণেয় সময়}}$

অতএব নির্ণেয় সময় $= \frac{৫০ \times ৮}{৪০}$

= ১০ দিন।

৪৬। দুইটি আয়তাকার কক্ষের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান। প্রথম কক্ষের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ যথাক্রমে ২০ মিটার এবং ১৫ মিটার। দ্বিতীয় কক্ষের দৈর্ঘ্য ১৮ মিটার হলে উহার প্রস্থ কত?

সমাধান ঃ

ক্ষেত্রফল সমান থাকায় একটির দৈর্ঘ্য বাড়লে প্রস্থ যেমন কমে, তেমনি দৈর্ঘ্য কমলে প্রস্থ বেড়ে যায়।

ধরি, দ্বিতীয় কক্ষের প্রস্থ x মিটার।

আমরা পাই,

২০ মিটার ঃ ১৮ মিটার = x মিটার ঃ ১৫ মিটার

বা, $\frac{২০}{১৮} = \frac{x}{১৫}$

বা, $১৮ \times x = ২০ \times ১৫$

বা, $x = \frac{২০ \times ১৫}{১৮}$

$= \frac{৫০}{৩}$ মিটার

$= ১৬\frac{২}{৩}$ মিটার

অতএব, নির্ণেয় প্রস্থ $১৬\frac{২}{৩}$ মিটার।

৪৭। ২ জন পুরুষ বা তিনজন বালক যে কাজ ১৫ দিনে সম্পন্ন করতে পারে ৪ জন পুরুষ এবং ৯ জন বালক উহার দ্বিগুণ কাজ কত দিনে শেষ করতে পারে?

সমাধান ঃ

পুরুষ ঃ পুরুষ = বালক ঃ বালক

২ ঃ ৪ = ৩ ঃ নির্ণেয় বালক

বা, $\frac{২}{৪} = \frac{৩}{\text{নির্ণেয় বালক}}$

বা, নির্ণেয় বালক $= \frac{৩ \times ৪}{২}$

= ৬ জন বালক

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ৪ জন পুরুষ ও ৯ জন বালক = (৬ + ৯) জন বালক

= ১৫ জন বালক।

এখানে দুইটি বালক সংখ্যার অনুপাত ক্রমিক দিন সংখ্যার ব্যস্ত অনুপাতের সমান।

$\therefore$ ১৫ জন বালক ঃ ৩ জন বালক = ১৫ দিন ঃ নির্ণেয় সময়

বা, $\frac{১৫}{৩} = \frac{১৫ \text{ দিন}}{\text{নির্ণেয় সময়}}$

$\therefore$ নির্ণেয় সময় = $\frac{১৫ \text{ দিন} \times ৩}{১৫}$ দিন

= ৩ দিন

অতএব, দ্বিগুণ কাজ করতে সময় লাগবে = ৩ দিন $\times ২$ = ৬ দিন

৪৮। একটি কুকুর খরগোশকে ধরার জন্য তাড়া করে। কুকুর যে সময়ে ৪ বার লাফ দেয়, খরগোশ সে সময়ে ৫ বার লাফ দেয়। কুকুর ৫ লাফে যত দূর যায় খরগোশ ৬ লাফে তত দূর যায়। কুকুর খরগোশের বেগের অনুপাত নির্ণয় করুন। কুকুরটি কি খরগোশকে ধরতে পারবে?

সমাধান ঃ

খরগোশের ৬ লাফ = কুকুরের ৫ লাফ

" ১ " = " $\frac{৫}{৬}$ "

" ৫ " = $\frac{৫ \times ৫}{৬} = \frac{২৫}{৬}$ লাফ

সুতরাং কুকুরের গতিবেগ ঃ খরগোশের গতিবেগ = ৪ ঃ $\frac{২৫}{৬}$

= ৪ × ৬ ঃ $\frac{২৫ \times ৬}{৬}$ = ২৪ ঃ ২৫

অনুপাত থেকে দেখা যায় যে, কুকুরের গতিবেগ অর্থাৎ অনুপাতের পূর্বরাশি খরগোসের গতিবেগ অর্থৎ উত্তর রাশি অপেক্ষা কম। সুতরাং কুকুর খরগোশকে ধরতে পারবে না।

৪৯। কোন উঁচু জায়গা থেকে কোন জিনিস পড়তে থাকলে পতিত দূরত্বের অনুপাত, পতনের সময়ের দ্বিগুণানুপাতের সমান। ৫ সেকেন্ডে একটি জিনিস ১২২.৫ মিটার পড়লে, ১০ সেকেন্ডে ওটি কত দূর পড়বে?

সমাধান ঃ

নির্ণেয় দূরত্ব ঃ ১২২.৫ মিটার = $(১০)^২$ ঃ $(৫)^২$

বা, $\frac{\text{নির্ণেয় দূরত্ব}}{১২২.৫ \text{ মিটার}} = \frac{১০০}{২৫}$

অতএব, নির্ণেয় দূরত্ব = $\frac{১০০ \times ১২২.৫}{২৫}$ মিটার

= $\frac{১০০ \times ১২২৫}{২৫ \times ১০}$ মিটার = ৪৯০ মিটার।

উত্তর : ৪৯০ মিটার।

৫০। যদি ১০ জন কম্পোজিটর দৈনিক ৫ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৩০টি অক্ষরযুক্ত ৫০ লাইনের ২৫ পৃষ্ঠা ৬ দিনে কম্পোজ করতে পারে, তবে কতজন কম্পোজিটর দৈনিক ৯ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ২৫টি অক্ষরযুক্ত ৪৫ লাইনের ৩০ পৃষ্ঠা ২ দিনে কম্পোজ করতে পারবে?

সমাধান :

দৈনিক ঘণ্টা বাড়লে লোক কমে যায় এবং দিন কমলে লোক বেড়ে যায়। সুতরাং ক্রমিক দৈনিক ঘণ্টা ও দিনে ব্যস্ত অনুপাত হবে।

১০ জন ঃ নির্ণেয় সংখ্যা =
৯ ঘণ্টা ঃ ৫ ঘণ্টা (ব্যস্ত অনুপাত)
৩০টি অক্ষর ঃ ২৫টি অক্ষর
৫০ লাইন ঃ ৪৫ লাইন
২৫ পৃষ্ঠা ঃ ৩০ পৃষ্ঠা
২ দিন ঃ ৬ দিন (ব্যস্ত অনুপাত)

এখন $\frac{১০}{\text{নির্ণেয় সংখ্যা}} = \frac{৯ \times ৩০ \times ৫০ \times ২৫ \times ২}{৫ \times ২৫ \times ৪৫ \times ৩০ \times ৬}$

বা, $\frac{১০}{\text{নির্ণেয় সংখ্যা}} = \frac{২}{৩}$

বা, নির্ণেয় সংখ্যা $\times ২ = ১০ \times ৩$

অতএব নির্ণেয় সংখ্যা = $\frac{১০ \times ৩}{২}$ = ১৫ জন ।

উত্তর : ১৫ জন।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

লাভ–ক্ষতি
Profit and Loss

সংক্ষিপ্ত আলোচনা :

জিনিসপত্র কেনাবেচায় লাভ বা ক্ষতি হতে পারে। কোন জিনিস কিনতে বা তৈরি করতে যে ব্যয় হয়, তাকে ক্রয়মূল্য এবং ঐ জিনিস বিক্রি যে দাম পাওয়া যায় তাকে বিক্রয়মূল্য বলা হয়।

বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশি হলে লাভ হয় এবং বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য অপেক্ষা কম হলে ক্ষতি হয়।

সংক্ষেপে, বিক্রয়মূল্য — ক্রয়মূল্য = লাভ

ক্রয়মূল্য — বিক্রয়মূল্য = ক্ষতি

সাধারণ ব্যবসায়ীরা কেনাবেচার জন্য দোকানভাড়া, কুলিভাড়া, গাড়িভাড়া ও কর্মচারীর বেতন দিয়ে থাকে। এসব খরচকে আনুষঙ্গিক খরচ বলা হয়। একটি জিনিসের ক্রয়মূল্য এবং তা কেনাবেচার খাতে আনুষঙ্গিক খরচকে একত্রে ঐ জিনিসের জন্য বিনিয়োগ বলা হয়। অর্থাৎ একটি জিনিস বিক্রয়ের পূর্ব পর্যন্ত সেই খাতে সর্বমোট খরচই বিনিয়োগ।

ক্রয়মূল্য + আনুষঙ্গিক খরচ = বিনিয়োগ।

অনেক সময় বিনিয়োগকে প্রকৃত ক্রয়মূল্য বা সর্বমোট খরচ বলে ধরা হয়। ব্যবসায়ীরা বিনিয়োগের উপর নির্ভর করে বিক্রয়মূল্য নির্দিষ্ট করে।

বিনিয়োগ + লাভ = বিক্রয়মূল্য

বিনিয়োগ – ক্ষতি = বিক্রয়মূল্য।

মনে রাখতে হবে যে লাভ বা ক্ষতি সবসময় বিনিয়োগের উপর হিসাব করা হয় এবং তাকে সাধারণত বিনিয়োগের শতকরা রূপে প্রকাশ করা হয়। আনুষঙ্গিক খরচের উল্লেখ না থাকলে ক্রয়মূল্যকেই বিনিয়োগ বলে গণ্য করা হয়।

s% লাভ বা ক্ষতি বললে লাভ বা ক্ষতি বিনিয়োগের s% বুঝতে হবে। এর অর্থ ১০০ টাকা বিনিয়োগের লাভ বা ক্ষতি s টাকা।

b টাকা বিনিয়োগে s% লাভ বা ক্ষতি হলে, $p = br$ সূত্র থেকে পাওয়া যায়।

$$p = br = b \times \frac{s}{১০০} = \frac{b \times s}{১০০}$$

অর্থাৎ, মোট লাভ বা ক্ষতি $\frac{b \times s}{১০০}$ টাকা।

সুতরাং s% লাভে b টাকা বিনিয়োগকৃত জিনিসের বিক্রয়মূল্য $\left(b + \frac{b \times s}{১০০}\right)$ টাকা এবং s% ক্ষতিতে b টাকা বিনিয়োগকৃত জিনিসের বিক্রয়মূল্য $\left(b - \frac{b \times s}{১০০}\right)$ টাকা।

b টাকা বিনিয়োগে মোট p টাকা লাভ বা ক্ষতি হলে $p = br$ সূত্র থেকে পাওয়া যায়।

$$r = \frac{p}{b} = \frac{\frac{p \times ১০০}{b}}{১০০} = \frac{p \times ১০০}{b}\%$$

অর্থাৎ, শতকরা লাভ বা ক্ষতি $= \frac{p \times ১০০}{b}$ টাকা।

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১। **একটি স্টিল মিলে মাসে ১৮০ টন রড উৎপাদন করে। প্রতি টন রডের কাঁচামাল বাবদ খরিদ মূল্য ১২,০০০ টাকা। ঐ মিলের মাসিক আনুষঙ্গিক খরচ ৯০,০০০ টাকা। প্রতি টন উৎপাদিত রড কত দামে বিক্রয় করলে শতকরা ১০ টাকা লাভ থাকবে?** [৩৪তম বিসিএস]

সমাধান :

প্রতি টন রডের কাঁচামাল বাবদ খরচ ১২০০০ টাকা

" " " মাসিক আনুষঙ্গিক খরচ ৯০০০০ ÷ ১৮০ বা ৫০০ "

∴ প্রতি টন রডের মোট উৎপাদন খরচ ১২৫০০ টাকা

উৎপাদন খরচ ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য ১১০ টাকা

∴ " " ১২৫০০ " " $\frac{১১০ \times ১২৫০০}{১০০}$ "

বা, ১৩,৭৫০ টাকা

উত্তর : ১৩,৭৫০ টাকা

২। **কোন জিনিস বিক্রয় করে নির্মাতা ২০%, পাইকারী বিক্রেতা ২০% এবং খুচরা বিক্রেতা ২০% লাভ করে। যদি ঐ জিনিসের খুচরা মূল্য ২১.৬০ টাকা হয়, তবে উহার নির্মাণ খরচ কত?** [৩৩তম বিসিএস, ১০ম বিসিএস]

সমাধান ঃ

খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভে, বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১২০ টাকা খুচরা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা।

∴ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ২১.৬০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ২১৬০}{১২০ \times ১০০}$ "

= ১৮ টাকা

∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ১৮০০ টাকা

আবার,

পাইকারী বিক্রেতার ২০% লাভে,

১২০ টাকা পাইকারী বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ১৮ " " " " " $= \frac{১০০ \times ১৮০০}{১২০}$ টাকা

= ১৫ ০০ টাকা।

∴ পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = নির্মাণকারীর বিক্রয়মূল্য = ১৫০০ টাকা

এবং

নির্মাণকারীর ২০% লাভে,

১২০ টাকা নির্মাণকারীর বিক্রয়মূল্য হলে নির্মাণ খরচ ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ১৫০০ " " " " " " $= \frac{১০০ \times ১৫০০}{১২০}$ টাকা

= ১২৫০ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় নির্মাণ খরচ ১২৫০ টাকা।

উত্তর : ১২৫০ টাকা।

৩। **৫ টাকায় ৯টা দরে কমলা বিক্রয় করায় ২০% ক্ষতি হলো। প্রতি ডজন কমলা কি দরে ক্রয় করেছিল?** [২৮তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

২০% ক্ষতিতে বিক্রয় মুল্য (১০০ — ২০) টাকা = ৮০ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য১০০ টাকা।

∴ " ১ " " " $\frac{১০০}{৮০}$ "

∴ " ৫ " " " $\frac{১০০ \times ৫}{৮০}$ " = ৬.২৫ টাকা।

আবার, ৯টি কমলার বিক্রয় মূল্য ৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ৬.২৫ টাকা।

৯টি কমলার ক্রয়মূল্য = ৬.২৫ টাকা

∴ ১টি " " = $\frac{৬.২৫}{৯}$ "

∴ ১২টি " " = $\frac{৬.২৫ \times ১২}{৯}$ "

= ৮.৩৩ টাকা

উত্তর : ৮.৩৩ টাকা।

৪। **একটি মিলে মাসে ৫০,০০০ ব্যাগ সিমেন্ট উৎপাদন হয়। ঐ মিলে আনুষঙ্গিক খরচ বাবদ মাসে ৮০,০০০ টাকা এবং কাঁচামাল ক্রয় বাবদ ৭৫,০০,০০০ টাকা মাসে খরচ হয়। ২০% হারে লাভ করতে হলে প্রতি ব্যাগ সিমেন্টের দাম কত টাকা ধার্য করতে হবে।** [২৭তম বিসিএস]

সমাধান :

মোট খরচ = (৭৫,০০,০০০ + ৮০,০০০) টাকা

= ৭৫,৮০,০০০ টাকা

২০% লাভে বিক্রয়মূল্য হবে (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা

এখন, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা

" ৭৫,৮০,০০০ " " " $= \frac{১২০ \times ৭৫৮০০০০}{১০০}$ "

= ৯০,৯৬,০০০ টাকা

অতএব,

৫০,০০০ ব্যাগ বিক্রয় করতে হবে ৯০,৯৬,০০০ টাকায়

∴ ১ (প্রতি) " " " " $\frac{৯০৯৬০০০}{৫০০০০}$ "

= ১৮১.৯২ টাকায়

∴ নির্ণেয় প্রতি ব্যাগ সিমেন্ট বিক্রয় করতে হবে ১৮১.৯২ টাকায়।

উত্তর : ১৮১.৯২ টাকায়।

৫। **১০০ টাকায় ৪টি কমলা এবং ১২টি আপেল ক্রয় করা যায় অথবা ১০টি কমলা এবং ৫টি আপেল ক্রয় করা যায়। একটি কমলার মূল্য এবং একটি আপেলের মূল্য নির্ণয় করুন।** [২৭তম বিসিএস]

সমাধান :

৪টি কমলার + ১২টি আপেলের ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

বা, ৪০টি " + ১২০টি " " = ১০০০ টাকা ..... (i)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

আবার, ১০টি কমলার + ৫টি আপেলের ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

বা, ৪০টি " + ২০টি " "= ৪০০ টাকা..... (ii)

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

১০০টি আপেলের ক্রয়মূল্য = ৬০০ টাকা

$\therefore$ ১টি " " $= \frac{৬০০}{১০০}$ টাকা = ৬ টাকা

$\therefore$ একটি আপেলের ক্রয়মূল্য = ৬ টাকা

$\therefore$ একটি কমলার ক্রয়মূল্য $= \frac{১০০-(১২\times৬)}{৪}$ টাকা $= \frac{১০০-৭২}{৪}$ টাকা

$= \frac{২৮}{৪}$ টাকা = ৭ টাকা

$\therefore$ নির্ণেয় ১টি আপেলের ক্রয়মূল্য ৬ টাকা এবং ১টি কমলার ক্রয়মূল্য ৭ টাকা

বিকল্প নিয়ম ঃ

সমাধান ঃ

মনে করি, একটি কমলার মূল্য = x টাকা

আপেলের মূল্য = y টাকা।

১ম শর্তানুসারে ,

$৪x + ১২y = ১০০$ ..... (i)

২য় শর্তানুসারে,

$১০x + ৫y = ১০০$ ..... (yy)

$[\text{(i)} \times ১০ - \text{(ii)} \times ৪] \Rightarrow$

$১০০y = ৬০০$

$\Rightarrow y = ৬$ টাকা।

(i) হতে পাই, $x = ৭$

উত্তর : আপেলের মূল্য ৬ টাকা, কমলার মূল্য ৭ টাকা।

৬। ১০ টাকায় ১০টি ও ৮টি দরে সমান সংখ্যক আম খরিদ করে ১০ টাকায় ৯টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? [২৭তম বিসিএস]

সমাধান :

১০টি আমের ক্রয়মূল্য = ১০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১০}{১০}$ " = ১ টাকা

আবার,

৮টি আমের ক্রয়মূল্য = ১০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{১০}{৮}$ টাকা $= \frac{৫}{৪}$ টাকা

$\therefore$ ২টি আমের ক্রয়মূল্য $= \left(১+\frac{৫}{৪}\right)$ " $= \frac{৯}{৪}$ টাকা

এখন, ৯টির আমের বিক্রয়মূল্য = ১০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১০}{৯}$ "

$\therefore$ ২ " " " $= \frac{১০\times২}{৯}$ " $= \frac{২০}{৯}$ টাকা

$\therefore$ ক্ষতি $= \left(\frac{৯}{৪} - \frac{২০}{৯}\right)$ টাকা $= \frac{৮১-৮০}{৩৬}$ টাকা $= \frac{১}{৩৬}$ টাকা

$\frac{৯}{৪}$ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{১}{৩৬}$ টাকা

১০০ " " " $= \frac{১}{৩৬} \times \frac{৪\times১০০}{৯}$

$= \frac{১০০}{৮১}$ টাকা $= ১\frac{১৯}{৮১}$ টাকা

উত্তর : $১\frac{১৯}{৮১}$ % ক্ষতি ।

৭। একটি দ্রব্য ৬% লাভে বিক্রয় করা হলো। যদি ক্রয়মূল্য ৪% কম এবং বিক্রয়মূল্য ৪ টাকা বেশি হত, তাহলে $১২\frac{১}{২}$% লাভ হত। কত মূল্যে দ্রব্যটি ক্রয় করা হয়েছিল? [২২তম ও ২৩তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি , ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

৬% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৬) = ১০৬ টাকা।

ক্রয়মূল্য ৪% কম হলে, ক্রয়মূল্য = (১০০ − ৪) = ৯৬ টাকা।

আবার, $১২\frac{১}{২}$ % লাভে,

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\left(১০০ + ১২\frac{১}{২}\right) = ১০০ + \frac{২৫}{২}$ টাকা

$= \frac{২০০+২৫}{২}$ টাকা $= \frac{২২৫}{২}$ টাকা

∴ ১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{২২৫}{২}$ টাকা

১ " " " " $= \frac{২২৫}{২\times১০০}$ "

∴ ৯৬ " " " " $= \frac{২২৫\times৯৬}{২\times১০০}$ " = ১০৮ টাকা

অধিক বিক্রয়মূল্য = ১০৮ টাকা − ১০৬ টাকা = ২ টাকা

অতএব,

বিক্রয়মূল্য ২ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

" ১ " " " " $= \frac{১০০}{২}$ "

" ৪ " " " " $= \frac{১০০\times৪}{২}$ টাকা

= ২০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ২০০ টাকা।

৮। **একজন মিষ্টি প্রস্তুতকারক y টাকা কিলোগ্রাম দরের x কিলোগ্রাম ছানার সাথে z টাকা কিলোগ্রাম দরের w কিলোগ্রাম চিনি মিশ্রিত করলেন। এবার কত টাকা মূল্যে প্রতি কিলোগ্রাম ছানা বিক্রি করলে প্রতি ২০০ (দুইশত) গ্রামে ২ টাকা ৫০ পয়সা করে লাভ করতে পারবেন?**

[১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

y টাকা কেজি ছানার দরে x কেজির মূল্য xy টাকা

এবং z টাকা কেজি চিনির দরে w কেজির মূল্য wz টাকা।

মোট (x + w) কেজি চিনি মিশ্রিত ছানার মোট মূল্য (xy + wz) টাকা

∴ ১ " " " " " " $\frac{xy + wz}{x + w}$ টাকা

প্রতি ২০০ গ্রাম ছানায় লাভ হবে ২ টাকা ৫০ পয়সা

অথবা, প্রতি কেজিতে লাভ হবে $= \frac{২.৫০ \times ১০০০ \text{ gm}}{২০০ \text{ gm}} = ১২.৫০$ টাকা

∴ প্রতি কেজি ছানা বিক্রি করতে হবে $= \left(\frac{xy + wz}{x + w} + ১২.৫০\right)$

$= \frac{xy + wz}{x + w} + \frac{১২৫০}{১০০}$

$= \frac{xy + wz}{x + w} + \frac{২৫}{২}$

৯। **একজন ফল বিক্রেতার ৬% ফল পচে গেল এবং আরো ৪% ফল পরিবহনের সময় নষ্ট হল। বাকী ফল শতকরা কত লাভে বিক্রয় করলে মোটের উপর তার ২০% লাভ হবে?** [১৭তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি,

ফল বিক্রেতা ১০০ টাকার ফল ক্রয় করে ।

৬% পচে যাওয়ায় এবং ৪% নষ্ট হওয়ায়,

ফল বিক্রেতার অবশিষ্ট থাকে (১০০ − ১০) টাকার ফল বা ৯০ টাকার ফল।

মোটের উপর ২০% লাভ করতে হলে অর্থাৎ, ১০০ টাকায় ২০% লাভ করতে হলে তাকে ১০০ টাকার ফল ১২০ টাকায় বিক্রয় করতে হবে।

সুতরাং, ফল বিক্রেতা ৯০ টাকার ফল বিক্রয় করে ১২০ টাকায়

∴ লাভ = ১২০ টাকা − ৯০ টাকা = ৩০ টাকা।

৯০ টাকায় লাভ হয় ৩০টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{৩০}{৯০}$ "

∴ ১০০ " " " $= \frac{৩০\times১০০}{৯০}$ " $= \frac{১০০}{৩}$ টাকা

$= ৩৩\frac{১}{৩}$ টাকা

অতএব, ফল বিক্রেতাকে অবশিষ্ট ফল $৩৩\frac{১}{৩}\%$ লাভে বিক্রয় করতে হবে।

উত্তর : $৩৩\frac{১}{৩}\%$ লাভে।

১০। **প্রতি ডজন কলা ২৪ টাকায় ক্রয় করে প্রতি কুড়ি কি দরে বিক্রয় করলে ২৫% লাভ হবে?** [১৬তম বিসিএস]

সমাধান : আমরা জানি, ১ ডজন = ১২টি এবং ১ কুড়ি = ২০টি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১২টি কলার ক্রয় মূল্য = ২৪ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{২৪}{১২}$

∴ ২০ " " " $= \frac{২৪ \times ২০}{১২}$ টাকা = ৪০ টাকা

২৫% লাভে বিক্রয় মূল্য (১০০ + ২৫) টাকা = ১২৫

ক্রয়মূল্য,

১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = ১২৫ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{১২৫}{১০০}$ টাকা

∴ ৪০ " " " $= \frac{১২৫ \times ৪০}{১০০}$ টাকা = ৫০ টাকা

উত্তর : ৫০ টাকা।

১১। **একজন ব্যবসায়ী ৪০০ টাকায় ১০০টি কমলালেবু কিনে। ৪টি কমলালেবু বিক্রয় করতে অসমর্থ হইলেও সে অবশিষ্ট লেবুগুলো ডজন ৭২ টাকা দরে বিক্রি করে। তার শতকরা কত লাভ হল? অতিরিক্ত ৮% লাভ করতে হলে তাকে ডজন প্রতি কত টাকায় লেবুগুলো বিক্রয় করতে হবে?** [১৩তম বিসিএস]

সমাধান : ৪টি কমলা বিক্রয় করতে অসমর্থ হওয়ায় বিক্রয় করল (১০০−৪)টি বা ৯৬টি।

১২টি বিক্রয় করে ৭২ টাকা

∴ ১ " " $\frac{১২}{৭২}$

∴ ৯৬ " " $\frac{৭২ \times ৯৬}{১২} = ৫৭৬$ টাকা।

∴ লাভ = (৫৭৬ − ৪০০) টাকা বা ১৭৬ টাকা।

অতএব,

৪০০ টাকায় লাভ হয় = ১৭৬ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{১৭৬}{৪০০}$

∴ ১০০ " " " $= \frac{১৭৬ \times ১০০}{৪০০} = ৪৪$ টাকা

অতিরিক্ত ৮% লাভ করলে লাভের হার দাঁড়ায় = ৪৪% + ৮% = ৫২% লাভ

৫২% লাভে,

১০০ টাকা ক্রয় মূল্য হলে বিক্রয় মূল্য = ১৫২ টাকা

∴ ১ " " " " " " $= \frac{১৫২}{১০০}$

∴ ৪০০ " " " " " " $= \frac{১৫২ \times ৪০০}{১০০} = ৬০৮$ টাকা

অর্থাৎ, ৯৬টির বিক্রয় মূল্য = ৬০৮ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{৬০৮}{৯৬}$

∴ ১২ " " $= \frac{১২ \times ৬০৮}{৯৬} = ৭৬$ টাকা

উত্তর : ৪৪%, ৭৬ টাকা।

১২। **এক ব্যক্তি ২৫,০০০ টাকা মূলধন নিয়ে মশলার পাইকারী ব্যবসা শুরু করল। সে প্রথমে ঐ টাকায় হলুদ কিনল এবং ১৫% লাভে বিক্রয় করল। বিক্রয়লব্ধ অর্থ দ্বারা সে মরিচ কিনল; কিন্তু হঠাৎ মরিচের চাহিদা কমে যাওয়ায় তা ১২% ক্ষতিতে বিক্রয় করতে বাধ্য হল। ঐ ব্যক্তির মোটের উপর শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল?** [১১তম বিসিএস]

সমাধান : ১৫% লাভে বিক্রয় মূল্য (১০০ + ১৫) টাকা = ১১৫ টাকা

ক্রয় মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = ১১৫ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{১১৫}{১০০}$

∴ ২৫০০০ " " $= \frac{১১৫ \times ২৫০০০}{১০০} = ২৮৭৫০$ টাকা

আবার, ১২% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১২) টাকা = ৮৮ টাকা

ক্রয় মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = ৮৮ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{৮৮}{১০০}$ টাকা

∴ ২৮৭৫০ " " $= \frac{৮৮ \times ২৮৭৫০}{১০০} = ২৫৩০০$ টাকা

∴ লাভ = (২৫৩০০ − ২৫০০০) টাকা = ৩০০ টাকা।

২৫০০০ টাকায় লাভ হয় = ৩০০ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{৩০০}{২৫০০০}$ টাকা

∴ ১০০ " " $= \frac{৩০০ \times ১০০}{২৫০০০}$ টাকা $= \frac{৬}{৫}$ টাকা = ১.২ টাকা

উত্তর : ১.২% লাভ।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৩। এক ব্যক্তি ১৫০০ টাকায় কতগুলি দ্রব্য ক্রয় করে তার $\frac{১}{৩}$ অংশ ৪% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। অবশিষ্ট দ্রব্যগুলি শতকরা কত লাভে বিক্রয় করলে তার মোটের উপর ৪% লাভ হবে? [১১তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

১৫০০ টাকার $\frac{১}{৩}$ অংশ = ৫০০ টাকা

∴ অবশিষ্ট থাকে = (১৫০০ − ৫০০) টাকা = ১০০০ টাকা

∴ ৫০০ টাকার ক্ষতি = ৫০০ টাকার ৪%

$= \frac{৫০০ \times ৪}{১০০}$ টাকা = ২০ টাকা।

আবার, ৪% লাভে

১০০ টাকায় লাভ হয় ৪ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{৪}{১০০}$ "

∴ ১৫০০ " " " $= \frac{৪ \times ১৫০০}{১০০}$ "

= ৬০ টাকা

মোটের উপর ৪% লাভ করতে হলে অবশিষ্ট ১০০০ টাকার দ্রব্য বিক্রয় করতে হবে

= ১০০০ টাকা + ৬০ টাকা + ২০ টাকা = ১০৮০ টাকা

সুতরাং, লাভ = ১০৮০ টাকা − ১০০০ টাকা = ৮০ টাকা

১০০০ টাকায় লাভ হয় ৮০ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{৮০}{১০০০}$ টাকা

∴ ১০০ " " " $= \frac{৮০ \times ১০০}{১০০০}$ টাকা = ৮ টাকা

অতএব,অবশিষ্ট দ্রব্যগুলো ৮% লাভে বিক্রয় করতে হবে।

উত্তর : ৮% লাভে বিক্রয় করতে হবে।

$= \frac{২(xy + wz) + ২৫(x + w)}{২(x + w)}$

১৪। রিমঝিম ব্রান্ডের টু−ইন−ওয়ান নির্মাতা, পাইকারী ডিলার ও খুচরা বিক্রেতা প্রত্যেকে ২০% লাভ করে। এর একটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ২১৬০ টাকা হলে নির্মাণ ব্যয় কত? [১০তম বিসিএস]

সমাধান : খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভে,

১২০ টাকা খুচরা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা।

∴ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ২১৬০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ২১৬০}{১২০}$ টাকা

= ১৮০০ টাকা

∴ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ১১৮০০ টাকা

আবার, পাইকারী বিক্রেতার ২০% লাভে,

১২০ টাকা পাইকারী বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ১৮০০ " " " " $= \frac{১০০ \times ১৮}{১২০}$

= ১৫০০ টাকা।

∴ পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = নির্মাণকারীর বিক্রয়মূল্য = ১৫০০ টাকা

আবার, নির্মাণকারীর ২০% লাভে,

১২০ টাকা নির্মাণকারীর বিক্রয়মূল্য হলে নির্মাণ খরচ ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " " $= \frac{১০০}{১২০}$ "

∴ ১৫০০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ১৫০০}{১২০}$

$= \frac{২৫}{২}$ টাকা= ১২৫০ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় নির্মাণ খরচ ১২৫০টাকা।

উত্তর : ১২৫০ টাকা।

১৫। একটি দ্রব্য তালিকায় লিখিত মূল্যের উপর ১০% কমিশন দিয়ে বিক্রয় করায় ২০% লাভ হয়। ক্রয়মূল্যের উপর শতকরা কত টাকা বেশি মূল্য তালিকায় ধার্য ছিল? [নবম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি,

ক্রয় মূল্য = ১০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২০% লাভে বিক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা + ২০ টাকা = ১২০ টাকা

তালিকার লিখিত মূল্যের উপর ১০% কমিশন দিয়ে বিক্রয় করায় –

বিক্রয়মূল্য ৯০ টাকা হলে ধার্য তালিকামূল্য = ১০০ টাকা

" ১ " " " " $= \frac{১০০}{৯০}$ "

" ১২০ " " " " $= \frac{১০০ \times ১২০}{৯০}$ " $= \frac{৪০০}{৩}$ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে তালিকামূল্য $\frac{৪০০}{৩}$ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে তালিকামূল্য বৃদ্ধি $= \left(\frac{৪০০}{৩} - ১০০\right) = \frac{১০০}{৩}$ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় তালিকা মূল্য বৃদ্ধির হার $= \frac{১০০}{৩}\% = ৩৩\frac{১}{৩}\%$।

উত্তর : $৩৩\frac{১}{৩}\%$।

লাভ/ক্ষতি সংক্রান্ত

গাণিতিক অনুশীলন :

১। ১০ টাকায় ১২টি হিসেবে কিনে ১২ টাকায় ১০টি হিসেবে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হয়?

সমাধান ঃ

১২টির ক্রয়মূল্য ১০ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{১০}{১২}$ " $= \frac{৫}{৬}$ টাকা

আবার, ১০টির বিক্রয়মূল্য ১২ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{১২}{১০}$ " $= \frac{৬}{৫}$ টাকা

∴ ১টিতে লাভ হয় $= \left(\frac{৬}{৫} - \frac{৫}{৬}\right) = \left(\frac{৩৬ - ২৫}{৩০}\right) = \frac{১১}{৩০}$ টাকা

$\frac{৫}{৬}$ টাকায় লাভ হয় $\frac{১১}{৩০}$ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{১১ \times ৬}{৩০ \times ৫}$ "

∴ ১০০ " " " $= \frac{১১ \times ৬ \times ১০০}{৩০ \times ৫}$ "

= ৪৪ টাকা

অতএব, নির্ণেয় লাভ ৪৪%।

২। টাকায় ৪টি ও টাকায় ৬টি দরে সমান সংখ্যক পেয়ারা কিনে টাকায় ৫টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান ঃ

১ম ক্ষেত্রে,

৪ টির ক্রয়মূল্য ১ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{১}{৪}$ "

২য় ক্ষেত্রে,

৬ টির ক্রয়মূল্য ১ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{১}{৬}$ "

উভয় প্রকার ২টির ক্রয় মূল্য $= \left(\frac{১}{৪} + \frac{১}{৬}\right)$ টাকা

$= \frac{৩ + ২}{১২}$ টাকা $= \frac{৫}{১২}$ টাকা

আবার,

৫টির বিক্রয়মূল্য ১ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{১}{৫}$ "

∴ ২ " " $= \frac{২}{৫}$ "

∴ ক্ষতি $= \left(\frac{৫}{১২} - \frac{২}{৫}\right)$ টাকা $= \left(\frac{২৫ - ২৪}{৬০}\right)$ টাকা $= \frac{১}{৬০}$ টাকা

$\frac{৫}{১২}$ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{১}{৬০}$ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১\times১২}{৬০\times৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " $= \frac{১\times১২\times১০০}{৬০\times৫}$ " = ৪ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ক্ষতি ৪%।

৩। **৫ টাকায় ২ টি কমলা কিনে ৩৫ টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করলে ৪০% লাভ হবে?**

সমাধান ঃ

৫ টাকায় ক্রয় করে ২টি

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{২}{৫}$ টি

$\therefore$ ৩৫ " " " $= \frac{২\times৩৫}{৫}$ টি = ১৪টি

৪০% লাভে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৪০) টাকা
= ১৪০ টাকা

১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য ১৪০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১৪০}{১০০}$ টাকা

$\therefore$ ৩৫ " " " " $= \frac{১৪০\times৩৫}{১০০}$ " = ৪৯ টাকা

শর্তানুসারে,

৪৯ টাকায় বিক্রয় করে ১৪ টি

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১৪}{৪৯}$ "

$\therefore$ ৩৫ " " " $= \frac{১৪\times৩৫}{৪৯}$ টি = ১০টি

অতএব, নির্ণেয় কমলার সংখ্যা ১০টি।

৪। **টাকায় ৫টি ও টাকায় ৭টি করে সমান সংখ্যক জামরুল কিনে টাকায় ৬টি দরে বিক্রয় করলে, শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?**

সমাধান ঃ

১ম ক্ষেত্রে,

৫টির ক্রয়মূল্য ১ টাকা

$\therefore$ ১টির " $= \frac{১}{৫}$ "

২য় ক্ষেত্রে,

৭টির ক্রয়মূল্য ১ টাকা

$\therefore$ ১টির " $= \frac{১}{৭}$ "

$\therefore$ উভয় প্রকারের ২টির ক্রয়মূল্য $\left(\frac{১}{৫} + \frac{১}{৭}\right)$ টাকা

$= \frac{৭+৫}{৩৫}$ টাকা $= \frac{১২}{৩৫}$ টাকা

আবার,

৬টির বিক্রয়মূল্য ১ টাকা

$\therefore$ ১টির " $= \frac{১}{৬}$ "

$\therefore$ ২টির " $= \frac{২\times১}{৬} = \frac{১}{৩}$ টাকা

$\therefore$ ক্ষতি $= \left(\frac{১২}{৩৫} - \frac{১}{৩}\right)$ টাকা

$= \left(\frac{৩৬ - ৩৫}{১০৫}\right)$ টাকা $= \frac{১}{১০৫}$ টাকা

$\frac{১২}{৩৫}$ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{১}{১০৫}$ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১\times৩৫}{১০৫\times১২}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ " " " $= \frac{১\times৩৫\times১০০}{১০৫\times১২}$ "

$= \frac{২৫}{৯}$ টাকা $= ২\frac{৭}{৯}$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ক্ষতি $২\frac{৭}{৯}$%।

৫। **কোন দোকানদার ২৫% লাভ ধরে মূল্যতালিকা প্রস্তুত করে। কিন্তু বিক্রয় করার সময় সে ক্রেতাকে তালিকায় লিখিত মূল্যের উপর ১০% কমিশন দেয়। এতে তার শতকরা কত লাভ হয়?**

সমাধান ঃ

মনে করি,

ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২৫% লাভে তালিকা মূল্য (১০০ + ২৫) টাকা = ১২৫ টাকা
১০% কমিশনে, তালিকামূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১০) টাকা
= ৯০ টাকা

১০০ টাকা তালিকা মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য ৯০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " " $= \frac{৯০}{১০০}$ টাকা

$\therefore$ ১২৫ " " " " " $= \frac{৯০ \times ১২৫}{১০০}$ "

$= \frac{২২৫}{২}$ টাকা

১০০ টাকায় লাভ হয় $= \frac{২২৫}{২}$ টাকা − ১০০ টাকা

$= \frac{২২৫ - ২০০}{২}$ টাকা

$= \frac{২৫}{২}$ টাকা = $১২\frac{১}{২}$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় লাভ $১২\frac{১}{২}\%$।

৬। **একজন দোকানদার তালিকাবদ্ধ মূল্যের উপর ৫% কমিশন দেয়। যে দ্রব্যের ক্রয়মূল্য ৭১২.৫০ টাকা তালিকাতে তার মূল্য কত লিখিত হলে দোকানদার $৩৩\frac{১}{৩}\%$ লাভ করবে?**

সমাধান ঃ $৩৩\frac{১}{৩}\% = \frac{১০০}{৩}\%$

$৩৩\frac{১}{৩}\%$ লাভে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = ১০০ + ১০০ এর $৩৩\frac{১}{৩}\%$

= ১০০ + ১০০ এর $\frac{১০০}{৩}\%$

= ১০০ + ১০০ এর $\frac{১০০}{৩} \times \frac{১}{১০০}$

= ১০০ + $\frac{১০০}{৩}$

$= \frac{৩০০+১০০}{৩}$ " = $\frac{৪০০}{৩}$ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{৪০০}{৩}$ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " $= \frac{৪০০}{৩ \times ১০০}$ "

$\therefore$ " ৭১২.৫০ " " " $= \frac{৪০০ \times ৭১২.৫০}{৩ \times ১০০}$ "

= ২ × ৪৭৫ " = ৯৫০ টাকা

তালিকামূল্যের উপর ৫% কমিশনে,
তালিকামূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ৫) টাকা = ৯৫ টাকা
৯৫ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে তালিকা মূল্য = ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{৯৫}$ "

$\therefore$ ৯৫০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ৯৫০}{৯৫}$ "

= ১০০০ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় তালিকামূল্য ১০০০ টাকা।

৭। **একটি দ্রব্য ২৫৭৬ টাকায় বিক্রয় করাতে বিক্রেতার ১২% লাভ হল। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা কম হলে তার শতকরা কত লাভ হত?**

সমাধান ঃ
বিক্রেতার ১২% লাভে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০+১২) টাকা
= ১১২ টাকা

১১২ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{১১২}$ "

$\therefore$ ২৫৭৬ " " " " $= \frac{১০০ \times ২৫৭৬}{১১২}$ "

= ২৩০০ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা কম হলে ক্রয়মূল্য হত = (২৩০০ − ১০০) টাকা
= ২২০০ টাকা।

আবার,
লাভ = (২৫৭৬ − ২২০০) = ৩৭৬
২২০০ টাকায় লাভ হয় ৩৭৬ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৩৭৬}{২২০০}$ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১০০ " " " $= \frac{৩৭৬ \times ১০০}{২২০০}$ "

$= \frac{১৮৮}{১১}$ টাকা $= ১৭\frac{১}{১১}$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় লাভ $১৭\frac{১}{১১}\%$ ।

৮। **১০ টাকায় ১২টি দরে কোন জিনিস ক্রয় করে ১০ টাকায় ৮টি দরে বিক্রয় করলে, শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?**

সমাধান ঃ

১২টি ক্রয় করে ১০ টাকায়

$\therefore$ ১ " " $= \frac{১০}{১২}$ " $= \frac{৫}{৬}$ টাকায়

আবার,

৮টি বিক্রয় করে ১০ টাকায়

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১০}{৮}$ " $= \frac{৫}{৪}$ টাকায়

অতএব,

১টি জিনিসের ক্রয়মূল্য $= \frac{৫}{৬}$ টাকা এবং বিক্রয়মূল্য $= \frac{৫}{৪}$ টাকা

অতএব, ১ টিতে লাভ $= \left(\frac{৫}{৪} - \frac{৫}{৬}\right)$ টাকা

$= \frac{১৫ - ১০}{১২}$ টাকা

$= \frac{৫}{১২}$ টাকা

সুতরাং,

$\frac{৫}{৬}$ টাকায় লাভ হয় $\frac{৫}{১২}$ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৫}{১২} \times \frac{৬}{৫}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " $= \frac{৫}{১২} \times \frac{৬}{৫} \times ১০০$ " = ৫০ টাকা

অতএব, শতকরা ৫০ টাকা লাভ হবে।

৯। **২০ টাকায় ১০টি ও ১৫টি দরে সমান সংখ্যক কলা খরিদ করে ২০ টাকায় ১২টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?**

সমাধান ঃ

১০, ১৫, ও ১২ -এর ল. সা. গু = ৬০

মনে করি,

প্রত্যেক প্রকারের কলা ৬০টি করে খরিদ করে

১০টির ক্রয়মূল্য ২০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{২০}{১০}$ টাকা

$\therefore$ ৬০ " " $= \frac{২০ \times ৬০}{১০}$ "

$= ১২০$ টাকা

আবার,

১৫ টির ক্রয়মূল্য ২০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{২০}{১৫}$ "

$\therefore$ ৬০ " " $= \frac{২০ \times ৬০}{১৫}$ " = ৮০ টাকা

সুতরাং, উভয় প্রকারের কলার সংখ্যা = (৬০ + ৬০) = ১২০টি

উভয় প্রকার কলার ক্রয়মূল্য = (১২০ + ৮০) = ২০০ টাকা

আবার,

১২ টির বিক্রয়মূল্য ২০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{২০}{১২}$ টি

$\therefore$ ১২০ " " $= \frac{২০ \times ১২০}{১২}$ " = ২০০ টাকা

যেহেতু ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য সমান

$\therefore$ শতকরা লাভ বা ক্ষতি হবে না।

বিকল্প নিয়মে,

১০টির ক্রয়মূল্য ২০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{২০}{১০}$ টাকা = ২ টাকা

ওরাকল (মহাবিশ্ব) লাইব্রেরি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

আবার,

১৫ টির ক্রয়মূল্য ২০ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{২০}{১৫}$ " $= \frac{৪}{৩}$ টাকা

∴ ২টির ক্রয়মূল্য $= \left(২ + \frac{৪}{৩}\right)$ টাকা $= \frac{১০}{৩}$ টাকা

বা, ১ " " $= \frac{১০}{৬}$ টাকা $= \frac{৫}{৩}$ টাকা

এখন, ১২টির বিক্রয়মূল্য = ২০ টাকা

বা, ১ " " $= \frac{২০}{১২}$ টাকা $= \frac{৫}{৩}$ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য একই হওয়ায় লাভ ক্ষতি কিছুই হবে না।

উত্তর : লাভ ক্ষতি কিছুই হবে না।

১০। একজন চাল ব্যবসায়ী ২৫০.০০ টাকা মণ দরে চাল কিনে ৩২০.০০ টাকা মণ দরে বিক্রয় করল। সে হিসাব করে দেখল যে প্রতি মণ চালে তার কুলি ভাড়াসহ পরিবহন খরচ হয়েছে ৬.৫০ টাকা এবং গুদাম ভাড়া ও কর্মচারীর বেতন বাবদ খরচ হয়েছে ৩.৫০ টাকা। শতকরা লাভ বা ক্ষতি কত?

সমাধান :

প্রতি মণ চালে আনুষঙ্গিক খরচ = ৬.৫০ টাকা + ৩.৫০ টাকা = ১০.০০ টাকা।

∴ প্রতি মণ চালে বিনিয়োগ = ২৫০ টাকা + ১০ টাকা = ২৬০ টাকা।

অতএব, প্রতি মণ চালে লাভ = ৩২০ টাকা − ২৬০ টাকা = ৬০ টাকা।

∴ শতকরা লাভ $= \frac{৬০ \times ১০০}{২৬০}$ টাকা $= ২৩\frac{১}{১৩}$ টাকা।

অর্থাৎ, লাভ $= ২৩\frac{১}{১৩}\%$।

উত্তর : লাভ $২৩\frac{১}{১৩}\%$।

১১। একটি দ্রব্য ৩৪০ টাকায় ক্রয় করে ৬০০ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ হবে?

সমাধান :

এখানে ক্রয়মূল্য ৩৪০ টাকা এবং বিক্রয়মূল্য ৬০০ টাকা।

∴ লাভ = ৬০০ টাকা − ৩৪০ টাকা = ২৬০ টাকা।

এখন, ৩৪০ টাকায় লাভ হয় ২৬০ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{২৬০}{৩৪০}$ "

∴ ১০০ " " " $\frac{২৬০ \times ১০০}{৩৪০}$ "

বা, $\frac{১৩০০}{১৭}$ টাকা

বা, $৭৬\frac{৮}{১৭}$ টাকা।

সুতরাং, শতকরা $৭৬\frac{৮}{১৭}$ টাকা অর্থাৎ $৭৬\frac{৮}{১৭}\%$ লাভ হয়।

১২। ৫টি লিচু যে দরে ক্রয় করা হয় ৪টি লিচু সেই দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান :

মনে করি, ৫টির লিচুর ক্রয়মূল্য ১ টাকা

তাহলে ৪টি লিচুর বিক্রয়মূল্য ১ টাকা

∴ ১টি " " $\frac{১}{৪}$ "

∴ ৫টি " " $\frac{১ \times ৫}{৪}$ " বা, $১\frac{১}{৪}$ টাকা।

অতএব ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $১\frac{১}{৪}$ টাকা।

অর্থাৎ, ১ টাকা বিনিয়োগে লাভ = $১\frac{১}{৪}$ টাকা − ১ টাকা = $\frac{১}{৪}$ টাকা।

এখন, ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{১}{৪}$ টাকা

∴ ১০০ " " " $\frac{১}{৪} \times ১০০$ টাকা বা ২৫ টাকা।

∴ শতকরা ২৫ টাকা অর্থাৎ ২৫% লাভ হয়।

১৩। টাকায় ৯টি ও ১১টি দরে সমান সংখ্যক লিচু ক্রয় করে টাকায় ১০টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান :

৯ ও ১১ এর ল. সা. গু. ৯৯।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখন প্রত্যেক প্রকারের ৯৯টি লিচু কেনাবেচার লাভক্ষতি হিসাব করি।

টাকায় ৯টি হিসাবে ৯৯টির ক্রয়মূল্য ১১ টাকা

" ১১টি " ৯৯ " " ৯ টাকা

∴ (৯৯ + ৯৯) বা ১৯৮টির ক্রয়মূল্য = ১১ টাকা + ৯ টাকা = ২০ টাকা।

টাকায় ১০টি হিসাবে ১৯৮টির বিক্রয়মূল্য $\frac{১৯৮}{১০}$ টাকা = ১৯.৮০ টাকা।

∴ ক্ষতি = ২০ টাকা − ১৯.৮০ টাকা = ০.২০ টাকা।

অর্থাৎ, ২০ টাকায় ক্ষতি হয় .২০ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{.২০}{২০}$ "

∴ ১০০ " " " $\frac{.২০ \times ১০০}{২০}$ টাকা বা ১ টাকা।

∴ শতকরা ১ টাকা অর্থাৎ ১% ক্ষতি হয়।

১৪। এক ব্যক্তি ডজন ১৫ টাকা দরে কতকগুলো কলা ক্রয় করল এবং ডজন ১০ টাকা দরে সমান সংখ্যক কলা ক্রয় করে সবগুলো কলা ডজন ১৪ টাকা দরে বিক্রয় করল। এতে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল?

সমাধান : দেওয়া আছে,

দুই রকমের ২ ডজন কলার ক্রয়মূল্য = (১৫ + ১০) টাকা = ২৫ টাকা

২ ডজন কলার ক্রয়মূল্য ২৫ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{২৫}{২}$ "

আবার, ১ ডজন কলার বিক্রয়মূল্য ১৪ টাকা

যেহেতু ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বিক্রয়মূল্য বেশি।

সুতরাং লাভ $= \left(১৪ - \frac{২৫}{২}\right)$ টাকা

$= \frac{২৮ - ২৫}{২}$ টাকা $= \frac{৩}{২}$ টাকা

$\frac{২৫}{২}$ কাটায় লাভ হয় $\frac{৩}{২}$ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{৩ \times ২৫}{২ \times ২}$ "

∴ ১০০ " " $\frac{৩ \times ২ \times ১০০}{২ \times ২৫}$ টাকা বা, ১২ টাকা

∴ নির্ণেয় লাভ ১২%।

১৫। টাকায় ১৫টি ও ২০টি দরে আমলকি খরিদ করে টাকায় ১৮টি দরে বিক্রয়, করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান : ১৫ ও ২০ এর ল.সা.গু. = ৬০

১৫টি আমলকির ক্রয়মূল্য ১ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{১}{১৫}$ "

∴ ৬০ " " $\frac{১ \times ৬০}{১৫}$ " বা, ৪ টাকা

২০টির ক্রয়মূল্য ১ টাকা

∴ ১ " " $\frac{১}{২০}$ "

∴ ৬০ " " $\frac{১ \times ৬০}{২০}$ " বা, ৩ টাকা

∴ ৬০ + ৬০ = ১২০টি আমলকির ক্রয়মূল্য = (৪ + ৩) টাকা = ৭ টাকা

আবার, ১৮টির বিক্রয়মূল্য ১ টাকা

∴ ১ " " $\frac{১}{১৮}$ "

∴ ১২০ " " $\frac{১ \times ১২০}{১৮}$ টাকা বা, $\frac{২০}{৩}$ টাকা

∴ ক্ষতি হয় $= \left(৭ - \frac{২০}{৩}\right)$ টাকা $= \left(\frac{২১ - ২০}{৩}\right)$ টাকা $= \frac{১}{৩}$ টাকা

অর্থাৎ, ৭ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{১}{৩}$ টাকা

∴ ১ " " $\frac{১}{৭ \times ৩}$ টাকা

∴ ১০০ " " $\frac{১ \times ১০০}{৭ \times ৩}$ "

বা, $\frac{১০০}{২১}$ টাকা বা, $৪\frac{১৬}{২১}$ টাকা

∴ নির্ণেয় ক্ষতি $৪\frac{১৬}{২১}\%$।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ক্রয় মূল্য সংক্রান্ত

গাণিতিক অনুশীলন :

১৬। **একটি শার্ট ও একটি প্যান্টের মূল্য ৫২৫ টাকা। যদি শার্টের মূল্য ৫% এবং প্যান্টের মূল্য ১০% বৃদ্ধি পায়, তাহলে এগুলি কিনতে ৫৬৮.৭৫ টাকা লাগে। শার্ট ও প্যান্ট প্রত্যেকটির মূল্য কত?**

সমাধান ঃ

মনে করি,

শার্টের মূল্য x টাকা

∴ প্যান্টের মূল্য (৫২৫ − x) টাকা।

৫% বৃদ্ধিতে শার্টের মূল্য = (x + x এর ৫%) টাকা

$$= \left(x + x \text{ এর } \frac{৫}{১০০}\right) \text{ টাকা } = \frac{১০০x + ৫x}{১০০}$$

টাকা $= \frac{১০৫x}{১০০}$ টাকা $= \frac{২১x}{২০}$ টাকা

১০% বৃদ্ধিতে প্যান্টের মূল্য = {(৫২৫ − x) + (৫২৫ − x) এর ১০%} টাকা

$$= \left[(৫২৫ - x) + (৫২৫ - x) \text{ এর } \frac{১০}{১০০}\right] \text{ টাকা}$$

$$= (৫২৫ - x)\left(১ + \frac{১}{১০}\right) \text{ টাকা}$$

$$= (৫২৫ - x) \times \left(\frac{১০+১}{১০}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{১১(৫২৫ - x)}{১০} \text{ টাকা}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{২১x}{২০} + \frac{১১(৫২৫-x)}{১০} = ৫৬৮.৭৫$$

বা, $$\frac{২১x + ২২(৫২৫-x)}{২০} = ৫৬৮.৭৫$$

বা, ২১x + (২২×৫২৫) − ২২x = ৫৬৮.৭৫×২০

বা, −x = (৫৬৮.৭৫ × ২০) −(৫২৫× ২২)

বা, −x = ১১৩৭৫−১১৫৫০

বা, −x = − ১৭৫

∴ x = ১৭৫

সুতরাং,

শার্টের মূল্য ১৭৫ টাকা এবং

প্যান্টের মূল্য (৫২৫ − ১৭৫) টাকা = ৩৫০ টাকা।

উত্তর : শার্টের মূল্য ১৭৫ টাকা এবং প্যান্টের মূল্য ৩৫০ টাকা।

১৭। **একটি ঘড়ি ও চেইনের মূল্য ৮৫০.০০ টাকা। যদি ঘড়ির মূল্য ১২% এবং চেইনের মূল্য ৫% বৃদ্ধি পায় তবে বর্ধিত মূল্য ৯৩৪.৫০ টাকা হয়। ঘড়ি ও চেইনের মূল্য পৃথকভাবে কত?**

সমাধান ঃ

মনে করি,

ঘড়ির মূল্য x টাকা

∴ চেইনের মূল্য (৮৫০−x) টাকা

১২% বৃদ্ধিতে ঘড়ির মূল্য = (x + x এর ১২%) টাকা

$$= \left(x + x \text{ এর } \frac{১২}{১০০}\right) \text{ টাকা } = \left(\frac{১০০x + ১২x}{১০০}\right)$$

টাকা

$$= \frac{১১২x}{১০০} \text{ টাকা } = \frac{২৮x}{২৫} \text{ টাকা}$$

৫% বৃদ্ধিতে চেইনের মূল্য = {(৮৫০−x) + (৮৫০−x) এর ৫%} টাকা

$$= \left\{(৮৫০-x) + (৮৫০-x) \times \frac{৫}{১০০}\right\} \text{ টাকা}$$

$$= (৮৫০-x)\left(১ + \frac{৫}{১০০}\right) \text{ টাকা}$$

$$= (৮৫০-x)\left(\frac{১০০+ ৫}{১০০}\right) \text{ টাকা}$$

$$= (৮৫০-x) \times \frac{১০৫}{১০০} \text{ টাকা } = \frac{২১ \times (৮৫০-x)}{২০} \text{ টাকা}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{২৮x}{২৫} + \frac{২১(৮৫০-x)}{২০} = ৯৩৪.৫০$$

বা, $$\frac{১১২x+১০৫(৮৫০-x)}{১০০} = ৯৩৪.৫০$$

বা, ১১২x + (১০৫ ×৮৫০) − ১০৫x = ৯৩৪৫০

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, ৭x = ৯৩৪৫০ − ৮৯২৫০

বা, ৭x = ৪২০০

বা, $x = \frac{৪২০০}{৭}$

= ৬০০

∴ ঘড়ির মূল্য ৬০০ টাকা

চেইনের " = ৮৫০ − ৬০০ "

= ২৫০ টাকা

উত্তর : ঘড়ির মূল্য ৬০০ টাকা, চেইনের মূল্য ২৫০ টাকা।

১৮। কোন লোক ৭$\frac{১}{২}$% ক্ষতিতে একটি দ্রব্য বিক্রয় করল। যদি দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০% কম হত এবং বিক্রয়মূল্য ৩১ টাকা অধিক হত তাহলে তার ২০% লাভ হত। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

৭$\frac{১}{২}$ % ক্ষতিতে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = $\left(১০০ - \frac{১৫}{২}\right)$ টাকা

$= \frac{২০০ - ১৫}{২}$ টাকা = $\frac{১৮৫}{২}$ টাকা

১০% কমে ক্রয়মূল্য (১০০ − ১০) টাকা = ৯০ টাকা

২০% লাভে, বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা

১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা

∴ ৯০ " " " " $= \frac{১২০ \times ৯০}{১০০}$ টাকা

= ১০৮ টাকা

∴ অধিক বিক্রয়মূল্য $= \left(১০৮ - \frac{১৮৫}{২}\right)$ টাকা

$= \frac{২১৬ - ১৮৫}{২}$ টাকা = $\frac{৩১}{২}$ টাকা।

$\frac{৩১}{২}$ টাকা অধিক বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ ৩১ " " " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ৩১}{৩১}$

= ২০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ২০০ টাকা।

১৯। এক ব্যক্তি একটি দ্রব্য ৪,০০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার কিছু ক্ষতি হল। যদি সে ঐ দ্রব্য ৫,০০০ টাকায় বিক্রয় করত তাহলে তার যত টাকা ক্ষতি হয়েছিল তার ৬৬$\frac{২}{৩}$% লাভ হত। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

ক্ষতি = k টাকা

সুতরাং, ক্রয়মূল্য = (৪০০০ + k) টাকা

আমরা পাই,

ক্ষতি + ক্ষতির ৬৬$\frac{২}{৩}$% = k + k এর ৬৬$\frac{২}{৩}$%

= k + k এর $\frac{২০০}{৩}$%

= k + k এর $\frac{২০০}{৩} \times \frac{১}{১০০}$

= k + k এর $\frac{২}{৩}$

$= \left(k + \frac{২k}{৩}\right) = \frac{৩k + ২k}{৩} = \frac{৫k}{৩}$

শর্তানুসারে, $\frac{৫k}{৩}$ = ৫০০০ − ৪০০০

বা, $\frac{৫k}{৩}$ = ১০০০

বা, ৫k = ১০০০ × ৩

অতএব, $k = \frac{১০০০ \times ৩}{৫}$ = ৬০০

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬১৩১০৩

অর্থাৎ, ক্ষতি ৬০০ টাকা।

সুতরাং ক্রয়মূল্য = (৪০০০ + ৬০০) = ৪৬০০ টাকা

২০। ঘোড়াসমেত একখানা গাড়ীর মূল্য ১৩০০ টাকা। যদি ঘোড়ার মূল্য ২৫% এবং গাড়ীর মূল্য ১৫% বৃদ্ধি পেত, তাহলে ১৫৬৫ টাকার প্রয়োজন হত। ঘোড়া ও গাড়ীর মূল্য কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

ঘোড়ার মূল্য x টাকা

∴ গাড়ির " (১৩০০−x) টাকা

২৫% বৃদ্ধিতে,

ঘোড়ার মূল্য = x + x এর ২৫%

$= x + x \text{ এর } \frac{২৫}{১০০}$

$= x + x \text{ এর } \frac{১}{৪}$

$= \frac{৪x+x}{৪} = \frac{৫x}{৪}$ টাকা

১৫% বৃদ্ধিতে,

গাড়ির মূল্য = {(১৩০০ − x) + (১৩০০ − x) এর ১৫%} টাকা

$= \left\{(১৩০০ - x) + (১৩০০ - x) \text{ এর } \frac{১৫}{১০০}\right\}$ টাকা

$= (১৩০০ - x)\left(১ + \frac{৩}{২০}\right)$ টাকা

$= \frac{২৩\ (১৩০০-x)}{২০}$ টাকা

প্রশ্নমতে,

$\frac{৫x}{৪} + \frac{২৩\ (১৩০০-x)}{২০} = ১৫৬৫$

বা, $\frac{২৫x+(২৩\times১৩০০)-২৩x}{২০} = ১৫৬৫$

বা, 2x + (২৩ × ১৩০০) = ১৫৬৫ × ২০

বা, 2x + ২৯৯০০ = ৩১৩০০

বা, 2x = ৩১৩০০ − ২৯৯০০

$\therefore x = \frac{১৪০০}{২} = ৭০০$

∴ ঘোড়ার মূল্য ৭০০ টাকা এবং

গাড়ির মূল্য (১৩০০ − ৭০০) টাকা = ৬০০ টাকা।

উত্তর : ঘোড়ার মূল্য ৭০০ টাকা এবং গাড়ির মূল্য ৬০০ টাকা।

২১। এক ব্যক্তি ৭৬ মিটার কাপড় কিনে ২০ মিটার ১৫% লাভে, ৪০ মিটার ১৯% লাভে, অবশিষ্ট ২৫% লাভে বিক্রয় করে, এতে তার মোট ৬৫৭ টাকা লাভ হয়। এক মিটার কাপড়ের ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

২০ মিটার কাপড়ে লাভ = ২০ মিটারের ক্রয়মূল্যের ১৫%

$= ২০ \text{ মিটারের ক্রয়মূল্য} \times \frac{১৫}{১০০}$

= ৩ মিটারের ক্রয়মূল্য

৪০ মিটার কাপড়ে লাভ = ৪০ মিটারের ক্রয়মূল্যের ১৯%

$= ৪০ \text{ মিটারের ক্রয়মূল্য} \times \frac{১৯}{১০০}$

$= \frac{৩৮}{৫}$ মিটারের ক্রয়মূল্য

অবশিষ্ট ১৬ মিটারের লাভ = ১৬ মিটারের ক্রয়মূল্যের ২৫%

$= ১৬ \text{ মিটারের ক্রয়মূল্য} \times \frac{২৫}{১০০}$

= ৪ মিটারের ক্রয়মূল্য

মোট লাভ = ৩ মিটারের ক্রয়মূল্য $+ \frac{৩৮}{৫}$ মিটারের ক্রয়মূল্য + ৪ মিটারের ক্রয়মূল্য

$= \frac{৭৩}{৫}$ মিটারের ক্রয়মূল্য

প্রশ্নমতে,

$\frac{৭৩}{৫}$ মিটারের ক্রয়মূল্য = ৬৫৭ টাকা

∴ ১ " " $= \frac{৬৫৭\times৫}{৭৩}$ টাকা = ৪৫ টাকা

অতএব, নির্ণেয় প্রতি মিটারের ক্রয়মূল্য ৪৫ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২২। একটি ছাগল ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। বিক্রয়মূল্য আরো ৩৬ টাকা বেশি হলে $১২\frac{১}{২}$% লাভ হত। ছাগলটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

মনে করি ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা।

১০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১০) = ৯০ টাকা

$১২\frac{১}{২}$% লাভে বিক্রয়মূল্য = $(১০০ + \frac{২৫}{২}) = \frac{২০০ + ২৫}{২} = \frac{২২৫}{২}$ টাকা

বেশি বিক্রয়মূল্য = $\frac{২২৫}{২} - ৯০ = \frac{২২৫ - ১৮০}{২} = \frac{৪৫}{২}$ টাকা

$\frac{৪৫}{২}$ টাকা বেশি বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ ১ ” ” ” ” ” $= \frac{১০০ \times ২}{৪৫}$

∴ ৩৬ ” ” ” ” ” $= \frac{১০০ \times ২ \times ৩৬}{৪৫} = ১৬০$ টাকা

অতএব নির্ণেয় ক্রয়মূল্য = ১৬০ টাকা।

২৩। একটি ছাগল ২৭৬.০০ টাকায় বিক্রয় করলে ১৫% লাভ হয়। ছাগলটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

ক্রয়মূল্য যদি ১০০ টাকা হয় তাহলে ১৫% লাভে বিক্রয়মূল্য
= (১০০ + ১৫) = ১১৫ টাকা হবে।

১১৫ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ ১ ” ” ” ” $= \frac{১০০}{১১৫}$ ”

∴ ২৭৬ ” ” ” ” $= \frac{১০০ \times ২৭৬}{১১৫} = ২৪০$ টাকা।

অতএব নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ২৪০ টাকা।

২৪। এক ব্যবসায়ী ১৪৭ কেজি চা ক্রয় করে তার $\frac{৫}{৭}$ অংশ প্রতি কেজি $৭৮\frac{১}{৩}$ পেনি দরে বিক্রয় করে এবং অবশিষ্ট চা মোট ৪০ পাউন্ড ২৫ পেনিতে বিক্রয় করে মোটের উপর ২৫% লাভ করল। প্রতি কেজি চা-এর ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

১৪৭ কে. জি. এর $\frac{৫}{৭}$ = ১০৫ কে.জি.

১ কে. জি. এর বিক্রিয়মূল্য = $৭৮\frac{১}{৩}$ পেনি = $\frac{২৩৫}{৩}$ পেনি

∴ ১০৫ ” ” ” $= \frac{২৩৫}{৩} \times ১০৫ = ৮২২৫$ পেনি

অবশিষ্ট (১৪৭ − ১০৫) কেজি বা ৪২ কেজির বিক্রয়মূল্য = ৪০ পাঃ ২৫ পেনি
= ৪০২৫ পেনি।

১৪৭ কেজির বিক্রয়মূল্য = (৮২২৫ + ৪০২৫) পেনি = ১২২৫০ পেনি।

∴ ১ কেজির বিক্রয়মূল্য = $\frac{১২২৫০}{১৪৭}$ পেনি = $\frac{২৫০}{৩}$ পেনি।

(১০০ + ২৫) পেনি বা ১২৫ পেনি বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ পেনি

∴ ” ১ ” ” ” ” $= \frac{১০০}{১২৫}$ ”

∴ ” $\frac{২৫০}{৩}$ ” ” ” ” $= \frac{১০০ \times ২৫০}{৩ \times ১২৫}$ ”

$= \frac{২০০}{৩}$ পেনি = $৬৬\frac{২}{৩}$ পেনি।

অতএব নির্ণেয় ১ কেজির ক্রয়মূল্য = $৬৬\frac{২}{৩}$ পেনি।

উত্তর : $৬৬\frac{২}{৩}$ পেনি।

২৫। একটি খাসী ১০% ক্ষতিতে বিক্রি করলে যে মূল্য পাওয়া যায়, ২০% লাভে বিক্রি করলে তার চেয়ে ১৩৫ টাকা বেশি পাওয়া যায়। খাসীটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,
খাসীটির ক্রয়মূল্য ১০০টাকা
১০% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ −১০) = ৯০ টাকা
২০% লাভে ” = (১০০ + ২০) = ১২০ ”
বেশী বিক্রয়মূল্য = ১২০টাকা − ৯০ টাকা = ৩০ টাকা
৩০ টাকা বেশি বিক্রয় মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

∴ ১ ” ” ” ” ” $= \frac{১০০}{৩০}$ ”

∴ ১৩৫ ” ” ” ” ” $= \frac{১০০ \times ১৩৫}{৩০}$ টাকা
= ৪৫০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

অতএব, নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ৪৫০ টাকা।

বিকল্প নিয়মে,

বিক্রয়মূল্য ১৩৫ টাকা বেশি হলে ১০% ক্ষতিপূরণ হয়েও ২০% লাভ হত।

অর্থাৎ, ১০% + ২০% = ১৩৫

বা, ৩০% = ১৩৫

বা, ১% = $\frac{১৩৫}{৩০}$

বা, ১০০% = $\frac{১৩৫\times১০০}{৩০}$ = ৪৫০

অতএব, খাসীটির ক্রয়মূল্য ৪৫০ টাকা।

২৬। **একটি জিনিস ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। বিক্রয়মূল্য ৪৫ টাকা বেশি হলে ৫% লাভ হত। জিনিসটির ক্রয়মূল্য কত?**

সমাধান ঃ

মনে করি, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা।

১০% ক্ষতিতে, বিক্রয় মূল্য = (১০০ − ১০) টাকা = ৯০ টাকা।

৫% লাভে, " " = (১০০ + ৫) টাকা = ১০৫ টাকা

অধিক বিক্রয়মূল্য = (১০৫ − ৯০) = ১৫ টাকা

১৫ টাকা বেশি বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " = $\frac{১০০}{১৫}$ "

∴ ৪৫ " " " " " = $\frac{১০০\times৪৫}{১৫}$ " = ৩০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ৩০০ টাকা।

বিকল্প নিয়মে,

বিক্রয়মূল্য ৪৫ টাকা বেশি হলে ১০% ক্ষতিপূরণ হয়েও ৫% লাভ হত,

অর্থাৎ, ১০% + ৫% = ৪৫

বা, ১৫% = ৪৫

বা, ১% = $\frac{৪৫}{১৫}$

বা, ১০০% = $\frac{৪৫\times১০০}{১৫}$ = ৩০০

অতএব, নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ৩০০ টাকা।

২৭। **৫ টাকায় ৮টা দরে কলা বিক্রয় করায় ২৫% ক্ষতি হল। প্রতি ডজন কলা কি দরে ক্রয় করেছিল?**

সমাধান : মনে করি, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

২৫% ক্ষতিতে কলার বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ২৫) টাকা

= ৭৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৭৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " $\frac{১০০}{৭৫}$ "

∴ " ৫ " " " $\frac{১০০\times৫}{৭৫}$ " বা, $\frac{২০}{৩}$ টাকা

প্রশ্নমতে, ৮ টা কলার ক্রয়মূল্য $\frac{২০}{৩}$ টাকা

∴ ১ " " " " $\frac{২০}{৩\times৮}$ "

∴ ১২ " " " " $\frac{২০\times১২}{৩\times৮}$ " বা ১০ টাকা [∵ ১ ডজন = ১২টা]

∴ প্রতি ডজন কলার ক্রয়মূল্য ১০ টাকা

২৮। **একটি দ্রব্য ৩৭৮ টাকায় বিক্রয় করলে যত ক্ষতি হয়, ৪৫০ টাকায় বিক্রয় করলে, তার তিনগুণ লাভ হয়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?**

সমাধান : মনে করি, ৩৭৮ টাকায় বিক্রয় করলে x টাকা ক্ষতি হয়।

∴ ক্রয়মূল্য = (৩৭৮ + x) টাকা

৪৫০ টাকায় বিক্রয় করলে ৩x টাকা লাভ হয়।

∴ ক্রয়মূল্য = (৪৫০ − ৩x) টাকা

প্রশ্নমতে, ৩৭৮ + x = ৪৫০ − ৩x

বা, x + ৩x = ৪৫০ − ৩৭৮

বা, ৪x = ৭২

বা, x = $\frac{৭২}{৪}$

∴ x = ১৮

দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য = (৩৭৮ + ১৮) টাকা = ৩৯৬ টাকা

দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ৩৯৬ টাকা।

২৯। **একটি কলম বিক্রয় করায় ২০% লোকসান হল, কলমটি আরও ৬৭.৫০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করতে পারলে ১০% লাভ হত। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?**

সমাধান : মনে করি, কলমটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

২০% লোকসানে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ২০) টাকা = ৮০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬১৩১০৩

১০% লাভে কলমটির বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ১০) টাকা = ১১০ টাকা

∴ বেশি বিক্রয় করে = (১১০ − ৮০) টাকা = ৩০ টাকা

৩০ টাকা বেশি বিক্রয় করলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

১ " " " " " $\frac{১০০}{৩০}$ "

৬৭.৫০ " " " " " $\frac{১০০ \times ৬৭.৫০}{৩০}$ "

বা, $\frac{১০০ \times ৬৭৫০}{৩০ \times ১০০}$ "

বা, ২২৫ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ২২৫ টাকা।

৩০। একটি ছাগল ১০% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। বিক্রয়মূল্য ৪৫ টাকা বেশি হলে ৫% লাভ হত। ছাগলটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

১০% ক্ষতিতে ছাগলটির বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১০) টাকা = ৯০ টাকা

৫% লাভে ছাগলটির বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৫) টাকা = ১০৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য পূর্বাপেক্ষা বেশি হয় = (১০৫ − ৯০) টাকা = ১৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১৫ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " " $\frac{১০০}{১৫}$ "

∴ " ৪৫ " " " " $\frac{১০০ \times ৪৫}{১৫}$ " বা, ৩০০ টাকা

∴ ছাগলটির ক্রয়মূল্য ৩০০ টাকা।

৩১। ঘোড়া ও গরুর ক্রয়মূল্য ১০০০০ টাকা। ঘোড়াটি ২০% লাভে এবং গরুটি ১৫% ক্ষতিতে বিক্রয় করায় মোট ৬% লাভ হল। ঘোড়া ও গরুর মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, ঘোড়ার ক্রয়মূল্য = x টাকা

গরুর ক্রয়মূল্য = (১০০০০ − x) টাকা

২০% লাভে,

১০০ টাকার ঘোড়ার বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{১২০}{১০০}$ "

∴ x " " " $\frac{১২০ \times x}{১০০}$ টাকা বা, $\frac{৬x}{৫}$ "

১৫% ক্ষতিতে,

১০০ টাকার গরুর বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১৫) টাকা = ৮৫ টাকা

∴ ১ " " " = $\frac{৮৫}{১০০}$ "

∴ (১০০০০ − x) " " " = $\frac{৮৫ \times (১০০০০ - x)}{১০০}$ টাকা

বা, $\frac{১৭ (১০০০ - x)}{২০}$ টাকা

আবার, ৬% লাভে,

১০০ টাকার ঘোড়া ও গরুর বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৬) = ১০৬ টাকা

∴ ১ " " " " " $\frac{১০৬}{১০০}$ "

∴ ১০০০০ " " " " " $\frac{১০৬ \times ১০০০০}{১০০}$ "

বা, ১০৬ × ১০০ টাকা বা ১০৬০০ টাকা

প্রশ্নমতে, $\frac{৬x}{৫} + \frac{১৭ (১০০০০ - x)}{২০} = ১০৬০০$

বা $\frac{২৪x + ১৭০০০০ - ১৭x}{২০} = ১০৬০০$

বা, $\frac{৭x + ১৭০০০০}{২০} = ১০৬০০০$

বা, ৭x + ১৭০০০ = ১০৬০০ × ২০

বা, ৭x = ২১২০০০ − ১৭০০০০

বা, ৭x = ৪২০০০

বা, $x = \frac{৪২০০০}{৪}$

∴ x = ৬০০০

∴ ঘোড়ার ক্রয়মূল্য x = ৬০০০ টাকা

∴ গরুর ক্রয়মূল্য (১০০০০ − x) টাকা

= (১০০০০ − ৬০০০) টাকা = ৪০০০ টাকা।

উত্তর : ঘোড়া ও গরুর ক্রয়মূল্য যথাক্রমে ৬০০০ টাকা ও ৪০০০ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বিক্রয়মূল্য সংক্রান্ত

গাণিতিক অনুশীলন :

৩২। একটি টেবিল ৬১২.৫০ টাকায় বিক্রি করলে ১২.৫০% ক্ষতি হয়। টেবিলটি কত মূল্যে বিক্রি করলে ৮% লাভ হবে?

সমাধান ঃ ১২.৫% ক্ষতিতে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১২.৫) টাকা = ৮৭.৫০ টাকা

৮৭.৫০ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{৮৭.৫০}$ "

$\therefore$ ৬১২.৫০ " " " " $= \frac{১০০ \times ৬১২.৫০}{৮৭.৫০}$ " = ৭০০ টাকা

আবার, ৮% লাভে

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয় মূল্য = (১০০ + ৮) = ১০৮ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " " $= \frac{১০৮}{১০০}$ "

$\therefore$ " ৭০০ " " " " $= \frac{১০৮ \times ৭০০}{১০০}$ " = ৭৫৬ টাকা

অতএব, নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য ৭৫৬ টাকা।

৩৩। একটি ঘড়ি ৫৬৮.৭৫ টাকায় বিক্রয় করলে $১২\frac{১}{২}$% ক্ষতি হয়। ঘড়িটি কত মূল্যে বিক্রয় করলে ৫% লাভ হবে?

সমাধান ঃ

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

$১২\frac{১}{২}$% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য $= \left(১০০ - \frac{২৫}{২}\right)$ টাকা

$= \frac{২০০ - ২৫}{২}$ টাকা $= \frac{১৭৫}{২}$ টাকা

$\frac{১৭৫}{২}$ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০ \times ২}{১৭৫}$ "

৫৬৮.৭৫ " " " $= \frac{১০০ \times ২ \times ৫৬৮.৭৫}{১৭৫}$ " = ৬৫০ টাকা

আবার, ৫% লাভে ১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৫) টাকা

= ১০৫ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১০৫ টাকা

" ১ " " " $= \frac{১০৫}{১০০}$ "

" ৬৫০ " " " $= \frac{১০৫ \times ৬৫০}{১০০}$ " $= \frac{১৩৬৫}{২}$ টাকা

= ৬৮২.৫০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় ক্রয়মূল্য ৬৮২.৫০ টাকা।

৩৪। একজন ব্যবসায়ী ৭৫০০ টাকার পাট ক্রয় করল। কিছুদিন পরে পাটের মূল্য কমে যাওয়ায় সে উহার $\frac{১}{৩}$ অংশ ২০% ক্ষতিতে বিক্রয় করল। অবশিষ্ট পাট কত টাকায় বিক্রয় করলে মোটের উপর তার ৩০% লাভ হবে?

সমাধান ঃ

৭৫০০ টাকার $\frac{১}{৩}$ অংশ = ২৫০০ টাকা।

ব্যবসায়ী ২৫০০ টাকার পাট ২০% ক্ষতিতে বিক্রয় করে।

$\therefore$ ক্ষতি = ২৫০০ টাকার ২০%

= ২৫০০ টাকার $\frac{২০}{১০০}$ = ৫০০ টাকা

অবশিষ্ট পাট = (৭৫০০ − ২৫০০) টাকা = ৫০০০ টাকা।

মোটের উপর ৩০% লাভ হলে,

১০০ টাকায় লাভ হয় ৩০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৩০}{১০০}$ "

$\therefore$ ৭৫০০ " " " $= \frac{৩০ \times ৭৫০০}{১০০}$ " = ২২৫০ টাকা

সুতরাং,

অবশিষ্ট পাট বিক্রয় করতে হবে = ৫০০০ + ২২৫০ + ৫০০

= ৭৭৫০ টাকা।

উত্তর : ৭৭৫০ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩৫। টাকায় ১২টি লেবু বিক্রয় করায় ৪% ক্ষতি হয়। ৪৪% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি লেবু বিক্রয় করতে হবে?

সমাধান ঃ

১২টি লেবুর বিক্রয়মূল্য = ১ টাকা

৪% ক্ষতিতে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ৪) টাকা = ৯৬ টাকা

৯৬ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{৯৬}$ টাকা $= \frac{২৫}{২৪}$ টাকা

আবার, ৪৪% লাভে, বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৪৪) টাকা = ১৪৪ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = ১৪৪ টাকা

" ১ " " " $= \frac{১৪৪}{১০০}$ "

" $\frac{২৫}{২৪}$ " " " $= \frac{১৪৪ \times ২৫}{১০০ \times ২৪}$ " $= \frac{৩}{২}$ টাকা

$\frac{৩}{২}$ টাকায় বিক্রয় হয় = ১২টি লেবু

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১২ \times ২}{৩}$ " = ৮টি লেবু

অতএব, নির্ণেয় লেবুর সংখ্যা ৮টি।

৩৬। একটি ঘড়ি ৬১২ টাকায় বিক্রি করলে ১৫% ক্ষতি হয়। কত টাকায় বিক্রি করলে ১০% লাভ হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,

ঘড়িটির ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

১৫% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১৫) = ৮৫ টাকা

৮৫ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১০০}{৮৫}$ "

$\therefore$ ৬১২ " " " " $= \frac{১০০}{৮৫} \times ৬১২$ " = ৭২০ টাকা

আবার, ১০% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ১০) টাকা = ১১০ টাকা

১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে বিক্রয়মূল্য হয় ১১০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১১০}{১০০}$ "

$\therefore$ ৭২০ " " " " $= \frac{১১০}{১০০} \times ৭২০$ "

= ৭৯২ টাকা

অতএব, ৭৯২ টাকায় জিনিসটি বিক্রি করতে হবে।

উত্তর : ৭৯২ টাকা।

৩৭। উৎপাদনকারী, পাইকারী বিক্রেতা এবং খুচরা বিক্রেতা প্রত্যেকেই ২৫% লাভ রেখে চিনি বিক্রয় করে। খুচরা বিক্রেতা যদি ৪ কে. জি. চিনি ৫০ টাকায় বিক্রয় করে, তবে ১ কুইন্টাল চিনি তৈরি করতে উৎপাদনকারীর কত খরচ পড়ে?

সমাধান ঃ

১ কুইন্টাল = ১০০ কেজি

খুচরা বিক্রেতার,

৪ কেজির বিক্রয়মূল্য ৫০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৫০}{৪}$ "

$\therefore$ ১০০" " $= \frac{৫০ \times ১০০}{৪}$ "

= ১২৫০ টাকা

খুচরা বিক্রেতার ২৫% লাভে,

১২৫ টাকা খুচরা বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{১২৫}$ টাকা

$\therefore$ ১২৫০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ১২৫০}{১২৫}$

= ১০০০ টাকা

$\therefore$ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য= ১০০০ টাকা

আবার,

পাইকারী বিক্রেতার ২৫% লাভে,

১২৫ টাকা পাইকারী বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ ১ " " " " " = $\frac{১০০০}{১২৫}$ "

∴ ১০০০ " " " " = $\frac{১০০ \times ১০০০}{১২৫}$ = ৮০০ টাকা

∴ পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য = ৮০০ টাকা

এবং

উৎপাদনকারীর ২৫% লাভে,

১২৫ টাকা উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য হলে উৎপাদন খরচ =১০০ টাকা

∴ ১ " " " " " " = $\frac{১০০}{১২৫}$ "

∴ ৮০০ " " " " " " = $\frac{১০০ \times ৮০০}{১২৫}$

= ৬৪০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদন খরচ ৬৪০ টাকা।

৩৮। **এক ঘড়ি নির্মাতা ২০% লাভে দোকানদারের নিকট ঘড়ি বিক্রয় করেন** এবং **দোকানদার ১০% লাভে ক্রেতার নিকট ঘড়ি বিক্রয় করেন। ক্রেতা যে ঘড়িটি ৩৯৬ টাকায় ক্রয় করলেন, সেই ঘড়িটির নির্মাণ খরচ কত?**

সমাধান ঃ

ক্রেতার ক্রয়মূল্য = দোকানদারের বিক্রয়মূল্য = ৩৯৬ টাকা

দোকানদারের ১০% লাভে,

বিক্রয়মূল্য ১১০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{১১০}$ "

∴ " ৩৯৬ " " " = $\frac{১০০ \times ৩৯৬}{১১০}$ "

= ৩৬০ টাকা

∴ দোকানদারের ক্রয়মূল্য = নির্মাতার বিক্রয়মূল্য = ৩৬০ টাকা

নির্মাতার ২০% লাভে,

বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে নির্মাণ খরচ ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " = $\frac{১০০}{১২০}$ "

∴ " ৩৬০ " " " = $\frac{১০০ \times ৩৬০}{১২০}$ " = ৩০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় নির্মাণ খরচ ৩০০ টাকা।

৩৯। **একটি রেডিওর ক্রয়মূল্য ৩৬০০ টাকা। রেডিওটি কত মূল্যে বিক্রি করলে বিক্রেতার ৪০% লাভ হবে?**

সমাধান :

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১৪০ টাকা

∴ " ১ " " " $\frac{১৪০}{১০০}$ "

∴ " ৩৬০০ " " " $\frac{১৪০ \times ৩৬০০}{১০০}$ " বা,৫০৪০ টাকা।

∴ রেডিওর বিক্রয়মূল্য ৫০৪০ টাকা।

৪০। **কামাল প্রতিটি ডিম ৩ টাকা হিসেবে ১০০টি ডিম এবং ৩.২৫ টাকা হিসেবে ৪০০টি ডিম খরিদ করে। তার ৫% হারে লাভ পেতে হলে কি দামে প্রতিটি ডিম বিক্রয় করতে হবে?**

সমাধান : ১টি ডিমের ক্রয়মূল্য = ৩ টাকা

∴ ১০০ " " " ' = (৩ × ১০০) টাকা = ৩০০ টাকা

আবার, ১টি ডিমের ক্রয়মূল্য ৩.২৫ টাকা

∴ ৪০০ " " " (৩.২৫ × ৪০০) টাকা = ১৩০০ টাকা

∴ মোট (১০০ + ৪০০) = ৫০০টি ডিমের দাম

= (৩০০ + ১৩০০) টাকা = ১৬০০ টাকা।

∴ ১টি ডিমের দাম = $\frac{১৬০০}{৫০০}$ টাকা = $\frac{১৬}{৫}$ টাকা

৫% লাভে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৫) = ১০৫

১০০ টাকার ডিমের বিক্রয়মূল্য ১০৫ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{১০৫}{১০০}$ "

∴ $\frac{১৬}{৫}$ " " " $\frac{১০৫ \times ১৬}{১০০ \times ৫}$ "

বা, $\frac{৩৩৬}{১০০}$ টাকা বা, ৩.৩৬ টাকা

উত্তর : বিক্রয়মূল্য ৩.৩৬ টাকা।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

কোন সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়, যদি সংখ্যাটির দশক ও একক স্থানীয় অঙ্কদ্বয় দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়। যেমন ঃ

২৩৫৩৬, ৪ দ্বারা বিভাজ্য, কেননা ৩৬, ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

৮৯১৭৯, ৪ দ্বারা অবিভাজ্য, কেননা ৭৯, ৪ দ্বারা অবিভাজ্য।

৬. অংকগুলোর সমষ্টি নির্ণয়ের সময় ৩-এর বা ৯-এর গুণিতক বর্জন করলে হিসেব আরও সহজ হয়। যেমন ২৩৫৩৬, ৩ দ্বারা বিভাজ্য কি না দেখার জন্য ২ + ৩ + ৫ + ৩ + ৬ গঠন না করে ২ + ৫ গঠন করাই যথেষ্ট; ২ + ৫ = ৭, ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয় বলে ২৩৫৩৬, ৩ দ্বারা অবিভাজ্য। ৮৯১৭৯, ৯ দ্বারা বিভাজ্য কি না দেখার জন্য ৮ + ১ + ৭, এমনকি শুধু ৭ গঠন করাই যথেষ্ট, কেননা, ৮ + ১ = ৯। এক্ষেত্রে ৮৯১৭৯, ৯ দ্বারা অবিভাজ্য।

৭. কোন সংখ্যা ৫ দ্বারা বিভাজ্য হয়, যদি সংখ্যাটির এককের ঘরের অঙ্ক ০ বা ৫ হয়।

৮. কোন সংখ্যা ১১ দ্বারা বিভাজ্য হয়, যদি সংখ্যাটির একক, শতক, অযুত, ... স্থানীয় অঙ্কগুলোর এবং সংখ্যাটির দশক, সহস্র, ... স্থানীয় অঙ্কগুলোর সমষ্টিদ্বয়ের অন্তর ১১ দ্বারা বিভাজ্য হয়। যেমন, ৭৫১৯৮৩১ এর ক্ষেত্রে ১ + ৮ + ১ + ৭ এবং ৩ + ৯ + ৫ এর অন্তর হচ্ছে ১৭ — ১৭ = ০। সুতরাং সংখ্যাটি ১১ দ্বারা বিভাজ্য। সমষ্টি গঠনের সময় অবশ্য ১-এর গুণিতক বর্জন করে নিলে কাজ আরও সহজ হয়।

দ্রষ্টব্য ঃ ৭ দ্বারা বিভাজ্যতা নির্ণয়ের কোন সহজ পরীক্ষা নাই।

মৌলিক সংখ্যা (Prime number) :

১ ভিন্ন যে সংখ্যা ঐ সংখ্যা এবং ১ ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে **মৌলিক সংখ্যা** বলে। যেমন : ২, ৩, ৫, ৭, ১১ ইত্যাদি।

১-এর যদিও কোন প্রকৃত উৎপাদক নেই তবুও একে মৌলিক সংখ্যা বলা হয় না। কেননা, ১ কে মৌলিক সংখ্যা ধরলে কোন সংখ্যারই মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ আর অনন্য হতো না।

স্মর্তব্য: ১ হতে ১০০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা:

মোট ২৫টি। যথা: ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩, ২৯, ৩১, ৩৭, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৫৩, ৫৯, ৬১, ৬৭, ৭১, ৭৩, ৭৯, ৮৩, ৮৯ এবং ৯৭।

১ থেকে ১০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা = ৪টি।
১১ " ২০ " " " = ৪টি।
২১ " ৩০ " " " = ২টি।
৩১ " ৪০ " " " = ২টি।
৪১ " ৫০ " " " = ৩টি।
৫১ " ৬০ " " " = ২টি।

৬১ " ৭০ " " " = ২টি।
৭১ " ৮০ " " " = ৩টি।
৮১ " ৯০ " " " = ২টি।
৯০ " ১০০ " " " = ১টি।

মনে রাখার কৌশল: ৪৪ ২২ ৩২২ ৩২১

*** কৃত্রিম সংখ্যা:** যেসব সংখ্যার ১ এবং ঐ সংখ্যা ছাড়াও অন্য গুণনীয়ক থাকে, তাদের কৃত্রিম সংখ্যা বলে। যেমন: ৬, ৮, ৯, ১০ ইত্যাদি কৃত্রিম সংখ্যা। কারণ সংখ্যাগুলি ১ ও ঐ সংখ্যা ছাড়া অন্য সংখ্যা দ্বারাও নিঃশেষে বিভাগ্য

*** সহমৌলিক সংখ্যা:** দুই বা ততোধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) কেবলমাত্র ১ হলে, ঐ সংখ্যাগুলো পরস্পর সহমৌলিক।

যেমন: ১৬ = ১ × ২ × ২ × ২ × ২

২৫ = ১ × ৫ × ৫

* দেখা যাচ্ছে, ১৬ এবং ১৫ সংখ্যা দুটির ১ ছাড়া অন্য কোন সাধারণ গুণনীয়ক নেই। সুতরাং ১৬ এবং ২৫ পরস্পর সহমৌলিক।

কোন সংখ্যা মৌলিক সংখ্যা কিনা তার প্রমাণ :

কোন সংখ্যা মৌলিক কিনা প্রমাণের জন্য, যেসব মৌলিক সংখ্যার বর্গ ঐ সংখ্যার চেয়ে বড় নয়, এমন প্রত্যেক মৌলিক সংখ্যা দ্বারা তা অবিভাজ্য, দেখানোই যথেষ্ট। কেননা কোন কৃত্রিম সংখ্যার ক্ষুদ্র মৌলিক উৎপাদক ঐ সংখ্যার বর্গমূলের চেয়ে বড় নয়। যেমন, ১৩৯ সংখ্যা মৌলিক। কেননা যেসব মৌলিক সংখ্যার বর্গ ১৩৯ এর বড় নয়, তারা হচ্ছে ২, ৩, ৫, ৭, ১১ এবং এদের কোনটিই ১৩৯ এর উৎপাদক নয়।

যুগ্ম বা জোড় সংখ্যা ও অযুগ্ম বা বিজোড় সংখ্যা :

যে সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য তাকে **যুগ্ম** বা **জোড়** সংখ্যা (even number) এবং যে সংখ্যা ২ দ্বারা অবিভাজ্য তাকে **অযুগ্ম** বা **বিজোড়** সংখ্যা (odd number) বলা হয়। যুগ্ম সংখ্যার সাধারণ রূপ $2n$; অযুগ্ম সংখ্যার সাধারণ রূপ $2n + 1$।

সুতরাং,

$\{2n : n$ স্বাভাবিক সংখ্যা$\}$ = {২, ৪, ৬, ৮, ১০, ...} হচ্ছে সকল (স্বাভাবিক) যুগ্ম সংখ্যার সেট।

$\{2n + 1 : n$ স্বাভাবিক সংখ্যা$\}$ = {১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...} হচ্ছে সকল (স্বাভাবিক) অযুগ্ম সংখ্যার সেট।

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

কোন সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়, যদি সংখ্যাটির দশক ও একক স্থানীয় অঙ্কদ্বয় দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়। যেমন ঃ

২৩৫৩৬, ৪ দ্বারা বিভাজ্য, কেননা ৩৬, ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

৮৯১৭৯, ৪ দ্বারা অবিভাজ্য, কেননা ৭৯, ৪ দ্বারা অবিভাজ্য।

৬. অংকগুলোর সমষ্টি নির্ণয়ের সময় ৩-এর বা ৯-এর গুণিতক বর্জন করলে হিসেব আরও সহজ হয়। যেমন ২৩৫৩৬, ৩ দ্বারা বিভাজ্য কি না দেখার জন্য ২ + ৩ + ৫ + ৩ + ৬ গঠন না করে ২ + ৫ গঠন করাই যথেষ্ট; ২ + ৫ = ৭, ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয় বলে ২৩৫৩৬, ৩ দ্বারা অবিভাজ্য। ৮৯১৭৯, ৯ দ্বারা বিভাজ্য কি না দেখার জন্য ৮ + ১ + ৭, এমনকি শুধু ৭ গঠন করাই যথেষ্ট, কেননা, ৮ + ১ = ৯। এক্ষেত্রে ৮৯১৭৯, ৯ দ্বারা অবিভাজ্য।

৭. কোন সংখ্যা ৫ দ্বারা বিভাজ্য হয়, যদি সংখ্যাটির এককের ঘরের অঙ্ক ০ বা ৫ হয়।

৮. কোন সংখ্যা ১১ দ্বারা বিভাজ্য হয়, যদি সংখ্যাটির একক, শতক, অযুত, ... স্থানীয় অঙ্কগুলোর এবং সংখ্যাটির দশক, সহস্র, ... স্থানীয় অঙ্কগুলোর সমষ্টিদ্বয়ের অন্তর ১১ দ্বারা বিভাজ্য হয়। যেমন, ৭৫১৯৮৩১ এর ক্ষেত্রে ১ + ৮ + ১ + ৭ এবং ৩ + ৯ + ৫ এর অন্তর হচ্ছে ১৭ — ১৭ = ০। সুতরাং সংখ্যাটি ১১ দ্বারা বিভাজ্য। সমষ্টি গঠনের সময় অবশ্য ১-এর গুণিতক বর্জন করে নিলে কাজ আরও সহজ হয়।

দ্রষ্টব্য ঃ ৭ দ্বারা বিভাজ্যতা নির্ণয়ের কোন সহজ পরীক্ষা নাই।

মৌলিক সংখ্যা (Prime number) :

১ ভিন্ন যে সংখ্যা ঐ সংখ্যা এবং ১ ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে **মৌলিক সংখ্যা** বলে। যেমন : ২, ৩, ৫, ৭, ১১ ইত্যাদি।

১-এর যদিও কোন প্রকৃত উৎপাদক নেই তবুও একে মৌলিক সংখ্যা বলা হয় না। কেননা, ১ কে মৌলিক সংখ্যা ধরলে কোন সংখ্যারই মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ আর অনন্য হতো না।

স্মর্তব্য: ১ হতে ১০০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা:

মোট ২৫টি। যথা: ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩, ২৯, ৩১, ৩৭, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৫৩, ৫৯, ৬১, ৬৭, ৭১, ৭৩, ৭৯, ৮৩, ৮৯ এবং ৯৭।

১ থেকে ১০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা = ৪টি।
১১ " ২০ " " " = ৪টি।
২১ " ৩০ " " " = ২টি।
৩১ " ৪০ " " " = ২টি।
৪১ " ৫০ " " " = ৩টি।
৫১ " ৬০ " " " = ২টি।

৬১ " ৭০ " " " = ২টি।
৭১ " ৮০ " " " = ৩টি।
৮১ " ৯০ " " " = ২টি।
৯০ " ১০০ " " " = ১টি।

মনে রাখার কৌশল: ৪৪ ২২ ৩২২ ৩২১

*** কৃত্রিম সংখ্যা:** যেসব সংখ্যার ১ এবং ঐ সংখ্যা ছাড়াও অন্য গুণনীয়ক থাকে, তাদের কৃত্রিম সংখ্যা বলে। যেমন: ৬, ৮, ৯, ১০ ইত্যাদি কৃত্রিম সংখ্যা। কারণ সংখ্যাগুলি ১ ও ঐ সংখ্যা ছাড়া অন্য সংখ্যা দ্বারাও নিঃশেষে বিভাগ্য

*** সহমৌলিক সংখ্যা:** দুই বা ততোধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) কেবলমাত্র ১ হলে, ঐ সংখ্যাগুলো পরস্পর সহমৌলিক।

যেমন: ১৬ = ১ × ২ × ২ × ২ × ২

২৫ = ১ × ৫ × ৫

* দেখা যাচ্ছে, ১৬ এবং ১৫ সংখ্যা দুটির ১ ছাড়া অন্য কোন সাধারণ গুণনীয়ক নেই। সুতরাং ১৬ এবং ২৫ পরস্পর সহমৌলিক।

কোন সংখ্যা মৌলিক সংখ্যা কিনা তার প্রমাণ :

কোন সংখ্যা মৌলিক কিনা প্রমাণের জন্য, যেসব মৌলিক সংখ্যার বর্গ ঐ সংখ্যার চেয়ে বড় নয়, এমন প্রত্যেক মৌলিক সংখ্যা দ্বারা তা অবিভাজ্য, দেখানোই যথেষ্ট। কেননা কোন কৃত্রিম সংখ্যার ক্ষুদ্র মৌলিক উৎপাদক ঐ সংখ্যার বর্গমূলের চেয়ে বড় নয়। যেমন, ১৩৯ সংখ্যা মৌলিক। কেননা যেসব মৌলিক সংখ্যার বর্গ ১৩৯ এর বড় নয়, তারা হচ্ছে ২, ৩, ৫, ৭, ১১ এবং এদের কোনটিই ১৩৯ এর উৎপাদক নয়।

যুগ্ম বা জোড় সংখ্যা ও অযুগ্ম বা বিজোড় সংখ্যা :

যে সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য তাকে **যুগ্ম** বা **জোড়** সংখ্যা (even number) এবং যে সংখ্যা ২ দ্বারা অবিভাজ্য তাকে **অযুগ্ম** বা **বিজোড়** সংখ্যা (odd number) বলা হয়। যুগ্ম সংখ্যার সাধারণ রূপ $2n$; অযুগ্ম সংখ্যার সাধারণ রূপ $2n + 1$।

সুতরাং,

$\{2n : n$ স্বাভাবিক সংখ্যা$\}$ = {২, ৪, ৬, ৮, ১০, ...} হচ্ছে সকল (স্বাভাবিক) যুগ্ম সংখ্যার সেট।

$\{2n + 1 : n$ স্বাভাবিক সংখ্যা$\}$ = {১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...} হচ্ছে সকল (স্বাভাবিক) অযুগ্ম সংখ্যার সেট।

পূর্ণবর্গ সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক কি হতে পারে?

০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ এর বর্গ যথাক্রমে ০, ১, ৪, ৯, ১৬, ২৫, ৩৬, ৪৯, ৬৪, ৮১ বলে কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক যাই হোক না কেন, তার বর্গের একক স্থানীয় অঙ্ক, ০, ১, ৪, ৫, ৬, ৯ হতে বাধ্য। অতএব, আমরা বলতে পারি :

যে সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ২, ৩, ৭ বা ৮, তা কখনও পূর্ণবর্গ হতে পারে না।

মূলদ, অমূলদ ও বাস্তব সংখ্যা :

- দুইটি ভগ্নাংশের পরিবর্তে তাদের সমান দুইটি ভগ্নাংশ নিলে উভয় ভগ্নাংশযুগলের সমষ্টি, অন্তর, গুণফল, ভাগফল সমান হয়।

মূলদ সংখ্যা ঃ

শূন্য স্বাভাবিক সংখ্যা, প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ সকলেই মূলদ সংখ্যা।

তবে মূলদ সংখ্যা ও ভগ্নাংশের মধ্যে একটি সূক্ষ্ম পার্থক্য রয়েছে : যেসব ভগ্নাংশের মান সমান তারা একই মূলদ সংখ্যার বিভিন্ন রূপ। যেমন $\frac{২}{৩}, \frac{৪}{৬}, \frac{৮}{১২}$ ভগ্নাংশগুলো একই মূলদ সংখ্যা সূচিত করে। **সকল ভগ্নাংশ মূলদ সংখ্যা কিন্তু সকল মূলদ সংখ্যা ভগ্নাংশ নয়।**

অমুলদ সংখ্যা :

পূর্ণবর্গ নয় এমন যেকোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা।

অমূলদ (অর্থাৎ মূলদ নয়, এমন) সংখ্যার অন্যান্য উদাহরণ হচ্ছে $\sqrt{৩}$, $\sqrt{৫}$ ইত্যাদি।

$\sqrt[৩]{২}$, $\sqrt[৩]{৪}$, $\sqrt[৪]{৫}$ এসব সংখ্যাও অমূলদ। এমন অমূলদ সংখ্যাও রয়েছে যা কোন স্বাভাবিক বা মূলদ সংখ্যার কোন মূল (বর্গমূল, ঘনমূল ইত্যাদি) নয়।

বাস্তব সংখ্যা :

- মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা সকলেই বাস্তব সংখ্যা (Real number)।
- বাস্তব সংখ্যাকে কখনও কখনও প্রান্ত্য সংখ্যাও বলা হয়। প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যাকেই দশমিক সংখ্যার আকারে প্রকাশ করা যায়। সংখ্যাটি মূলদ সংখ্যা হলে দশমিকে প্রকাশ হয় সমাপ্ত বা (সান্ত) হবে, না হয় আবৃত্ত (বা পৌনঃপুনিক) হবে। সংখ্যাটির লঘিষ্ঠ আকারে হরে ২ বা ৫ ভিন্ন অন্য কোন মৌলিক উৎপাদক না থাকলেই দশমিকে প্রকাশ সমাপ্ত হয়, অন্যথায় আবৃত্ত (Recurring) হয়।
- কোন অমূলদ সংখ্যার দশমিক প্রকাশ কখনও সমাপ্ত বা আবৃত্ত হতে পারে না; কেননা যেকোন সমাপ্ত বা আবৃত্ত দশমিক সংখ্যার মান মূলদ সংখ্যা। তবে, যেকোন অমূলদ সংখ্যার মান নীতিগতভাবে যত দশমিক স্থান পর্যন্ত ইচ্ছা নির্ণয় করা যায়।

$\sqrt{২}$ যে মূলদ সংখ্যা নয় তার প্রমাণ ঃ

প্রথমে আমরা দেখাই যেকোন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ যুগ্মসংখ্যা হলে সংখ্যাটিও যুগ্ম হবে। কেননা অযুগ্ম সংখ্যার বর্গ অযুগ্ম :

$a = ২n + ১$ হলে, $a^২ = ৪n^২ + ৪n + ১ = ২(২n^২ + ২n) + ১ = ২m + ১$, যেখানে $m = ২n^২ + ২n$.

মনে করি, এমন স্বাভাবিক সংখ্যা a, b রয়েছে যেন $\frac{a}{b} = \sqrt{২}$ হয়। যদি a, b উভয়ে যুগ্মসংখ্যা হয়, তবে লব ও হর হতে ক্রমান্বয়ে ২ বর্জন করে আমরা এমন অবস্থায় উপনীত হতে পারি, যেন লব ও হরের মধ্যে অন্তত একটি সংখ্যা অযুগ্ম হয়। যেহেতু সাধারণ উৎপাদক বর্জনে মানের কোন পরিবর্তন হয় না, অতএব আমরা শুরুতেই ধরে নিতে পারি যে, a, b উভয়ে যুগ্ম সংখ্যা নয়। অতএব আমাদের কল্পনা হচ্ছে :

উভয়ে যুগ্ম নয়, এমন দুটি সংখ্যা a, b রয়েছে যেন $\frac{a}{b} = \sqrt{২}$। তখন $\frac{a^২}{b^২} = ২$, ফলে $a^২ = ২b^২$, অর্থাৎ $a^২$ যুগ্মসংখ্যা। সুতরাং a যুগ্মসংখ্যা। মনে করি $a = ২c$। ফলে $a^২ = ৪c^২ = ২b^২$; সুতরাং $b^২ = ২c^২$, অর্থাৎ $b^২$ যুগ্মসংখ্যা। সুতরাং b যুগ্মসংখ্যা। অতএব a, b উভয়েই যুগ্মসংখ্যা বলে প্রতিষ্ঠিত হল। এই ফল কল্পনাবিরোধী। অতএব $\frac{a}{b}$ আকারের কোন সংখ্যাই $\sqrt{২}$ এর সমান হতে পারে না।

বর্গ ও বর্গমূল

১. বর্গমূলের চিহ্ন হলো = $\sqrt{}$, বর্গের চিহ্ন হলো "2"

২. কোন সংখ্যাকে ঐ একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে সংখ্যাটির বর্গ পাওয়া যায়। এবং এই বর্গের বর্গমূল হলো উক্ত সংখ্যাটি। যেমন, ৫ × ৫ = ২৫ হলো ৫ এর বর্গ এবং ২৫ এর বর্গমূল হলো ৫।

$\therefore \sqrt{২৫} = ৫$

৩. যে সংখ্যার বর্গমূল পূর্ণ সংখ্যা বা ভগ্নাংশের সমান হয় সে সংখ্যাকে পূর্ণবর্গ সংখ্যা বলে। যেমন ৯, ২৫, ২২৫, ১৪৪, $\frac{৯}{১৬}, \frac{১৪৪}{১৬৯}$ সংখ্যাগুলোর বর্গমূল হলো $\sqrt{৯} = ৩$; $\sqrt{২৫} = ৫$; $\sqrt{২২৫} = ১৫$; $\sqrt{\frac{১৪৪}{১৬৯}} = \frac{১২}{১৩}$ ইত্যাদি

৪. ভাগ ও উৎপাদক প্রক্রিয়ায়ও বর্গমূল বের করা যায়।

৫. ভাগ প্রক্রিয়া :

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২২৫ | ১৫
১
---
২৫ | ১২৫
১২৫

০

৬. **উৎপাদক প্রক্রিয়া :** প্রথমে সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হবে। প্রতি জোড়া একই উৎপাদককে পাশাপাশি লিখতে হবে। প্রতি জোড়া থেকে একটি করে নিয়ে ধারাবাহিক গুণ করলে বর্গমূল পাওয়া যাবে। যেমন : ১০২৪ এর মৌলিক উৎপাদক হলো–

২ | ১০২৪
২ | ৫১২
২ | ২৫৬
২ | ১২৮
২ | ৬৪
২ | ৩২
২ | ১৬
২ | ৮
২ | ৪
২

∴ ২ × ২, ২× ২, ২× ২, ২× ২, ২× ২, ২× ২
∴ বর্গমূল = ২ × ২ × ২ × ২ × ২ × ২ = ৩২

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১। **একটি অডিটেরিয়ামে সারিতে সজ্জিত মোট ৬১৬ টি আসন আছে। প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা মোট সারির সংখ্যার চেয়ে ৬ বেশি হলে, প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা নির্ণয় করুন।** [২৭তম বিসিএস]

সমাধান :

ধরি, মোট সারির সংখ্যা = ক

∴ প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা = (ক + ৬)

প্রশ্নমতে, (৬+ক) × ক = ৬১৬
বা, ক^২ + ৬ক − ৬১৬ = ০
বা, ক^২ + ২৮ক − ২২ক −৬১৬ = ০
বা, ক(ক+২৮) − ২২(ক+২৮) = ০
বা, (ক+২৮)(ক−২২) = ০
∴ ক = ২২, ক = −২৮
কিন্তু সারির সংখ্যার ক্ষেত্রে ঋণাত্মক (Negative sign) গ্রহণযোগ্য নয়।
∴ মোট সারির সংখ্যা = ২২।
প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা = (২২ + ৬) জন = ২৮ জন
∴ নির্ণেয় প্রতি সারিতে আসন সংখ্যা ২৮ জন।

উত্তর : ২৮ জন।

২। **১৩, ১৭, ২৩, ২৫, ৩০ এবং ৪১ এই সংখ্যাগুলোর মধ্যে কোন্ সংখ্যাটিকে তিনটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার যোগফল হিসাবে প্রকাশ করা যায়? ঐ তিনটি ক্রমিক সংখ্যাগুলো কী কী এবং সংখ্যা তিনটির মধ্যে কোন্‌টি মৌলিক সংখ্যা?** [১৮তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি, ক্রমিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে,
n, n + ১, n + ২ যেখানে n = 1, 2 .....
∴ এদের সমষ্টি = n + n + ১ + n + ২ = ৩n + ৩
নির্ণেয় সংখ্যাটি হতে ৩ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

১৩ − ৩ = ১০ যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়
১৭ − ৩ = ১৪ ” ৩ ” ” ”
২৩ − ৩ = ২০ ” ৩ ” ” ”
২৫ − ৩ = ২২ ” ৩ ” ” ”
৩০ − ৩ = ২৭ ” ৩ দ্বারা বিভাজ্য
৪১ − ৩ = ৩৮ ” ৩ ” ” ”

∴ নির্ণেয় সংখ্যাটি = ৩০
∴ ৩n + ৩ = ৩০
বা, n = ৯
ক্রমিক সংখ্যাটি তিনটি যথাক্রমে ৯, ১০ ও ১১। মৌলিক সংখ্যাটি ১১
উত্তর : তিনটি ক্রমিক সংখ্যা ৯, ১০ ও ১১ এবং মৌলিক সংখ্যা ১১।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

৩। **মৌলিক সংখ্যা কাকে বলে? প্রমাণ করুন যে ২ এবং ৭ ভিন্ন $n^3 \pm 1$ আকারে অন্য কোন সংখ্যা মৌলিক সংখ্যা নহে?** [১১তম বিসিএস]

সমাধান :

মৌলিক সংখ্যা

যে সংখ্যা ১ এবং সেই সংখ্যা ভিন্ন অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে।

প্রমাণ

$n = 1$ হলে $n^3 \pm 1 = 1 \pm 1 = 2$ অথবা 0 [2 মৌলিক সংখ্যা]

$n = 2$ হলে $n^3 \pm 1 = 2^3 \pm 1 = 9$ অথবা 7 [7 মৌলিক সংখ্যা]

$n = 3$ হলে $n^3 \pm 1 = 3^3 \pm 1 = 28$ অথবা 26

$n = 4$ হলে $n^3 \pm 1 = 4^3 \pm 1 = 65$ অথবা 63

এভাবে দেখানো যায় যে, 2 এবং 7 ভিন্ন $n^3 \pm 1$ এর যে কোন মানের জন্য ইহা মৌলিক সংখ্যা নহে।

গাণিতিক অনুশীলন :

১। **মৌলিক সংখ্যা কাকে বলে? ১ কেন মৌলিক সংখ্যা নয়?**

উত্তর

যে সংখ্যার কোন উৎপাদক নেই তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন – ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি।

১ -এর যদিও কোন প্রকৃত উৎপাদক নেই, তবুও ১ কে মৌলিক সংখ্যা বলা হয় না। কারণ, ১ কে মৌলিক সংখ্যা ধরলে কোন সংখ্যারই মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ আর অনন্য হতো না।

যেমন,

$৬ = ২ \times ৩$

$৬ = ১ \times ২ \times ৩$ [$৬ \times ১ = ৬$]

$৬ = ১ \times ১ \times ২ \times ৩ \times$ [$৩ = ৩ \times ১$]

সুতরাং, ৬–এর মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ অনন্য হয় না, বার বার ১ আসছে। অন্য সংখ্যার ক্ষেত্রেও এরূপভাবে ১ আসবে। এ কারণে ১-কে মৌলিক সংখ্যা ধরা হয় না।

২। **দেখা যে n-এর ১ থেকে ৪০ পর্যন্ত প্রত্যেক মানের জন্য $n^2-n+৪১$ সংখ্যাটি মৌলিক।**

সমাধান ঃ

$n^2 - n + ৪১$ রাশিটিতে,

$n = ১$ বসালে পাই, $১^২ - ১ + ৪১ = ৪১$

$n = ২$ ” ” $২^২ - ২ + ৪১ = ৪৩$

$n = ৩$ বসালে পাই, $৩^২ - ৩ + ৪১ = ৪৭$

$n = ৪$ ” ” $৪^২ - ৪ + ৪১ = ৫৩$

$n = ৫$ ” ” $৫^২ - ৫ + ৪১ = ৬১$

....

....

এরূপে $n = ৪০$ বসালে পাই, $৪০^২ - ৪০ + ৪১$

$= ১৬০০ + ১$

$= ১৬০১$

মৌলিক সংখ্যা নির্ণয়ের পদ্ধতি দ্বারা দেখা যায় যে, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৫৩, ৬১, ... ১৬০১ সংখ্যাগুলো মৌলিক।

আবার, $n = ৪১$ বসালে $৪১^২ - ৪১ + ৪১ = ১৬৮১$ সংখ্যাটি মৌলিক নয়।

অতএব, n এর ১ থেকে ৪০ মানের জন্য $n^2-n+৪১$ সংখ্যাটি মৌলিক।

৩। **চারটি ক্রমিক সংখ্যা বের করুন, যার প্রত্যেকেই কৃত্রিম সংখ্যা।**

সমাধান

১ থেকে ২০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো যথাক্রমে ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯। এদের মধ্যে ক্রমিক চারটি কৃত্রিম সংখ্যা নেই।

২০ থেকে ৩০ পর্যন্ত সংখ্যায় মৌলিক সংখ্যা হলো দুটি, ২৩ ও ২৯।

২৩ ও ২৯ এর মাঝে পাঁচটি কৃত্রিম সংখ্যা আছে। এক্ষেত্রে চারটি ক্রমিক কৃত্রিম সংখ্যা হলো ২৪, ২৫, ২৬ ও ২৭।

আবার, ৩১ থেকে ৪০ এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা হলো ৩১ ও ৩৭। এক্ষেত্রে চারটি ক্রমিক কৃত্রিম সংখ্যা হলো ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫ । এরূপ আরও বহু ক্রমিক কৃত্রিম সংখ্যা রয়েছে।

অতএব, ক্রমিক চারটি কৃত্রিম সংখ্যা ২৪, ২৫, ২৬, ২৭ বা ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫ বা অসংখ্য।

৪। **কোন সংখ্যার ১ সহ সকল প্রকৃত উৎপাদকের সমষ্টি সংখ্যাটির সমান হলে সংখ্যাটিকে যোগসিদ্ধ সংখ্যা বলা হয়। দেখান যে ৬, ২৮, ৪৯৬ সংখ্যাগুলো যোগসিদ্ধ।**

সমাধান ঃ ৬ এর ক্ষেত্রে,

৬ এর প্রকৃত উৎপাদক = ২×৩

১ সহ প্রকৃত উৎপাদকের যোগফল = $১ + ২ + ৩ = ৬$

২৮ এর ক্ষেত্রে,

২৮ -এর প্রকৃত উৎপাদক = ২×১৪

$= ৪ \times ৭$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪১৩১৩৩

১ সহ প্রকৃত উৎপাদকের যোগফল = ১ + ২ + ১৪ + ৪ + ৭ = ২৮

৪৯৬ -এর ক্ষেত্রে,

৪৯৬ -এর প্রকৃত উৎপাদক = ২ × ২৪৮ = ৪ × ১২৪

= ৮ × ৬২ = ১৬ × ৩১

১ সহ প্রকৃত উৎপাদকের যোগফল

= ১ + ২ + ২৪৮ + ৪ + ১২৪ + ৮ + ৬২ + ১৬ + ৩১

= ৪৯৬

উপরোক্ত তিনটি ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাই যে, যথাক্রমে ৬, ২৮ এবং ৪৯৬ এর উৎপাদকের যোগফলের সাথে ১ যোগ করলে সংখ্যাগুলোর সমান হয়।

অতএব, সংখ্যাগুলো যোগসিদ্ধ।

৫। দেখান যে, যেকোন চারটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফলের সঙ্গে ১ যোগ করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হয়।

সমাধান :

মনে করি, সংখ্যা চারটি যথাক্রমে,

$n, n+১, n+২, n+৩$

$\therefore n(n+১)(n+২)(n+৩)+১$

$= \{n(n+৩)(n+১)(n+২)\}+১$

$= (n^২+৩n)(n^২+৩n+২)+১$

$= (n^২+৩n)^২+২(n^২+৩n)+১$

$= (n^২+৩n+১)^২$।

৬। দেখান যে, ২১১ সংখ্যাটি মৌলিক।

সমাধান :

সংখ্যাটি যদি মৌলিক না হয়, তবে পাটীগণিতের মূল উপপাদ্য অনুসারে ২১১ এর অবশ্যই একটি মৌলিক উৎপাদক p রয়েছে যেন, $২ \le p \le ২১১$ হয়। ২১১ এর সবচেয়ে কাছে কিন্তু বড় বর্গসংখ্যা হল ১৫ × ১৫ = ২২৫। যেহেতু ২১১ বর্গ সংখ্যা নয়, সেহেতু এর একটি উৎপাদক অবশ্যই ১৫ অপেক্ষা ছোট হবে। ১৫ অপেক্ষা ছোট সম্ভাব্য উৎপাদক দিয়ে ২১১-কে ভাগ করে দেখা যায় যে ২১১ তাদের দ্বারা বিভাজ্য নয়। অতএব, ২১১ একটি মৌলিক সংখ্যা।

৭। এমন তিনটি সংখ্যা নির্ণয় করুন যাদের প্রত্যেক জোড়া সহমৌলিক এবং যাদের প্রথম দুইটির গুণফল ৪৩৭ ও শেষ দুইটির গুণফল ৫৫১।

সমাধান ঃ

সংখ্যাদ্বয় উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে পাই

৪৩৭ = ১৯ × ২৩

৫৫১ = ১৯ × ২৯

৪৩৭ ও ৫৫১ -কে বিশ্লেষণ করলে আমরা কেবলমাত্র দুটি উৎপাদক পাই।

আবার, ১৯ ও ২৩ সহমৌলিক এবং ১৯ ও ২৯ সহমৌলিক।

অতএব নির্ণেয় সংখ্যা ২৩, ১৯, ২৯।

[দুটি সংখ্যার ১ ভিন্ন অন্য কোন গুণনীয়ক না থাকলে এরূপ সংখ্যাযুগলকে সহমৌলিক বলে]

৮। চার অংকবিশিষ্ট কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দ্বারা ১৮৮৩৪ এবং ২২২৫৬ -কে ভাগ দিলে একই অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ

$২ \mid ১৮৮৩৪, ২২২৫৬$

$৯৪১৭, ১১১২৮$

উৎপাদকের অবশেষ সংখ্যাদ্বয়ের অন্তর –

১১১২৮ – ৯৪১৭ = ১৭১১

১৭১১ চার অংকের একটি ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যা দ্বারা সংখ্যা দুটিকে ভাগ করলে একই অবশিষ্ট থাকে।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা ১৭১১।

৯। কোন্ কোন্ সংখ্যা দ্বারা ৩৪৬ এবং ৫৫৬ কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ৩১ অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ

৩৪৬ — ৩১ = ৩১৫

৫৫৬ — ৩১ = ৫২৫

৩১৫ ও ৫২৫ -এর উৎপাদক বিশ্লেষণ –

$৩ \mid ৩১৫$ $৩ \mid ৫২৫$

$৩ \mid ১০৫$ $৫ \mid ১৭৫$

$৫ \mid ৩৫$ $৫ \mid ৩৫$

৭ ৭

$\therefore ৩১৫ = ৩ \times ৩ \times ৫ \times ৭$

$৫২৫ = ৩ \times ৫ \times ৫ \times ৭$

সাধারণ উৎপাদক = ৩ × ৫ × ৭ = ১০৫

৩১ অপেক্ষা বড় ক্ষুদ্রতম সাধারণ উৎপাদক = ৫ × ৭ = ৩৫

[এখানে ক্ষুদ্রতম সাধারণ উৎপাদক ২১ ও ১৫ রয়েছে কিন্তু এরা ৩১ থেকে ছোট]

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাদ্বয় ৩৫ ও ১০৫।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০। তিন অংকবিশিষ্ট কোন সংখ্যা দ্বারা ৩৩৩০ এবং ২৫৯২ -কে ভাগ করলে একই অবশিষ্ট থাকে?

সমাধান ঃ

৩৩৩০—২৫৯২ = ৭৩৮

৭৩৮ দ্বারা ৩৩৩০ ও ২৫৯২ ভাগ করলে যে অবশিষ্ট থাকে, তিন অঙ্কের যে সংখ্যাগুলোর গুণিতক ৭৩৮, সে সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে একই অবশিষ্ট থাকে।

৭৩৮ = ২ × ৩৬৯

= ৩ × ২৪৬

= ৬ × ১২৩

সুতরাং ৭৩৮ বা ৩৬৯বা ২৪৬ বা ১২৩ দ্বারা ভাগ করলে একই অবশিষ্ট থাকে।

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা = ৭৩৮ বা, ৩৬৯ বা, ২৪৬ বা, ১২৩।

১১। প্রমাণ করুন $\sqrt{৩}$ মূলদ সংখ্যা নয়। বা, প্রমাণ করুন $\sqrt{৩}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান ঃ

মনে করি, $\sqrt{৩}$ একটি মূলদ সংখ্যা এবং কল্পনা করি $\frac{a}{b} = \sqrt{৩}$। এখানে a এবং b পূর্ণ ধনাত্মক সংখ্যা এবং ১ ভিন্ন a ও b এর অন্য কোন সাধারণ উৎপাদক নেই।

এখন, $\frac{a^2}{b^2} = ৩$

বা, $a^2 = ৩b^2$

এখানে ডানপক্ষে একটি উৎপাদক ৩ আছে। সুতরাং বামপক্ষেও একটি সাধারণ উৎপাদক ৩ থাকবে। কেননা যদি a অযুগ্ম সংখ্যা হতো তবে উহার বর্গও অযুগ্ম হতো।

সুতরাং $a = 3c$ ধরলে $a^2 = ৯c^2$ [এখানে c একটি পূর্ণ ধনাত্মক সংখ্যা]

তাহলে $৯c^2 = ৩b^2$

বা, $৩c^2 = b^2$

এখন বামপক্ষেও ৩ উৎপাদক পাওয়া গেল। কিন্তু কল্পনা করা হয়েছিল a ও b এর মধ্যে ১ ভিন্ন কোন সাধারণ উৎপাদক নেই।

অতএব $\sqrt{৩}$ মূলদ সংখ্যা হতে পারে না।

অথবা, $\sqrt{৩}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

পরিমাপ
(Measurement)

পরিমাপের **এককসমূহ হল :**

মিলিমিটার, সেন্টিমিটার, ডেসিমিটার, মিটার, ডেকামিটার হেক্টোমিটার, কিলোমিটার।

১ মিটার =১০ ডেসিমিটার=১০০ সেন্টিমিটার =১০০০ মিলিমিটার

১ মিটার=$\frac{১}{১০}$ ডেকামিটার=$\frac{১}{১০০}$ হেক্টোমিটার =$\frac{১}{১০০০}$ কিলোমিটার

২.৫৪ সেন্টিমিটার = ১ ইঞ্চি, ১ মিটার = ৩৯.৩৭ ইঞ্চি।

- **একক ঃ বর্গমিটার**

১ বর্গমিটার = ১০.৭৬ বর্গফুট (প্রায়)

১০০ বর্গমিটার = ১ এয়র

১০০ এয়র = ১ হেক্টর

১ হেক্টর = ২.৪৭ একর (প্রায়)

- **একক ঃ গ্রাম**

মিলিগ্রাম, সেন্টিগ্রাম, ডেসিগ্রাম, গ্রাম, ডেকাগ্রাম, হেক্টোগ্রাম, কিলোগ্রাম।

১ গ্রাম =১০ ডেসিগ্রাম= ১০০ সেন্টিগ্রাম=১০০০ মিলিগ্রাম।

১ গ্রাম=$\frac{১}{১০}$ ডেকাগ্রাম=$\frac{১}{১০০}$ হেক্টোগ্রাম =$\frac{১}{১০০০}$ কিলোগ্রাম

১০০ কিলোগ্রাম = ১ কুইন্টাল

১০০০ কিলোগ্রাম = ১০ কুইন্টাল = ১ মেট্রিক টন।

- **একক ঃ লিটার**

মিলিলিটার, সেন্টিলিটার, ডেসিলিটার, লিটার, ডেকালিটার, হেক্টোলিটার, কিলোলিটার।

১ লিটার = ১০ ডেসিলি. = ১০০ সে. লি. =১০০০ মি.লি.

১ লিটার = $\frac{১}{১০}$ ডেকালি.= $\frac{১}{১০০}$ হেক্টোলি.= $\frac{১}{১০০০}$ কি.লি.

১ লিটার = ০.২২ গ্যালন (প্রায়)

১ গ্যালন = ৪.৫৪ লিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

❑ **ক্ষেত্র পরিমাপের বিভিন্ন এককের সম্পর্ক**

১ হেক্টর=১০,০০০ বর্গমিটার = ২.৪৭ একর = ১০০ এয়র

১ বর্গমিটার = ১০০০০ বর্গ সে. মি. = ১০.৭৬ বর্গফুট = ১.১৯৫৯ বর্গগজ

১ বর্গগজ = ০.৮৩৬ বর্গমিটার = ৯ বর্গফুট

১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ = ৪০৪৭ বর্গমিটার

১ এয়র = ১০০ বর্গমিটার

১ বিঘা = ১৩৩৮ বর্গমিটার = ১৬০০ বর্গগজ।

অন্যান্য

❖ ১ মাইক্রোন = $১০^{-৬}$ মিটার = $\frac{১}{১০০০০০০}$ মিটার

= ১ মাইক্রোমিটার

১ মেগামিটার = $১০^{৬}$ মিটার

৪ কোয়ার্টর = ১ হন্দর

২০ হন্দর = ১ টন

১৬ আউন্স = ১ পাউন্ড

১ ড্রাম = ১ আউন্স

১ কিলোগ্রাম (kg) = ২.২০৪৬ পাউন্ড

১ কুইন্টাল = ২.৬ মণ।

১ ক্যারট = ২ মিলিগ্রাম = ০.২ গ্রাম

১ মাইল = ১.৬১ কি.মি. = ১৭৬০ গজ (১ কি.মি. = ০.৬২ মাইল)

আয়তনের এককসমূহ :

❖ ১ কেজি পানির আয়তন = ১ লিটার = ১০০০ ঘন সে.মি.

১ ঘনফুট = ২৮.৩১ লিটার = ৬.২৩ গ্যালন

$১০^{৬}$ ঘন সে.মি. = ১ ঘনমিটার

গাণিতিক অনুশীলন :

১। **১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সেন্টিমিটার ধরে ১ মাইলে কত কিলোমিটার এবং ১ কিলোমিটারে কত মাইল?**

সমাধান ঃ

১ মাইল = ১৭৬০ × ৩ × ১২ ইঞ্চি

১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সেন্টিমিটার

∴ ১৭৬০ × ৩ × ১২ ইঞ্চি = ২.৫৪ × ১৭৬০ × ৩ × ১২ সেঃ মিঃ

$= \frac{২.৫৪ \times ১৭৬০ \times ৩ \times ১২}{১০০ \times ১০০০}$ কিঃ মিঃ

$= \frac{১৬০৯৩৪.৪}{১০০০০০}$ কিঃ মিঃ

= ১.৬০৯৩৪৪ কিঃ মিঃ = ১.৬০৯ কিলোমিটার

∴ ১ মাইল = ১.৬০৯ কিঃ মিঃ

∴ ১ কিঃ মিঃ $= \frac{১}{১.৬০৯}$ মাইল

$= \frac{১০০০}{১৬০৯}$ " = ০.৬২১ মাইল (প্রায়)।

২। **একটি ঘরের দৈর্ঘ্য ৩২ ফুট, প্রস্থ ১৮ ফুট। ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত ব.মি.?**

সমাধান ঃ

মেঝের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ৩২ ফুট × ১৮ ফুট

= ৫৭৬ বর্গফুট

আমরা জানি, ১০.৭৬ বর্গফুট = ১ বর্গ মিটার

∴ ৫৭৬ বর্গফুট $= \frac{১ \times ৫৭৬}{১০.৭৬}$ বর্গ মিঃ

$= \frac{৫৭৬ \times ১০০}{১০৭৬}$ বর্গ মিঃ

$= \frac{১৪৪০০}{২৬৯}$ বর্গ মিঃ = ৫৩.৫৩ বর্গমিটার।

অতএব, নির্ণেয় ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল ৫৩.৫৩ বর্গমিটার।

উত্তর : ৫৩.৫৩ বর্গমিটার।

৩। **বায়ু ও পানির অনুপাত ০.০০১২৯। যে ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১৬ মিটার, ১২ মিটার ও ৪ মিটার, তাতে কত কিলোগ্রাম বায়ু আছে?**

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে, দৈর্ঘ্য = ১৬ মিটার

প্রস্থ = ১২ "

উচ্চতা = ৪ "

∴ ঘরের আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

= ১৬ মিঃ × ১২ মিঃ × ৪ মিঃ = ৭৬৮ ঘন মিটার।

শুভ নন্দী ০২০১১ ৬১৩১০৩

আমরা জানি, ১ ঘন মিটার = ১০০০০০০ ঘন সেন্টিমিটার

১০০০ ঘন সেঃ মিঃ পানির ওজন = ১ কিলোগ্রাম

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১}{১০০০}$ কিলোগ্রাম

$\therefore$ ১০০০০০০ " " " $= \frac{১ \times ১০০০০০০}{১০০০}$ কিঃ গ্রাঃ

= ১০০০ কিঃ গ্রাম

অর্থাৎ, ১ ঘন মিটার পানির ওজন ১০০০ কিলোগ্রাম

$\therefore$ ৭৬৮ " " " =১০০০ × ৭৬৮ " = ৭৬৮০০০ কিলোগ্রাম

দেওয়া আছে, বায়ু ও পানির অনুপাত = ০.০০১২৯

বা, $\frac{\text{বায়ুর ওজন}}{\text{পানির ওজন}} = ০.০০১২৯$

বা, $\frac{\text{বায়ুর ওজন}}{৭৬৮০০০ \text{ কিলোগ্রাম}} = ০.০০১২৯$

$\therefore$ বায়ুর ওজন = ৭৬৮০০০ ×০.০০১২৯ কিলোগ্রাম

= ৯৯০.৭২০০০ " = ৯৯০.৭২ কিলোগ্রাম।

উত্তর : ৯৯০.৭২ কিলোগ্রাম।

৪। **বাংলাদেশের আয়তন ৫৫৬০০ বর্গমাইল। ১ মাইল = ১.৬১ কিলোমিটার ধরে একে নিকটতম সহস্র বর্গকিলোমিটারে প্রকাশ করুন।**

সমাধান ঃ

১ মাইল = ১.৬১ কিঃ মিঃ

বা, ১ মাইল × ১ মাইল = ১.৬১ × ১.৬১ বর্গ কিঃ মিঃ

বা, ১ বর্গমাইল = ২.৫৯২১ বর্গ কিঃ মিঃ

$\therefore$ ৫৫৬০০ " = ২.৫৯২১ × ৫৫৬০০ বর্গ কিঃ মিঃ

= ১৪৪১২০.৭৬০০ বর্গ কিঃ মিঃ

= ১৪৪১২০.৭৬ বর্গ কিলোমিটার

অতএব, নির্ণেয় বাংলাদেশের আয়তন ১৪৪ হাজার বর্গকিলোমিটার (প্রায়)।

৫। **২.৫ মিটার গভীর একটি বর্গাকার খোলা চৌবাচ্চায় ২৮৯০০ লিটার পানি ধরে। এর ভিতরে এলুমিনিয়াম পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটারে ৫ টাকা হিসাবে মোট কত খরচ পড়বে?**

সমাধান ঃ

২.৫ মিটার = ২.৫ ×১০০ সেন্টিমিটার = ২৫০ সেঃ মিঃ

আমরা জানি, ১ লিটার পানির আয়তন = ১০০০ ঘন সেন্টিমিটার

২৮৯০০ " " " = ২৮৯০০ × ১০০০ "

= ২৮৯০০০০০ "

মনে করি,

বর্গাকার চৌবাচ্চার একটি অংশের দৈর্ঘ্য = x সেন্টিমিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ সেন্টিমিটার

$\therefore$ চৌবাচ্চার আয়তন = ক্ষেত্রফল × গভীরতা

= $x^2 \times ২৫০$ ঘন সেন্টিমিটার

= $২৫০x^2$ ঘন সেঃ মিঃ

শর্তানুসারে, $২৫০x^2 = ২৮৯০০০০০$

বা, $x^2 = \frac{২৮৯০০০০০}{২৫০} = ১১৫৬০০$

$\therefore$ $x = \sqrt{১১৫৬০০} = \sqrt{(৩৪০)^2}$

= ৩৪০ সেন্টিমিটার

= ৩.৪০ মিটার

$\therefore$ চৌবাচ্চার তলার ক্ষেত্রফল = ৩.৪ মিটার × ৩.৪ মিটার

= ১১.৫৬ বর্গমিটার

চৌবাচ্চার চারপার্শ্বের ক্ষেত্রফল = ৪ × ৩.৪০ মিঃ × ২.৫ মিঃ

= ৩৪ বর্গমিটার

মোট ক্ষেত্রফল = ১১.৫৬ বর্গমিটার + ৩৪ বর্গমিটার

= ৪৫.৫৬ বর্গমিটার

$\therefore$ মোট খরচ = ৪৫.৫৬ × ৫ টাকা = ২২৭.৮০ টাকা।

উত্তর : ২২৭.৮০ টাকা।

৬। **১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সেন্টিমিটার এবং ১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ। ১ একরে কত বর্গমিটার?**

সমাধান ঃ ১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সেঃ মিঃ

৩৬ ইঞ্চি বা ১ গজ = ২.৫৪ × ৩৬ সেন্টিমিটার = ৯১.৪৪ সেঃ মিঃ

$= \frac{৯১.৪৪}{১০০}$ মিটার = ০.৯১৪৪ মিটার

$\therefore$ ১গজ ×১গজ = ০.৯১৪৪ মিটার × ০.৯১৪৪ মিটার

বা, ১ বর্গগজ = ·৮৩৬১২৭৩৬ বর্গমিটার

$\therefore$ ৪৮৪০ বর্গ গজ = ·৮৩৬১২৭৩৬ × ৪৮৪০ " = ৪০৪৬.৮৫৬৪২২৪০ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= ৪০৪৬.৮৫৬$ বর্গমিটার

$= ৪০৪৬.৮৬$ বঃ মিঃ (প্রায়)।

উত্তর : ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার (প্রায়)।

৭। **১ মিটার = $৩৯\frac{৩}{৮}$ ইঞ্চি ধরে ১ ঘনফুটে কত লিটার তা নিকটতম সংখ্যায় নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

১ মিটার $= ৩৯\frac{৩}{৮}$ ইঞ্চি $= \frac{৩১৫}{৮}$ ইঞ্চি

$= \frac{৩১৫}{৮ \times ১২}$ ফুট $= \frac{১০৫}{৩২}$ ফুট

$\therefore$ ১ ঘন মিটার $= \left(\frac{১০৫}{৩২}\right)^৩$ ঘন ফুট।

আবার, ১ ঘন মিটার $= ১০০০০০০$ ঘন সেঃ মিঃ

$= ১০০০$ লিটার [$\because$ ১০০০ ঘন সেঃ মিঃ = ১ লিটার]

$\therefore \left(\frac{১০৫}{৩২}\right)^৩$ ঘনফুট $= ১০০০$ লিটার

বা, $\frac{১০৫ \times ১০৫ \times ১০৫}{৩২ \times ৩২ \times ৩২}$ " $= ১০০০$ লিটার

$\therefore$ ১ ঘনফুট $= \frac{১০০০ \times ৩২ \times ৩২ \times ৩২}{১০৫ \times ১০৫ \times ১০৫}$ লিটার

$= \frac{২৬২১৪৪}{৯২৬১}$ " $= ২৮.৩$ লিটার

অতএব, নির্ণেয় ১ ঘনফুটে ২৮.৩ লিটার বা ২৮ লিটার (প্রায়)।

৮। **জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ক্যাম্পাসের এলাকা ৭৫০ একর; একে নিকটতম পূর্ণসংখ্যক হেক্টর-এ প্রকাশ করুন।**

সমাধান ঃ

২.৪৭ একর $=$ ১ হেক্টর

$\therefore$ ১ " $= \frac{১}{২.৪৭}$"

$\therefore$ ৭৫০ " $= \frac{১ \times ৭৫০ \times ১০০}{২৪৭}$ হেক্টর $= ৩০৩.৬$ হেক্টর

অতএব, নির্ণেয় আয়তন ৩০৪ হেক্টর। **উত্তর :** ৩০৪ হেক্টর।

বয়স
Age

বয়স সংক্রান্ত

গাণিতিক অনুশীলন :

৫১। **যদি A এর বয়স B এর অর্ধেক এবং B এর বয়স C এর অর্ধেক এবং তাদের বয়সের সমষ্টি ১১৪ বৎসর হয়, তবে প্রত্যেকের বয়স নির্ণয় করুন।**

সমাধান :

A এর বয়স x বৎসর

$\therefore$ B " " $২x$ "

$\therefore$ C " " $৪x$

প্রশ্নমতে,

$x + ২x + ৪x = ১১৪$

বা, $৭x = ১১৪$

বা, $x = \frac{১১৪}{৭}$ বৎসর $= ১৬\frac{২}{৭}$ বছর

$\therefore$ A এর বয়স $= ১৬\frac{২}{৭}$ বছর

B " " $\frac{১১৪ \times ২}{৭}$ " $= ৩২\frac{৪}{৭}$ "

C " " $\frac{১১৪ \times ৪}{৭}$ " $= ৬৫\frac{১}{৭}$ "

উত্তর : $১৬\frac{২}{৭}$ বছর, $৩২\frac{৪}{৭}$ বছর, এবং $৬৫\frac{১}{৭}$ বছর।

৫২। **পিতার বয়স পুত্রের বয়সের 3 গুণ। 9 বৎসর পূর্বে তাদের বয়সের সমষ্টি ছিল 66 বৎসর। তাদের বর্তমান বয়স নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

মনেকরি,

পুত্রের বর্তমান বয়স = x বৎসর

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

∴ পিতার বর্তমান বয়স = $3x$ "

9 বৎসর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = $(x - 9)$ বৎসর

9 " " পিতার " " = $(3x - 9)$ "

শর্তানুসারে, $x - 9 + 3x - 9 = 66$

বা, $4x = 66 + 9 + 9$

বা, $4x = 84$

$\therefore x = \frac{84}{4} = 21$

∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = 21 বৎসর

এবং, পিতার বর্তমান বয়স = $21 \times 3 = 63$ বৎসর

৫৩। 20 বছর পূর্বে এক ব্যক্তির বয়স তার পুত্রের বয়সের পাঁচ গুণ ছিল। 16 বছর পরে পুত্রের বয়স 41 বছর হলে পিতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান :

মনে করি, পুত্রের বর্তমান বয়স = x বছর

20 বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = $5(x - 20)$ বছর = $(5x - 100)$ বছর। 16 বছর পরে পুত্রের বয়স = 41 বছর।

প্রশ্নের শর্তানুসারে, $x + 16 = 41$

∴ $x = 41 - 16 = 25$ বছর

∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = 25 বছর

20 বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = $(5 \times 25 - 100)$ বছর = $(125 - 100)$ বছর = 25 বছর;

বর্তমানে পিতার বয়স = $(25 + 20)$ বছর = 45 বছর

উত্তর : 45 বছর।

৫৪। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স একত্রে 80 বছর। 4 বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের 5 গুণ ছিল। তাদের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান :

মনে করি, পুত্রের বর্তমান বয়স = x বছর

পিতার বর্তমান বয়স = $(80 - x)$ বছর

4 বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = $(x - 4)$ বছর

4 বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল = $(80 - x - 4)$ বছর

প্রশ্নের শর্তানুসারে,

$80 - x - 4 = 5(x - 4)$

বা, $80 - x - 4 = 5x - 20$

বা, $-x - 5x = -20 - 80 + 4$

বা, $-6x = -96$

বা, $6x = 96$

∴ $x = \frac{96}{6} = 16$ বছর।

∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = 16 বছর

∴ পিতার বর্তমান বয়স = $(80 - 16)$ বছর = 64 বছর

৫৫। তিন বছর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের পাঁচগুণ ছিল এবং ছয় বছর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের তিনগুণ হবে। উভয়ের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান :

মনে করি, তিন বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল = x বছর

তাহলে " " " পিতার " " = $5x$ "

∴ বর্তমানে পুত্রের বছর = $(x + 3)$ বছর

এবং " পিতার " = $(5x + 3)$ "

ছয় বছর পরে পুত্রের বয়স হবে = $(x + 3 + 6)$ বছর = $(x + 9)$ বছর

" " " পিতার " " = $(5x + 3 + 6)$ বছর = $(5x + 9)$ "

শর্তানুসারে,

পিতার বয়স = পুত্রের বয়স $\times 3$

বা, $5x + 9 = (x + 9) \times 3$

বা, $5x + 9 = 3x + 27$

বা, $5x - 3x = 27 - 9$

বা, $2x = 18$

∴ $x = \frac{18}{2} = 9$

∴ পুত্রের বর্তমান বয়স = $(x + 3)$ বছর = $(9 + 3)$ বছর = 12 বছর

∴ পিতার বর্তমান বয়স = $(5x + 3)$ বছর = $(5 \times 9 + 3)$ বছর = 48 বছর

উত্তর : পিতার বয়স 48 বছর, পুত্রের বয়স 12 বছর।

৫৬। পিতার বয়স পুত্রের বয়সের চেয়ে 21 বছর বেশি। পাঁচ বছর আগে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের 3 গুণ ছিল। এখন কার বয়স কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, পাঁচ বছর আগে পুত্রের বয়স ছিল = x বছর

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অতএব " " " পিতার " " $= 3x$ "

বর্তমানে পিতার বয়স $= (3x + 5)$ বছর

" পুত্রের " $= (x + 5)$ "

শর্তানুসারে, $(3x + 5) - (x + 5) = 21$

বা, $3x + 5 - x - 5 = 21$

বা, $2x = 21$

$\therefore x = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$ বছর

$\therefore$ বর্তমানে পুত্রের বয়স $= \left(10\frac{1}{2} + 5\right)$ বছর $= 15\frac{1}{2}$ বছর

এবং বর্তমানে পিতার বয়স $= \left(15\frac{1}{2} + 21\right)$ বছর $= 36\frac{1}{2}$ বছর।

৫৭। বর্তমানে মাসুদ তার বোনের চেয়ে 6 বছরের বড়। 10 বছর পরে মাসুদের বয়স তার বোনের বর্তমান বয়সের দ্বিগুণ হবে। তাদের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান :

মনে করি, মাসুদের বোনের বর্তমান বয়স $= x$ বছর

সুতরাং, মাসুদের বর্তমান বয়স $= (x + 6)$ বছর

10 বছর পরে মাসুদের বয়স হবে $= (x + 6 + 10)$ বছর $= (x + 16)$ বছর

শর্তানুসারে, $x + 16 = 2x$

বা, $x - 2x = -16$

বা, $-x = -16$

$\therefore x = 16$

$\therefore$ বোনের বয়স $= 16$ বছর

মাসুদের বর্তমান বয়স $= (16 + 6)$ বছর বা 22 বছর।

উত্তর : মাসুদের বয়স 22 বছর এবং বোনের বয়স 16 বছর।

৫৮। 20 বছর আগে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের চারগুণ ছিল। 4 বছর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে। তাদের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান :

মনে করি, 20 বছর আগে পুত্রের বয়স ছিল $= x$ বছর।

" " " পিতার " " $= 4x$ বছর।

$\therefore$ বর্তমানে পুত্রের বয়স $= (x + 20)$ বছর।

এবং পিতার বয়স $= (4x + 20)$ বছর

4 বছর পর পুত্রের বয়স হবে $= (x + 20 + 4)$ বছর $= (x + 24)$ বছর

এবং, 4 বছর পর পিতার বয়স হবে $= (4x + 20 + 4)$ বছর $= (4x + 24)$ বছর

শর্তানুসারে, $4x + 24 = 2(x + 24)$

বা, $4x + 24 = 2x + 48$

বা, $4x - 2x = 48 - 24$

বা, $2x = 24$

$\therefore x = \frac{24}{2} = 12$

বর্তমানে পুত্রের বয়স $= x + 20 = 12 + 20 = 32$ বছর

বর্তমানে পিতার বয়স $= 4x + 20 = 4.12 + 20 = 48 + 20 = 68$ বছর।

Ans. পিতা 68 বছর এবং পুত্র 32 বছর।

৫৯। পিতার বর্তমান বয়স তার তিন পুত্রের বয়সের সমষ্টির চার গুণ। 8 বছর পরে পিতার বয়স ঐ তিন পুত্রের বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। পিতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান :

মনে করি, তিন পুত্রের বয়সের সমষ্টি $= x$ বছর

পিতার বর্তমান বয়স $= 4x$ বছর।

8 বছর পরে তিন পুত্রের বয়সের সমষ্টি হবে $= (x + 8 \times 3) = (x + 24)$ বছর

8 " " " পিতার " " " $= (4x + 8)$ বছর

শর্তানুসারে, $4x + 8 = 2(x + 24)$

বা, $4x + 8 = 2x + 48$

বা, $4x - 2x = 48 - 8$

বা, $2x = 40$

$\therefore x = \frac{40}{2} = 20$

পিতার বর্তমান বয়স $= (4 \times 20)$ বছর $= 80$ বছর।

উত্তর : পিতার বয়স 80 বছর।

৬০। পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি 90 বছর। পুত্রের বয়স দ্বিগুণ করলে পিতার বয়স অপেক্ষা 6 বছর বেশি হয়। তাদের বয়স কত?

সমাধান :

মনে করি, পুত্রের বর্তমান বয়স $= x$ বছর

পিতার " " $= (90 - x)$ বছর

পুত্রের বয়স দ্বিগুণ হলে বয়স হবে $= 2x$ বছর

শর্তানুসারে, $2x - (90 - x)$ বছর $= 6$

বা, $2x - 90 + x = 6$

বা, $3x = 90 + 6$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

বা, $3x = 96$

$\therefore \quad x = \frac{96}{3} = 32$

পুত্রের বয়স = 32 বছর

পিতার বয়স = $(90 - 32) = 58$ বছর।

৬১। পিতার বয়স পুত্রের বয়সের তিনগুণ। ১২ বছর পর পিতার বয়স হবে পুত্রের বয়সের ২ গুণ। পিতার বর্তমান বয়স কত হবে?

সমাধান : পিতার বর্তমান বয়স = x বছর

পুত্রের বর্তমান বয়স = $\frac{x}{৩}$

প্রশ্ন মতে, $x + ১২ = ২\left(\frac{x}{৩} + ১২\right)$

$\Rightarrow \quad x + ১২ = \frac{২x}{৩} + ২৪$

$\Rightarrow \quad \frac{x}{৩} = ১২$

$\therefore \quad x = ৩৬$

উত্তর : ৩৬ বছর।

৬২। পিতা ও ৩ পুত্রের বয়স অপেক্ষা মাতা ও উক্ত ৩ পুত্রের বয়সের গড় $১\frac{১}{২}$ বছর কম। মাতার বয়স ৩০ বছর হলে পিতার বয়স কত?

সমাধান : পিতা ও ৩ পুত্রের বয়সের সমষ্টি মাতা ও ৩ পুত্রের বয়সের সমষ্টি অপেক্ষা $(১\frac{১}{২} \times ৪) = ৬$ বছর বেশি।

$\therefore$ পিতার বয়স মাতার বয়স থেকে ৬ বছর বেশি।

$\therefore$ পিতার বয়স $(৩০ + ৬)$ বছর = ৩৬ বছর।

উত্তর : ৩৬ বছর।

৬৩। মা থেকে মেয়ে 18 বছরের ছোট। 6 বছর পর তাদের বয়সের সমষ্টি 54 বছর হলে, মেয়ের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : ধরি, মেয়ের বর্তমান বয়স x বছর

মায়ের " " $(x + 18)$"

6 বছর পর মেয়ের বয়স হবে $(x + 6)$ বছর

6 " " মায়ের " " $(x + 18 + 6)$"

প্রশ্নমতে, $x + 6 + x + 24 = 54$

Or, $2x = 54 - 30$

Or, $x = \frac{24}{2}$

$\therefore \quad x = 12$ বছর।

$\therefore$ মেয়ের বর্তমান বয়স 12 বছর।

উত্তর : 12 বছর।

৬৪। পিতা ও চার পুত্রের বয়সের গড়, মাতা ও চার পুত্রের বয়সের গড় অপেক্ষা ২ বছর বেশি। পিতার বয়স ৬০ বছর হলে মাতার বয়স কত?

সমাধান: পিতা + ৪ পুত্রের বয়সের সমষ্টি মাতা + ৪ পুত্রের বয়সের সমষ্টি অপেক্ষা $৫ \times ২ = ১০$ বছর বেশি।

$\therefore$ মাতার বয়স পিতা অপেক্ষা ১০ বছর কম

$\therefore$ মাতার বয়স = $(৬০ - ১০)$ বছর $= ৫০$ বছর

উত্তর : ৫০ বছর।

৬৫। ৬ বছর আগে পিতার বয়স ছিল পুত্রের বয়সের ৫ গুণ, বর্তমানে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৩ গুণ। তাহলে পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : ৬ বছর আগে পুত্রের বয়স x বছর হলে, পিতার বয়স = $৫x$ বছর।

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $৫x + ৬ = ৩(x + ৬)$

বা, $৫x + ৬ = ৩x + ১৮$

বা, $২x = ১২$

বা, $x = ৬$

$\therefore$ পুত্রের বর্তমান বয়স = $(৬ + ৬)$ বছর= ১২ বছর

পিতার বর্তমান বয়স = $(৬ \times ৫ + ৬)$ বছর = ৩৬ বছর

উত্তর : পিতা ৩৬ বছর, পুত্র ১২ বছর।

৬৬। এক ব্যক্তি তার স্ত্রী চেয়ে তিন বছরের বড় এবং স্ত্রীর বয়স তার ছেলের বয়সের চারগুণ। চার বছর পর ছেলের বয়স হবে ১২ বছর। ঐ ব্যক্তির বর্তমান বয়স কত বছর?

সমাধান : ছেলের বর্তমান বয়স x বছর হলে মাতার বয়স $৪x$ বছর

প্রশ্ন মতে, $x + ৪ = ১২$

বা, $x = ৮$

$\therefore$ মাতার বর্তমান বয়স = (৮×৪) বছর = ৩২ বছর

$\therefore$ পিতার বর্তমান বয়স = $(৩২ + ৩)$ বছর = ৩৫ বছর

উত্তর : ঐ ব্যক্তির বর্তমান বয়স ৩৫ বছর।

৬৭। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৯ ঃ ২ এবং ১৫ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত ১২ ঃ ৫ হবে। তাদের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : পিতার বর্তমান বয়স ৯ক এবং পুত্রের বর্তমান বয়স ২ক হলে

১৫ বছর পর পিতার বয়স ৯ক + ১৫

১৫ বছর পর পুত্রের বয়স ২ক + ১৫

প্রশ্নমতে, $(৯ক + ১৫) \times ৫ = (২ক + ১৫) \times ১২$

বা $৪৫ক + ৭৫ = ২৪ক + ১৮০$

৪৩ – ওরাকল (বিসিএস) [বাংলা]

শুভ নন্দী ০১৩১১ ৬১৩১০৩

বা ক = ৫

∴ পিতার বর্তমান বয়স = (৯ × ৫) বছর = ৪৫ বছর এবং

পুত্রের বয়স ২ × ৫ = ১০ বছর

উত্তর : পিতা ৪৫ বছর এবং পুত্র ১০ বছর।

৬৮। পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি 50 বছর, যখন পুত্রের বয়স পিতার বর্তমান বয়সের সমান হবে তখন তাদের বয়সের সমষ্টি হবে 102 বছর। পুত্রের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : ধরি, পুত্রের বর্তমান বয়স = x বছর

∴ পিতার বয়স = (50 – x) বছর

বর্তমানে পিতার বয়স বেশি (50 – x – x) = 50 – 2x

∴ শর্তানুসারে,

x + 50 – 2x + (50 – x) + 50 – 2x = 102

বা, x = 12 বছর

উত্তর : 12 বছর।

৬৯। বাবা ও মেয়ের বয়সের যোগফল ৪৩ বছর। ৪ বছর আগে বাবার বয়স মেয়ের বয়সের ৬ গুণ ছিল। বাবা ও মেয়ের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : ধরি, ৪ বছর আগে মেয়ের বয়স x

৪ " " বাবার " x × ৬ = ৬x

বর্তমানে মেয়ের বয়স (x + ৪) বছর

" বাবার " (৬x + ৪) "

প্রশ্নমতে, x + ৪ + ৬x + ৪ = ৪৩ বছর

বা, ৭x = (৪৩ – ৮) বছর

বা, $x = \frac{৩৫}{৭}$ বছর

∴ x = ৫ বছর।

∴ বর্তমানে পিতার বয়স (৬x + ৪) বছর = (৬ × ৫ + ৪) বছর = ৩৪ বছর

∴ " কন্যার " x + ৪ = ৫ + ৪ = ৯

উত্তর : পিতার বয়স ৩৪ বছর এবং কন্যার বয়স ৯ বছর।

৭০। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৮৪ বছর। দশ বছর পূর্বে তাদের বয়সের অনুপাত ৫ ঃ ৩ থাকলে, ১০ (দশ) বছর পর এ অনুপাত কি হবে?

সমাধান :

ধরি, ১০ বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়স ছিল ৫ক ও ৩ক

বর্তমানে পিতা ও পুত্রের বয়স ৫ক + ১০ ও ৩ক + ১০

প্রশ্নমতে, ৫ক + ১০ + ৩ক + ১০ = ৮৪

বা, ৮ক + ২০ = ৮৪

বা, ৮ক = ৮৪ – ২০ = ৬৪

বা, $ক = \frac{৬৪}{৮} = ৮$ বছর

বর্তমানে পিতার বয়স (৫ক + ১০) বছর = (৫ × ৮ + ১০) বছর= ৫০ বছর

" পুত্রের বয়স (৩ক + ১০) বছর = (৩ × ৮ + ১০) বছর = ৩৪ বছর

∴ ১০ বছর পরে পিতার বয়স হবে (৫০ + ১০) বছর = ৬০ বছর

এবং, ১০ " " পুত্রের " " (৩৪ + ১০) বছর = ৪৪ বছর

∴ পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে ৬০ ঃ ৪৪ = ১৫ ঃ ১১

উত্তর : ১৫ ঃ ১১।

৭১। পিতার **বর্তমান বয়স পুত্রের বর্তমান বয়সের তিন গুণ এবং ১০ বৎসর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে। পিতার বর্তমান বয়স কত?**

সমাধান: বর্তমানে পুত্রের বয়স ক

" পিতার " ক × ৩ = ৩ক

১০ বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়স হবে (৩ক + ১০) ও (ক + ১০)

প্রশ্নমতে, ৩ক + ১০ = ২(ক + ১০)

বা, ৩ক + ১০ = ২ক + ২০

বা, ক = ১০

∴ পিতার বয়স = ৩ক = (১০ × ৩) বছর = ৩০ বছর।

উত্তর : পিতার বয়স ৩০ বছর।

৭২। পিতার **বর্তমান বয়স পুত্রের বয়সের তিনগুণ। ৫ বছর আগে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের ৪ গুণ ছিল। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত বছর?**

সমাধান: ধরি, পুত্রের বয়স = ক

পিতার " = ক × ৩ = ৩ক

৫ বছর আগে পুত্রের বয়স ছিল = (ক – ৫) বছর

৫ " " পিতার " " = (৩ক – ৫) "

প্রশ্নমতে, ৩ক – ৫ = ৪(ক – ৫)

বা, ৩ক – ৫ = ৪ক – ২০

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $-ক = -১৫$

বা, $ক = ১৫$ বছর

$\therefore$ পুত্রের বয়স = ১৫ বছর

এবং, পিতার বয়স = (১৫×৩) বছর = ৪৫ বছর

উত্তর : পিতা ৪৫ বছর এবং পুত্র ১৫ বছর।

৭৩। **তিন ভাইয়ের দুইজন দুইজন করে নেয়া গড় বয়স ২২ বৎসর, ১৮ বৎসর ও ১৬ বৎসর। সবচেয়ে ছোট ভাইয়ের বয়স –।**

সমাধান : ১ম ভাই + ২য় ভাইয়ের বয়সের সমষ্টি = ৪৪ বছর

২য় " + ৩য় " " " = ৩৬ "

৩য় " + ১ম " " " = ৩২ "

$(২ + ২ + ২) = ৬$ ভাইয়ের বয়সের সমষ্টি = ১১২ বছর

$(১ + ১ + ১) = ৩$ " " " $= \frac{১১২}{২}$ "

= ৫৬ বছর।

তিন ভাইয়ের বয়সের সমষ্টি = ৫৬ বছর

১ম ভাই + ২য় ভাইয়ের বয়সের সমষ্টি = ৪৪ বছর

$\therefore$ ছোট ভাইয়ের বয়স = ১২ বছর।

উত্তর : ১২ বছর

ক্ষেত্র পরিমাপ
Area & Measurement

সাধারণ আলোচনা :

- ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ (আয়তক্ষেত্র)
- পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
- বর্গক্ষেত্রের **ক্ষেত্রফল** = বাহু × বাহু
- বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = চার বাহুর যোগফল = $4a$ [a = বাহুর দৈর্ঘ্য]
- সামন্তরিকের **ক্ষেত্রফল** = ভূমি × উচ্চতা

ক্ষেত্রফলের এককসমূহ

১ বর্গ মিটার = (১০০×১০০) বর্গ সে.মি. = $১০^৪$ বর্গ সে.মি.

১ বর্গ কিলোমিটার = $১০^৬$ বর্গমিটার

১ ছটাক = ৫ বর্গগজ

১ বিঘা = ১৬০০ বর্গগজ

১ বিঘা = ২০ কাঠা

১ কাঠা = ৮০ বর্গগজ

১ বর্গমাইল = ২.৫৯ বর্গ কিলোমিটার

ক্ষেত্র পরিমাপের বিভিন্ন এককের সম্পর্ক ঃ

১ বর্গমিটার = ১০০ বর্গডেসিমিটার = ১০০০০ বর্গ সে. মি.

১ এয়র = ১ বর্গ ডেকা মি. = ১০০ বর্গ মি.

১ বর্গফুট = ১৪৪ বর্গইঞ্চি

১ বর্গগজ = ৯ বর্গফুট

১ বর্গচেইন = ৪৮৪ বর্গগজ (১ চেইন = ২২ গজ)

১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ = ১০ বর্গচেইন

১ বর্গমাইল = ৬৪০ একর

১ ছটাক = ৫ বর্গগজ

১ কাঠা = ১৬ ছটাক = ৮০ বর্গগজ

১ বিঘা = ২০ কাঠা = ১৬০০ বর্গগজ

১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ = ৩ বিঘা ৮ ছটাক

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১ বর্গরশি = ১৬০০ বর্গগজ = ১ বিঘা (১ রশি = ৪০ গজ)।

১ হেক্টর = ১০,০০০ বর্গমিটার = ২.৪৭ একর = ১০০ এয়র

১ বর্গমিটার = ১০০০০ বর্গ সে. মি. = ১০.৭৬ বর্গফুট = ১.১৯৫৯ বর্গগজ

১ বর্গগজ = ০.৮৩৬ বর্গমিটার = ৯ বর্গফুট

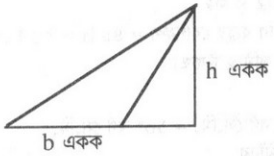
১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ = ৪০৪৭ বর্গমিটার

১ এয়র = ১০০ বর্গমিটার

১ বিঘা = ১৩৩৮ বর্গমিটার = ১৬০০ বর্গগজ।

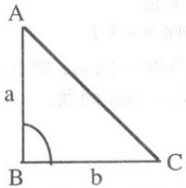
ত্রিভুজ–ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :

ত্রিভুজ–ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা।



অর্থাৎ, যে ত্রিভুজ–ক্ষেত্রের ভূমি = b একক এবং উচ্চতা = h একক, তার ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times b \times h$ বর্গ একক।

সমকোণী ত্রিভুজ–ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :



সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুইটির একটিকে ভূমি ধরা হলে অপর ত্রিভুজের উচ্চতা নির্দেশ করে।

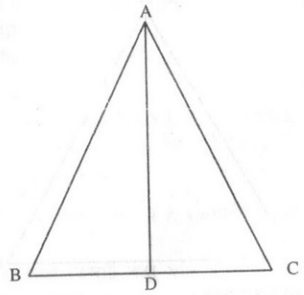
সুতরাং, সমকোণী ত্রিভুজ–ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফলের অর্ধেক।

অতএব, চিত্রে নির্দেশিত সমকোণী ত্রিভুজ–ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \frac{১}{২} \times b \times c$ বর্গ একক

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ–ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল



চিত্রে ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

এই ত্রিভুজের ভূমি BC = a একক।

AB = AC = b একক।

উচ্চতা AD = h একক, (AD $\perp$ BC).

জ্যামিতির আলোচনা হতে আমরা জানি $BD = DC = \frac{a}{২}$

এবং পীথাগোরাসের উপপাদ্যের প্রয়োগে

$AD^২ = AB^২ - BD^২$

সুতরাং $h^২ = b^২ - (\frac{a}{২})^২ = b^২ - \frac{a^২}{৪} = \frac{৪b^২ - a^২}{৪}$

অর্থাৎ, $h = \sqrt{\frac{৪b^২ - a^২}{৪}} = \frac{\sqrt{৪b^২ - a^২}}{২}$

অতএব ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ–ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (বর্গ একক)

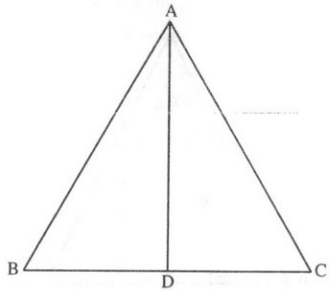
$= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{১}{২} \times a \times \frac{\sqrt{৪b^২ - a^২}}{২}$

$= \frac{a}{৪} \times \sqrt{৪b^২ - a^২}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

সমবাহু ত্রিভুজ-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :



চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

AB = BC = AC = a একক

BC ভূমি সাপেক্ষে উচ্চতা AD = h একক, (AD ⊥ BC).

জ্যামিতিক আলোচনা হতে আমরা জানি,

$$BD = DC = \frac{a}{২}$$

$$AD^২ = AB^২ - BD^২$$

সুতরাং, $h^২ = a^২ - (\frac{a}{২})^২ = a^২ - \frac{a^২}{৪} = \frac{৩a^২}{৪}$

অর্থাৎ, $h = \sqrt{\frac{৩a^২}{৪}} = \frac{\sqrt{৩} \times a}{২}$

অতএব, ABC সমবাহু ত্রিভুজ-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (বর্গ এককে)

$$= \frac{১}{২} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \frac{১}{২} \times a \times \frac{\sqrt{৩} \times a}{২}$$

$$= \frac{\sqrt{৩} \times a^২}{৪}$$

$$= \frac{\sqrt{৩}}{৪} \cdot a^২$$

ত্রিভুজ-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের একটি বিশেষ সূত্র :

ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য জানা থাকলে নিচের সূত্রটি প্রয়োগ করে ত্রিভুজ-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সহজেই পাওয়া যায় ঃ

∴ ত্রিভুজ-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (বর্গ এককে)

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

যেখানে, a, b, c ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য।

এবং ২s = a + b + c (ত্রিভুজের পরিসীমা)।

$$২s = a + b + c$$

$$\therefore \quad s = \frac{a+b+c}{২} \quad [\because s = \text{অর্ধপরিসীমা}]$$

✿ **একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু যদি a, b, c হয় তবে উক্ত সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্যের যোগফলকে এর পরিসীমা বলা হয়। ত্রিভুজের পরিসীমাকে 2s দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

মনে করি, Δ ABC-এর BC = a, CA = b এবং AB = c. শীর্ষবিন্দু A থেকে ভূমি BCএর ওপর AD লম্ব অঙ্কন করি।

মনে করি, BD = x, তাহলে, CD = a – x.

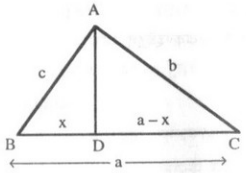
এখন ΔABD ও Δ ACD থেকে পাই,

$AD^2 = AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$

বা, $c^2 - x^2 = b^2 - (a-x)^2$

বা, $2ax = c^2 + a^2 - b^2$

$$\therefore \quad x = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}$$



আবার, $AD^2 = c^2 - x^2$

$$= c^2 - \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)^2$$

$$= \left(c + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)\left(c - \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a}\right)$$

$$= \frac{\{(a+c)^2 - b^2\}\{b^2 - (a-c)^2\}}{4a^2}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{(a+b+c)(a+c-a)(a+b-c)(b+c-a)}{4a^2}$$

$$= \frac{2s(2s-2b)(2s-2c)(2s-2a)}{4a^2} \quad [\text{যেহেতু } 2s = a+b+c]$$

$$= \frac{4s(s-a)(s-b)(s-c)}{a^2}$$

$\therefore$ AD $= \frac{2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{a}$

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{a}$ বর্গ একক

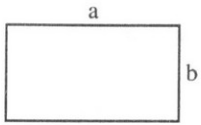
$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক

নোট :

- ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা
- সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{৩}}{৪} a^2$ [a = সমানবাহু]
- সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{a}{৪}\sqrt{8b^2 - a^2}$ [a অসমান বাহু, b সমান বাহু]
- বাগান বা পুকুরের চারিপাশে পথ/রাস্তা থাকলে রাস্তা/পথের দৈর্ঘ্য বাদ দেওয়ার সময় রাস্তা/পথের দৈর্ঘ্যর দ্বিগুণ পরিমাণ বাগানের দৈর্ঘ্য হতে বাদ দিতে হবে।
- মোট ক্ষেত্রফল কে পাথরের ক্ষেত্রফল দ্বারা ভাগ করলে পাথরের সংখ্যা পাওয়া যায়।

আয়তক্ষেত্র

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a একক এবং প্রস্থ বা বিস্তার b একক হইলে,



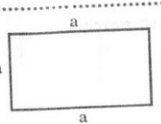
(i) ক্ষেত্রফল = ab বর্গ একক

(ii) পরিসীমা = 2 (a + b) একক

(iii) কর্ণ d একক হলে $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ একক।

বর্গক্ষেত্র

বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু a একক হইলে–



(i) ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ একক

(ii) পরিসীমা = 4a একক

(iii) কর্ণ $d = a\sqrt{2}$ একক।

পরিমিতি

সাধারণ আলোচনা :

১. গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ২. গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$

৩. ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা যথাক্রমে a, b, c হলে, পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$

৪. ঘনবস্তুর আয়তন $= abc$

৫. ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}\, a$

৬. কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ৭. অর্ধগোলকের আয়তন $= \frac{2}{3}\pi r^3$

৮. সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

১। একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা ২৪.৫ বর্গমিটার বেশি। উভয় ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যদি ১৩ মিটার হয় তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন। [৩৪তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a

আমরা জানি, কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}a$

$\therefore \sqrt{2}a = ১৩$

বা, $a = \frac{১৩}{\sqrt{2}} = ৯.২১$ মি.

$\therefore$ বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (৯.২১)^2 = ৮৪.৮২$ বর্গমিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের " $= (৮৪.৮২ - ২৪.৫) = ৬০.৩২$ ব.মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখন, যেহেতু বর্গক্ষেত্রের কর্ণ ও আয়তক্ষেত্রের কর্ণ পরস্পর সমান
সুতরাং বর্গের বাহু আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের সমান

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ = ৬০.৩২

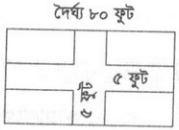
বা, ৯.২১ $\times$ প্রস্থ = ৬০.৩২

বা, প্রস্থ $= \frac{৬০.৩২}{৯.২১}$ = ৬.৫৫ মি.

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৯.২১ মি. ও প্রস্থ = ৬.৫৫ মি.

২। **৮০ ফুট দীর্ঘ এবং ৬০ ফুট বিস্তৃত একটি বাগানের ঠিক মাঝখানে ৫ ফুট বিস্তৃত দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ২টি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গফুট ২৫ টাকা হারে ঐ রাস্তা ঢালাই করতে কত খরচ হবে?** [২৯তম বিসিএস]

সমাধান ঃ



দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য = ৮০ ফুট এবং বিস্তৃতি বা প্রস্থ = ৬০ ফুট।

$\therefore$ (রাস্তাসহ) বাগানের ক্ষেত্রফল = (৮০ $\times$ ৬০) ব.ফুট= ৪,৮০০ বর্গফুট।

বাগানের মাঝে রাস্তা থাকায়,

রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য (৮০ – ৫) ফুট= ৭৫ ফুট

রাস্তাবাদে বাগানের বিস্তৃতি (৬০ – ৫) ফুট= ৫৫ ফুট

$\therefore$ রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (৭৫ $\times$ ৫৫) ব.ফুট= ৪১২৫ বর্গফুট।

অতএব, রাস্তার ক্ষেত্রফল = বাগানের ক্ষেত্রফল – রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল

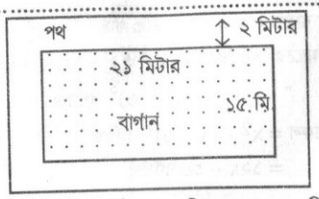
= (৪,৮০০ – ৪১২৫) ব.ফুট = ৬৭৫ বর্গফুট

$\therefore$ রাস্তা ঢালাই করতে মোট খরচ (৬৭৫ $\times$ ২৫) টাকা = ১৬৮৭৫ টাকা

উত্তর : ১৬৮৭৫ টাকা মাত্র।

৩। **একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ২১ মিটার ও প্রস্থ ১৫ মিটার। বাগানের বাইরে একে ঘিরে ২ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। বর্গমিটার প্রতি ৭৫ টাকা দরে পথটিকে ইট দিয়ে বাঁধাতে কত খরচ হবে?** [২৫তম বিসিএস]

সমাধান :



রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = ২১ মিঃ + (২ + ২) মিঃ = ২৫ মিটার
" " বিস্তার = ১৫ মিঃ + (২ + ২) মিঃ = ১৯ মিটার
$\therefore$ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = ২৫ $\times$ ১৯ বঃ মিঃ = ৪৭৫ বঃ মিঃ
রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = ২১ $\times$ ১৫ বর্গ মিটার = ৩১৫ বর্গমিটার
অতএব, রাস্তার ক্ষেত্রফল = ৪৭৫ বঃ মিঃ – ৩১৫ বঃ মিঃ = ১৬০ বঃ মিঃ
$\therefore$ ইট বাঁধানোর মোট খরচ = ১৬০ $\times$ ৭৫ টাকা = ১২০০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় মোট খরচ ১২০০০ টাকা।

উত্তর : ১২০০০ টাকা।

৪। **একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার এবং প্রস্থ ২৪ মিটার। বাগানটির ভিতরে চারিদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?** [২৪তম বিসিএস]

সমাধান : বাগানসহ আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৩২ $\times$ ২৪) ব.মি. = ৭৬৮ বর্গমিটার।

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৩২ – (২ + ২) মিটার
= ২৮ মিটার
এবং " " " প্রস্থ = ২৪ – (২ + ২) মিটার
= ২০ মিটার
" " " ক্ষেত্রফল = (২৮ $\times$ ২০) বর্গমিটার
= ৫৬০ বর্গমিটার
$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৭৬৮ – ৫৬০) বর্গমিটার
= ২০৮ বর্গমিটার

উত্তর : ২০৮ বর্গমিটার।

৫। **বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে ৯ ফুট চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল ৩ একর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে প্রতি গজ ৩.৫০ টাকা হিসাবে কত ব্যয় হবে?** [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি, মাঠের দৈর্ঘ্য = x গজ

$\therefore$ বর্গকারে মাঠের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গগজ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

মাঠের বিতরের রাস্তার প্রস্থ = ৯ ফুট = ৩ গজ

∴ রাস্তা বাদে মাঠের দৈর্ঘ্য/প্রস্থ = $(x - ৩ \times ২) = x - ৬$ গজ

∴ " " " " = $(x - ৬)^২$ বর্গগজ

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $x^2 - (x - ৬)^২$ বর্গগজ

= $১২x - ৩৬$ বর্গগজ

প্রশ্নমতে,

$১২x - ৩৬ = ৩ \times ৪৮৪০$ [∴ ১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ]

বা, $১২x = ১৪৫২০ + ৩৬$

বা, $১২x = ১৪৫৫৬$

∴ $x = ১২১৩$ গজ

রাস্তা বাদে মাঠের দৈর্ঘ্য = $১২১৩ - ৬ = ১২০৭$ গজ

" " " " $৪ \times ১২০৭ = ৪৮২৮$ গজ

∴ বেড়াদিতে মোট খরচ হবে = ৪৮২৮×৩.৫০

= ১৬৮৯৮ টাকা (উ:)

৬ একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান; আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ এবং ক্ষেত্রফল ৭৬৮ বর্গ মিটার। প্রতিটি ৮০ সে. মি. বর্গ আকারের পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধাতে মোট কতটি পাথর লাগবে? [২২তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 'ক' মিটার

অতএব, দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = (৩ক × ক) বর্গমিটার

= $৩ক^২$ বর্গমিটার

শর্তানুসারে,

$৩ক^২ = ৭৬৮$

বা, $ক^২ = \frac{৭৬৮}{৩}$

বা, $ক^২ = ২৫৬$

বা, $ক = \sqrt{২৫৬}$

= ১৬

∴ প্রস্থ ১৬ মিটার

দৈর্ঘ্য = (১৬ × ৩) মিটার

= ৪৮ মিটার

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

= ২ × (৪৮ + ১৬) মিটার

= (২ × ৬৪) মিটার

= ১২৮ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = ১২৮ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{১২৮}{৪}$ মিটার

= ৩২ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(৩২)^২$ বর্গমিটার

= ১০২৪ বর্গমিটার

এখন,

প্রতিটি পাথরের ক্ষেত্রফল = $(৮০ \text{ সে.মি})^২$

= $(০.৮০ \text{ মিটার})^২$

= ০.৬৪০০ বর্গমিটার

∴ পাথরের সংখ্যা = $\frac{১০২৪}{০.৬৪০০}$ = ১৬০০টি

∴ নির্ণেয় পাথরের সংখ্যা = ১৬০০টি।

উত্তর : ১৬০০ টি।

৭। একটি ত্রিভুজের পরিসীমা ৩৬ মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৩ ঃ ৪ ঃ ৫ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [২১তম বিসিএস]

সমাধান : ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে $a = ৩x$; $b = ৪x$; $c = ৫x$

প্রশ্নমতে, $a + b + c = ৩৬$

বা, $৩x + ৪x + ৫x = ৩৬$

বা, $১২x = ৩৬$ ∴ $x = ৩$

বাহু তিনটি যথাক্রমে $a = ৩x = ৩ \times ৩ = ৯$ মি.

$b = ৪x = ৪ \times ৩ = ১২$ মি.

$c = ৫x = ৫ \times ৩ = ১৫$ মি.

ত্রিভুজটির অর্ধ-পরিসীমা S হলে আমরা পাই

$S = \frac{৩৬}{২} = ১৮$ মি.

∴ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ বর্গ একক

= $\sqrt{১৮(১৮ - ৯)(১৮ - ১২)(১৮ - ১৫)}$ বর্গ মিটার

= $\sqrt{১৮ \times ৯ \times ৬ \times ৩}$ বর্গ মিটার

= $\sqrt{২৯১৬}$ বর্গ মিটার

= ৫৪ বর্গ মিটার।

উত্তর : ৫৪ বর্গমিটার।

শুভ নন্দী ০১৩১১ ৬১৩১০৩

৮। বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল ১ হেক্টর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল কত? [২০তম বিসিএস]

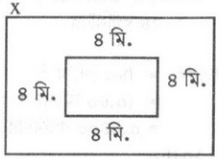
সমাধান : মনে করি, বর্গাকার মাঠের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য = x মি.

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মি.

মাঠের ভিতরে ৪মি. চওড়া একটি রাস্তা আছে।

∴ রাস্তাবাদে প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য = $(x - ৮)$ মি.

∴ রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = $(x - ৮)^২$ বর্গ মিটার



রাস্তার ক্ষেত্রফল = ১ হেক্টর = ১০,০০০ বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে, $x^2 - ১০,০০০ = (x - ৮)^২$

বা, $x^2 - ১০,০০০ = x^2 - ১৬x + ৬৪$

বা, $১৬x = ১০,০০০ + ৬৪$

বা, $x = \frac{১০,০৬৪}{১৬}$

∴ $x = ৬২৯$ মিটার

রাস্তাবাদে প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য = (৬২৯ − ৮) মিটার = ৬২১ মিটার

রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = $(৬২১)^২$

= ৩৮৫৬৪১ বর্গ মিটার

উত্তর : ৩৮৫৬৪১ বর্গ মিটার

৯। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২৪ মিটার এর প্রস্থ ১০ মিটার। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ৬% করে বৃদ্ধি করলে এর ক্ষেত্রফল শতকরা কত বাড়বে? [১৭তম বিসিএস]

সমাধান :

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (২৪ × ১০) বর্গমিটার = ২৪০ বর্গমিটার।

৬% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য হবে (১০০ + ৬)% = ১০৬%

বর্তমান দৈর্ঘ্য ১০০ মিটার হলে পরবর্তী দৈর্ঘ্য ১০৬ মিটার

∴ " " ১ " " " " $\frac{১০৬}{১০০}$ মিটার

∴ " " ২৪ " " " " $\frac{১০৬ \times ২৪}{১০০}$ মিটার= $\frac{৬৩৬}{২৫}$ মিটার

আবার,

বর্তমান প্রস্থ ১০০ মিটার হলে পরবর্তী প্রস্থ ১০৬ মিটার

∴ " " ১ " " " " $\frac{১০৬}{১০০}$ মিটার

∴ " " ১০ " " " " $\frac{১০৬ \times ১০}{১০০}$ মিটার= $\frac{৫৩}{৫}$ মিটার

∴ পরিবর্তীত ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{৬৩৬}{২৫} \times \frac{৫৩}{৫}\right)$ ব.মি.= $\frac{৩৩৭০৮}{১২৫}$ বর্গমিটার

∴ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $\left(\frac{৩৩৭০৮}{১২৫} - ২৪০\right)$ বর্গ মিটার

= $\frac{৩৩৭০৮ - ৩০০০০}{১২৫} = \frac{৩৭০৮}{১২৫}$ বর্গ মিটার

২৪০ বর্গমিটারে বৃদ্ধি পায় = $\frac{৩৭০৮}{১২৫}$ বর্গমিটার

∴ ১ " " " = $\frac{৩৭০৮}{১২৫ \times ২৪০}$ ব.মি.

∴ ১০০ " " "= $\frac{৩৭০৮ \times ১০০}{১২৫ \times ২৪০}$ ব.মি.= $\frac{৩০৯}{২৫}$ ব.মি.= $১২\frac{৯}{২৫}$ ব.মি.

উত্তর : $১২\frac{৯}{২৫}\%$

১০। এক মিটার গভীর একটি বর্গাকার খোলা চৌবাচ্চায় ৪,০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির তলার দৈর্ঘ্য কত? [১৫তম বিসিএস]

সমাধান : চৌবাচ্চার আয়তন = ৪০০০ × ১০০০ ঘ.সে.মি.

ধরি, চৌবাচ্চাটির তলার দৈর্ঘ্য = x সে.মি.

∴ ১০০ × x × x ঘ.সে.মি. = ৪০০০ × ১০০০ ঘ.সে.মি.

বা, $১০০x^2 = ৪০০০ \times ১০০০$

∴ $x^2 = ৪০০০০$

∴ $x = ২০০ = ২$

সুতরাং, চৌবাচ্চার তলার দৈর্ঘ্য = ২২০ সে.মি. = ২ মিটার

উত্তর : ২ মিটার।

১১। ৬০,০০০ বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি জলাধারে দুইটি স্লুইস গেট সংযুক্ত আছে, যারা একত্রে প্রতি মিনিটে ৫,০০০ লিটার পানি নিষ্কাশন করতে পারে। দুই দিন দুই রাত্রি অবিশ্রান্ত বর্ষণের ফলে জলাধারের পানির উচ্চতা ১৫০ মিলিমিটার

শুভ নন্দী ০১৩১১ ৬১৩১০৩

বৃদ্ধি পেল। স্লুইস গেট দুটি খুলে দিলে কতক্ষণে জলাধারের পানির উচ্চতা পূর্বতন পর্যায়ে নেমে আসবে? [১১তম বিসিএস]

সমাধান : ১৫০ মিলিমিটার = $\frac{১৫০}{১০০০}$ মিটার = ০.১৫ মিটার

বর্ধিত পানির আয়তন = ৬০,০০০ × ০.১৫ ঘন মিটার
= ৯,০০০ ঘনমিটার
= ৯০০০ × ১০০ × ১০০ × ১০০ ঘন সে.মি.
= ৯০০০০০০০০০ ঘন সে.মি.
= $\frac{৯০০০০০০০০০}{১০০০}$ লিটার
= ৯০০০০০০ লিটার

৫০০০ লিটার নিষ্কাষিত হয় ১ মিনিটে

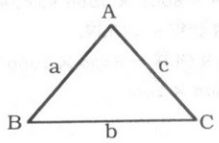
∴ ১ " " " $\frac{১}{৫০০০}$ "

∴ ৯০০০০০০ " " " $\frac{৯০০০০০০ \times ১}{৫০০০}$ "
= ১৮০০ মিনিট
= $\frac{১৮০০}{৬০}$ ঘন্টা = ৩০ ঘন্টা।

উত্তর : ৩০ ঘন্টা।

১২। ত্রিভুজাকৃতির একটি পার্কের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৮, ২৪, ও ৩০ মিটার। প্রতি বর্গমিটারে ১২.৫০ টাকা হিসেবে ঐ পার্কের ঘাস ছাটতে কত খরচ পড়বে? [১০-তম বিসিএস]

সমাধান :



ধরি, ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে a, b ও c
a = ১৮ মিটার, b = ২৪ মিটার এবং c = ৩০ মিটার।

অর্ধপরিসীমা s = $\frac{a + b + c}{২}$ মিটার

= $\frac{১৮ + ২৪ + ৩০}{২}$ মিটার = ৩৬ মিটার

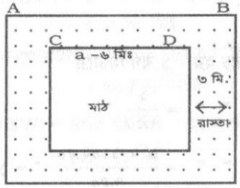
পার্কের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক
= $\sqrt{৩৬(৩৬-১৮)(৩৬-২৪)(৩৬-৩০)}$ বর্গমিটার
= $\sqrt{৩৬ \times ১৮ \times ১২ \times ৬}$ "
= $\sqrt{৬\times৬\times৩\times৬\times৬\times২\times৩\times২}$ "
= $\sqrt{(৬)^২ \times (৬)^২ \times (৩)^২ \times (২)^২}$
= (৬ × ৬ × ৩ × ২) বর্গমিটার = ২১৬ বর্গমিটার

∴ মোট খরচ = ১২.৫ × ২১৬ টাকা = ২৭০০ টাকা

উত্তর : ২৭০০ টাকা।

১৩। বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে ৩ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ৩ হেক্টর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল কত? [নবম বিসিএস]

সমাধান ঃ



মনেকরি,
মাঠের দৈর্ঘ্য AB = a মিটার
∴ মাঠের ক্ষেত্রফল = $a^২$ বর্গ মিটার
রাস্তা বাদে মাঠের দৈর্ঘ্য CD = {a — (৩ + ৩)} মিটার
= (a — ৬) মিটার
∴ রাস্তা বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = $(a - ৬)^২$ বর্গমিটার
= $(a^২ - ১২a + ৩৬)$ "

শর্তানুসারে,
$a^২ - (a^২ - ১২a + ৩৬)$ বর্গমিটার = ৩ হেক্টর
বা, $(a^২ - a^২ + ১২a - ৩৬)$ বর্গমিটার = (৩ × ১০০০০) বর্গ মিটার
বা, ১২a = ৩০০৩৬
∴ a = $\frac{৩০০৩৬}{১২}$ = ২৫০৩

অর্থাৎ, মাঠের দৈর্ঘ্য ২৫০৩ মিটার।
∴ মাঠের ক্ষেত্রফল = (২৫০৩ × ২৫০৩) বর্গমিটার
= ৬২৬৫০০৯ বঃ মিঃ
= ৬২৬৫০ এয়র ৯ বঃ মিঃ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬৪৩১০৩

= ৬২৬ হেক্টর ৫০ এয়র ৯ বঃ মিঃ

∴ রাস্তা বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল

= (৬২৬ হেক্টর ৫০ এয়র ৯ বঃ মিঃ) − ৩ হেক্টর

= ৬২৩ হেক্টর ৫০ এয়র ৯ বঃ মিঃ

অতএব, নির্ণেয় ক্ষেত্রফল ৬২৩ হেক্টর ৫০ এয়র ৯ বঃ মিঃ

উত্তর : ৬২৩ হেক্টর ৫০ এয়র ৯ বর্গমিটার।

গাণিতিক অনুশীলন :

১। **একটি ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫০ টাকা দরে ঘরটির কার্পেট দিয়ে মুড়তে মোট ১১০২.৫০ টাকা ব্যয় হয়। ঘরখানির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

৭.৫০ টাকা খরচ হয় ১ বর্গ মিটারে

∴ ১ " " " $= \frac{১}{৭.৫০}$ "

∴ ১১০২.৫০ " " " $= \frac{১ \times ১১০২.৫০}{৭.৫০}$ " = ১৪৭ বর্গমিটারে

সুতরাং, ঘরের ক্ষেত্রফল ১৪৭ বর্গমিটার।

মনে করি,

বিস্তার = 'ক' মিটার

∴ দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × বিস্তার) বর্গ একক

= (৩ক × ক) বর্গ মিটার = $৩ক^২$ বর্গমিটার

শর্তানুসারে,

$৩ক^২ = ১৪৭$

বা, $ক^২ = \frac{১৪৭}{৩}$

বা, $ক^২ = ৪৯$

∴ $ক = \sqrt{৪৯} = ৭$

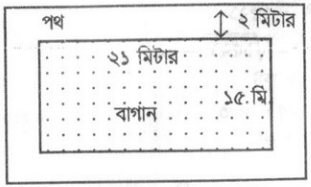
অতএব, বিস্তার ৭ মিটার,

দৈর্ঘ্য = (৩ × ৭) মিটার = ২১ মিটার

উত্তর : দৈর্ঘ্য ২১ মিটার এবং বিস্তার ৭ মিটার।

২। **২১ মিটার দীর্ঘ এবং ১৫ মিটার বিস্তৃত একটি বাগানের বাইরে চারিদিকে ২ মিটার বিস্তৃত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট কত খরচ হবে?**

সমাধান ঃ



রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = ২১ মিঃ + (২ + ২) মিঃ = ২৫ মিটার

" " বিস্তার = ১৫ মিঃ + (২ + ২) মিঃ = ১৯ মিটার

∴ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (২৫ × ১৯) বঃ মিঃ

= ৪৭৫ বঃ মিঃ

∴ রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (২১ × ১৫) বর্গ মিটার

= ৩১৫ বর্গমিটার

অতএব, রাস্তার ক্ষেত্রফল = ৪৭৫ বঃ মিঃ − ৩১৫ বঃ মিঃ

= ১৬০ বঃ মিঃ

∴ ঘাস লাগানোর মোট খরচ = (১৬০ × ২.৭৫) টাকা = ৪৪০.০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় মোট খরচ ৪৪০ টাকা।

উত্তর : ৪৪০ টাকা।

৩। **একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের ৩ গুণ। একে $১\frac{১}{২}$ ফুট বর্গ পাথর দিয়ে বাঁধাতে মোট ২০২৮ খানা পাথর প্রয়োজন। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য মেট্রিক এককে নির্ণয় করুন। (দেয়া আছে ১ ফুট = ৩০.৪৮ সে. মি.)**

সমাধান ঃ

প্রতিখানা পাথরের ক্ষেত্রফল $= ১\frac{১}{২}$ ফুট $\times ১\frac{১}{২}$ ফুট

$= \frac{৩}{২}$ ফুট $\times \frac{৩}{২}$ ফুট $= \frac{৯}{৪}$ বর্গফুট

∴ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= ২০২৮ \times \frac{৯}{৪}$ বর্গফুট = ৪৫৬৩ বর্গফুট

মনে করি,

বিস্তার = 'ক' ফুট

∴ দৈর্ঘ্য = ৩ক "

অতএব, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৩ক × ক) বর্গফুট = $৩ক^২$ বর্গফুট

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

শর্তানুসারে,

$৩ক^২ = ৪৫৬৩$

বা, $ক^২ = \frac{৪৫৬৩}{৩}$

বা, $ক^২ = ১৫২১$

বা, $ক = \sqrt{১৫২১} = ৩৯$

অর্থাৎ, বিস্তার ৩৯ ফুট

$\therefore$ দৈর্ঘ্য = ৩৯ফুট $\times ৩$

= ১১৭ ফুট

দেওয়া আছে,

১ ফুট = ৩০.৪৮ সেঃ মিঃ

$\therefore$ ১১৭ " = ৩০.৪৮ $\times$ ১১৭ "

= ৩৫৬৬.১৬ সেঃ মিঃ

$= \frac{৩৫৬৬.১৬}{১০০}$ মিটার

= ৩৫.৬৬ মিটার (প্রায়)

অতএব, নির্ণেয় দৈর্ঘ্য ৩৫.৬৬ মিটার (প্রায়)।

উত্তর : ৩৫.৬৬ মিটার।

৪। **আয়তকার একটি ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের $১\frac{১}{২}$ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১.৯০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১০২৬০.০০ টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার ২.৫০ টাকা দরে ঐ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হয়?**

সমাধান ঃ

১.৯০ টাকা খরচ হয় ১ বর্গমিটারে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১}{১.৯০}$ "

$\therefore$ ১০২৬০.০০ " " $= \frac{১ \times ১০২৬০.০০}{১.৯০}$ "

$= \frac{১০২৬০০০}{১৯০}$ " = ৫৪০০ বর্গমিটারে

সুতরাং, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫৪০০ বর্গমিটার।

মনে করি,

বিস্তার = 'ক' মিটার

$\therefore$ দৈর্ঘ্য $= \frac{৩ক}{২}$ "

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{৩ক}{২} \times ক\right)$ বর্গমিটার $= \frac{৩ক^২}{২}$ "

শর্তানুসারে,

$\frac{৩ক^২}{২} = ৫৪০০$

বা, $৩ক = ৫৪০০ \times ২$

বা, $ক^২ = \frac{৫৪০০ \times ২}{৩}$

বা, $ক^২ = ৩৬০০$

বা, $ক = \sqrt{৩৬০০} = ৬০$

অতএব, বিস্তার ৬০ মিটার

$\therefore$ দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার $\times \frac{৩}{২} = ৯০$ মিটার

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ $\times$ (দৈর্ঘ্য + বিস্তার)

= ২ $\times$ (৯০ মিটার + ৬০ মিটার)

= ২ $\times$ ১৫০ মিটার = ৩০০ মিটার

সুতরাং, বেড়া দিতে মোট খরচ = ৩০০ $\times$ ২.৫০ টাকা = ৭৫০.০০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় খরচ ৭৫০ টাকা।

উত্তর : ৭৫০ টাকা।

৫। **২০ মিটার দীর্ঘ একটি কামরা কার্পেট দিয়ে মুড়তে ৭৫০০.০০ টাকা খরচ হয়। যদি ঐ কামরাটির প্রস্থ ৪ মিটার কম হত তবে ৬০০০.০০ টাকা কম খরচ হয়। কামরাটির প্রস্থ কত?**

সমাধান ঃ

কামরার দৈর্ঘ্য = ২০ মিটার

প্রস্থ ৪ মিটার কমলে ক্ষেত্রফল কমে = ২০ মিটার $\times$ ৪ মিটার

= ৮০ বর্গ মিটার

ক্ষেত্রফল ৮০ বর্গ মিটার কমার জন্য খরচ কমে = (৭৫০০−৬০০০) টাকা

= ১৫০০ টাকা

১৫০০ টাকা খরচ হয় ৮০ বর্গ মিটারে

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{৮০}{১৫০০}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ ৭৫০০ " " " $= \frac{৮০ \times ৭৫০০}{১৫০০}$ "

= ৪০০ বর্গ মিটার

অতএব, কামরার ক্ষেত্রফল ৪০০ বর্গ মিটার।

দৈর্ঘ্য ২০ মিঃ হলে প্রস্থ $= \frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{দৈর্ঘ্য}} = \frac{৪০০}{২০}$ মিটার

= ২০ মিটার

অতএব, নির্ণেয় প্রস্থ ২০ মিটার।

উত্তর : প্রস্থ ২০ মিটার।

৬। ৪৮ মিটার দীর্ঘ একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের ৩ গুণ। ঐ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,

বিস্তার = 'ক' মিটার

∴ দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

শর্তানুসারে,

৩ক = ৪৮ মিটার

∴ ক $= \frac{৪৮}{৩}$ মিটার = ১৬ মিটার

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + বিস্তার)

= ২ × (৪৮ + ১৬) মিটার

= ২ × ৬৪ মিটার

= ১২৮ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমাও হবে = ১২৮ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= \frac{১২৮}{৪}$ মিটার = ৩২ মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(৩২)^২$ বর্গ মিটার

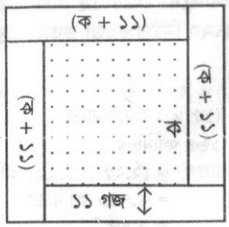
= ১০২৪ বর্গ মিটার

অতএব, নির্ণেয় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০২৪ বর্গমিটার।

উত্তর : ১০২৪ বর্গমিটার।

৭। একটি বর্গাকার বাগানের বহিঃর্দেশ বেষ্টন করে ১১ গজ বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল ৪ একর হয়, তবে বাগানটির পরিসীমা মেট্রিক এককে কত? (দেওয়া আছে ১ ফুট = ৩০.৪৮ সেঃ মিঃ)

সমাধান ঃ



যেহেতু রাস্তার ক্ষেত্রফল ৪ একর। সুতরাং, রাস্তাকে সমান চারভাগে ভাগ করলে প্রত্যেক ভাগের ক্ষেত্রফল ১ একর।

মনে করি,

বাগানের দৈর্ঘ্য 'ক' গজ,

সুতরাং, প্রতিভাগ রাস্তার দৈর্ঘ্য = (ক + ১১) গজ

" " প্রস্থ = ১১ গজ

প্রতিভাগ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (ক + ১১) × ১১ বর্গগজ

শর্তানুসারে,

∴(ক + ১১) × ১১ = ১ একর

বা, (ক + ১১) × ১১ = ৪৮৪০ বর্গগজ

বা, ক + ১১ $= \frac{৪৮৪০}{১১}$ গজ

বা, ক + ১১ = ৪৪০

∴ ক = (৪৪০ − ১১) গজ

= ৪২৯ গজ।

অর্থাৎ বাগানের দৈর্ঘ্য = ৪২৯ গজ

∴ বাগানের পরিসীমা = (৪২৯ × ৪) গজ

= (৪২৯ × ৪ × ৩) ফুট

= (৪২৯ × ৪ × ৩ × ৩০.৪৮) সেঃ মিঃ

= ১৫৬৯১১.০৪ সেন্টিমিটার

= ১৫৬৯.১১০৪ মিটার

= ১৫৬৯.১১ মিটার (প্রায়)।

উত্তর : ১৫৬৯.১১ মিটার (প্রায়)।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৮। **একটি আয়তকার মসজিদের মেঝে ১৫ মিটার দীর্ঘ ও ১১ মিটার প্রশস্ত। ২.২৫ মিটার লম্বা এবং ১.২২ মিটার চওড়া কতটি মাদুর দিয়ে মসজিদের মেঝে ঢাকা যাবে?**

সমাধান ঃ

মেঝের ক্ষেত্রফল = (১৫ × ১১) বর্গমিটার
= ১৬৫ বর্গমিটার

প্রতিখানা মাদুরের ক্ষেত্রফল = (২.২৫ × ১.২২) বর্গমিটার
= ২.৭৫০ বর্গমিটার
= ২.৭৫ ”

∴ মাদুরের সংখ্যা $= \frac{১৬৫}{২.৭৫}$ টি

$= \frac{১৬৫ \times ১০০}{২৭৫}$ টি = ৬০টি

অতএব, নির্ণেয় মাদুরের সংখ্যা ৬০টি।

উত্তর : ৬০টি।

৯। **১২ মিটার বর্গ একটি বর্গাকার মেঝে ৭৫ সেঃ মিটার চওড়া কার্পেট দিয়ে ঢাকতে কত মিটার কার্পেট লাগবে? প্রতি মিটার কার্পেটের দাম ২৭.৭৫ টাকা হলে মোট কত খরচ হবে?**

সমাধান ঃ

বর্গাকার মেঝের ক্ষেত্রফল = $(১২)^২$ বর্গমিটার= ১৪৪ বর্গমিটার

৭৫ সেন্টিমিটার = .৭৫ মিটার

∴ কার্পেটের পরিমাণ $= \frac{১৪৪}{.৭৫}$ মিটার

$= \frac{১৪৪ \times ১০০}{৭৫}$ মিটার

= ১৯২ মিটার

১ মিটারের মূল্য ২৭.৭৫ টাকা

∴ ১৯২ ” ” = (২৭.৭৫ × ১৯২) টাকা

= ৫৩২৮.০০ টাকা

অতএব, কার্পেট প্রয়োজন ১৯২ মিটার ।

টাকা প্রয়োজন ৫৩২৮ টাকা।

উত্তর : কার্পেট লাগবে ১৯২ মিটার, খরচ ৫৩২৮ টাকা।

১০। **একটি কামরার মেঝে কার্পেট দিয়ে মুড়তে মোট ৭২০ টাকা খরচ হয়। কামরাটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা খরচ হয়। কামরাটির প্রস্থ কত?**

সমাধান ঃ

প্রস্থ ৩ মিটারের জন্য খরচ কমে = (৭২০−৫৭৬) টাকা = ১৪৪ টাকা

উভয়ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য সমান থাকায়

১৪৪ টাকা খরচ হয় প্রস্থ ৩ মিটারে

∴ ১ ” ” ” ” $= \frac{৩}{১৪৪}$ ”

∴ ৭২০ ” ” ” ” $= \frac{৩ \times ৭২০}{১৪৪}$ ” = ১৫ মিটারে

অতএব, নির্ণেয় প্রস্থ ১৫ মিটার।

উত্তর : ১৫ মিটার।

১১। **একটি আয়তকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দেড়গুণ। এর ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত?**

সমাধান ঃ

মনে করি,

বিস্তার = ‘ক’ মিটার

∴ দৈর্ঘ্য $= \frac{৩ক}{২}$ ”

অতএব, ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{৩ক}{২} \times ক\right)$ বর্গমিটার $= \frac{৩ক^২}{২}$ বর্গমিটার

শর্তানুসারে,

$\frac{৩ক^২}{২} = ২১৬$

বা, $ক^২ = \frac{২১৬ \times ২}{৩}$

বা, $ক^২ = ১৪৪$

∴ $ক = \sqrt{১৪৪}$

$= ১২$

অর্থাৎ, বিস্তার ১২ মিটার

∴ দৈর্ঘ্য $= \left(১২ \times \frac{৩}{২}\right)$ মিটার = ১৮ মিটার

∴ পরিসীমা = ২ × (দৈর্ঘ্য + বিস্তার)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

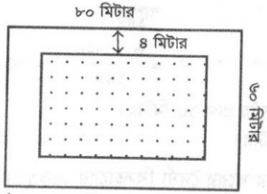
$= ২ \times (১৮ + ১২)$ মিটার

$= ৬০$ মিটার

উত্তর : ৬০ মিটার।

১২। ৮০ মিটার দীর্ঘ ও ৬০ মিটার বিস্তৃত একটি আয়তকার বাগানের ভিতর ৪ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার ৭.২৫ টাকা দরে ঐ পথ বাঁধানোর খরচ কত?

সমাধান ঃ



রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য $= ৮০$ মিটার $- (৪ + ৪)$ মিটার $= ৭২$ মিটার

" " প্রস্থ $= ৬০$ মিটার $-(৪ + ৪)$ মিটার $= ৫২$ মিটার

রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল $= (৮০ \times ৬০)$ বর্গ মিটার $= ৪৮০০$ বর্গমিটার

রাস্তাবাদে " " $= (৭২ \times ৫২)$ বর্গমিটার

$= ৩৭৪৪$ বর্গ মিটার

অতএব, রাস্তার ক্ষেত্রফল $= ৪৮০০$ বর্গমিটার $- ৩৭৪৪$ বর্গমিটার

$= ১০৫৬$ বর্গ মিটার

১ বর্গ মিটারে খরচ ৭.২৫ টাকা

$\therefore$ ১০৫৬ " " $= (৭.২৫ \times ১০৫৬)$ টাকা

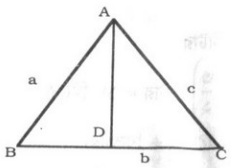
$= ৭৬৫৬.০০$ টাকা

$\therefore$ নির্ণেয় খরচ ৭৬৫৬ টাকা

উত্তর : ৭৬৫৬ টাকা।

১৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর পরিমাণ যথাক্রমে ১৩ মিটার, ১৪ মিটার ও ১৫ মিটার। ১৪ মিটার বাহুর উপর বিপরীত কৌণিক বিন্দু হতে অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত হবে?

সমাধান ঃ



ধরি, ত্রিভুজের তিনটি বাহু হলো a, b ও c.

$a = ১৩$ মিটার $b = ১৪$ মিটার, $c = ১৫$ মিটার হলে

পরিসীমার অর্ধেক $(s) = \frac{a+b+c}{২}$ মিটার

$= \frac{১৩ + ১৪ + ১৫}{২}$ মিটার

$= \frac{৪২}{২}$ মিটার $= ২১$ মিটার

বাহুগুলো অসমান হলে,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গমিটার

$= \sqrt{২১(২১-১৩)(২১-১৪)(২১-১৫)}$ বর্গমিটার

$= \sqrt{২১ \times ৮ \times ৭ \times ৬}$ "

$= \sqrt{৩ \times ৭ \times ২ \times ২ \times ২ \times ৭ \times ২ \times ৩}$ "

$= \sqrt{২^২ \times ২^২ \times ৩^২ \times ৭^২}$ "

$= ২ \times ২ \times ৩ \times ৭$ "

$= ৮৪$ বর্গ মিটার

আমরা জানি,

$\frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $=$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

বা, $\frac{১}{২} \times BC \times AD = ৮৪$ বর্গমিটার $[\because BC =$ ভূমি, $AD =$ লম্ব$]$

বা, $\frac{১}{২} \times ১৪$ মিটার $\times AD = ৮৪$ "

বা, $AD = \frac{৮৪}{৭}$ মিটার

$= ১২$ মিটার

অতএব, নির্ণেয় লম্বের দৈর্ঘ্য ১২ মিটার।

উত্তর : ১২ মিটার।

১৪। ২.৫ মিটার গভীর একটি বর্গাকৃতি খোলা চৌবাচ্চায় ২৮,৯০০ লিটার পানি ধরে। এর ভিতরের দিকে সীসার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে?

সমাধান ঃ

পানির ক্ষেত্রে.

১ লিটার $= ১০০০$ ঘনসেন্টিমিটার

$\therefore$ ২৮৯০০ " $= (১০০০ \times ২৮৯০০)$ ঘনসেন্টিমিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

= ২৮৯০০০০০ ঘনসেন্টিমিটার

চৌবাচ্চার গভীরতা = ২.৫ মিটার = ২.৫ × ১০০ সেন্টিমিটার
= ২৫০ সেন্টিমিটার

∴ চৌবাচ্চার তলার ক্ষেত্রফল = $\frac{২৮৯০০০০০}{২৫০}$ বর্গ সেন্টিমিটার
= ১১৫৬০০ বর্গসেন্টিমিটার

চৌবাচ্চাটি বর্গাকৃতি হওয়ায় একদিকের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{১১৫৬০০}$ সেন্টিমিটার
= ৩৪০ সেন্টিমিটার
= ৩.৪ মিটার

অতএব, চৌবাচ্চার তলার ক্ষেত্রফল = $(৩.৪)^২$ বর্গমিটার
= ১১.৫৬ ”

উপরের এক পার্শ্বের ক্ষেত্রফল = (৩.৪ × ২.৫) = ৮.৫০ বর্গমিটার
” চার ” ” = (৪ × ৮.৫০) বর্গমিটার = ৩৪.০০ বর্গমিটার

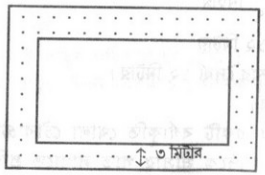
∴ চৌবাচ্চার মোট আয়তন = তলার ক্ষেত্রফল + চার পার্শ্বের ক্ষেত্রফল
= (১১.৫৬ + ৩৪) বর্গমিটার
= ৪৫.৫৬ বর্গমিটার

মোট খরচ = (৪৫.৫৬ × ১২.৫০) টাকা
= ৫৬৯.৫০০০ টাকা
= ৫৬৯.৫০ টাকা

উত্তর : ৫৬৯.৫০ টাকা।

১৫। **একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার হলে, পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ



পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬০ × ৪০) বর্গমিটার
= ২৪০০ বর্গমিটার

পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য = {৬০ + (৩ + ৩)} মিটার
= (৬০ + ৬) মিটার = ৬৬ মিটার

পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = {৪০ + (৩ + ৩)} মিটার

= (৪০ + ৬) মিটার = ৪৬ মিটার

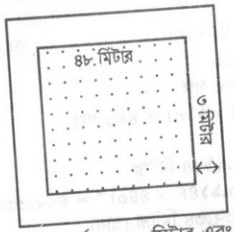
∴ পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬৬ × ৪৬) বর্গমিটার
= ৩০৩৬ বর্গমিটার

∴ পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল = (৩০৩৬ − ২৪০০) বর্গমিটার
= ৬৩৬ বর্গমিটার।

উত্তর : ৬৩৬ বর্গমিটার।

১৬। **একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার এবং প্রস্থ ৩২ মিটার ৮০ সে. মি.। ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?**

সমাধান ঃ



দেওয়া আছে, আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৪৮ মিটার এবং
প্রস্থ = ৩২ মিটার ৮০ সে. মি. বা, ৩২.৮০ মিটার

∴ আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৪৮ × ৩২.৮০) বর্গমিটার
= ১৫৭৪.৪০ বর্গমিটার

রাস্তাসহ আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = {৪৮ + (৩ + ৩)} মিটার
= (৪৮ + ৬) মিটার
= ৫৪ মিটার

রাস্তাসহ আয়তকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = {৩২.৮০ + (৩ + ৩)} মিটার
= (৩২.৮০ + ৬) মিটার
= ৩৮.৮০ মিটার

∴ রাস্তাসহ আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৫৪ × ৩৮.৮০) বর্গমিটার
= ২০৯৫.২০ বর্গমিটার।

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (২০৯৫.২০ − ১৫৭৪.৪০) বর্গমিটার
= ৫২০.৮০ বর্গমিটার।

অতএব, নির্ণেয় রাস্তার ক্ষেত্রফল ৫২০.৮০ বর্গমিটার।

উত্তর : ৫২০.৮০ মিটার।

১৭। **আয়তকার একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ একর এবং এর দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?**

সমাধান ঃ

ক্ষেত্রফল = ১০ একর

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

= (১০× ৪৮৪০) বর্গগজ [∵ ১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ]
= ৪৮৪০০ বর্গগজ

মনে করি,

প্রস্থ = x গজ

∴ দৈর্ঘ্য = 8x গজ

প্রশ্নমতে,

$8x \times x = ৪৮৪০০$

বা, $8x^2 = ৪৮৪০০$

বা, $x^2 = \frac{৪৮৪০০}{8}$

বা, $x^2 = ১২১০০$

বা, $x^2 = \sqrt{১২১০০}$

বা, $x = ১১০$

অর্থাৎ, প্রস্থ = ১১০ গজ

∴ দৈর্ঘ্য = (8 × ১১০) = ৪৪০ গজ

আমরা জানি,

১ গজ = ০.৯১৪৪ মিটার

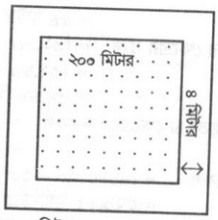
∴ ৪৪০ " = (০.৯১৪৪ × ৪৪০) " = ৪০২.৩৩৬০ "
= ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)

অতএব, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)।

উত্তর : ৪০২.৩৪ মিটার।

১৮। একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০০ মিটার এবং এর বাইরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান ঃ



বর্গাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০০ মিটার

∴ বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(২০০)^২$ বর্গমিটার
= ৪০০০০ বর্গমিটার

রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = {২০০ + (৪ × ২)} মিটার
= (২০০ + ৮) মিটার
= ২০৮ মিটার

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(২০৮)^২$ বর্গমিটার
= ৪৩২৬৪ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৪৩২৬৪ − ৪০০০০) বর্গমিটার = ৩২৬৪ বর্গমিটার।

অতএব, নির্ণেয় রাস্তার ক্ষেত্রফল ৩২৬৪ বর্গমিটার।

উত্তর : ৩২৬৪ বর্গমিটার।

১৯। একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার। এর ভূমি ১৮ মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$\frac{১}{২} \times$ ভূমি × উচ্চতা = ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

বা, $\frac{১}{২} \times ১৮ \times$ উচ্চতা = ২১৬

বা, ৯ × উচ্চতা = ২১৬

বা, উচ্চতা = $\frac{২১৬}{৯}$

বা, উচ্চতা = ২৪

∴ নির্ণেয় উচ্চতা ২৪ মিটার।

উত্তর : ২৪ মিটার।

২০। একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার। প্রস্থ ১.২৫ মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান ঃ

চৌবাচ্চায় পানি ধরে = ৮০০০ লিটার

∴ চৌবাচ্চার আয়তন = ৮০০০ × ১০০০ ঘন সে. মি.
[∵ ১ লিটার =১০০০ ঘন সে. মি]
= ৮০০০০০০ ঘন সে. মি.

চৌবাচ্চার গভীরতা বা উচ্চতা = ২.৫৬ মিটার
= ২.৫৬ × ১০০ সে. মি.
= ২৫৬.০০ সে. মি.

চৌবাচ্চার প্রস্থ = ১.২৫ মিটার
= ১.২৫ × ১০০ সে. মি
= ১২৫.০০ সে. মি

আমরা জানি,

দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা = আয়তন

বা, দৈর্ঘ্য = $\frac{\text{আয়তন}}{\text{প্রস্থ} \times \text{উচ্চতা}}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, দৈর্ঘ্য $= \frac{৮০০০০০০}{১২৫ \times ২৫৬}$ সে. মি. = ২৫০ সে. মি. = ২.৫ মিটার

∴ নির্ণেয় দৈর্ঘ্য = ২.৫ মিটার।

উত্তর : ২.৫ মিটার।

২১। লোহা পানির তুলনায় ৭.৫ গুণ ভারি। একখন্ড লোহার পাত ৩ মিটার লম্বা, ২ মিটার চওড়া ও ১ সে. মি. পুরু। লোহার পাতের ওজন কত?

সমাধান ঃ

লোহার পাত লম্বা = ৩ মিটার = (৩ × ১০০) সে.মি = ৩০০ সে. মি.

লোহার পাত চওড়া = ২ মিটার = (২ × ১০০) সে.মি. = ২০০ সে. মি.

লোহার পাত পুরু = ১ সে . মি.

আমরা জানি,

আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

∴ লোহার পাতটির আয়তন = (৩০০ × ২০০ × ১) ঘন সে. মি.

= ৬০০০০ ঘন সে. মি.

আমরা জানি,

১ ঘন সে. মি পানির ওজন = ১ গ্রাম

∴ ৬০০০০ " " " " = (১ × ৬০০০০) "

= ৬০০০০ গ্রাম

লোহার পাতটির সমান আয়তনের পানির ওজন ৬০০০০ গ্রাম

যেহেতু লোহার ওজন পানির তুলনায় ৭.৫ গুণ ভারি।

∴ লোহার পাতটির ওজন = (৬০০০০ × ৭.৫) গ্রাম

= ৪৫০০০০ গ্রাম

= ৪৫০ কে. জি

অতএব, নির্ণেয় লোহার পাতের ওজন ৪৫০ কেজি।

উত্তর : ৪৫০ কেজি।

২২। $২\frac{১}{২}$ বিঘা পরিমাণ একখন্ড জমির সমপরিমাণ অপর এক খন্ড আয়তাকার জমির এক পাশের দৈর্ঘ্য $১\frac{১}{২}$ রশি হলে তার আর এক পাশের দৈর্ঘ্য কত মিটার। (দেওয়া আছে ১ ফুট = ৩০.৪৮ সে.মি.)।

সমাধান :

জমির ক্ষেত্রফল $= ২\frac{১}{২}$ বিঘা $= \left(\frac{৫}{২} \times ১৬০০\right)$ বর্গগজ = ৪০০০বর্গগজ।

আয়তাকার জমির এক পাশের দৈর্ঘ্য $= ১\frac{১}{২}$ রশি $= \left(\frac{৩}{২} \times ৪০\right)$ গজ

= ৬০ গজ।

∴ আয়তাকার জমির অপর পাশের দৈর্ঘ্য

$= \frac{৪০০০}{৬০}$ গজ $= \frac{২০০}{৩}$ গজ = ২০০ ফুট।

কিন্তু আমরা জানি,

১ ফুট = ৩০.৪৮ সে.মি.

∴ ২০০ ফুট $= \frac{৩০৪৮ \times ২০০}{১০০ \times ১০০}$ মিটার

= ৬০.৯৬ মিটার

অতএব, আয়তাকার জমির অপর পাশের দৈর্ঘ্য = ৬০.৯৬ মিটার

উত্তর : ৬০.৯৬ মিটার।

২৩। **একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল ১ বিঘা ১৩ কাঠা ১২ ছটাক এবং এর দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। ঐ জমির চারদিকে বেড়া দিতে প্রতি মিটারে ১.২৫ টাকা হিসাবে কত খরচ হবে? (দেওয়া আছে ১ ফুট = ৩০.৪৮ সে.মি.)।**

সমাধান :

মনে করি, প্রস্থ = ক

∴ দৈর্ঘ্য = ৩ক

জমির মোট ক্ষেত্রফল = ১ বিঘা ১৩ কাঠা ১২ ছটাক

= (১৬০০ + ৮০ × ১৩ + ১২ × ৫) বর্গগজ

= (১৬০০ + ১০৪০ + ৬০) বর্গগজ

= ২৭০০ বর্গগজ।

প্রশ্নমতে, ১ বিঘা = ১৬০০ বর্গগজ

ক × ৩ক = ২৭০০ ১ কাঠা = ৮০ বর্গগজ

বা, ৩ক^২ = ২৭০০ ১ ছটাক = ৫ বর্গগজ

বা, ক^২ = ৯০০

বা, ক = ৩০

∴ আয়তাকার জমির প্রস্থ = ৩০ গজ

এবং দৈর্ঘ্য = (৩০ × ৩) গজ = ৯০ গজ।

∴ জমির পরিসীমা = ২(৯০ + ৩০) গজ = ২৪০ গজ = ২৪০ × ৩ ফুট

= ২৪০ × ৩ × ৩০.৪৮ সে.মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{২৪০ \times ৩ \times ৩০.৪৮}{১০০} \text{ মি.}$$

∴ প্রতি মিটার ১.২৫ টাকা হিসাবে জমির চারদিকে বেড়া দেওয়ার খরচ

$$= \frac{২৪০ \times ৩ \times ৩০.৪৮}{১০০} \times ১.২৫ \text{ টাকা}$$

= ২৭৪.৩২ টাকা ।

উত্তর : ২৭৪.৩২ টাকা।

২৪। বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে ৯ ফুট চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল ৩ একর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে প্রতি মিটার ৩.৫০ টাকা হিসাবে কত ব্যয় হবে? (দেওয়া আছে ১ ফুট = ৩০.৪৮ সে.মি.)

সমাধান ঃ

মনে করি, মাঠের দৈর্ঘ্য = 'ক' গজ

৯ ফুট = ৩ গজ

রাস্তাবাদে মাঠের দৈর্ঘ্য = (ক − ৬) গজ

সম্পূর্ণ মাঠের ক্ষেত্রফল = ক^২ বর্গগজ

রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = (ক − ৬)^২

= (ক^২ − ১২ক + ৩৬)

রাস্তার ক্ষেত্রফল = ক^২ − (ক^২ − ১২ক + ৩৬)

= ক^২ − ক^২ + ১২ক − ৩৬

= ১২ক − ৩৬

শর্তানুসারে ১২ক − ৩৬ = ৩ × ৪৮৪০

বা, ১২ক − ৩৬ = ১৪৫২০

বা, ১২ক = ১৪৫২০ + ৩৬

বা, ১২ক = ১৪৫৫৬

অতএব, ক = $\frac{১৪৫৫৬}{১২}$ = ১২১৩ গজ

রাস্তাবাদে মাঠের দৈর্ঘ্য = ১২১৩ গজ − ৬ গজ

= ১২০৭ গজ

মাঠের পরিসীমা = (১২০৭ × ৪) গজ

= (১২০৭ × ৪ × ৩) ফুট

= ১৪৪৮৪ ফুট

= ১৪৪৮৪ × ৩০.৪৮ সে.মি.

= ৪৪১৪৭২.৩২ সে.মি.

$$= \frac{৪৪১৪৭২৩২}{১০০} \text{ মি.}$$

= ৪৪১৪.৭২ মি. (প্রায়)

∴ মোট খরচ = ৪৪১৪.৭২ মি. × ৩.৫০ টাকা

= ১৫৪৫১.৫২ টাকা

উত্তর : ১৫৪৫১.৫২ টাকা।

২৫। একটি মসজিদের মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া। ৪ মি. লম্বা ও ২.৫ মি. চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেটি সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে। প্রতিটি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?

সমাধান ঃ

মেঝের ক্ষেত্রফল = (২৬ × ২০) = ৫২০ বর্গমিটার

প্রতিটি মাদুরের ক্ষেত্রফল = ৪ × ২.৫০ = ১০ বর্গমিটার

অতএব, মাদুরের সংখ্যা = $\frac{৫২০}{১০}$ = ৫২টি

একটি মাদুরের মূল্য = ২৭.৫০ টাকা

∴ ৫২টি মাদুরের মূল্য = ২৭.৫০ × ৫২ = ১৪৩০.০০ টাকা।

উত্তর : মাদুর ৫২টি, মোট খরচ ১৪৩০.০০ টাকা।

২৬। ত্রিভুজাকৃতি একটি জমির তিন দিকের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩০০ মি, ৪০০ মি. ও ৫০০ মি.। যদি ঐ জমির বার্ষিক খাজনা ৩৮.৭৬ টাকা হয়, তবে প্রতি হেক্টর জমির খাজনা কত?

সমাধান ঃ

a = ৩০০ মি., b = ৪০০ মি., c = ৫০০ মি. হলে পরিসীমার

অর্ধেক s = $\frac{a + b + c}{২} = \frac{৩০০ + ৪০০ + ৫০০}{২}$ মি. = ৬০০ মি.

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$বর্গ একক

= $\sqrt{৬০০(৬০০ - ৩০০)(৬০০ - ৪০০)(৬০০ - ৫০০)}$ব.মি.

= $\sqrt{৬০০ \times ৩০০ \times ২০০ \times ১০০}$ ব. মি.

= $\sqrt{৩ \times ২ \times ১০০ \times ৩ \times ১০০ \times ২ \times ১০০ \times ১০০}$ব. মি.

= $\sqrt{(৩)^২ \times (২)^২ \times (১০০)^২ \times (১০০)^২}$ব. মি.

= ৩ × ২ × ১০০ × ১০০ ব. মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

= ৬০০০০ বর্গ মিটার

= ৬০০ এয়র = ৬ হেক্টর

৬ হেক্টরের খাজনা = ৩৮.৭৬ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৩৮.৭৬}{৬}$ " = ৬.৪৬ টাকা

অতএব নির্ণেয় খাজনা = ৬.৪৬ টাকা

উত্তর : ৬.৪৬ টাকা।

২৭। একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ভূমি ১২০ মি. ও উচ্চতা ৮০ মি.। যদি ঐ জমির বার্ষিক খাজনা ৭২.০০ টাকা হয়, তবে প্রতি এয়রের খাজনা কত?

সমাধান ঃ

ভূমি ১২০ মি ও উচ্চতা ৮০ মি. হলে,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{১}{২} \times ১২০ \times ৮০$ বর্গ মিটার

= ৪৮০০ ব. মি. = ৪৮ এয়র [১ এয়র = ১০০ ব.মি.]

৪৮ এয়রের খাজনা = ৭২ টাকা

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৭২}{৪৮} = ১\frac{১}{২}$ টাকা = ১.৫০ টাকা

উত্তর : ১.৫০ টাকা।

২৮। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতি জমির ভূমি ২৪ মি. এবং সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ২০ মি.। জমির ক্ষেত্রফল কত? একটি ফুলের চারার জন্য ৪ বর্গমিটার পরিমিত জায়গা লাগলে ঐ জমিতে কয়টি চারা লাগানো যাবে?

সমাধান ঃ

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুর একটি বাহু ২০ মি. হলে অন্য বাহুটিও ২০ মি. হবে।

সুতরাং তিনটি বাহু যথাক্রমে ২০ মি., ২০ মি. ও ২৪ মি. হবে।

a = ২০ মি., b = ২০ মি., c = ২৪ মি. হলে পরিসীমার

অর্ধেক $(S) = \frac{a + b + c}{২} = \frac{২০ + ২০ + ২৪}{২}$

$= \frac{৬৪}{২}$ মি. = ৩২ মি.

জমির ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

$= \sqrt{৩২(৩২ - ২০)(৩২ - ২০)(৩২ - ২৪)}$ বর্গ মি.

$= \sqrt{৩২ \times ১২ \times ১২ \times ৮}$ বর্গ মি.

$= \sqrt{২ \times ২ \times ৮ \times ১২ \times ১২ \times ৮}$ বর্গ মি.

$= \sqrt{(২)^২ \times (৮)^২ \times (১২)^২}$

= ২ × ৮ × ১২ ব. মি. = ১৯২ বর্গ.মি.

চারার সংখ্যা $= \frac{১৯২}{৪} = ৪৮$টি

উত্তর ঃ ১৯২ বর্গ মিটার, ৪৮টি।

বিকল্প নিয়মে,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{৪}\sqrt{8a^2 - b^2}$ = ভূমি, b = ২৪ মিটার

সমান বাহু a = ২০ মিটার

$= \frac{২৪}{৪}\sqrt{৪ \times (২০)^২ - (২৪)^২}$

= ৬ × ৩২ = ১৯২ বর্গমিটার

$\therefore$ চারার সংখ্যা $= \frac{১৯২}{৪} = ৪৮$টি

উত্তর ঃ ১৯২ বর্গ মিটার, ৪৮টি।

২৯। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ ১০% হ্রাস করা হলে ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন শতকরা কত হবে?

সমাধান ঃ

ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০০ একক

" প্রস্থ ৫০ "

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১০০×৫০

= ৫০০০ বর্গএকক

১০% বৃদ্ধিতে দৈর্ঘ্য হবে = ১০০ + ১০০ এর ১০%

$= ১০০ + ১০০ \times \frac{১০}{১০০}$

= ১০০ + ১০ = ১১০ একক।

১০% হ্রাসে প্রস্থ হবে = ৫০ − ৫০ এর ১০%

$= ৫০ - ৫০ \times \frac{১০}{১০০}$

= ৫০ − ৫ = ৪৫ একক।

$\therefore$ পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = ১১০ × ৪৫ ব.একক

= ৪৯৫০ বর্গএকক।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস = ৫০০০ − ৪৯৫০ = ৫০ বর্গএকক।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৫০০০ বর্গএককে ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় ৫০ বর্গএকক

∴ ১ " " " " $\frac{৫০}{৫০০০}$ "

∴ ১০০ " " " " $\frac{৫০ \times ১০০}{৫০০০}$ " = ১ বর্গএকক

উত্তর ঃ ক্ষেত্রফল হ্রাস ১% পায়।

৩০। **একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৮ মিটার এবং প্রস্থ ৪ মিটার। এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেন্টিমিটার?**

সমাধান : আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = ৮ মিটার

= (৮ × ১০০) সে. মি. [১০০ সে. মি. = ১ মিটার]

= ৮০০ সে. মি.

এবং প্রস্থ = ৪ মিটার

= (৪ × ১০০) সে. মি.

= ৪০০ সে. মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= (৮০০ × ৪০০) বর্গ সে. মি.

= ৩,২০,০০০ বর্গ সে. মি.

∴ বাগানের ক্ষেত্রেফল ৩,২০,০০০ বর্গ সেন্টিমিটার।

উত্তর : ৩,২০,০০০ বর্গ সেন্টিমিটার।

৩১। **একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৯০০ বর্গমিটার এবং দৈর্ঘ্য ৩৬ মিটার। ক্ষেত্রটির প্রস্থ কত?**

সমাধান : আমরা জানি, ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

∴ প্রস্থ = ক্ষেত্রফল ÷ দৈর্ঘ্য

= (৯০০ ÷ ৩৬) মিটার = ২৫ মিটার

উত্তর : ২৫ মিটার।

৩২। **একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি ২০ মিটার এবং উচ্চতা ১৫ মিটার ৫০ সেন্টিমিটার হলে, এর ক্ষেত্রফর নির্ণয় কর।**

সমাধান : এখানে,

ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি = ২০ মিটার

∴ " " উচ্চতা = ১৫ মিটার ৫০ সে. মি.

$= \left(১৫ + \frac{৫০}{১০০}\right)$ মি.

$= \frac{১৫০০ + ৫০}{১০০}$ মিটার

$= \frac{১৫৫০}{১০০}$ মিটার $= \frac{৩১}{২}$ মিটার

আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি × উচ্চতা

$= \left(\frac{১}{২} \times ২০ \times \frac{৩১}{২}\right)$ বর্গমিটার

= (৫ × ৩১) বর্গমিটার

= ১৫৫ বির্গমিটার

উত্তর : ১৫৫ বর্গমিটার।

৩৩। **সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারি। আয়তাকার একটি সোনার বারের দৈর্ঘ্য ৮.৮ সেন্টিমিটার, প্রস্থ ৬.৪ সেন্টিমিটার এবং উচ্চতা ২.৫ সেন্টিমিটার। সোনার বারের ওজন কত?**

সমাধান ঃ সোনার বারের আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা) ঘন একক

= (৮.৮ × ৬.৪ × ২.৫) ঘন সে. মি

= ১৪০.৮ ঘন সে. মি.

আমরা জানি, ১ ঘন সে. মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম

∴ ১৪০.৮ " " " = (১ × ১৪০.৮) গ্রাম = ১৪০.৮

সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারি।

∴ ১৪০.৮ ঘন সে. মি. সোনার ওজন = (১৪০.৮ × ১৯.৩) গ্রাম = ২৭১৭.৪৪ গ্রাম

∴ নির্ণেয় সোনার বারের ওজন ২৭১৭.৪৪ গ্রাম।

উত্তর : ২৭১৭.৪৪ গ্রাম

৩৪। **একটি ঘরের. দৈর্ঘ্য ২০ মিটার, প্রস্থ ১৫ মিটার ৫০ সে. মি. এবং উচ্চতা ৪ মিটার।** ঘরটির আয়তন কত?

সমাধান : এখানে, ঘরটির দৈর্ঘ্য = ২০ মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রস্থ = ১৫ মিটার ৫০ সে. মি.

$= \left(১৫ + \frac{৫০}{১০০}\right)$ মি.

= ১৫ মিটার + ০.৫ মি. = ১৫.৫ মিটার

এবং উচ্চতা = ৪ মিটার

∴ ঘনটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা) ঘন একক

= (২০ × ১৫.৫ × ৪) ঘন মিটার

$= \left(২০ \times \frac{১৫৫}{১০} \times ৪\right)$ ঘন মিটার

= (২ × ১৫৫ × ৪) ঘন মিটার = ১২৪০ ঘন মিটার

উত্তর ঃ ঘরটির আয়তন ১২৪০ ঘন মিটার।

৩৫। **একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং উচ্চতা ৩ মিটার। এ চৌবাচ্চাটি পানি দ্বারা পূর্ণ হলে, চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি আছে এবং পানির ওজন কত?**

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = ৫ মিটার

= (৫ × ১০০) সে. মি. = ৫০০ সে. মি

" প্রস্থ = ৪ মিটার

= (৪ × ১০০) সে. মে. = ৪০০ সে. মি.

" উচ্চতা = ৩ মিটার

= (৩ × ১০০) সে. মি. = ৩০০ সে. মি

∴ চৌবাচ্চাটির আয়তন = (৫০০ × ৪০০ × ৩০০) ঘন সে. মি.

= ৬০০০০০০০ ঘন সে. মি.

১০০০ ঘন সে. মি. = ১ লিটার

∴ ১ " $= \frac{১}{১০০০}$ "

∴ ৬০০০০০০০ ঘন সে. মি. $= \frac{৬০০০০০০০}{১০০০}$ লিটার

= ৬০০০০ লিটার

∴ চৌবাচ্চাটিতে ৬০০০০ লিটার পানি আছে

আবার, ১ লিটার পানির ওজন = ১ কিলোগ্রাম

∴ ৬০,০০০ " " = (১ × ৬০,০০০) কিলোগ্রাম

= ৬০,০০০ কিলোগ্রাম

∴ চৌবাচ্চাটিতে ৬০,০০০ লিটার পানি আছে এবং পানির ওজন ৬০,০০০ কিলোগ্রাম।

উত্তর : ৬০,০০০ লিটার এবং ৬০,০০০ কিলোগ্রাম।

জনমিতি

কিছু সূত্র :

স্থূল জন্মহার (Crude Birth Rate) $= \frac{B}{P} \times ১০০০$

স্থূল মৃত্যুহার (Crude Death Rate) $= \frac{D}{P} \times ১০০০$

স্বাভাবিক বৃদ্ধির হার (Natural Growth Rate)

$= \frac{B - D}{P} \times ১০০০ = CBR - CDR$

এখানে,

B = Birth Rate (১ বছরে)

D = Death Rate (১ বছরে)

P = Total Population

স্বাভাবিক বৃদ্ধির হারকে শতকরায় প্রকাশ করতে হলে ১০ দিয়ে ভাগ করতে হয়।

জনসংখ্যা দ্বিগুণ হওয়ার সময় নির্ণয় :

উচ্চতর গণিত ব্যবহার করে জানা যায় কোন দেশে শতকরা জনসংখ্যা বৃদ্ধি প্রকৃত হার ১ হলে ঐ দেশের জনসংখ্যা দ্বিগুণ হতে সময় লাগে ৭০ বছর। ঐ হার ২ হলে সময় লাগে (৭০ ÷ ২) = ৩৫ বছর।

শিশুমৃত্যুর হার (Infant Mortality Rate) $= \frac{D_{০-১}}{P_{০-১}} \times ১০০০$।

সাধারণ প্রজনন ক্ষমতার হার (Fertility Rate) $= \frac{B}{F_{১৫-৪৯}} \times ১০০০$।

এখানে,

$P_{০-১}$ = ১ বছরে জন্মগ্রহণকারী শিশু

$D_{০-১}$ = ১ বছরে মৃত্যুমুখে পতিত ০–১ বছরের বয়সের শিশু

$F_{১৫-৪৯}$ = ১৫–৪৯ বছরের মহিলার সংখ্যা, শিশুর সংখ্যা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

শিশু মৃত্যুর হার :

শিশু মৃত্যুর হার সাধারণত প্রতি হাজারে প্রকাশ করা হয়, অর্থাৎ প্রতি এক হাজার জীবন্ত জন্মগ্রহণকারী শিশুর মধ্যে এক বছরে কতজন মারা যায়, শিশু মৃত্যুর হার তা প্রকাশ করে।

নির্ভরশীল অনুপাত :

১৪ বছর ও তার নিম্ন বয়সের ছেলেমেয়ে উপার্জন করতে পারে না বলে ধরা হয়। এ বয়সের ছেলেমেয়েদের তাই অন্যের উপর নির্ভরশীল ধরা হয়। অনুরূপভাবে ৬৪ বছরের বেশি বয়সের জনসংখ্যাকেও নির্ভরশীল ধরা হয়, কারণ ঐ বয়সে সাধারণত মানুষের কার্যক্ষমতা হ্রাস পায়।

একটি দেশের নির্ভরশীল জনসংখ্যার আধিক্য সে দেশের অনগ্রসরতার লক্ষণ, বিশেষ করে যে দেশে ছোট ছোট শিশুর সংখ্যার আধিক্য ঘটে, সে দেশে জীবনযাত্রার মান নিচু হয়। নির্ভরশীল অনুপাত সাধারণত শতকরায় প্রকাশ করা হয়।

যদি $P_{০-১৪}$ দিয়ে ১৪ বছরের কম বয়সের জনসংখ্যা, $P_{৬৪+}$ দিয়ে ৬৪ বছরের অধিক বয়সের জনসংখ্যা এবং $P_{১৫-৬৪}$ দিয়ে ১৫ থেকে ৬৪ বছর বয়স পর্যন্ত জনসংখ্যা বোঝায়, তবে নির্ভরশীল অনুপাত d কে নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা যায়।

$$d = \frac{P_{০-১৪} + P_{৬৪+}}{P_{১৫-৬৪}} \times ১০০।$$

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্ন

১। **একটি শহরের জনসংখ্যা প্রতি বছর শতকরা ৪ জন করে বৃদ্ধি পায় এবং ঐ শহরে জনসংখ্যা ছিল ২০০০০০০ জন। ৩ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?**

[৩৪তম, ২৯তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

বছরের প্রথমে জনসংখ্যা ১০০ জন হলে,

৪% বৃদ্ধিতে বছরের শেষে জনসংখ্যা হয় (১০০ + ৪) = ১০৪ জন।

অতএব,

১০০ জন বৃদ্ধি পেয়ে বছরের শেষে হয় ১০৪ জন

$\therefore$ ১ " " " " " " $= \frac{১০৪}{১০০}$ "

$\therefore$ ২০০০০০০ " " " " " $= \frac{১০৪}{১০০} \times ২০০০০০০$ জন

সুতরাং, তৃতীয় বছর শেষে জনসংখ্যা হবে $\left(\frac{১০৪}{১০০}\right)^৩ \times ২০০০০০০$ জন

$= ১.১২৪৮৬৪ \times ২০০০০০০$ "

$= ২২৪৯৭২৮$ জন

অতএব, নির্ণেয় জনসংখ্যা ২২৪৯৭২৮ জন।

উত্তর : ২২৪৯৭২৮ জন।

বিকল্প নিয়মে,

সমাধান : আমরা জানি,

কোন বছরের জনসংখ্যা p এবং প্রতি বছর জনসংখ্যা শতকরা r করে বৃদ্ধি পেলে n সংখ্যক বছরের শেষে জনসংখ্যা হবে $p = (১ + \frac{r}{১০০})^n$

এখানে, p জনসংখ্যা = ২০,০০০০০

r বৃদ্ধির হার ৪

বৃদ্ধির হার r = ৪

৩ বছর পর জনসংখ্যা হবে $= ২০.০০০০০ \left(১ + \frac{১০০+৪}{১০০}\right)^৩$ জন

$= ২০.০০০০০ \left(\frac{১০০+৪}{১০০}\right)^৩$ জন

$= \frac{২০.০০০০০ \times ১০৪ \times ১০৪ \times ১০৪}{১০০ \times ১০০ \times ১০০}$ জন

$= ২ \times ১০৪ \times ১০৪ \times ১০৪$ জন

$= ২২৪৯৭২৮$

উত্তর: ২২৪৯৭২৮ জন।

গাণিতিক অনুশীলনী

১। **কোন গ্রামের জনসংখ্যা ৮% বৃদ্ধি পাওয়ায় ২১৬০০ জন হল। পূর্বে ঐ গ্রামের জনসংখ্যা কত ছিল?**

সমাধান ঃ

পূর্বে গ্রামের জনসংখ্যা ১০০ জন হলে,

৮% বৃদ্ধিতে, বর্তমান জনসংখ্যা (১০০ + ৮) জন = ১০৮ জন

বর্তমান জনসংখ্যা ১০৮ জন হলে পূর্ব জনসংখ্যা ১০০ জন

শুভ নন্দী ০১২১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ " " ১ " " " " $= \frac{১০০}{১০৮}$ "

$\therefore$ " " ২১৬০০ " " " " $= \frac{১০০ \times ২১৬০০}{১০৮}$ "

$= ২০,০০০$ জন

অতএব, ঐ গ্রামে পূর্বে জনসংখ্যা ছিল ২০,০০০ জন।

উত্তর : ২০,০০০ জন।

২। কোন শহরে জনসংখ্যা প্রতিবছর শতকরা ৮ জন করে বৃদ্ধি পায়। বর্তমানে ঐ শহরের জনসংখ্যা ৫০০০০ জন। ২ বছর পরে ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান ঃ

বছরের প্রথমে জনসংখ্যা ১০০ জন হলে,

৮% বৃদ্ধিতে বছরের শেষে জনসংখ্যা হয় (১০০ + ৮) জন = ১০৮ জন।

অতএব,

১০০ জন বৃদ্ধি পেয়ে প্রথম বছরের শেষে হয় ১০৮ জন

$\therefore$ ১ " " " " " " " $= \frac{১০৮}{১০০}$ "

$\therefore ৫০০০০$ " " " " " " " $= \frac{১০৮}{১০০} \times ৫০০০০$ "

সুতরাং, দ্বিতীয় বছর শেষে লোকসংখ্যা হবে $\left(\frac{১০৮}{১০০}\right)^২ \times ৫০০০০$ জন

$= ১.১৬৬৪ \times ৫০০০০$ "

$= ৫৮৩২০$ জন

অতএব, নির্ণেয় জনসংখ্যা ৫৮৩২০ জন।

উত্তর : ৫৮৩২০ জন।

৩। বাংলাদেশের ১৯৮১ সালে শিশু মৃত্যুর হার ১৩৯ হলে, শতকরায় এই হার কত?

সমাধান :

১০০০ জীবন্ত শিশু জন্মগ্রহণ করলে ১ বছরে মৃত্যুবরণ করে ১৩৯ জন

$\therefore$ ১ " " " " ১ " " " $\frac{১৩৯}{১০০০}$ "

$\therefore$ ১০০ " " " " ১ " " " $\frac{১৩৯ \times ১০০}{১০০০}$ "

বা ১৩.৯ জন

অতএব, শিশু মৃত্যুর হার প্রায় ১৪%।

উত্তর : ১৪%।

৪। পৃথিবীতে $P_{-১৪}$ মোট জনসংখ্যার ৩৫%, $P_{৬৪+}$ মোট জনসংখ্যা ৬% এবং $P_{১৫-৬৪}$ মোট জনসংখ্যার ৫৯%। পৃথিবীতে নির্ভরশীল অনুপাত কত?

সমাধান :

$$d = \frac{৩৫ + ৬}{৫৯} \times ১০০$$

$= ৬৯$ (প্রায়)

৫। উন্নত জগতে $P_{-১৪}$ ঐ অঞ্চলের জনসংখ্যার ২৪%, $P_{৬৪+}$ ঐ অঞ্চলের জনসংখ্যার ১১% হলে সে অঞ্চলে নির্ভরশীল অনুপাত কত?

সমাধান :

$$d = \frac{২৪ + ২১}{৬৫} \times ১০০ = ৫৪ \text{ (প্রায়)}$$

৬। একটি অঞ্চলের ১৫ থেকে ৪৯ বয়সের নারীর সংখ্যা বছরের মধ্য সময়ে ছিল ৪১.৬ মিলিয়ন এবং উক্ত নারী দ্বারা এক বছরের মধ্যে জন্মদান করা জীবন্ত শিশুর সংখ্যা ছিল ৪.২৫ মিলিয়ন। ঐ অঞ্চলের সাধারণ প্রজনন প্রবণতার হার কত ছিল?

সমাধান :

$$\text{নির্ণেয় হার} = \frac{৪.২৫}{৪১.৬} \times ১০০০$$

$= ১০২$ (প্রায়)।

৭। ঢাকা শহরের লোকসংখ্যা ৩৫ লক্ষ। এ শহরে জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ হলে, ২ বছর পরে ঢাকা শহরের লোকসংখ্যা কত হবে?

সমাধান ঃ

১০০০ জনে বৃদ্ধি পায় = ৩০ জন

১ " " " $= \frac{৩০}{১০০০}$

বা, $\frac{৩}{১০০}$ জন

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বর্তমানে ১ জন লোক হলে ১ বছর পর লোকসংখ্যা = $\left(১ + \frac{৩}{১০০}\right)$ জন

২ বছর পর মোট লোকসংখ্যা = বর্তমান লোকসংখ্যা $\times \left(১ + \frac{৩}{১০০}\right)^{২}$ জন

$= ৩৫০০০০০ \times \left(\frac{১০৩}{১০০}\right)^{২}$ জন

$= \frac{৩৫০০০০০ \times ১০৩ \times ১০৩}{১০০ \times ১০০}$ জন

$= ৩৫০ \times ১০৬০৯$

$= ৩৭১৩১৫০$ জন

অতএব নির্ণেয় লোকসংখ্যা = ৩৭১৩১৫০ জন।

উত্তর : ৩৭১৩১৫০ জন।

৮। কোন বছরে একটি গ্রামের লোকসংখ্যা ১২% বাড়ে। বছরের শেষে লোকসংখ্যা ৩৩৬০ হলে, বছরের শুরুতে লোকসংখ্যা কত ছিল?

সমাধান : ১২% বৃদ্ধিতে লোকসংখ্যা হয় = (১০০ + ১২) = ১১২

বছর শেষে লোকসংখ্যা ১১২ হলে শুরুতে ১০০ ছিল

∴ " " " ১ " " $\frac{১০০}{১১২}$ "

∴ " " " ৩৩৬০ " " $\frac{১০০ \times ৩৩৬০}{১১২}$

$= ৩০০০$ জন

উত্তর : ৩০০০ জন।

৯। কোনো গ্রামের জনসংখ্যার মধ্যে পুরুষের সংখ্যা ৫৫%। ঐ গ্রামের পুরুষের সংখ্যা ১,১০০ হলে ঐ গ্রামের মোট জনসংখ্যা কত?

যুক্তি ঃ৫৫ জন পুরুষ ১০০ জনের মধ্যে

∴ ১ " " $\frac{১০০}{৫৫}$ " "

∴ ১১০০ " " $\frac{১০০ \times ১১০০}{৫৫}$

$= ২০০০$ জন।

উত্তর ঃ ঐ গ্রামের লোকসংখ্যা ২,০০০ জন।

বিবিধ প্রশ্ন
Miscellancous

১। একটি সংখ্যার সাথে তার $\frac{১}{৫}$ অংশ যোগ করলে ৪২ হয়। সংখ্যাটি কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

পূর্ণ সংখ্যাটি = ক

সুতরাং , ক -এর $\frac{১}{৫}$ অংশ $= \frac{ক}{৫}$

শর্তানুসারে, $ক + \frac{ক}{৫} = ৪২$

বা, $\frac{৫ক + ক}{৫} = ৪২$

বা, $\frac{৬ক}{৫} = ৪২$

∴ $ক = \frac{৪২ \times ৫}{৬} = ৩৫$

∴ নির্ণেয় সংখ্যা ৩৫।

উত্তর : ৩৫।

২। একটি সাঁতারের পুলের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার এবং প্রস্থ ১০ মিটার। গভীর এবং অগভীর প্রান্তে পানির গভীরতা যথাক্রমে তিন মিটার এবং এক মিটার। পুলটির ভিতরের পানির আয়তন নির্ণয় করুন। [১৩-তম বিসিএস]

সমাধান :

গভীর প্রান্তে পানির গভীরতা ৩ মিটার

অগভীর প্রান্তে পানির গভীরতা ১ মিটার

∴ পানির গড় গভীরতা $= \frac{৩ + ১}{২} = \frac{৪}{২} = ২$ মিটার

সাঁতারের পুলের পানির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= ৩০ \times ১০ \times ২$ ঘনমিটার

$= ৬০০$ ঘনমিটার।

উত্তর : ৬০০ ঘনমিটার।

৩। **এক ব্যক্তি তার টাকার $\frac{৭}{১২}$ অংশ ব্যয় করে দেখল যে তার কাছে যে টাকা রয়েছে তার $\frac{১}{১২}$ অংশ ৯৮০ টাকার সমান। ঐ ব্যক্তির কত টাকা ছিল?**

সমাধান ঃ

মনে করি,

সম্পূর্ণ টাকা= ক

$\therefore$ লোকটি ব্যয় করেন $= ক$ এর $\frac{৭}{১২}$ অংশ $= \frac{৭ক}{১২}$ টাকা।

অবশিষ্ট রয়েছে $= \left(ক - \frac{৭ক}{১২}\right)$ টাকা

$= \left(\frac{১২ক - ৭ক}{১২}\right)$ " $= \frac{৫ক}{১২}$ টাকা।

শর্তানুসারে, $\frac{৫ক}{১২}$ এর $\frac{১}{১২} = ৯৮০$

বা, $\frac{৫ক}{১৪৪} = ৯৮০$

বা, $৫ক = ৯৮০ \times ১৪৪$

$\therefore ক = \frac{৯৮০ \times ১৪৪}{৫}$

$= ১৯৬ \times ১৪৪ = ২৮২২৪$

$\therefore$ নির্ণেয় টাকার পরিমাণ = ২৮২২৪ টাকা।

উত্তর : ২৮২২৪ টাকা।

৪। **একটি অভিনয় থিয়েটারে মোট ৩০০ জন দর্শক উপস্থিত ছিলেন। তাদের মধ্যে কয়েকজন ৬০ টাকার টিকিট কিনেন এবং অবশিষ্ট জন ৫০ টাকার টিকিট কিনেন। মোট প্রাপ্তি ১৫,৮০০ টাকা হইলে কতগুলো কমদামী টিকিট বিক্রি হয়েছিল?** [১৩-তম বিসিএস]

সমাধান : ধরি, ৫০ টাকার টিকিট কেনে ক জন

$\therefore$ ৬০ " " " $(৩০০ - ক)$ জন

প্রশ্নমতে, $৫০ \times ক + (৩০০ - ক) \times ৬০ = ১৫৮০০$

বা, $৫০ক + ১৮০০০ - ৬০ক = ১৫৮০০$

বা, $-১০ক = -২২০০$;

বা, $ক = ২২০$

$\therefore$ কমদামি টিকেট বিক্রয় হয়েছিল= ২২০টি।

উত্তর : ২২০টি।

৫। **যদি লোহার ওজন পানির ওজনের ৭.৫ গুণ হয় তবে ৩.৪ মিটার দীর্ঘ ২.৫ মিটার প্রস্থ এবং ১ সেঃ মিঃ পুরু এক খন্ড লোহার পাতের ওজন কত কিলোগ্রাম?**

সমাধান ঃ

লোহার পাতের,

দৈর্ঘ্য = ৩.৪ মিটার = ৩.৪×১০০ সেন্টিমিটার = ৩৪০ সেন্টিমিটার

প্রস্থ = ২.৫ " = ২.৫×১০০ " = ২৫০ "

পুরুত্ব = ১ সে.মি.

অতএব, লোহার পাতের আয়তন = $(৩৪০ \times ২৫০ \times ১)$ ঘন সেন্টিমিটার

= ৮৫০০০ ঘন সেন্টিমিটার

আমরা জানি,

১০০০ ঘন সেন্টিমিটার পানির ওজন = ১ কিলোগ্রাম

$\therefore$ ১ " " " " $= \frac{১}{১০০০}$ "

$\therefore$ ৮৫০০০" " " " $= \frac{১ \times ৮৫০০০}{১০০০}$ " = ৮৫ কিলোগ্রাম।

লোহার পাতের ওজন পানির ওজনের ৭.৫ গুণ হওয়ায়

লোহার পাতের ওজন = সম-আয়তন পানির ওজন $\times$ ৭.৫

= ৮৫ কিলোগ্রাম $\times$ ৭.৫

= ৬৩৭.৫ কিলোগ্রাম

অতএব, নির্ণেয় লোহার পাতের ওজন ৬৩৭.৫ কিলোগ্রাম।

উত্তর : ৬৩৭.৫ কিলোগ্রাম।

৬। **ক ও খ এর মাসিক আয়ের গড় ৩২৫ টাকা। খ ও গ এর মাসিক আয়ের গড় ৩৫৫ টাকা এবং ক ও গ এর মাসিক আয়ের গড় ৩১৪ টাকা হলে তাদের প্রত্যেকের মাসিক আয় কত?**

সমাধান ঃ

(ক + খ) এর মাসিক আয়ের যোগফল = (৩২৫×২) টাকা = ৬৫০ টাকা

(খ + গ) " " " " = (৩৫৫×২) টাকা = ৭১০ "

(ক + গ) " " " " = (৩১৪×২) টাকা = ৬২৮ "

(যোগ করে), ২ (ক+খ+গ) এর মাসিক আয়ের যোগফল = ১৯৮৮ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ (ক + খ + গ) " " " " $= \frac{১৯৮৮}{২}$ টাকা

$= ৯৯৪$ টাকা

ক এর মাসিক আয় = (ক + খ + গ) এর মাসিক আয় − (খ + গ) এর মাসিক আয়

= ৯৯৪ টাকা − ৭১০ টাকা = ২৮৪ টাকা।

খ এর মাসিক আয় = ৯৯৪ টাকা − ৬২৮ টাকা

= ৩৬৬ টাকা

গ এর " " = ৯৯৪ টাকা − ৬৫০ টাকা

= ৩৪৪ টাকা

সুতরাং, ক এর আয় ২৮৪ টাকা, খ এর আয় ৩৬৬ টাকা

এবং গ এর আয় ৩৪৪ টাকা।

উত্তর : ক ২৮৪ টাকা, খ ৩৬৬ টাকা এবং গ ৩৪৪ টাকা।

৭। **পিতা ও পাঁচ পুত্রের বয়সের গড়, মাতা ও পাঁচ পুত্রের বয়সের গড় অপেক্ষা ২ বছর ৬ মাস বেশি। পিতার বয়স ৫৫ বছর হলে মাতার বয়স কত?**

সমাধান ঃ

২ বছর ৬ মাস $= ২\frac{৬}{১২}$ বছর $= \frac{৫}{২}$ বছর

মনে করি,

মাতা ও পাঁচ পুত্রের বয়সের গড় = 'ক' বছর।

তাহলে পিতা ও " " " " $= \left(ক + \frac{৫}{২}\right)$ বছর।

আমরা পাই,

পিতার বয়স + পাঁচ পুত্রের মোট বয়স $= \left(ক + \frac{৫}{২}\right)$ বছর $\times ৬$

$= \left(৬ক + \frac{৫ \times ৬}{২}\right)$ বছর

$= (৬ক + ১৫)$ বছর

সুতরাং, পাঁচ পুত্রের বয়স = (৬ক + ১৫) বছর − পিতার বয়স

= (৬ক + ১৫ − ৫৫) বছর

= (৬ক − ৪০) বছর

মাতা + পাঁচ পুত্রের বয়স = ক × ৬ বছর

= ৬ক বছর

$\therefore$ মাতার বয়স = ৬ক বছর − পাঁচ পুত্রের বয়স

= ৬ক − (৬ক − ৪০)

= ৬ক − ৬ক + ৪০ = ৪০ বছর

অতএব, নির্ণেয় মাতার বয়স ৪০ বছর।

উত্তর : ৪০ বছর।

৮। **১ লিটার পানির ওজন কত গ্রাম?**

সমাধান ঃ

১ লিটার পানির আয়তন = ১০০০ ঘন সেন্টিমিটার।

আমরা জানি,

১ ঘন সেন্টিমিটার পানির ওজন = ১ গ্রাম

$\therefore$ ১০০০ " " " " = (১ × ১০০০) গ্রাম

= ১০০০ গ্রাম।

অতএব, ১ লিটার পানির ওজন ১০০০ গ্রাম।

উত্তর : ১০০ গ্রাম।

৯। **একটি জমির দৈর্ঘ্য ১৪৫ মিটার এবং বিস্তার ৮৪ মিটার। জমির ক্ষেত্রফল একরে এবং এয়রে প্রকাশ করুন?**

সমাধান ঃ

জমির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × বিস্তার

= (১৪৫ × ৮৪) বর্গমিটার = ১২১৮০ বর্গ মিটার।

আমরা জানি,

১০০ বর্গমিটার = ১ এয়র

১২১৮০ " $= \frac{১২১৮০}{১০০}$ এয়র = ১২১.৮ এয়র

আবার,

৪০৪৭ বর্গমিটার = ১ একর

$\therefore$ ১ " $= \frac{১}{৪০৪৭}$ "

$\therefore$ ১২১৮০ " $= \frac{১ \times ১২১৮০}{৪০৪৭}$ " = ৩.০০৯ একর = ৩ একর (প্রায়)

অতএব, নির্ণেয় জমির ক্ষেত্রফল ৩ একর বা ১২১.৮ এয়র।

উত্তর : ক্ষেত্রফল ৩ একর বা ১২১.৮ এয়র।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০। যদি ১ গ্যালন পানির ওজন ১০ পাউন্ড এবং ১ কিলোগ্রাম $২\frac{১}{৫}$ পাউন্ডের সমান হয়, তাহলে ১ গ্যালন পানির ওজন কত ঘন সেন্টিমিটার হবে?

সমাধান ঃ

$২\frac{১}{৫}$ পাউন্ড $= \frac{১১}{৫}$ পাউন্ড

$\frac{১১}{৫}$ পাউন্ড $= ১$ কিলোগ্রাম

$\therefore$ ১ " $= \frac{১ \times ৫}{১১}$ কিলোগ্রাম

$\therefore$ ১০ " $= \frac{১ \times ৫ \times ১০}{১১}$ "

$= \frac{৫০}{১১}$ কিলোগ্রাম $= \frac{৫০ \times ১০০০}{১১}$ গ্রাম $= \frac{৫০০০০}{১১}$ গ্রাম।

যেহেতু ১ গ্যালন পানির ওজন ১০ পাউন্ড,

সুতরাং ১ গ্যালন পানির ওজন $= \frac{৫০০০০}{১১}$ গ্রাম

$= ৪৫৪৫.৪৫$ গ্রাম।

আমরা জানি,

১ গ্রাম ওজনের পানির আয়তন ১ ঘন সেন্টিমিটার

$\therefore$ ৪৫৪৫.৪৫ " " " $= ৪৫৪৫.৪৫$ "

অতএব, নির্ণেয় ১ গ্যালন পানির আয়তন ৪৫৪৫.৪৫ ঘনসেন্টিমিটার।

উত্তর : ৪৫৪৫.৪৫ ঘনসেন্টিমিটার।

১১। একটি ক্লাশে ৩০ জন ছাত্র ছিল। ঐ ক্লাশের ১ জন ছাত্র অন্য স্কুলে চলে গেল এবং অন্য স্কুল হতে ১৫ বছর বয়সের একজন ছাত্র এসে ভর্তি হল, ফলে তাদের গড় বয়স ১ মাস কমে গেল। চলে যাওয়া ছাত্রটির বয়স কত ছিল?

সমাধান ঃ

মনে করি,

চলে যাওয়া ছাত্রসহ ৩০ জন ছাত্রের বয়সের গড় = 'ক' বছর

প্রথম ৩০ জন ছাত্রের বয়সের সমষ্টি = ক×৩০ বছর

= ৩০ক বছর।

আবার, ১ মাস বা $\frac{১}{১২}$ বছর কমে যাওয়ায়,

১৫ বছর বয়স্ক ছাত্রসহ ৩০ জনের বয়সের গড় $= \left(ক - \frac{১}{১২}\right)$ বছর

১৫ বছর বয়স্ক ছাত্রসহ ৩০ জনের বয়সের সমষ্টি $= \left(ক - \frac{১}{১২}\right) \times ৩০$ "

$= \left(৩০ক - \frac{১}{১২} \times ৩০\right)$ বছর

$= \left(৩০ক - \frac{৫}{২}\right)$ বছর

$\therefore$ ১৫ বছর বয়স্ক ছাত্র বাদে ২৯ জন ছাত্রের বয়স $= \left(৩০ক - \frac{৫}{২} - ১৫\right)$ বছর

$= \left(৩০ক - ১৭\frac{১}{২}\right)$ বছর

চলে যাওয়া ছাত্রের বয়স + ২৯ জন ছাত্রের বয়স = ৩০ক বছর

$\therefore$ চলে যাওয়া ছাত্রের বয়স = ৩০ক বছর − ২৯ জন ছাত্রের বয়স

$= ৩০ক - \left(৩০ক - ১৭\frac{১}{২}\right)$ "

$= ৩০ক - ৩০ক + ১৭\frac{১}{২}$ "

$= ১৭\frac{১}{২}$ বছর $= ১৭$ বছর ৬ মাস

$\therefore$ নির্ণেয় চলে যাওয়া ছাত্রের বয়স ১৭ বছর ৬ মাস।

উত্তর : ১৭ বছর ৬ মাস।

১২। একজন বালক কোন স্থানে ঘন্টায় ৫ মাইল বেগে হেঁটে গেল কিন্তু ঐ একই পথে ফেরার সময় ঘন্টায় তার বেগ ছিল ৩ মাইল। যাতায়াতে তার গড় বেগ ঘন্টায় কত মাইল ছিল?

সমাধান ঃ

যাওয়ার সময় ৫ মাইল যায় ১ ঘন্টায়

$\therefore$ " " ১ " " $= \frac{১}{৫}$ "

আবার,

আসার সময় ৩ মাইল আসে ১ ঘন্টায়

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ " " ১ " " $= \frac{১}{৩}$ "

সুতরাং,

২ মাইল যাতায়াতে সময় লাগে $= \left(\frac{১}{৫} + \frac{১}{৩}\right)$ ঘন্টা

$= \frac{৩ + ৫}{১৫}$ ঘন্টা $= \frac{৮}{১৫}$ ঘন্টা

$\frac{৮}{১৫}$ ঘন্টার গড় বেগ = ২ মাইল

∴ ১ " " " $= \frac{২ \times ১৫}{৮}$ মাইল

$= \frac{১৫}{৪}$ মাইল

$= ৩\frac{৩}{৪}$ মাইল

অতএব, নির্ণেয় বালকটির ঘন্টায় বেগ $৩\frac{৩}{৪}$ মাইল।

উত্তর : $৩\frac{৩}{৪}$ মাইল/ঘন্টা।

১৩। ৪ খানা চেয়ার ও ৫ খানা টেবিলের মূল্য ১১১০ টাকা এবং ৫ খানা চেয়ার ও ৪ খানা টেবিলের মূল্য ১০৫০ টাকা। প্রতিখানা টেবিল ও চেয়ারের মূল্য কত?

সমাধান ঃ

৪ খানা চেয়ার + ৫ খানা টেবিল –এর মূল্য = ১১১০ টাকা। .....(১)

৫ খানা চেয়ার + ৪ খানা টেবিল –এর মূল্য = ১০৫০ টাকা .....(২)

(১) কে ৫ এবং (২) কে ৪ দ্বারা গুণ করে পাই–

২০ খানা চেয়ার + ২৫ খানা টেবিল এর মূল্য = ৫৫৫০ টাকা।

২০ খানা চেয়ার + ১৬ খানা টেবিল এর মূল্য = ৪২০০ টাকা

(বিয়োগ করে) ৯ খানা টেবিলের মূল্য = ১৩৫০ টাকা

∴ ১ " " " $= \frac{১৩৫০}{৯}$ "

= ১৫০ টাকা

∴ ৫ " " " = ১৫০ টাকা × ৫

= ৭৫০ টাকা

∴ ৪ খানা চেয়ারের মূল্য = (১১১০ – ৭৫০) টাকা

= ৩৬০ টাকা।

∴ ১ " " " $= \frac{৩৬০}{৪}$ টাকা

= ৯০ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় প্রতিটি টেবিলের দাম ১৫০ টাকা, প্রতিটি চেয়ারের দাম ৯০ টাকা।

উত্তর : প্রতিটি টেবিলের দাম ১৫০ টাকা এবং চেয়ারের দাম ৯০ টাকা।

১৪। ১ ঃ ৭ অনুপাতে দুই প্রকার দ্রব্য মিলিয়ে প্রতি লিটার দ্রব্যের মূল্য ৭.২০ টাকা হল। যদি প্রথম প্রকার দ্রব্যের মূল্য লিটার প্রতি ১১.৪০ টাকা হয় তবে দ্বিতীয় প্রকার দ্রব্যের প্রতি লিটারের মূল্য কত হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,

প্রথম প্রকার দ্রব্যের পরিমাণ = ১x লিটার = x লিটার

এবং দ্বিতীয় " " " = ৭x লিটার।

মোট পরিমাণ = ৭x + x = ৮x লিটার।

মিশ্রিত দ্রব্য ১ লিটারের দাম = ৭.২০ টাকা

" " ৮x " " = (৭.২০ × ৮x) টাকা

= ৫৭.৬০x টাকা

প্রথম প্রকার দ্রব্যের ১ লিটারের দাম = ১১.৪০ টাকা

" " " x " " = (১১.৪০ × x) টাকা

= ১১.৪০x টাকা

∴ দ্বিতীয় প্রকার দ্রব্যের ৭x লিটারের দাম = (৫৭.৬০x – ১১.৪০x) টাকা

= ৪৬.২০x টাকা

∴ " " " ১ " " $= \frac{৪৬.২০x}{৭x}$ টাকা

= ৬.৬০ টাকা

অতএব, নির্ণেয় মূল্য ৬.৬০ টাকা।

উত্তর : ৬.৬০ টাকা।

১৫। দেখান যে, যে কোন বিজোড় সংখ্যার বর্গকে ৮ দিয়ে ভাগ দিলে ভাগশেষ সবসময় ১ থাকবে।

সমাধান ঃ

মনে করি,

২x – ১ একটি বিজোড় সংখ্যা

$\therefore$ $(2x - 1)$ এর বর্গ $= (2x + 1)^2$

$= 8x^2 - 8x + 1$

$= 8x(x - 1) + 1$

এখানে, $8x(x - 1)$ সংখ্যাটি নিঃসন্দেহে ৪ দ্বারা বিভাজ্য। $x(x - 1)$ রাশিটি x এবং $(x - 1)$ দুটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা। সুতরাং এদের মধ্যে অবশ্যই একটি জোড় সংখ্যা আছে এবং $x(x - 1)$ রাশিটি ২ দ্বারা বিভাজ্য।

$\therefore$ $8x(x - 1)$ রাশিটি $8 \times 2 = 8$ দ্বারা বিভাজ্য।

সুতরাং, $8x(x - 1) + 1$ সংখ্যাটিকে ৮ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকবে।

অতএব, যেকোন বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গকে ৮ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকবে।

১৬। যে কোন সংখ্যক মুরগী ও কয়েকটি গরুর পায়ের সংখ্যা তাদের মাথার সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা ১০ বেশী। গরুর সংখ্যা কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

মুরগীর সংখ্যা = xটি

$\therefore$ মুরগীর পায়ের সংখ্যা = $2x$টি

আবার ধরি, গরুর সংখ্যা = yটি।

তাহলে গরুর পায়ের সংখ্যা = $y \times 4 = 4y$টি

আমরা পাই,

xটি মুরগী ও yটি গরুর মাথার সংখ্যা = $(x + y)$টি

মাথার সংখ্যার দ্বিগুণ $= 2(x + y)$

$= (2x + 2y)$ টি

শর্তানুসারে,

$(2x + 4y) = (2x + 2y) + 10$

বা, $(2x + 4y) - (2x + 2y) = 10$

বা, $2x + 4y - 2x - 2y = 10$

বা, $2y = 10$

$\therefore$ $y = \frac{10}{2} = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় গরুর সংখ্যা ৫টি।

উত্তর : ৫টি।

১৭। ১৫০০ টাকা ক, খ এবং গ এর মধ্যে এরূপে ভাগ করে দিন যেন গ, খ এর $\frac{৩}{৭}$ অংশ পায় এবং খ, ক এর ০.৩৫ অংশ পায়। কে কত টাকা পায়?

সমাধান ঃ

গ এর অংশ = খ এর অংশের $\frac{৩}{৭}$

বা, $\frac{\text{গ এর অংশ}}{\text{খ এর অংশ}} = \frac{৩}{৭}$

সুতরাং গ ঃ খ = ৩ ঃ ৭

আবার, খ এর অংশ = ক এর অংশের ০.৩৫

বা, $\frac{\text{খ এর অংশ}}{\text{ক এর অংশ}} = \frac{৩৫}{১০০} = \frac{৭}{২০}$

বা, $\frac{\text{খ}}{\text{ক}} = \frac{৭}{২০}$

সুতরাং, খ ঃ ক = ৭ ঃ ২০

$\therefore$ ক ঃ খ ঃ গ = ২০ ঃ ৭ ঃ ৩

অনুপাত রাশিগুলোর যোগফল = ২০ + ৭ + ৩ = ৩০

এখন আনুপাতিক অংশ = ১৫০০ টাকার $\frac{১}{৩০}$ = ৫০ টাকা।

ক পায় = ১৫০০ $\times \frac{২০}{৩০}$ = ১০০০ টাকা

খ পায় = ১৫০০ $\times \frac{৭}{৩০}$ টাকা = ৩৫০ টাকা

গ পায় = ১৫০০ $\times \frac{৩}{৩০}$ টাকা = ১৫০ টাকা

উত্তর ঃ ক ১০০০ টাকা, খ ৩৫০ টাকা, গ ১৫০ টাকা।

১৮। ৫০ পয়সা এবং ২৫ পয়সার ৫০টি মুদ্রার মান ১৮.২৫ টাকা। কোন প্রকারের মুদ্রা কতটি রয়েছে?

সমাধান ঃ

যদি ২৫ পয়সার ৫০টি মুদ্রা থাকে তবে মান হয় = ২৫ পয়সা $\times$ ৫০ = ১২.৫০ টাকা। কিন্তু ৫০ পয়সার মুদ্রা থাকায় বেশি লাগে = ১৮.২৫ টাকা − ১২.৫০ টাকা = ৫.৭৫ টাকা = ৫৭৫ পয়সা।

একটি ৫০ পয়সার মুদ্রা একটি ২৫ পয়সার মুদ্রা অপেক্ষা (৫০ − ২৫) পয়সা বা ২৫ পয়সা বেশি।

অতএব, ৫০ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = $\frac{৫৭৫}{২৫}$ টি = ২৩টি

∴ ২৫ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা = (৫০ − ২৩)টি বা ২৭টি।

উত্তর ঃ ৫০ পয়সার ২৩টি, ২৫ পয়সার ২৭টি।

বিকল্প:

ধরি,

৫০ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা x টি

∴ ২৫ ” ” ” (৫০ − x) টি।

প্রশ্নমতে,

$$\frac{৫০ \times x}{১০০} + \frac{২৫(৫০ - x)}{১০০} = ১৮.২৫$$

$$\Rightarrow \frac{৫০x + ১২৫০ - ২৫x}{১০০} = ১৮.২৫$$

$$\Rightarrow ২৫x = ৫৭৫$$

$$\Rightarrow x = \frac{৫৭৫}{২৫}$$

$$= ২৩$$

∴ ৫০ পয়সার মুদ্রা xটি = ২৩ টি এবং

২৫ পয়সার মুদ্রা (৫০ − x) টি।

= (৫০ − ২৩) ” = ২৭ টি।

উত্তর: ৫০ পয়সার মুদ্রা ২৩ টি এবং

২৫ পয়সার মুদ্রা ২৭ টি।

১৯। **এক রিক্সাচালক প্রতিদিন ১১ ঘণ্টা করে রিক্সা চালালে ১৮ দিনে সে ১৯৮০ মাইল রিক্সা চালাতে পারে। একই বেগে প্রতিদিন ৬ ঘণ্টা করে রিক্সা চালালে ৪৫০ মাইল রিক্সা চালাতে তার কত দিন লাগবে?**

সমাধান ঃ

প্রতিদিন ১১ ঘণ্টা করে রিক্সা চালালে ১৯৮০ মাইল যায় = ১৮ দিনে

” ১ ” ” ” ” ” ” ” = ১৮ × ১১ ”

” ১ ” ” ” ” ১ ” ” = $\frac{১৮ \times ১১}{১৯৮০}$ ”

” ৬ ” ” ” ” ১ ” ” = $\frac{১৮ \times ১১}{১৯৮০ \times ৬}$ ”

” ৬ ” ” ” ” ৫৪০ ” ” = $\frac{১৮ \times ১১ \times ৫৪০}{১৯৮০ \times ৬}$ ”

= ৯ দিন

উত্তর ঃ ৯ দিন।

২০। **কামালের আয় রফিকের আয় অপেক্ষা ১৬% বেশি হলে রফিকের আয় কামালের আয় অপেক্ষা শতকরা কত কম?**

সমাধান ঃ

মনে করি, রফিকের আয় = ১০০ টাকা।

তাহলে কামালের আয় = ১০০ + ১০০ টাকার ১৬% = (১০০ + ১৬) টাকা

= ১১৬ টাকা।

রফিকের আয় কামালের আয় ১১৬ টাকা অপেক্ষা কম = (১১৬ − ১০০) টাকা

= ১৬ টাকা

∴ ” ” ” ” ১ ” ” ” = $\frac{১৬}{১১৬}$ টাকা

∴ ” ” ” ” ১০০ ” ” ” = $\frac{১৬ \times ১০০}{১১৬}$ টাকা

$$= \frac{৪০০}{২৯} \text{টাকা} = ১৩.৭৯ \text{ টাকা}$$

উত্তর ঃ ১৩.৮% কম।

২১। **কোন পরীক্ষায় শতকরা ৫২ জন পরীক্ষার্থী ইংরেজিতে এবং শতকরা ৪২ জন পরীক্ষার্থী গণিতে পাস করে। যদি উভয় বিষয়ে শতকরা ১৭ জন পাস করে থাকে, তবে উভয় বিষয়ে শতকরা কতজন ফেল করে?**

সমাধান ঃ

ইংরেজিতে পাস করে ৫২% এবং গণিতে পাস করে ৪২% এবং উভয় বিষয়ে পাস করে ১৭%।

উভয় বিষয়ে ১৭% বাদে শুধু ইংরেজিতে পাস করে = (৫২% − ১৭%) = ৩৫%

” ” ” ” ” বাংলায় ” ” = (৪২% − ১৭%) = ২৫%

সুতরাং প্রতি বিষয়ে এবং উভয় বিষয়ে পাস করে = ৩৫% + ২৫% + ১৭% = ৭৭%

∴ উভয় বিষয়ে ফেল করে = (১০০% − ৭৭%) = ২৩%

∴ শতকরা ২৩ জন ফেল করে।

উত্তর : ২৩% ফেল করে।

২২। একজন বিক্রেতা ক্রেতাকে ১০% কমিশন দেন। তার বিক্রয় মূল্য ক্রয়মূল্য অপেক্ষা শতকরা কত টাকা অধিক হলে সে শতকরা ২০ টাকা লাভ করতে পারবে?

সমাধান ঃ

মনে করি ক্রয় মূল্য = ১০০ টাকা

শতকরা ২০ টাকা লাভে বিক্রয় মূল্য = (১০০ + ২০) = ১২০ টাকা

আবার ১০০ টাকা নির্ধারিত বিক্রয় মূল্য হলে ১০% কমিশনে বিক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা − ১০ টাকা = ৯০ টাকা।

৯০ টাকা বিক্রয়মূল্য হলে নির্ধারিত বিক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{৯০}$ "

$\therefore$ ১২০ " " " " " $= \frac{১০০ \times ১২০}{৯০}$ "

$= \frac{৪০০}{৩}$ টাকা

$\therefore$ ক্রয়মূল্য ১০০ টাকার অধিক বিক্রয় মূল্য $= \frac{৪০০}{৩}$ টাকা − ১০০ টাকা

$= \frac{১০০}{৩}$ টাকা $= ৩৩\frac{১}{৩}$ টাকা।

$\therefore$ নির্ণেয় অধিক বিক্রয় মূল্য $= ৩৩\frac{১}{৩}\%$

উত্তর : $৩৩\frac{১}{৩}\%$ ।

২৩। একটি দ্রব্য শতকরা ১০ টাকা ক্ষতিতে বিক্রয় করা হল। দ্রব্যটি যদি ৫ টাকা অধিক মূল্যে বিক্রয় করা হত তাহলে শতকরা ১০ টাকা লাভ হত। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

শতকরা ১০ টাকা ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = ১০০ − ১০ = ৯০ টাকা

আবার শতকরা ১০ টাকা লাভে বিক্রয়মূল্য = ১০০ + ১০ = ১১০ টাকা

অধিক বিক্রয়মূল্য = ১১০ টাকা − ৯০ টাকা = ২০ টাকা

২০ টাকা অধিক বিক্রয়মূল্য হলে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " " " $= \frac{১০০}{২০}$ "

$\therefore$ ৫ " " " " " $= \frac{১০০ \times ৫}{২০} = ২৫$ টাকা।

$\therefore$ নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য = ২৫ টাকা।

উত্তর : ২৫ টাকা।

২৪। ৬০ লিটার কেরোসিন ও পেট্রোলের মিশ্রণের অনুপাত ৭ ঃ ৩। ঐ মিশ্রণে আর কত লিটার পেট্রোল মেশালে অনুপাত ৩ ঃ ৭ হবে?

সমাধান ঃ

কেরোসিন ঃ পেট্রোল = ৭ ঃ ৩

অনুপাতের যোগফল = ৭ + ৩ = ১০

$\therefore$ কেরোসিনের পরিমাণ $= \frac{৬০ \text{ লি.} \times ৭}{১০} = ৪২$ লিটার

পেট্রোলের " $= \frac{৬০ \text{ লি.} \times ৩}{১০} = ১৮$ লিটার

মনে করি, নতুন মিশ্রণে 'ক' লিটার পেট্রোল মিশানো হল। তাহলে পেট্রোলের পরিমাণ হবে = (১৮ + ক) লিটার।

শর্তানুসারে ৪২ ঃ (১৮ + ক) = ৩ ঃ ৭

বা, $\frac{৪২}{১৮ + ক} = \frac{৩}{৭}$

বা, $(১৮ + ক) \times ৩ = ৪২ \times ৭$

বা, $৫৪ + ৩ক = ২৯৪$

বা, $৩ক = ২৯৪ - ৫৪$

বা, $৩ক = ২৪০$

$\therefore$ $ক = \frac{২৪০}{৩} = ৮০$

উত্তর ঃ ৮০ লিটার।

২৫। শতকরা ১১ ভাগ পানি মিশ্রিত ১ লিটার এসিডের সাথে ৭% পানি মিশ্রিত ৩ লিটার এসিড মেশান হল। নতুন মিশ্রণে পানির শতকরা হার কত?

সমাধান ঃ

প্রথম মিশ্রণে ১০০ লিটারে পানির পরিমাণ = ১১ লিটার

" ১ " " " $= \frac{১১}{১০০}$ "

শুভ নববর্ষ ১৪১১ ৬১৩১০৩

দ্বিতীয় মিশ্রণে ১০০ " " " = ৭ লিটার

" ১ " " " = $\frac{৭}{১০০}$ "

" " ৩ " " " = $\frac{৭ \times ৩}{১০০}$ লিটার = $\frac{২১}{১০০}$ লিটার।

মোট (১ + ৩) লিটার বা ৪ লিটার মিশ্রণে পানির পরিমাণ

= $\frac{১১}{১০০}$ লিটার + $\frac{২১}{১০০}$ লিটার = $\frac{৩২}{১০০}$ লিটার।

সুতরাং ৪ লিটার মিশ্রণে পানির পরিমাণ = $\frac{৩২}{১০০}$ লিটার

∴ ১ " " " " = $\frac{৩২}{১০০ \times ৪}$ "

∴ ১০০ " " " " = $\frac{৩২ \times ১০০}{১০০ \times ৪}$ = ৮ লিটার।

∴ নির্ণেয় পানির পরিমাণ = ৮%।

উত্তর : ৮%।

২৬। একটি বড় পাত্রে ৮ লিটার দুধ আছে এবং ৩ লিটার ও ৫ লিটার মাপা যায় এরূপ দুইটা খালি পাত্র আছে। এই পাত্রগুলো দিয়ে ৮ লিটার দুধকে সমান দুভাগে ভাগ করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি, ৮ লিটারের পাত্র = 'ক'

৩ " " " = 'খ'

এবং ৫ " " " = 'গ'

'ক' পাত্র থেকে 'খ' পাত্র দ্বারা দুইবার দুধ মেপে নিয়ে গ পাত্রে ঢালতে থাকি। 'গ' পাত্র পূর্ণ হবার পর 'খ' পাত্রে ১ লিটার দুধ থাকবে। তাহলে 'ক' পাত্রে থাকবে = ৮ লিটার − (৩ + ৩) = ২ লিটার। এখন গ পাত্রের ৫ লিটার দুধ 'ক' পাত্রে ঢাললে ক পাত্রে হবে = (২ + ৫) লিটার বা ৭ লিটার। খ পাত্রের ১ লিটার দুধ 'গ' পাত্রে রেখে খ পাত্র দ্বারা 'ক' পাত্র ৩ লিটার দুধ মেপে নেই। তাহলে ক পাত্রে থাকবে = ৭ লিটার − ৩ লিটার = ৪ লিটার।

এখন, গ পাত্রে পূর্বের ১ লিটার এবং পরের ৩ লিটার দ্বারা ৪ লিটার হবে। এভাবে ৮ লিটার দুধকে সমান দুভাগে ভাগ করা যায়।

২৭। ইমতিয়াজ ঘণ্টায় ১০ কিলোমিটার এবং সেলিম ঘণ্টায় ১৫ কিলোমিটার বেগে একই সময় একই স্থান থেকে স্কুলে রওয়ানা হল। ইমতিয়াজ ১০ টা ২০ মিনিটের সময় এবং সেলিম ৯ টা ৫০ মিনিটের সময় স্কুলে পৌঁছল। রওয়ানা হওয়ার স্থান থেকে স্কুলের দূরত্ব কত কিলোমিটার?

সমাধান ঃ

মনে করি 'ক' টার সময় উভয়ে রওয়ানা হলো

তাহলে ইমতিয়াজের সময় লাগে = (১০টা ২০ মিনিট) − ক ঘণ্টা

= ১০ $\frac{২০}{৬০}$ ঘণ্টা − ক ঘণ্টা = ($\frac{৩১}{৩}$ − ক) ঘণ্টা।

সেলিমের সময় লাগে = (৯ টা ৫০ মিনিট) − ক ঘণ্টা

= ৯ $\frac{৫০}{৬০}$ ঘণ্টা − ক ঘণ্টা = ($\frac{৫৯}{৬}$ − ক) ঘণ্টা।

ইমতিয়াজ দূরত্ব অতিক্রম করে = ($\frac{৩১}{৩}$ − ক) × ১০ কি.মি.

= ($\frac{৩১০}{৩}$ − ১০ক) কি.মি.

সেলিম দূরত্ব অতিক্রম করে = ($\frac{৫৯}{৬}$ − ক) × ১৫ কি.মি.

= ($\frac{৫৯ \times ১৫}{৬}$ − ১৫ক) = ($\frac{২৯৫}{২}$ − ১৫ক) "

শর্তানুসারে $\frac{৩১০}{৩}$ − ১০ক = $\frac{২৯৫}{২}$ − ১৫ক

বা, − ১০ক + ১৫ক = $\frac{২৯৫}{২}$ − $\frac{৩১০}{৩}$

বা, ৫ক = $\frac{৮৮৫ - ৬২০}{৬}$

বা, ৫ ক = $\frac{২৬৫}{৬}$

∴ ক = $\frac{২৬৫}{৬ \times ৫}$ = $\frac{৫৩}{৬}$ ঘণ্টা।

সুতরাং, ইমতিয়াজের সময় লাগে = $\frac{৩১}{৩}$ − $\frac{৫৩}{৬}$

= $\frac{৬২ - ৫৩}{৬}$ ঘণ্টা = $\frac{৯}{৬}$ ঘণ্টা = $\frac{৩}{২}$ ঘণ্টা

ইমতিয়াজ $\frac{৩}{২}$ ঘণ্টায় যায় = ১০ কি.মি. × $\frac{৩}{২}$ = ১৫ কি.মি.

নির্ণেয় দূরত্ব = ১৫ কি. মি.

উত্তর : ১৫ কিলোমিটার।

২৮। রুখসানার ১০,০০০ টাকা মূল্যের একটি টি. ভি. সেট আছে। সে সেটটি ১০% লাভে রফিকের কাছে বিক্রয় করল। রফিক পুনরায় ১০% ক্ষতিতে উক্ত সেটটি রুখসানার কাছে বিক্রয় করল, এর ফলে রুখসানার কত টাকা লাভ বা ক্ষতি হল?

সমাধান ঃ

১০ % লাভে ,

১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে রুখসানার বিক্রয় মূল্য = ১১০ টাকা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ ১ " " " " " " $= \frac{১১০}{১০০}$ "

$\therefore$ ১০০০০ " " " " " " $= \frac{১১০ \times ১০০০০}{১০০}$ "

$= ১১,০০০$ টাকা।

আবার, ১০% ক্ষতিতে

১০০ টাকা ক্রয়মূল্য হলে রফিকের বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১০) টাকা = ৯০ টাকা

১ " " " " " $= \frac{৯০}{১০০}$

১১০০০ " " " " " $= \frac{৯০ \times ১১০০০}{১০০} = ৯,৯০০$ টাকা।

রুখসানার বিক্রয় করার সময় মোট লাভ = ১১,০০০ টাকা − ১০,০০০ টাকা

$= ১,০০০$ টাকা।

রুখসানার ক্রয় করতে মোট লাভ = ১০,০০০ টাকা − ৯,৯০০ টাকা = ১০০ টাকা

$\therefore$ মোট লাভ = ১,০০০ টাকা + ১০০ টাকা = ১১০০ টাকা।

উত্তর : ১১০০ টাকা।

২৯। একজন লোক দৈনিক ১১ ঘণ্টা চলে ৪ দিনে ২৭৫ কি.মি. পথ অতিক্রম করে। দৈনিক ৮ ঘণ্টা চলে কত দিনে সে ৪৫০ কি.মি. পথ অতিক্রম করবে?

সমাধান :

দৈনিক ১১ ঘণ্টা চলে ২৭৫ কি.মি. পথ যায় = ৪ দিনে

" ১ " " " " " " $= ৪ \times ১১$ দিনে

" ১ " " ১ " " " $= \frac{৪ \times ১১}{২৭৫}$ দিনে

" ৮ " " ১ " " " $= \frac{৪ \times ১১}{২৭৫ \times ৮}$ দিনে

" ৮ " " ৪৫০ " " " $= \frac{৪ \times ১১ \times ৪৫০}{২৭৫ \times ৮}$ দিনে = ৯ দিনে।

অতএব, নির্ণেয় সময় ৯ দিন।

উত্তর : ৯ দিন।

৩০। একজন অসৎ দোকানদার ক্রেতাকে ১ কিলোগ্রাম দ্রব্যের স্থলে ৯৫০ গ্রাম দ্রব্য দেয়। যে ক্রেতা ঐ দোকানদারের নিকট থেকে ২৫ কিলোগ্রাম দ্রব্য কেনে, সে কত কিলোগ্রাম ঠকে?

সমাধান ঃ

১০০০ গ্রামে ঠকে = (১০০০ − ৯৫০) গ্রাম = ৫০ গ্রাম

$\therefore$ ১ " " $= \frac{৫০}{১০০০}$ গ্রাম

$\therefore$ ২৫০০০ " " $= \frac{৫০ \times ২৫০০০}{১০০০} = ১২৫০$ গ্রাম

অতএব, নির্ণেয় ঠকার পরিমাণ = ১২৫০ গ্রাম $= \frac{১২৫০}{১০০০}$ কে.জি. = ১.২৫ কে.জি.

উত্তর : ১.২৫ কেজি।

৩১। ১৪ কেজি কয়লায় যদি ১০৫ কেজি ওজনের পানি বাষ্পায়িত হয়, তবে ৯১৫ কেজি ওজনের পানি বাষ্পায়িত করতে কত কেজি কয়লার প্রয়োজন হবে?

সমাধান ঃ

১০৫ কেজি বাষ্পায়িত হয় = ১৪ কেজি কয়লায়

$\therefore$ ১ " " " $= \frac{১৪}{১০৫}$ " "

$\therefore$ ৯১৫ " " " $= \frac{১৪ \times ৯১৫}{১০৫}$ কেজি = ১২২ কেজি

অতএব, নির্ণেয় কয়লার ওজন = ১২২ কেজি।

উত্তর : ১২২ কেজি।

৩২। যদি ৮০০ টাকায় ৩ বছরে ১২০ টাকা আয় হয়, তবে একই হারে ৪৫০ টাকায় ৪ বছরে কত আয় হবে?

সমাধান :

৮০০ টাকায় ৩ বছরে = ১২০ টাকা আয় হয়।

$\therefore$ ১ " ৩ " $= \frac{১২০}{৮০০}$ " " "

$\therefore$ ১ " ১ " $= \frac{১২০}{৮০০ \times ৩}$ " "

$\therefore$ ৪৫০ " ৪ " $= \frac{১২০ \times ৪৫০ \times ৪}{৮০০ \times ৩} = ৯০$ টাকা আয় হয়।

অতএব, নির্ণেয় আয় ৯০ টাকা।

উত্তর : ৯০ টাকা।

৩৩। একজন অফিস সহকারীকে এক মাসের জন্য এই শর্তে নিয়োগ করা হয় যে, এক মাস কাজ করলে তাকে নগদ ৭০০ টাকা এবং একটি ঘড়ি দেওয়া হবে। ১০ দিন কাজ করার পর সে চলে যাওয়ায় তার পাওনা বাবদ তাকে শুধু একটি ঘড়ি দেওয়া হল। ঘড়িটির মূল্য কত?

সমাধান ঃ

১০ দিন $= \frac{১}{৩}$ মাস;

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\frac{১}{৩}$ মাস কাজ করায় ঘড়ির মূল্যের $\frac{১}{৩}$ অংশ এবং $\frac{৭০০}{৩}$ টাকা পাইবে। কিন্তু তাহাকে

টাকা না দেওয়ায় ঘড়ির বাকি অংশ $(১ - \frac{১}{৩})$ বা $\frac{২}{৩}$ অংশ দেওয়া হলো।

সুতরাং ঘড়ির মূল্যের $\frac{২}{৩}$ অংশ = $\frac{৭০০}{৩}$ টাকা।

∴ " " ১ (সম্পূর্ণ) অংশ = $\frac{৭০০ \times ৩}{৩ \times ২}$ " = ৩৫০ টাকা।

অতএব নির্ণেয় ঘড়ির মূল্য = ৩৫০ টাকা।

উত্তর : ৩৫০ টাকা।

৩৪। ৫টি গরু এবং ৬টি ছাগলের দাম ২৩৮০০ টাকা; আবার ৪টি গরু এবং ৭টি ছাগলের দাম ২১৩৫০ টাকা। কয়টি ছাগলের দাম ৩টি গরুর দামের সমান?

সমাধান :

৪টি গরু + ৭টি ছাগলের দাম = ২১৩৫০ টাকা ..... (১)

৫টি গরু + ৬টি ছাগলের দাম = ২৩৮০০ টাকা ..... (২)

(১) নং কে ৫ এবং (২) নং কে ৪ দ্বারা গুণ করে পাই,

২০টি গরু + ৩৫টি ছাগলের দাম = ১০৬৭৫০ টাকা

২০টি গরু + ২৪টি ছাগলের দাম = ৯৫২০০ টাকা

[বিয়োগ করে]ঃ ১১টি ছাগলের দাম = ১১৫৫০ টাকা

∴ ১ " " " = $\frac{১১৫৫০}{১১}$ টাকা = ১০৫০ টাকা

∴ ৬ " " " = ১০৫০ × ৬ টাকা= ৬৩০০ টাকা

(২) নং থেকে ৬টি ছাগলের দাম বাদ দিয়ে

৫টি গরুর দাম = (২৩৮০০ — ৬৩০০) = ১৭৫০০ টাকা

∴ ১টি " " = $\frac{১৭৫০০}{৫}$ টাকা = ৩৫০০ টাকা

∴ ৩টি " " = ৩৫০০ × ৩ টাকা= ১০৫০০ টাকা।

এখন, ১০৫০ টাকায় পাওয়া যায় = ১টি ছাগল

∴ ১ " " " = $\frac{১}{১০৫০}$ "

∴ ১০৫০০ " " " = $\frac{১ \times ১০৫০০}{১০৫০}$ " = ১০টি ছাগল।

উত্তর ঃ ১০টি ছাগলের দাম।

৩৫। চালের কেজি যখন ৭ টাকা তখন কোন পরিবারের সাপ্তাহিক খরচ ৩৭০ টাকা এবং চালের কেজি যখন ৮ টাকা তখন ঐ পরিবারের সাপ্তাহিক খরচ ৪০৫ টাকা। অন্যান্য খরচ অপরিবর্তিত থাকলে, চালের কেজি যখন ৭.২৫ টাকা তখন ঐ পরিবারের সাপ্তাহিক খরচ কত হবে?

সমাধান ঃ

চালের মূল্যের সাথে সাপ্তাহিক খরচের সম্পর্ক আছে।

৮—৭ = ১ টাকা এবং ৭.২৫ টাকা — ৭ = ০.২৫ টাকা।

কেজি প্রতি ১ টাকা মূল্য বৃদ্ধি পাইলে খরচ বৃদ্ধি হয় = (৪০৫—৩৭০) টাকা= ৩৫ টাকা।

" " ০.২৫ " " " " " " " = ৩৫ × .২৫ টাকা

= ৮.৭৫ টাকা।

অতএব, নির্ণেয় সাপ্তাহিক খরচ = ৩৭০ + ৮.৭৫ = ৩৭৮.৭৫ টাকা।

উত্তর : ৩৭৮.৭৫ টাকা।

৩৬। এক ব্যক্তি ঘোড়ায় চড়ে প্রতি মিনিটে ২৫০ মিটার বেগে যায়। কিন্তু তাকে ঘোড়া বদলাবার জন্য প্রতি ১০ কি.মি. অন্তর ৫ মিনিট করে থামতে হয়। ৮০ কি. মি. পথ যেতে তার কত সময় লাগবে?

সমাধান :

আমরা জানি

৮০ কি. মি. = ৮০ × ১০০০ মিটার।

এখন, লোকটি ২৫০ মিটার পায় ১ মিনিটে

∴ " ১ " " $\frac{১}{২৫০}$ "

∴ " ৮০ × ১০০০ " " $\frac{১ \times ৮০ \times ১০০০}{২৫০}$ মিনিটে বা, ৩২০ মিনিটে

লোকটিকে ঘোড়া বদলাবার জন্য পথে থামতে হয় $(\frac{৮০}{১০} - ১)$ বার বা ৭ বার; কারণ,

৮০ কি.মি. পথের শেষপ্রান্তে পৌঁছলে তাকে ঘোড়া বদল করতে হবে না।

সুতরাং, ঘোড়া বদলাতে তার সময় লাগে ৭ × ৫ মিনিট বা ৩৫ মিনিট।

অতএব, নির্ণেয় মোট সময় = (৩২০ + ৩৫) মিনিট = ৩৫৫ মিনিট।

= ৫ ঘণ্টা ৫৫ মিনিট।

উত্তর : ৫ ঘন্টা ৫৫ মিনিট।

৩৭। যদি ১৩টি ঘোড়ার মূল্য ২০টি গরুর মূল্যের সমান, ১০টি গরুর মূল্য ২৬টি ভেড়ার মূল্যের সমান, ৫টি ভেড়ার মূল্য ১৫টি ছাগলের মূল্যের সমান এবং ২টি ছাগলের মূল্য ৩,৫০০ টাকা হয়, তবে ১টি ঘোড়ার মূল্য কত?

সমাধান :

২টি ছাগলের মূল্য ৩৫০০ টাকা

∴ ১ " " $\frac{৩৫০০}{২}$ টাকা

∴ ১৫ " " $\frac{৩৫০০ \times ১৫}{২}$ টাকা অর্থাৎ, ২৬২৫০ টাকা।

কিন্তু, ১৫টি ছাগলের মূল্যের সমান ৫ টি ভেড়ার মূল্য।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

সুতরাং ৫টি ভেড়ার মূল্য ২৬২৫০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $\frac{২৬২৫০}{৫}$ টাকা

$\therefore$ ২৬ " " $\frac{২৬২৫০ \times ২৬}{৫}$ টাকা = ১৩৬৫০০ টাকা।

কিন্তু ২৬টি ভেড়ার মূল্যের সমান ১০টি গরুর মূল্য।

সুতরাং ১০টি গরুর মূল্য ১৩৬৫০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $\frac{১৩৬৫০০}{১০}$ টাকা

$\therefore$ ২০ " " $\frac{১৩৬৫০০ \times ২০}{১০}$ টাকা

= ২৭৩০০০ টাকা।

কিন্তু ২০টি গরুর মূল্যের সমান ১৩টি ঘোড়ার মূল্য।

সুতরাং ১৩টি ঘোড়ার মূল্য ২৭৩০০০ টাকা

$\therefore$ ১ " " $\frac{২৭৩০০০}{১৩}$ টাকা = ২১০০০ টাকা।

অতএব, ১টি ঘোড়ার মূল্য = ২১,০০০ টাকা।

উত্তর : ২১,০০০ টাকা।

৩৮। **একটি ঘোড়ার গাড়ির সামনের চাকার পরিধি ৩ মিটার, পিছনের চাকার পরিধি ৪ মিটার। গাড়িটি কত পথ গেলে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা ১০০ বার বেশি ঘুরবে?**

সমাধান ঃ

সামনের চাকার পরিধি ৩ মিটার এবং পিছনের চাকার পরিধি ৪ মিটার।

আমরা পাই, ৩ ও ৪ এর ল. সা. গু = ১২

সুতরাং গাড়িটি ১২ মিটার অতিক্রম করলে সামনের চাকা পেছনের চাকা অপেক্ষা ১ বার বেশি ঘুরবে।

অর্থাৎ,

১ বার বেশি ঘুরবে ১২ মিটার অতিক্রম করলে

$\therefore$ ১০০ ,,,, ,, ১২ × ১০০ ,, ,,

= ১২০০ মিটার অতিক্রম করলে

= ১.২ কিলোমিটার।

উত্তর ঃ ১.২ কি. মি.

বীজগণিত

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সরলীকরণ

Simplification of Algebra

সাধারণ আলোচনা :

- ❖ মিশ্র ভগ্নাংশ আকারে থাকলে প্রথমে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করতে হবে।
- ❖ ক্রমান্বয়ে ( ), { }, [ ] এর কাজ করতে হবে।
- ❖ প্রথমে ভাগ (÷) তারপর গুণ (×) এরপর যোগ–বিয়োগের কাজ করতে হবে।

সহজ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ :

সাধারণত যদি P এবং Q দুইটি বীজগণিতীয় রাশি হয়, তবে $\frac{P}{Q}$ কে বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ বলা হয়। P-কে লব (numerator) এবং Q-কে হর (denominator) বলা হয়। $\frac{P}{Q}$ ভগ্নাংশ শুধু তখনই গঠন করা যায় যখন Q-এর মান শূন্য নয়। নিচে ভগ্নাংশের কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হল ঃ

$$\frac{x}{2m}, \frac{a^2 - x}{2b - y}, \frac{(b + c)^2 - (x - y)^2}{p^2 - 2pq + r^2}$$

ভগ্নাংশের লব ও হর আবার ভগ্নাংশ হতে পারে। যেমন,

$$\frac{\frac{a + b}{x}}{4a^5}, \frac{\frac{x - y}{x + y}}{\frac{5}{3a}}$$

ভগ্নাংশের মৌলিক ধর্ম :

ভগ্নাংশের লব ও হরকে শূন্য নয় এমন যেকোন রাশি দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে ভগ্নাংশের মানের কোন পরিবর্তন হয় না, যেমন,

(১) $\frac{a}{b} = \frac{an}{bn}$ যখন $n \neq 0$;

(২) $\frac{x + 2}{x - 3}$ ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x - 2)$ দিয়ে গুণ করলে ভগ্নাংশটি

$\frac{(x + 2)(x - 2)}{(x - 3)(x - 2)}$ ভগ্নাংশের সমান হয় যখন $x \neq 2$.

ভগ্নাংশের লঘুকরণ :

$$\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 4x - 5}$$

ভগ্নাংশটির লব ও হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে পাওয়া যায়

$$\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 4x - 5} = \frac{(x + 3)(x + 1)}{(x - 5)(x + 1)}$$

এখন আমরা লব এবং হরকে $(x + 1)$ দিয়ে ভাগ করে পাই,

$$\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 4x - 5} = \frac{x + 3}{x - 5}$$

কেননা, ভগ্নাংশের লব ও হরকে একই রাশি দিয়ে ভাগ করলে ভগ্নাংশের মানের কোন পরিবর্তন হয় না। এই ধর্মের ব্যবহার করে লঘিষ্ঠ আকারে প্রদত্ত নয় এমন যেকোন ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা যায়। এজন্য হর ও লবের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক দিয়ে হর ও লবকে ভাগ করতে হয়।

ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ :

যোগ ঃ একই হরবিশিষ্ট দুইটি ভগ্নাংশ $\frac{P}{Q}$ ও $\frac{R}{Q}$ এর যোগ ঃ

$$\frac{P}{Q} + \frac{R}{Q} = P \cdot \frac{1}{Q} + R \cdot \frac{1}{Q} = (P + R)\frac{1}{Q} = \frac{P + R}{Q} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

যদি $\frac{P}{Q}, \frac{R}{S}$ দুইটি ভগ্নাংশ হয়, তবে লেখা যায়,

$$\frac{P}{Q} = \frac{PS}{QS} \text{ এবং } \frac{R}{S} = \frac{QR}{QS}$$

$$\therefore \frac{P}{Q} + \frac{R}{S} = \frac{PS + QR}{QS} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশকে যোগ করতে হলে ভগ্নাংশগুলোকে সমহরবিশিষ্ট করে লবগুলো যোগ করলে নির্ণেয় যোগফলের লব পাওয়া যায় (হর হবে ভগ্নাংশগুলোর সাধারণ হর)।

ভগ্নাংশের গুণ :

মনে করি, $\frac{P}{Q}$ ও $\frac{R}{S}$ দুইটি ভগ্নাংশ, এবং X তাদের গুণফল, অর্থাৎ, $X = \frac{P}{Q} \cdot \frac{R}{S}$

উভয় পক্ষকে Q. S দিয়ে গুণ করি। তাহলে আমরা পাই,

$$X.(Q.S) = \left(\frac{P}{Q} \cdot \frac{R}{S}\right).(Q.S)$$

$$= \left(\frac{P}{Q} \cdot Q\right).\left(\frac{R}{S} \cdot S\right)$$

শুভ নন্দী ০১২১১ ৩১৩১০৩

অর্থাৎ $X \cdot (Q \cdot S) = P \cdot R$.

সুতরাং $X = \frac{P \cdot R}{Q \cdot S}$

অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে, $\frac{P}{Q} \cdot \frac{R}{S} \cdot \frac{U}{V} = \frac{P \cdot R \cdot U}{Q \cdot S \cdot V}$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h} = \frac{a \cdot c \cdot e \cdot g}{b \cdot d \cdot f \cdot h}$$ ইত্যাদি।

অতএব, একাধিক ভগ্নাংশের লবগুলোর গুণফলকে লব এবং হরগুলোর গুণফলকে হর ধরলে যে ভগ্নাংশ হয় তাই ভগ্নাংশগুলোর গুণফল। গুণফলের লব ও হরের মধ্যে সাধারণ উৎপাদক থাকলে তাদের বর্জন করে গুণফলকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা যায়।

ভগ্নাংশের ভাগ :

মনে করি, $\frac{P}{Q}$ ও $\frac{R}{S}$ দুইটি ভগ্নাংশ এবং Y তাদের ভাগফল,

অর্থাৎ, $Y = \frac{P}{Q} \div \frac{R}{S}$

ভাগের সংজ্ঞা হতে আমরা পাই,

$$Y \cdot \frac{R}{S} = \frac{P}{Q}$$

উভয় দিকে $\frac{S}{R}$ দিয়ে গুণ করে আমরা পাই,

$$Y \cdot \frac{R}{S} \cdot \frac{S}{R} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{S}{R}$$

$$\therefore Y = \frac{P}{Q} \cdot \frac{S}{R}$$

(এখানে $\frac{S}{R}$ ভগ্নাংশটি, $\frac{R}{S}$ এর গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ।)

অতএব, একটি ভগ্নাংশকে অন্য একটি ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করতে হলে প্রথম ভগ্নাংশকে দ্বিতীয় ভগ্নাংশের গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করতে হয়।

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

1. $$\left\{ \frac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{a(a-b)}{1-ab}} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$$

[২৯তম বিসিএস]

$$= \left\{ \frac{\frac{b(1+ab)+(a-b)}{1+ab}}{\frac{1+ab-(a-b)b}{1+ab}} - \frac{\frac{a(1-ab)-(a-b)}{1-ab}}{\frac{1-ab-a(a-b)}{1-ab}} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$$

$$= \left\{ \frac{b + ab^2 + a - b}{1 + ab - ab + b^2} - \frac{a - a^2b - a + b}{1 - ab - a^2 + ab} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$$

$$= \left\{ \frac{ab^2 + a}{1 + b^2} - \frac{b - a^2b}{1 - a^2} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$$

$$= \left\{ \frac{a(1+b^2)}{1+b^2} - \frac{b(1-a^2)}{1-a^2} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$$

$$= (a-b) \div \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = (a-b) \div \frac{a^2 - b^2}{ab}$$

$$= (a-b) \div \frac{(a+b)(a-b)}{ab}$$

$$= (a-b) \times \frac{ab}{(a+b)(a-b)} = \frac{ab}{a+b}$$

Ans : $\frac{ab}{a+b}$

3. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) - \frac{1}{x^2+1}$ [২৪তম বিসিএস]

সমধান :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) - \frac{1}{x^2+1}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)}\right) - \frac{1}{x^2+1}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+1}$$

$$= \frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+1}$$

$$= \frac{x^2+1-x^2+1}{(x^2-1)(x^2+1)} = \frac{2}{x^4-1}$$

Ans. : $\frac{2}{x^4-1}$

3. **সরল করুন :** [১৫তম বিসিএস]

$$\frac{\frac{a^2}{x-a} + \frac{b^2}{x-b} + \frac{c^2}{x-c} + a + b + c}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান :

$$\frac{\frac{a^2}{x-a}+\frac{b^2}{x-b}+\frac{c^2}{x-c}+a+b+c}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$$

$$=\frac{\left(\frac{a^2}{x-a}+a\right)+\left(\frac{b^2}{x-b}+b\right)+\left(\frac{c^2}{x-c}+c\right)}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$$

$$=\frac{\frac{a^2+ax-a^2}{x-a}+\frac{b^2+bx-b^2}{x-b}+\frac{c^2+cx-c^2}{x-c}}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$$

$$=\frac{\frac{ax}{x-a}+\frac{bx}{x-b}+\frac{cx}{x-c}}{\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}}$$

$$=\frac{x\left(\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}\right)}{\left(\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}+\frac{c}{x-c}\right)}$$

$$=x$$

Ans. : x

4. সরল করুন :

$$\frac{1}{a-b}-\frac{2}{2a+b}+\frac{1}{a+b}-\frac{2}{2a-b}$$ [৩০তম বিসিএস]

সমাধান :

$$\frac{1}{a\|b}\|\frac{2}{2a+b}+\frac{1}{a+b}\|\frac{2}{2a\|b}$$

$$=\left(\frac{1}{a\|b}+\frac{1}{a+b}\right)\|2\left(\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{2a\|b}\right)$$

$$=\frac{2a}{(a\|b)(a+b)}\|\left\{\frac{8a}{(2a+b)(2a\|b)}\right\}$$

$$=2a\left\{\frac{1}{(a-b)(a+b)}-\frac{4}{(2a+b)(2a-b)}\right\}$$

$$=2a\left\{\frac{4a^2-b^2-4a^2+4b^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)}\right\}$$

$$=2a\times\frac{3b^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)}$$

$$=\frac{6ab^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)}$$

উত্তর : $\frac{6ab^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)}$

গাণিতিক অনুশীলন :

1. $\frac{c}{a-b}-\frac{2b}{b-c}$

সমাধান ঃ

$$\frac{c}{a-b}-\frac{2b}{b-c}$$

$$=\frac{c(b-c)-2b(a-b)}{(a-b)(b-c)}$$

$$=\frac{bc-c^2-2ab+2b^2}{(a-b)(b-c)}$$

$$=\frac{bc-c^2-2ab+2b^2}{(a-b)(b-c)}$$

Ans. : $\frac{bc-c^2-2ab+2b^2}{(a-b)(b-c)}$

2. $\frac{2}{a+b}-\frac{b}{a+c}$

সমাধান ঃ

$$\frac{2}{a+b}-\frac{b}{a+c}$$

$$=\frac{2(a+c)-b(a+b)}{(a+b)(a+c)}$$

$$=\frac{2a+2c-ab-b^2}{(a+b)(a+c)}$$

$$=\frac{2a+2c-ab-b^2}{(a+b)(a+c)}$$

Ans. : $\frac{2a+2c-ab-b^2}{(a+b)(a+c)}$

3. $\frac{1}{m^4n^3}+\frac{2}{m^3n^4}$

সমাধান ঃ

$$\frac{1}{m^4n^3}+\frac{2}{m^3n^4}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{n}{m^4.n^3.n} + \frac{2.m}{m^3.m.n^4}$

$= \frac{n}{m^4n^4} + \frac{2m}{m^4n^4}$

$= \frac{n + 2m}{m^4n^4}$

Ans. : $\frac{n + 2m}{m^4n^4}$

4. $\frac{2x}{a - b} - \frac{x}{b - a}$

সমাধান ঃ

$\frac{2x}{a - b} - \frac{x}{b - a}$

$= \frac{2x}{a - b} - \frac{x}{-(a - b)}$

$= \frac{2x}{a - b} + \frac{x}{a - b}$

$= \frac{2x + x}{a - b}$

$= \frac{3x}{a - b}$

Ans. : $\frac{3x}{a - b}$

5. $\frac{x + y}{x - y} - \frac{y + 2x}{y - x}$

সমাধান ঃ

$\frac{x + y}{x - y} - \frac{y + 2x}{y - x}$

$= \frac{x + y}{x - y} - \frac{y + 2x}{-(x - y)}$

$= \frac{x + y}{x - y} + \frac{y + 2x}{x - y}$

$= \frac{x + y + y + 2x}{x - y}$

$= \frac{3x + 2y}{x - y}$

Ans. : $\frac{3x + 2y}{x - y}$

6. $\frac{x}{a - b} - \frac{x}{a + b}$

সমাধান ঃ

$\frac{x}{a - b} - \frac{x}{a + b}$

$= \frac{x(a + b) - x(a - b)}{(a - b)(a + b)}$

$= \frac{xa + xb - xa + xb}{a^2 - b^2}$

$= \frac{2bx}{a^2 - b^2}$

Ans. : $\frac{2bx}{a^2 - b^2}$

7. $\frac{5b}{ax + ay} - \frac{2a}{bx + by}$

সমাধান ঃ

$\frac{5b}{ax + ay} - \frac{2a}{bx + by}$

$= \frac{5b}{a(x + y)} - \frac{2a}{b(x + y)}$

$= \frac{5b.b - 2a.a}{ab(x + y)} = \frac{5b^2 - 2a^2}{ab(x + y)}$

Ans. : $\frac{5b^2 - 2a^2}{ab(x + y)}$

8. $\frac{3m}{an + am} + \frac{2n}{bn + bm}$

সমাধান ঃ

$\frac{3m}{an + am} + \frac{2n}{bn + bm}$

$= \frac{3m}{a(n + m)} + \frac{2n}{b(n + m)}$

$= \frac{3m.b + 2n.a}{ab(n + m)}$

$= \frac{3mb + 2na}{ab(m + n)}$

Ans. : $\frac{3mb + 2na}{ab(m + n)}$

9. $\frac{2x^2 + x + 10}{4x^2 - 25} + \frac{x}{5 - 2x}$

সমাধান ঃ

$\frac{2x^2 + x + 10}{4x^2 - 25} + \frac{x}{5 - 2x}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{2x^2 + x + 10}{(2x)^2-(5)^2} + \frac{x}{5-2x}$$

$$= \frac{2x^2 + x + 10}{(2x + 5)(2x - 5)} + \frac{x}{-(2x - 5)}$$

$$= \frac{2x^2 + x + 10}{(2x + 5)(2x - 5)} - \frac{x}{(2x - 5)}$$

$$= \frac{(2x^2 + x + 10) - (2x + 5)x}{(2x + 5)(2x - 5)}$$

$$= \frac{2x^2 + x + 10 - 2x^2 - 5x}{(2x + 5)(2x - 5)}$$

$$= \frac{10 - 4x}{(2x + 5)(2x - 5)} = \frac{-2(2x - 5)}{(2x - 5)(2x + 5)} = \frac{-2}{2x + 5}$$

Ans. : $\frac{-2}{2x + 5}$

10. $\frac{1}{c^2 - cd} + \frac{1}{d^2 - cd} + \frac{4}{c^2 - d^2}$

সমাধান ঃ

$$\frac{1}{c^2 - cd} + \frac{1}{d^2 - cd} + \frac{4}{c^2 - d^2}$$

$$= \frac{1}{c(c - d)} + \frac{1}{d(d - c)} + \frac{4}{(c + d)(c - d)}$$

$$= \frac{1}{c(c - d)} + \frac{1}{-d(c - d)} + \frac{4}{(c + d)(c - d)}$$

$$= \frac{1}{c(c - d)} - \frac{1}{d(c - d)} + \frac{4}{(c + d)(c - d)}$$

$$= \frac{d(c + d) - c(c + d) + 4cd}{cd(c + d)(c - d)}$$

$$= \frac{cd + d^2 - c^2 - cd + 4cd}{cd(c + d)(c-d)}$$

$$= \frac{d^2 - c^2 + 4cd}{cd(c^2 - d^2)}$$

Ans. : $\frac{d^2 - c^2 + 4cd}{cd(c^2 - d^2)}$

11. $\frac{1}{1 + x + x^2} - \frac{1}{1 - x + x^2} + \frac{2x}{1 - x^2 + x^4}$

সমাধান ঃ

$$\frac{1}{1 + x + x^2} - \frac{1}{1 - x + x^2} + \frac{2x}{1 - x^2 + x^4}$$

$$= \frac{1 - x + x^2 - 1 - x - x^2}{(1 + x + x^2)(1 - x + x^2)} + \frac{2x}{1 - x^2 + x^4}$$

$$= \frac{-2x}{1 + x^2 + x^4} + \frac{2x}{1 - x^2 + x^4}$$

$$= 2x\left(\frac{-1}{1 + x^2 + x^4} + \frac{1}{1 + x^2 - x^4}\right)$$

$$= 2x\left(\frac{-1 + x^2 - x^4 + 1 + x^2 + x^4}{(1 + x^2 + x^4)(1 - x^2 + x^4)}\right)$$

$$= 2x\left(\frac{2x^2}{(1 + x^2 + x^4)(1 - x^2 + x^4)}\right)$$

$$= \frac{4x^3}{1 + x^4 + x^8}$$

Ans. : $\frac{4x^3}{1 + x^4 + x^8}$

12. $\frac{3}{a + 2} + \frac{a + 1}{a^2 - 9} - \frac{a - 1}{(a + 3)(a + 2)}$

সমাধান ঃ

$$\frac{3}{a + 2} + \frac{a + 1}{a^2 - 9} - \frac{a - 1}{(a + 3)(a + 2)}$$

$$= \frac{3}{a + 2} + \frac{a + 1}{(a + 3)(a - 3)} - \frac{a - 1}{(a + 3)(a + 2)}$$

$$= \frac{3(a+3)(a - 3) + (a + 1)(a + 2) - (a - 1)(a - 3)}{(a + 2)(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{3(a^2 - 9) + (a^2 + 3a + 2) - (a^2 - 4a + 3)}{(a + 2)(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{3a^2 - 27 + a^2 + 3a + 2 - a^2 + 4a - 3}{(a + 2)(a + 3)(a - 3)}$$

$$= \frac{3a^2 + 7a - 28}{(a + 2)(a^2 - 9)}$$

Ans. : $\frac{3a^2 + 7a - 28}{(a + 2)(a^2 - 9)}$

13. $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{2}{x^2 - 5x + 6} - \frac{3}{x^2 - 4x + 3}$

সমাধান ঃ

$$\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{2}{x^2 - 5x + 6} - \frac{3}{x^2 - 4x + 3}$$

$$= \frac{1}{(x - 1)(x - 2)} + \frac{2}{(x - 2)(x - 3)} - \frac{3}{(x - 1)(x - 3)}$$

$$= \frac{(x - 3) + 2(x - 1) - 3(x - 2)}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{x - 3 + 2x - 2 - 3x + 6}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{3x - 3x + 6 - 5}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

Ans. : $\frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$

14. $\frac{a}{a^2 - a(b+c) + bc} + \frac{b}{b^2 - b(c+a) + ca} + \frac{c}{c^2 - c(a+b) + ab}$

সমাধান ঃ

$$\frac{a}{a^2 - a(b+c) + bc} + \frac{b}{b^2 - b(c+a) + ca} + \frac{c}{c^2 - c(a+b) + ab}$$

$$= \frac{a}{a^2 - ab - ca + bc} + \frac{b}{b^2 - bc - ab + ca} + \frac{c}{c^2 - ca - bc + ab}$$

$$= \frac{a}{a(a-b) - c(a-b)} + \frac{b}{b(b-c) - a(b-c)} + \frac{c}{c(c-a) - b(c-a)}$$

$$= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{a}{-(a-b)(c-a)} + \frac{b}{-(b-c)(a-b)} + \frac{c}{-(c-a)(b-c)}$$

$$= \frac{a(b-c) + b(c-a) + c(a-b)}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{ab - ca + bc - ab + ca - bc}{-(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{0}{-(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

Ans. 0

15. $\frac{a^2 - bc}{bc} + \frac{b^2 - ca}{ca} + \frac{c^2 - ab}{ab}$

সমাধান ঃ

$$\frac{a^2 - bc}{bc} + \frac{b^2 - ca}{ca} + \frac{c^2 - ab}{ab}$$

$$= \frac{a(a^2 - bc) + b(b^2 - ca) + c(c^2 - ab)}{abc}$$

$$= \frac{a^3 - abc + b^3 - bca + c^3 - cab}{abc}$$

$$= \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{abc}$$

Ans. $\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{abc}$

16. $\frac{x^2 + y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy + y^2} - \frac{y^2}{x^2 + xy}$

সমাধান ঃ

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy + y^2} - \frac{y^2}{x^2 + xy}$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{xy} - \frac{x^2}{y(x+y)} - \frac{y^2}{x(x+y)}$$

$$= \frac{(x^2 + y^2)(x+y) - x^2.x - y^2.y}{xy(x+y)}$$

$$= \frac{x^3 + xy^2 + x^2y + y^3 - x^3 - y^3}{xy(x+y)}$$

$$= \frac{x^2y + xy^2}{xy(x+y)}$$

$$= \frac{xy(x+y)}{xy(x+y)} = 1$$

Ans. 1

17. $\frac{2}{a-1} + \frac{5}{a+1} - \frac{3a}{(a+1)^2}$

সমাধান ঃ

$$\frac{2}{a-1} + \frac{5}{a+1} - \frac{3a}{(a+1)^2}$$

$$= \frac{2(a+1)^2 + 5(a-1)(a+1) - 3a(a-1)}{(a-1)(a+1)^2}$$

$$= \frac{2(a^2 + 2a + 1) + 5(a^2 - 1) - 3a(a-1)}{(a-1)(a+1)^2}$$

$$= \frac{2a^2 + 4a + 2 + 5a^2 - 5 - 3a^2 + 3a}{(a+1)^2(a-1)}$$

$$= \frac{4a^2 + 7a - 3}{(a-1)(a+1)^2}$$

Ans. : $\frac{4a^2 + 7a - 3}{(a-1)(a+1)^2}$

18. $\frac{1}{p-3} - \frac{3}{2p+6} - \frac{p}{2p^2 - 12p + 18}$

সমাধান ঃ

$$\frac{1}{p-3} - \frac{3}{2p+6} - \frac{p}{2p^2 - 12p + 18}$$

$$= \frac{1}{p-3} - \frac{3}{2(p+3)} - \frac{p}{2(p^2 - 6p + 9)}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{1}{p-3} - \frac{3}{2(p+3)} - \frac{p}{2(p-3)^2}$$

$$= \frac{2(p-3)(p+3) - 3(p-3)^2 - p(p+3)}{2(p+3)(p-3)^2}$$

$$= \frac{2(p^2-9) - 3(p^2-6p+9) - p^2 - 3p}{2(p+3)(p-3)^2}$$

$$= \frac{2p^2 - 18 - 3p^2 + 18p - 27 - p^2 - 3p}{2(p+3)(p-3)^2}$$

$$= \frac{-2p^2 + 15p - 45}{2(p+3)(p-3)^2}$$

Ans. : $\frac{-2p^2 + 15p - 45}{2(p+3)(p-3)^2}$

19. $\frac{1}{x-2a} + \frac{3}{x+2a} + \frac{8a^2}{4a^2x - x^3}$

সমাধান ঃ

$$\frac{1}{x-2a} + \frac{3}{x+2a} + \frac{8a^2}{4a^2x - x^3}$$

$$= \frac{1}{x-2a} + \frac{3}{x+2a} + \frac{8a^2}{-x(x^2-4a^2)}$$

$$= \frac{1}{x-2a} + \frac{3}{x+2a} + \frac{8a^2}{-x(x+2a)(x-2a)}$$

$$= \frac{-x(x+2a) - 3x(x-2a) + 8a^2}{-x(x-2a)(x+2a)}$$

$$= \frac{-x^2 - 2ax - 3x^2 + 6ax + 8a^2}{-x(x-2a)(x+2a)}$$

$$= \frac{-4x^2 + 4ax + 8a^2}{-x(x-2a)(x+2a)}$$

$$= \frac{-4(x^2 - ax - 2a^2)}{-x(x-2a)(x+2a)}$$

$$= \frac{4\{x^2 - 2ax + ax - 2a^2\}}{x(x-2a)(x+2a)}$$

$$= \frac{4\{x(x-2a) + a(x-2a)\}}{x(x-2a)(x+2a)}$$

$$= \frac{4(x-2a)(x+a)}{x(x-2a)(x+2a)}$$

$$= \frac{4(x+a)}{x(x+2a)}$$

Ans. : $\frac{4(x+a)}{x(x+2a)}$

20. $\frac{1}{a+b} + \frac{b}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2+b^2}$

সমাধান ঃ

$$\frac{1}{a+b} + \frac{b}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2+b^2}$$

$$= \frac{1}{a+b} + \frac{b}{(a+b)(a-b)} - \frac{a}{a^2+b^2}$$

$$= \frac{a-b+b}{(a+b)(a-b)} - \frac{a}{a^2+b^2}$$

$$= \frac{a}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2+b^2}$$

$$= a\left(\frac{1}{a^2-b^2} - \frac{1}{a^2+b^2}\right)$$

$$= a\left\{\frac{a^2+b^2-a^2+b^2}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}\right\}$$

$$= \frac{a(2b^2)}{a^4-b^4} = \frac{2ab^2}{a^4-b^4}$$

Ans. : $\frac{2ab^2}{a^4-b^4}$

21. $\frac{(a^2+b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 2$

সমাধান ঃ

$$\frac{(a^2+b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 2$$

$$= \frac{(a^2+b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right)$$

$$= \frac{(a^2+b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \left(\frac{a^2+b^2+2ab}{ab}\right)$$

$$= \frac{(a^2+b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2}{ab}$$

$$= \frac{(a^2+b^2)^2 - (a+b)^2(a-b)^2}{ab(a-b)^2}$$

$$= \frac{(a^2+b^2)^2 - (a^2-b^2)^2}{ab(a-b)^2}$$

$$= \frac{(a^2+b^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-a^2+b^2)}{ab(a-b)^2}$$

$$= \frac{2a^2.2b^2}{ab(a-b)^2} = \frac{4ab}{(a-b)^2}$$

Ans. : $\frac{4ab}{(a-b)^2}$

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

22. $\frac{a-c}{(a-b)(x-a)} + \frac{b-c}{(b-a)(x-b)}$

সমাধান ঃ

$$\frac{a-c}{(a-b)(x-a)} + \frac{b-c}{(b-a)(x-b)}$$
$$= \frac{a-c}{(a-b)(x-a)} + \frac{b-c}{-(a-b)(x-b)}$$
$$= \frac{a-c}{(a-b)(x-a)} - \frac{b-c}{(a-b)(x-b)}$$
$$= \frac{(a-c)(x-b)-(b-c)(x-a)}{(a-b)(x-a)(x-b)}$$
$$= \frac{ax-cx-ab+bc-bx+cx+ab-ac}{(a-b)(x-a)(x-b)}$$
$$= \frac{ax+bc-bx-ac}{(a-b)(x-a)(x-b)}$$
$$= \frac{x(a-b)-c(a-b)}{(a-b)(x-a)(x-b)}$$
$$= \frac{(x-c)(a-b)}{(a-b)(x-a)(x-b)}$$
$$= \frac{(x-c)}{(x-a)(x-b)}$$

Ans. : $\frac{(x-c)}{(x-a)(x-b)}$

23. $\frac{x^2y}{xy+y^2+yz} + \frac{y^2x}{x^2+xy+xz} + \frac{z^3}{z^2+zx+yz}$

সমাধান ঃ

$$\frac{x^2y}{xy+y^2+yz} + \frac{y^2x}{x^2+xy+xz} + \frac{z^3}{z^2+zx+yz}$$
$$= \frac{x^2y}{y(x+y+z)} + \frac{y^2x}{x(x+y+z)} + \frac{z^3}{z(z+x+y)}$$
$$= \frac{x^2}{x+y+z} + \frac{y^2}{x+y+z} + \frac{z^2}{x+y+z}$$
$$= \frac{x^2+y^2+z^2}{x+y+z}$$

Ans. $\frac{x^2+y^2+z^2}{x+y+z}$

গুণফল নির্ণয়

1. $\frac{a^2-10ax-b^2+25x^2}{4a^3-ab^2} \times \frac{b-2a}{a+b-5x}$

সমাধান ঃ

$$\frac{a^2-10ax-b^2+25x^2}{4a^3-ab^2} \times \frac{b-2a}{a+b-5x}$$
$$= \frac{(a^2-10ax+25x^2)-b^2}{a(4a^2-b^2)} \times \frac{b-2a}{a+b-5x}$$
$$= \frac{(a-5x)^2-(b)^2}{a(2a+b)(2a-b)} \times \frac{-(2a-b)}{a+b-5x}$$
$$= \frac{(a-5x+b)(a-5x-b)}{a(2a+b)(2a-b)} \times \frac{-(2a-b)}{a+b-5x}$$
$$= \frac{-(a-5x-b)}{a(2a+b)}$$

Ans. : $\frac{-(a-5x-b)}{a(2a+b)}$

2. $\left(1+\frac{2x+6}{x^2+5x+6}\right)\left(1-\frac{6x+18}{x^2+9x+20}\right)$

সমাধান ঃ

$$\left(1+\frac{2x+6}{x^2+5x+6}\right)\left(1-\frac{6x+18}{x^2+9x+20}\right)$$
$$= \left(\frac{x^2+5x+6+2x+6}{x^2+5x+6}\right)\left(\frac{x^2+9x+20-6x-18}{x^2+9x+20}\right)$$
$$= \frac{x^2+7x+12}{x^2+5x+6} \times \frac{x^2+3x+2}{x^2+9x+20}$$
$$= \frac{x^2+3x+4x+12}{x^2+3x+2x+6} \times \frac{x^2+2x+x+2}{x^2+5x+4x+20}$$
$$= \frac{x(x+3)+4(x+3)}{x(x+3)+2(x+3)} \times \frac{x(x+2)+1(x+2)}{x(x+5)+4(x+5)}$$
$$= \frac{(x+3)(x+4)}{(x+2)(x+3)} \times \frac{(x+1)(x+2)}{(x+4)(x+5)}$$
$$= \frac{x+1}{x+5}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

Ans. : $\frac{x+1}{x+5}$

3. $\frac{16x^2-25y^2}{x^2-49} \times \frac{x^2-7x}{4x-5y}$

সমাধান ঃ

$$\frac{16x^2-25y^2}{x^2-49} \times \frac{x^2-7x}{4x-5y}$$
$$= \frac{(4x)^2-(5y^2)}{(x)^2-(7)^2} \times \frac{x(x-7)}{4x-5y}$$
$$= \frac{(4x+5y)(4x-5y)}{(x+7)(x-7)} \times \frac{x(x-7)}{(4x-5y)}$$
$$= \frac{x(4x+5y)}{x+7}$$

Ans. : $\frac{x(4x+5y)}{x+7}$

4. $\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5} \times \frac{x^2-7x+10}{x^2-5x+6}$

সমাধান ঃ

$$\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5} \times \frac{x^2-7x+10}{x^2-5x+6}$$
$$= \frac{x^2-3x-x+3}{x^2-5x-x+5} \times \frac{x^2-2x-5x+10}{x^2-3x-2x+6}$$
$$= \frac{x(x-3)-1(x-3)}{x(x-5)-1(x-5)} \times \frac{x(x-2)-5(x-2)}{x(x-3)-2(x-3)}$$
$$= \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-5)} \times \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)} = 1$$

Ans. : 1

5. $\frac{x(a^2-b^2)}{x^3+y^3} \times \frac{x^2-xy+y^2}{x^2a-xa^2} \times \frac{x^2-a^2}{2b} \times \frac{2ab}{a^2-b^2}$

সমাধান ঃ

$$\frac{x(a^2-b^2)}{x^3+y^3} \times \frac{x^2-xy+y^2}{x^2a-xa^2} \times \frac{x^2-a^2}{2b} \times \frac{2ab}{a^2-b^2}$$
$$= \frac{x(a^2-b^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \times \frac{x^2-xy+y^2}{ax(x-a)} \times \frac{(x+a)(x-a)}{2b} \times \frac{2ab}{a^2-b^2}$$
$$= \frac{x}{x+y} \times \frac{1}{ax} \times \frac{x+a}{2b} \times 2ab$$
$$= \frac{x+a}{x+y}$$

Ans. : $= \frac{x+a}{x+y}$

6. $\frac{1}{a^2+ab+b^2} \times \frac{2a}{(a^3+b^3)} \times \frac{a^4+a^2b^2+b^4}{4a^2}$

সমাধান ঃ

$$\frac{1}{a^2+ab+b^2} \times \frac{2a}{(a^3+b^3)} \times \frac{a^4+a^2b^2+b^4}{4a^2}$$
$$= \frac{1}{a^2+ab+b^2} \times \frac{2a}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a^2)^2+2a^2.b^2+(b^2)^2-a^2b^2}{4a^2}$$
$$= \frac{1}{a^2+ab+b^2} \times \frac{1}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a^2+b^2)^2-(ab)^2}{2a}$$
$$= \frac{1}{a^2+ab+b^2} \times \frac{1}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}{2a}$$
$$= \frac{1}{2a(a+b)}$$

Ans. $\frac{1}{2a(a+b)}$

7. $\frac{a^2-x^2}{a+b} \times \frac{a^2-b^2}{ax+x^2} \times \left(a + \frac{ax}{a-x}\right)$

সমাধান ঃ

$$\frac{a^2-x^2}{a+b} \times \frac{a^2-b^2}{ax+x^2} \times \left(a + \frac{ax}{a-x}\right)$$
$$= \frac{(a+x)(a-x)}{a+b} \times \frac{(a+b)(a-b)}{x(a+x)} \times \frac{(a^2-ax+ax)}{a-x}$$
$$= \frac{(a+x)(a-x)}{(a+b)} \times \frac{(a+b)(a-b)}{x(a+x)} \times \frac{a^2}{(a-x)} = \frac{a^2(a-b)}{x}$$

Ans. : $\frac{a^2(a-b)}{x}$

8. $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right) \times \left(\frac{c}{d}+\frac{d}{c}\right) - \left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)\left(\frac{c}{d}-\frac{d}{c}\right)$

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right) \times \left(\frac{c}{d}+\frac{d}{c}\right) - \left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)\left(\frac{c}{d}-\frac{d}{c}\right)$$
$$= \left(\frac{(a^2+b^2)}{ab}\right) \times \left(\frac{c^2+d^2}{cd}\right) - \left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right) \times \left(\frac{c^2-d^2}{cd}\right)$$
$$= \frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{abcd} - \frac{(a^2-b^2)(c^2-d^2)}{abcd}$$
$$= \frac{(a^2c^2+b^2c^2+a^2d^2+b^2d^2) - (a^2c^2-b^2c^2-a^2d^2+b^2d^2)}{abcd}$$
$$= \frac{a^2c^2+b^2c^2+a^2d^2+b^2d^2-a^2c^2+b^2c^2+a^2d^2-b^2d^2}{abcd}$$

শুভ নন্দী ০২০১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{2b^2c^2 + 2a^2d^2}{abcd}$

$= 2\left(\frac{b^2c^2}{abcd} + \frac{a^2d^2}{abcd}\right)$

$= 2\left(\frac{bc}{ad} + \frac{ad}{bc}\right)$

Ans. : $2\left(\frac{bc}{ad} + \frac{ad}{bc}\right)$

9. $\left(\frac{4a}{3x} + \frac{3x}{2b}\right)\left(\frac{2b}{3x} + \frac{3x}{4a}\right)$

সমাধান ঃ

$\left(\frac{4a}{3x} + \frac{3x}{2b}\right)\left(\frac{2b}{3x} + \frac{3x}{4a}\right)$

$= \frac{8ab + 9x^2}{6xb} \times \frac{8ab + 9x^2}{12xa}$

$= \frac{(8ab + 9x^2)^2}{72abx^2}$

Ans. : $\frac{(8ab + 9x^2)^2}{72abx^2}$

10. $\left(\frac{1}{1 + x} + \frac{2x}{1 - x^2}\right)\left(\frac{1}{x} - 1\right)$

সমাধান ঃ

$\left(\frac{1}{1 + x} + \frac{2x}{1 - x^2}\right)\left(\frac{1}{x} - 1\right)$

$= \left(\frac{1}{1 + x} + \frac{2x}{(1 + x)(1 - x)}\right)\left(\frac{1}{x} - 1\right)$

$= \left(\frac{1 - x + 2x}{(1 + x)(1 - x)}\right)\left(\frac{1 - x}{x}\right)$

$= \left\{\frac{(1 + x)}{(1 + x)(1 - x)}\right\}\left\{\frac{1 - x}{x}\right\}$

$= \frac{1}{1 - x} \times \frac{1 - x}{x} = \frac{1}{x}$

Ans. : $\frac{1}{x}$

11. $\left(\frac{1}{x + y} + \frac{1}{x - y}\right) \times \frac{x^2 - y^2}{2y}$

সমাধান ঃ

$\left(\frac{1}{x + y} + \frac{1}{x - y}\right) \times \frac{x^2 - y^2}{2y}$

$= \frac{x - y + x + y}{(x + y)(x - y)} \times \frac{(x + y)(x - y)}{2y} = \frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$

Ans. : $\frac{x}{y}$

ভাগফল নির্ণয়

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

1. $\frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{1}{x + y} - \frac{1}{x + y}\left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}\right)$ কে $\frac{x - y - 1}{x}$ দ্বারা ভাগ করুন।

[১১তম বিসিএস]

সমাধান :

$\left[\frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{1}{x + y} - \frac{1}{x + y}\left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}\right)\right] \div \frac{x - y - 1}{x}$

$= \left[\frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{1}{x + y} - \frac{x^3 - y^3}{xy(x + y)}\right] \div \frac{x - y - 1}{x}$

$= \frac{(x + y)(x^2 - y^2) - xy - x^3 + y^3}{xy(x + y)} \div \frac{x - y - 1}{x}$

$= \frac{x^3 - xy^2 + x^2y - y^3 - xy - x^3 + y^3}{xy(x + y)} \div \frac{x - y - 1}{x}$

$= \frac{xy(x - y - 1)}{xy(x + y)} \times \frac{x}{x - y - 1} = \frac{x}{x + y}$

Ans. : $\frac{x}{x + y}$

গাণিতিক অনুশীলন :

1. $\left(m + \frac{1}{1 - m}\right) \div \left(m - \frac{m^2}{m - 1}\right)$

সমাধান ঃ

$\left(m + \frac{1}{1 - m}\right) \div \left(m - \frac{m^2}{m - 1}\right)$

$= \frac{m - m^2 + 1}{1 - m} \div \frac{m^2 - m - m^2}{m - 1} = \frac{m - m^2 + 1}{-(m - 1)} \div \frac{-m}{(m - 1)}$

$= \frac{m - m^2 + 1}{-(m - 1)} \times \frac{m - 1}{-m} = \frac{m - m^2 + 1}{m}$

Ans. : $\frac{m - m^2 + 1}{m}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৬১০৩

2. $\dfrac{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}}$

সমাধান ঃ

$$\frac{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}} = \frac{\frac{y^2+x^2}{x^2y^2}}{\frac{y^3+x^3}{x^3y^3}}$$

$$= \frac{y^2+x^2}{x^2y^2} \div \frac{y^3+x^3}{x^3y^3} = \frac{x^2+y^2}{x^2y^2} \times \frac{x^3y^3}{x^3+y^3}$$

$$= \frac{xy(x^2+y^2)}{x^3+y^3}$$

Ans. : $\dfrac{xy(x^2+y^2)}{x^3+y^3}$

3. $\left(\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}\right) \div \dfrac{2y}{(x^2-y^2)}$

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x-y}\right) \div \frac{2y}{(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{x-y+x+y}{(x+y)(x-y)} \div \frac{2y}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{2x}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{2y} = \frac{x}{y}$$

Ans. $\dfrac{x}{y}$

4. $\left(\dfrac{2x}{x+y}-\dfrac{y}{x-y}+\dfrac{y^2}{x^2-y^2}\right) \div \left(\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{x}{x^2-y^2}\right)$

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{2x}{x+y}-\frac{y}{x-y}+\frac{y^2}{x^2-y^2}\right) \div \left(\frac{1}{x+y}+\frac{x}{x^2-y^2}\right)$$

$$= \left\{\frac{2x}{x+y}-\frac{y}{x-y}+\frac{y^2}{(x+y)(x-y)}\right\} \div \left\{\frac{1}{x+y}+\frac{x}{(x+y)(x-y)}\right\}$$

$$= \left\{\frac{2x(x-y)-y(x+y)+y^2}{(x+y)(x-y)}\right\} \div \left\{\frac{x-y+x}{(x+y)(x-y)}\right\}$$

$$= \left\{\frac{2x^2-2xy-xy-y^2+y^2}{(x+y)(x-y)}\right\} \div \left\{\frac{x-y+x}{(x+y)(x-y)}\right\}$$

$$= \frac{2x^2-3xy}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{2x-y} = \frac{x(2x-3y)}{2x-y}$$

Ans. : $\dfrac{x(2x-3y)}{2x-y}$

5. $\dfrac{y-\frac{x+y}{1-xy}}{1+\frac{y(x+y)}{1-xy}}$

সমাধান ঃ

$$\frac{y-\frac{x+y}{1-xy}}{1+\frac{y(x+y)}{1-xy}} = \frac{\frac{y-xy^2-x-y}{1-xy}}{\frac{1-xy+xy+y^2}{1-xy}}$$

$$= \frac{-xy^2-x}{1-xy} \div \frac{1+y^2}{1-xy} = \frac{-x(1+y^2)}{(1-xy)} \times \frac{(1-xy)}{(1+y^2)} = -x.$$

Ans. $-x$

6. $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2+x-12} \div \dfrac{x^2-25}{x^2-x-20} \div \dfrac{x-2}{x^2+2x-15}$

সমাধান ঃ

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2+x-12} \div \frac{x^2-25}{x^2-x-20} \div \frac{x-2}{x^2+2x-15}$$

$$= \frac{x^2-2x-3x+6}{x^2+4x-3x-12} \div \frac{(x)^2-(5)^2}{x^2-5x+4x-20} \div \frac{x-2}{x^2+5x-3x-15}$$

$$= \frac{x(x-2)-3(x-2)}{x(x+4)-3(x+4)} \div \frac{(x+5)(x-5)}{x(x-5)+4(x-5)} \div \frac{x-2}{x(x+5)-3(x+5)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+4)(x-3)} \div \frac{(x+5)(x-5)}{(x-5)(x+4)} \div \frac{x-2}{(x+5)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{(x-5)(x+4)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{(x+5)(x-3)}{(x-2)}$$

$$= x-3$$

Ans. $x-3$

7. $\dfrac{x(x-y)}{x^3-y^3} \times \dfrac{x^2+xy+y^2}{x+y} \div \left(\dfrac{x^3-y^3}{x^3+y^3} \times \dfrac{x^2-xy+y^2}{x^2+xy+y^2}\right)$

সমাধান ঃ

$$\frac{x(x-y)}{x^3-y^3} \times \frac{x^2+xy+y^2}{x+y} \div \left(\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3} \times \frac{x^2-xy+y^2}{x^2+xy+y^2}\right)$$

$$= \frac{x(x-y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} \times \frac{x^2+xy+y^2}{x+y}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$\div \left\{ \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \times \frac{x^2-xy+y^2}{x^2+xy+y^2} \right\}$$

$$= \frac{x}{x+y} \div \frac{x-y}{x+y} = \frac{x}{x+y} \times \frac{x+y}{x-y}$$

$$= \frac{x}{x-y}$$

Ans. $\frac{x}{x-y}$

8. $\frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{(a+b)^2-4ab} \div \frac{(a-b)^2+4ab}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$

সমাধান ঃ

$$\frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{(a+b)^2-4ab} \div \frac{(a-b)^2+4ab}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$$

$$= \frac{(a+b)^3}{(a-b)^2} \div \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3} \qquad \left[\begin{array}{l}\text{যেহেতু}(a+b)^2-4ab=(a-b)^2 \\ \text{এবং}(a-b)^2+4ab=(a+b)^2\end{array}\right]$$

$$= \frac{(a+b)^3}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^3}{(a+b)^2}$$

$$= (a+b)(a-b)$$

$$= a^2-b^2$$

Ans. : a^2-b^2

9. $\frac{a(a-b)^2+4a^2b}{ab+b^2} \div \frac{a^2-b^2}{ab} \times \frac{b(a+b)^2-4ab^2}{a^2-ab}$

সমাধান ঃ

$$\frac{a(a-b)^2+4a^2b}{ab+b^2} \div \frac{a^2-b^2}{ab} \times \frac{b(a+b)^2-4ab^2}{a^2-ab}$$

$$= \frac{a\{(a-b)^2+4ab\}}{b(a+b)} \div \frac{(a+b)(a-b)}{ab} \times \frac{b\{(a+b)^2-4ab\}}{a(a-b)}$$

$$= \frac{a(a+b)^2}{b(a+b)} \div \frac{(a+b)(a-b)}{ab} \times \frac{b(a-b)^2}{a(a-b)}$$

$$= \frac{a(a+b)}{b} \times \frac{ab}{(a+b)(a-b)} \times \frac{b(a-b)}{a}$$

$$= ab$$

Ans. ab

10. $\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right) \div \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}\right)$

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right) \div \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}\right)$$

$$= \left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)}\right)$$

$$\div \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}\right)$$

$$= \frac{(a+b)^2+(a^2+b^2)}{(a+b)(a-b)} \div \frac{(a-b)(a^2-ab+b^2)-(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{a^2+2ab+b^2+a^2+b^2}{(a+b)(a-b)} \div \frac{(a-b)(a^2-ab+b^2-a^2-ab-b^2)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{2(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a-b)} \div \frac{(a-b)\times -2ab}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{2(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a-b)} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{-2ab(a-b)}$$

$$= \frac{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}{-ab(a-b)^2}$$

Ans. $\frac{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}{-ab(a-b)^2}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

বীজগণিতের সাধারণ সূত্রসমূহ

Algebraic Formulas

বর্গের সূত্রাবলী

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
4. $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$
5. $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$
6. $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$
7. $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
8. $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}\{(a+b)^2 + (a-b)^2\}$
9. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
10. $(a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$
11. $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab + bc + ca)$
12. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
13. $2(ab + bc + ca) = (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$

ঘন এর সূত্রাবলী

1. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
2. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
   $= a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
3. $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$
4. $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
5. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
7. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
   $= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

সূচক নিয়মাবলী

1. $a^m . a^n = a^{m+n}$
2. $a^n = a^y$ হলে $n = y$
3. $a^\circ = 1$
4. $(ab)^m = a^m b^m$
5. $\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$
6. $(a^m)^n = a^{mn}$
7. $\left(\frac{a^m}{a^n}\right) = a^{m-n}$
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

লগারিদম নিয়মাবলী

1. $\text{Log}_a(MN) = \log_a M + \log_a N$
2. $\log_a \frac{M}{N} = \text{Log}_a M - \log_a N$
3. $\log_a M^n = n \text{ Log}_a M$
4. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
5. $\log_a a = 1$
6. $\log_a 1 = 0$
7. $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$

মান নির্ণয়

প্রাথমিক নিয়মাবলী

যোগের নিয়মাবলি :

১। যেকোন দুইটি বাস্তব সংখ্যার যোগফল একটি সুনির্দিষ্ট বাস্তব সংখ্যা।

২। যেকোন বাস্তব সংখ্যা a, b, c এর জন্য $(a+b)+c = a+(b+c)$.
(যোগের সংযোগবিধি—Associative law of addition)

৩। যেকোন বাস্তব সংখ্যা a, b-এর $a + b = b + a$.
(যোগের বিনিময় বিধি—Commutative law of addition)

৪। যেকোন বাস্তব সংখ্যা a-এর জন্য $a + 0 = a$.

৫। প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যা a-এর সংশ্লিষ্ট একটি বাস্তব সংখ্যা $-a$ রয়েছে যেন $a + (-a) = 0 = (-a) + a$ হয়।

গুণের নিয়মাবলি :

১। যেকোন দুইটি বাস্তব সংখ্যার গুণফল একটি সুনির্দিষ্ট বাস্তব সংখ্যা।

২। যেকোন বাস্তব সংখ্যা a, b, c-এর জন্য $(ab)c = a(bc)$.
(গুণের সংযোগ বিধি—Associative law of multiplication)

৩। যেকোন বাস্তব সংখ্যা a, b এর জন্য $ab = ba$
(গুণের বিনিময় বিধি—Commutative law of multiplication)

৪। যেকোন বাস্তব সংখ্যা a-এর জন্য $1.a = a.1 = a$

৫। শূন্য বাদে প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যা a-এর সংশ্লিষ্ট একটি বাস্তব সংখ্যা $\frac{1}{a}$ রয়েছে যেন $a . \frac{1}{a} = 1$ হয়।

এই বিধিগুলো ছাড়াও আরেকটি অতি গুরুত্বপূর্ণ বিধি রয়েছে; তা হচ্ছে যোগের প্রেক্ষিতে গুণের বণ্টনবিধি (distributive law)

$a(b+c) = ab + ac$.

এই বিধি দ্বারা যোগের ও গুণের মধ্যে সংযোগ স্থাপিত হয়।

যোগের বর্জনবিধি (Cancellation law of addition) ঃ

$a + c = b + c$ হলে, $a = b$.

প্রমাণ। উভয়পক্ষে $-c$ যোগ করি ঃ

$(a+c) + (-c) = (b+c) + (-c)$

Shifat Hasan (2020) Page 28 - 29

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বাম পক্ষ $= a + \{c + (-c)\} = a + 0 = a.$

ডান পক্ষ $= b + c\ \{c + (-c)\} = b + 0 = b.$

অতএব $a = b.$

গুণের বর্জন বিধি (Cancellation law of multiplication) ঃ

$ac = bc$ এবং $c \neq 0$ হলে $a = b.$

প্রমাণ ঃ c শূন্য নয় বলে $\frac{1}{c}$ অর্থপূর্ণ; $ac = bc$ সমতার উভয় পক্ষকে $\frac{1}{c}$ দ্বারা গুণ দিয়ে পাই,

$(ac)\ \frac{1}{c} = (bc)\ \frac{1}{c}$

বাম পক্ষ $= a\ (c \cdot \frac{1}{c}) = a \cdot 1 = a.$

ডান পক্ষ $= b\ (c \cdot \frac{1}{c}) = b \cdot 1 = b.$

অতএব $a = b.$

a যেকোন সংখ্যা হলে $a \cdot 0 = 0.$

$ab = 0$ হলে $a = 0$ অথবা $b = 0$. অর্থাৎ দুইটি সংখ্যার গুণফল শূন্য হলে অন্তত একটি সংখ্যা শূন্য হবে।

আমরা বলতে পারি, $ab = 0$ হবে; যদি এবং কেবল যদি $a \neq 0$ এবং $b \neq 0$ হয়।

শূন্য ও যেকোন সংখ্যার গুণফল শূন্য বলে শূন্য দিয়ে কোন সংখ্যাকেই ভাগ দেওয়া যায় না। এমন কি $\frac{0}{0}$ প্রতীকও অর্থহীন।

ঘাত বা শক্তি :

$a \cdot a, a \cdot a \cdot a, \ldots\ldots$ কে যথাক্রমে $a^2, a^3, \ldots\ldots$ দ্বারা সূচিত করা যায়।

আমরা লক্ষ করি যে, $a \cdot a^2 = a \cdot (a \cdot a) = a \cdot a \cdot a = a^3.$

$a^2 \cdot a^2 = (a \cdot a);\ (a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4,$

$a^2 \cdot a^3 = (a \cdot a);\ (a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$ ইত্যাদি।

n যেকোন স্বাভাবিক সংখ্যা হলে a^n দ্বারা n- সংখ্যক উৎপাদকের ক্রমিক গুণফল বোঝায়, যারা প্রত্যেকে $= a$; অর্থাৎ

$$a^n = a \cdot a \ldots\ldots a$$

m, n যেকোন স্বাভাবিক সংখ্যা হলে সহজেই দেখা যায় যে $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

আবার, $a \cdot a = a^2$ বলে $\frac{a^2}{a} = a;$

$a \cdot a^2 = a^3$ বলে $\frac{a^3}{a} = a^2$ এবং $\frac{a^3}{a^2} = a$ ইত্যাদি।

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

1. $2p^2 - 15p - 27$ রাশিটিকে দুইটি রাশির বর্গের অন্তরফলরূপে প্রকাশ করুন। [৩৪তম বিসিএস]

সমাধান :

$2p^2 - 15p - 27$

$= 2p^2 - 18p + 3p - 27$

$= 2p\ (p - 9) + 3\ (p - 9)$

$= (2p + 3)\ (p - 9)$

ধরি,

$2p + 3 = a$

$p - 9 = b$

আমরা জানি,

$$ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2p + 3 + p - 9}{2}\right)^2 - \left(\frac{2p + 3 - p + 9}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3p - 6}{2}\right)^2 - \left(\frac{p + 12}{2}\right)^2$$

2. $\frac{a + b}{b + c} = \frac{c + d}{d + a}$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $c = a$ অথবা, $a + b + c + d = 0.$ [৩০তম বিসিএস]

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$

বা, $\frac{b+c}{a+b} = \frac{d+a}{c+d}$

বা, $\frac{b+c}{a+b-b-c} = \frac{d+a}{c+d-d-a}$ (বিয়োজন করে)

বা, $\frac{b+c}{a-c} = \frac{d+a}{c-a}$

বা, $\frac{a-c}{b+c} = \frac{c-a}{d+a}$ (উল্টাকরণ করে)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $\frac{c-a}{b+c}+\frac{c-a}{d+a}=0$

বা, $(c-a)\{\frac{1}{b+c}+\frac{1}{d+a}\}=0$

∴ হয় $c-a=0$

অথবা, $c=a$

আবার,

বা, $\frac{1}{b+c}+\frac{1}{d+a}=0$

বা, $\frac{d+a+b+c}{(b+c)(d+a)}=0$

বা, $(a+b+c+d)=0$

∴ $c=a$ এবং

$a+b+c+d=0$ (প্রমাণিত)

3. দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করুন : $(3x+5y)(7x-5y)$

[২৭তম বিসিএস]

সমাধান :

$(3x+5y)(7x-5y)$

$=\left(\frac{3x+5y+7x-5y}{2}\right)^2-\left(\frac{3x+5y-7x+5y}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{10x}{2}\right)^2-\left(\frac{10y-4x}{2}\right)^2$

$=(5x)^2-(5y-2x)^2$

$=(5x)^2-(5y-2x)^2$

4. $2x+\frac{2}{x}=3$ হলে $x^4+\frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় করুন। [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

$2x+\frac{2}{x}=3$

$\Rightarrow 2\left(x+\frac{1}{x}\right)=3$

$\Rightarrow x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow x^2+2.x.\frac{1}{x}+\left(\frac{1}{x}\right)^2=\frac{9}{4}$

$\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=\frac{9}{4}-2$

$\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=\frac{9-8}{4}$

$\Rightarrow \left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow x^4+2+\frac{1}{x^4}=\frac{1}{16}$

$\Rightarrow x^4+\frac{1}{x^4}=\frac{1}{16}-2$

$\Rightarrow x^4+\frac{1}{x^4}=\frac{-31}{16}$

Ans. : $\frac{-31}{16}$

বিকল্প পদ্ধতি :

$2x+\frac{2}{x}=3$

বা, $2\left(x+\frac{1}{x}\right)=3$

বা, $x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$

এখন, $x^4+\frac{1}{x^4}=(x^2)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2.x^2.\frac{1}{x^2}$

$=\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x}\right\}^2-2=\left(\frac{9}{4}-2\right)^2-2$

$=\left(\frac{9-8}{4}\right)^2-2$

$=\frac{1}{16}-2$

$=\frac{1-32}{16}=\frac{-31}{16}$

Ans. : $\frac{-31}{16}$

5. $a=y+z-x$, $b=z+x-y$, $c=x+y-z$ হলে, দেখান যে, $a^3+b^3+c^3-3abc=4(x^3+y^3+z^3-3xyz)$.

[২১তম বিসিএস]

সমাধান :

$a=y+z-x$ ..... (i)

$b=z+x-y$ ..... (ii)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$c = x + y - z$ ..... (iii)

(i) + (ii) + (iii) নং যোগ করে পাই,

$a + b + c = y + z - x + z + x - y + x + y - z = x + y + z$

[(i) নং – (ii) নং করে পাই,

$a - b = y + z - x - z - x + y = 2(y - x)$

[(ii) নং – (iii) নং করে পাই,

$b - c = z + x - y - x - y + z$

$= 2(z - y)$

(iii) নং – (i) নং

$c - a = x + y - z - y - z + x$

$= 2(x - z)$

∴ বামপক্ষ

$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$

$= \frac{1}{2}(x + y + z)\{4(y - x)^2 + 4(z - y)^2 + 4(x - z)^2\}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2} \cdot 4(x + y + z)\{(y - x)^2 + (z - y)^2 + (x - z)^2\}$

$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

$= 4(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ

= ডানপক্ষ (দেখানো হল)

6. যদি $x = (p + q)^{\frac{1}{3}} + (p - q)^{\frac{1}{3}}$ এবং $p^2 - q^2 = r^3$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $x^3 - 3rx - 2p = 0$ [২০তম বিসিএস]

সমাধান : $x = (p + q)^{\frac{1}{3}} + (p - q)^{\frac{1}{3}}$ [উভয় পক্ষকে ঘন করিয়া]

$x^3 = \left\{(p + q)^{\frac{1}{3}} + (p - q)^{\frac{1}{3}}\right\}^3$

$x^3 = \left\{(p + q)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + \left\{(p - q)^{\frac{1}{3}}\right\}^3 + 3(p + q)^{\frac{1}{3}}(p - q)^{\frac{1}{3}}\left\{(p + q)^{\frac{1}{3}} + (p - q)^{\frac{1}{3}}\right\}$

$x^3 = (p + q) + (p - q) + 3\{p^2 - q^2\}^{\frac{1}{3}} \times x$

$x^3 = p + q + p - q + 3r^{3 \times \frac{1}{3}} \times x$

$x^3 = 2p + 3xr$

$x^3 = 2p + 3rx$

∴ $x^3 - 3rx - 2p = 0$ (প্রমাণিত)

7. $\frac{3x + 1}{x - 1}$ এর দ্বিগুণানুপাত 25 : 1 হলে, x এর মান কত? [১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

শর্তমতে, $\left(\frac{3x + 1}{x - 1}\right)^2 = \frac{25}{1}$

$\Rightarrow \frac{9x^2 + 6x + 1}{x^2 - 2x + 1} = 25$

$\Rightarrow 25x^2 - 50x + 25 = 9x^2 + 6x + 1$

$\Rightarrow 16x^2 - 56x + 24 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 6x - x + 3 = 0$

$\Rightarrow 2x(x - 3) - 1(x - 3) = 0$

$\Rightarrow (x - 3)(2x - 1) = 0$

হয়, $x - 3 = 0$ অথবা, $2x - 1 = 0$

$\Rightarrow x = 3$ বা, $x = \frac{1}{2}$

Ans. : $x = 3$ অথবা $\frac{1}{2}$

8. $x - y = 7$ এবং $xy = 15$ হলে $(x^2 + y^2)(x^3 - y^3)$ এর মান বের করুন। [১৭তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

প্রথম রাশি

$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$

$= 7^2 + 2.15$

$= 49 + 30 = 79$

দ্বিতীয় রাশি

$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

$= (7)^3 + 3.15.7$

$= 343 + 315 = 658$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$\therefore (x^2+y^2)(x^3-y^3) = 79 \times 658 = 51982$

Ans. : 51982.

9. $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করুন। [১৫তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

$2x + \frac{2}{x} = 3$

উভয় পক্ষকে বর্গ করে,

$\left(2x+\frac{2}{x}\right)^2 = (3)^2$

বা, $4x^2 + 2.2x.\frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = 9$

বা, $4x^2 + 8 + \frac{4}{x^2} = 9$

বা, $4x^2 + \frac{4}{x^2} = 9 - 8$

বা, $4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 1$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$ **Ans.**

Ans. : $\frac{1}{4}$

বিকল্প পদ্ধতি

$2x + \frac{2}{x} = 3$

বা, $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

বা, $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

এখন,

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2$

$= \frac{9}{4} - 2$

$= \frac{9-8}{4} = \frac{1}{4}$ **Ans.**

Ans. : $\frac{1}{4}$

10. $y = ax + b$ হলে $x = 4$ এর জন্য y এর মান নির্ণয় করুন যেখানে $x = 1$ এর জন্য y এর মান 4 এবং $x = 2$ এর জন্য y এর মান 7। [১৩তম বিসিএস]

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$y = ax + b$

$\Rightarrow 4 = a.1 + b$ [$x = 1$ এবং $y = 4$ বসিয়ে]

$\Rightarrow a + b = 4$ ..... (i)

আবার,

$y = ax + b$

$\Rightarrow 7 = a.2 + b$ [$x = 2$ এবং $y = 7$ বসিয়ে]

$\Rightarrow 2a + b = 7$ ..... (ii)

(ii) নং – (i) নং করে

$2a + b = 7$

$a + b = 4$

$a = 3$

a এর মান (i) নং বসাইয়া

$3 + b = 4$

$\Rightarrow b = 1$

এখন দেয়া সমীকরণে $x = 4$, $a = 3$ এবং $b = 1$ বসিয়ে

$y = 3.4 + 1$

$y = 12 + 1$

$y = 13$

অতএব, $x = 4$ এর জন্য y এর মান হবে 13.

Ans. : $x = 4$, $y = 13$.

11. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে $\frac{x}{x^2+x-1}$ এর মান নির্ণয় করুন। [বিসিএস '৮৫]

সমাধান ঃ

$x + \frac{1}{x} = 2$

বা, $\frac{x^2+1}{x} = 2$

বা, $x^2 + 1 = 2x$

বা, $x^2 - 2x + 1 = 0$

বা, $(x-1)^2 = 0$

বা, $x - 1 = 0$

$\therefore x = 1$

এখন,

$\frac{x}{x^2+x-1} = \frac{1}{1+1-1}$

$= \frac{1}{1} = 1$

Ans. : 1

গাণিতিক অনুশীলন :

1. $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2.\frac{1}{x^2}$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= (4^2 + 2)^2 - 2$

$= (18)^2 - 2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

$= 324 - 2$

$= 322$

Ans. : 322.

2. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে দেখাতে হবে যে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

$= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$

$= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

ডানপক্ষ

$= a^4 + \frac{1}{a^4}$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2a^2.\frac{1}{a^2}$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2$

$= \{2^2 - 2\}^2 - 2$

$= (4 - 2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

অতএব, $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ (দেখানো হইল)।

3. যদি $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = a$ হয়, তবে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = a$

উভয় পক্ষকে বর্গ করে,

$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = a^2$

বা, $\left(\sqrt{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + 2.\sqrt{x}.\frac{1}{\sqrt{x}} = a^2$

বা, $x + \frac{1}{x} + 2 = a^2$

বা, $x + \frac{1}{x} = a^2 - 2$

এখন,

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

$= (a^2 - 2)^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= \{(a^2)^2 - 2.a^2.2 + (2)^2\} - 2$

$= a^4 - 4a^2 + 4 - 2 = a^4 - 4a^2 + 2$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $= a^4 - 4a^2 + 2$

4. $x + y + z = 15$ এবং $x^2 + y^2 + z^2 = 83$ হলে, $xy + yz + zx$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = (x + y + z)^2$

বা, $2(xy + yz + zx) = (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$

বা, $2(xy + yz + zx) = (15)^2 - 83$

$= (225 - 83)$

$\therefore (xy + yz + zx) = \frac{142}{2} = 71$

Ans. : 71.

5. $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ = কত?

সমাধান ঃ

$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (3)^3 - 3.3$

$= 27 - 9 = 18$

Ans. : 18

6. $a - \frac{1}{a} = 4$ হলে $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= (4)^3 + 3.4 = 64 + 12 = 76$

Ans. : 76

7. $x = 3, y = 4$ এবং $z = 5$ হলে, $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

$9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$

$= (3x)^2 + (-4y)^2 + (2z)^2 + 2.3x.-4y + 2.(-4y).2z + 2.3x.2z$

$= (3x - 4y + 2z)^2$

$= (3.3 - 4.4 + 2.5)^2$ [x, y ও z এর মান বসিয়ে]

$= (9 - 16 + 10)^2 = (3)^2 = 9$

Ans. : 9

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

8. $x + y = 5$ হলে দেখাতে হবে যে, $x^3 + y^3 + 15xy = 125$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

$= x^3 + y^3 + 15xy$

$= x^3 + y^3 + 3xy.5$

$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = (x + y)^3$

$= (5)^3$ [x + y–এর মান বসিয়ে]

$= 125$ = ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হল)

9. $x - \frac{6}{x} = 1$ হলে, $\frac{6}{x^2 + x + 1}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$x - \frac{6}{x} = 1$

বা, $\frac{x^2 - 6}{x} = 1$

বা, $x^2 - 6 = x$

বা, $x^2 - x - 6 = 0$

বা, $x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$

বা, $x(x - 3) + 2(x - 3) = 0$

বা, $(x - 3)(x + 2) = 0$

অতএব,

$x - 3 = 0$ অথবা $x + 2 = 0$

বা, $x = 3$ বা, $x = -2$.

$x = 3$ হলে, $\frac{6}{x^2 + x + 1} = \frac{6}{3^2 + 3 + 1} = \frac{6}{13}$

এবং, $x = -2$ হলে, $\frac{6}{x^2 + x + 1} = \frac{6}{(-2)^2 - 2 + 1} = \frac{6}{3} = 2$

Ans. : 2 অথবা $\frac{6}{13}$

10. যদি $x + \frac{1}{x} = 4$ হয়, তবে $\frac{x}{x^2 - 3x + 1}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$x + \frac{1}{x} = 4$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = 4$

বা, $x^2 + 1 = 4x$

এখন,

$\frac{x}{x^2 - 3x + 1}$

$= \frac{x}{x^2 + 1 - 3x}$

$= \frac{x}{4x - 3x}$ [$x^2 + 1 = 4x$ বসিয়ে যেখানে $x \neq 0$]

$= \frac{x}{x} = 1$

∴ নির্ণেয় মান = 1

11. $a + b = \sqrt{3}$ এবং $a - b = \sqrt{2}$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $8ab(a^2 + b^2) = 5$.

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $a + b = \sqrt{3}$, এবং $a - b = \sqrt{2}$

আমরা জানি,

$ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$

এবং, $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

$= \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2.\frac{1}{4}$

$= 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

বামপক্ষ

$= 8ab(a^2 + b^2)$

$= 8.\frac{1}{4}.\frac{5}{2}$ [মান বসিয়ে]

$= 5$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

12. $x - \frac{1}{x} = p$ হলে, $\frac{c}{x(x - p)}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

$x - \frac{1}{x} = p$

বা, $\frac{x^2 - 1}{x} = \frac{p}{1}$

বা, $x^2 - 1 = px$

বা, $x^2 - px = 1$

বা, $x(x - p) = 1$

এখন,

$\frac{c}{x(x - p)}$

$= \frac{c}{1}$ [মান বসিয়ে]

$= c$

Ans. : c

13. $a + \frac{1}{a} = 5$ হলে, $\frac{a}{a^2 + a + 1}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$a + \frac{1}{a} = 5$

$\therefore \frac{a}{a^2 + a + 1} = \frac{\frac{1}{a} \times a}{\frac{1}{a}(a^2 + a + 1)}$ $\left[\frac{1}{a}\text{ দ্বারালব ও হরকে গুণ করে}\right]$

$= \frac{1}{a + 1 + \frac{1}{a}} = \frac{1}{a + \frac{1}{a} + 1}$

$= \frac{1}{5 + 1} = \frac{1}{6}$

Ans. : $= \frac{1}{6}$

Or, $a + \frac{1}{a} = 5$

$\therefore a^2 + 1 = 5$

এখন, $\frac{a}{a^2 + a + 1} = \frac{a}{5a + a} = \frac{a}{6a} = \frac{1}{6}$

14. $x + y + z = 0$ হলে, $x^3 + y^3 + z^3$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$x + y + z = 0$

বা, $x + y = -z$

বা, $(x + y)^3 = (-z)^3$ [উভয়কে ঘন করে]

বা, $x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = -z^3$

বা, $x^3 + y^3 + 3xy(-z) = -z^3$ $[\because x + y = -z]$

বা, $x^3 + y^3 - 3xyz = -z^3$

বা, $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz.$

$\therefore x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz.$

Ans. : $3xyz$

15. যদি $x + y = a$, $x^2 + y^2 = b^2$ এবং $x^3 + y^3 = c^3$ হয়, তবে $a^3 + 2c^3$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$a^3 + 2c^3$

$= (x + y)^3 + 2(x^3 + y^3)$

$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) + 2(x^3 + y^3)$

$= 3(x^3 + y^3) + 3xy(x + y)$

$= 3\{(x^3 + y^3) + xy(x + y)\}$

$= 3\{(x + y)(x^2 - xy + y^2) + xy(x + y)\}$

$= 3(x + y)(x^2 - xy + y^2 + xy)$

$= 3(x + y)(x^2 + y^2)$

$= 3ab^2$ $[\because x + y = a, x^2 + y^2 = b^2]$

Ans. : $3ab^2$

16. যদি $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ হয়, তবে ab এর মান কত?

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

বা, $513 = 3^3 + 3.ab.3$ [মান বসিয়ে]

বা, $513 = 27 + 9ab$

বা, $-9ab = -513 + 27.$

বা, $9ab = 486$

বা, $ab = \frac{486}{9}$

$\therefore ab = 54$

Ans. : 54

17. যদি $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখন,

$x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= \left(\sqrt{3}\right)^3 - 3\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

Ans. : 0

18. যদি $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ হয়, তবে $m^3 + 2p^3$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$, $a^3 + b^3 = p^3$

এখন,

$m^3 + 2p^3$

$= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3)$

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3$

$= 3a^3 + 3b^3 + 3a^2b + 3ab^2$

$= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3$

$= 3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$

$= 3\{a^2(a + b) + b^2(a + b)\}$

$= 3(a + b)(a^2 + b^2)$

$= 3mn$ [মান বসিয়ে]

$= 3mn$

Ans. : 3mn

19. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

$= \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$

[হর ও লবকে $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$

$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

বা, $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$

এখন,

$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3.x.\frac{1}{x}(x + \frac{1}{x})$

$= (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x + \frac{1}{x})$

$= (2\sqrt{3})^3 - 3.2\sqrt{3}$

$= 8.3\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

$= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

Ans. : $18\sqrt{3}$

20. $(a^2 + 1)^2 = 3a^2$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$(a^2 + 1)^2 = 3a^2$

বা, $a^4 + 2a^2 + 1 = 3a^2$

বা, $a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = 3$ [a^2 দ্বারা উভয় পক্ষকে ভাগ করে]

বা, $a^2 + 2.a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 3$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$

বা, $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ [উভয় পক্ষে বর্গমূল নিয়ে]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখন,

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = (a + \frac{1}{a})^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= \left(\sqrt{3}\right)^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

$\therefore$ নির্ণেয় $a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$ **Ans.**

22. $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ = কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$$x + \frac{1}{x} = 4$$

এখন,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (4)^2 - 2 = 14$$

23. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 4$ হলে, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 4$$

বা, $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2 = (4)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2 \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} = 16$

বা, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = 16 - 2 = 14$

Ans. : 14

24. $x - \frac{1}{x} = a$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$$x - \frac{1}{x} = a$$

এখন,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}$$

$$= a^2 + 2$$

Ans. : $a^2 + 2$

25. $m + \frac{1}{m} = a$ হলে, $m^4 + \frac{1}{m^4}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$m^4 + \frac{1}{m^4} = (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$$

$$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2m^2 \cdot \frac{1}{m^2}$$

$$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2m \cdot \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$$

$$= (a^2 - 2)^2 - 2$$

$$= (a^2)^2 - 2.a^2.2 + (2)^2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= a^4 - 4a^2 + 4 - 2$$

$$= a^4 - 4a^2 + 2$$

Ans. : $a^4 - 4a^2 + 2$

26. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $\frac{x}{x^2 + x - 1}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

অথবা, $\frac{x^2 + 1}{x} = 2$

অথবা, $x^2 + 1 = 2x$

অথবা, $x^2 - 2x + 1 = 0$

অথবা, $(x - 1)^2 = 0$

$\therefore x - 1 = 0 \quad \therefore x = 1$

এখন,

$$\frac{x}{x^2 + x - 1}$$

$$= \frac{x}{1 + 1 - 1}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

Ans. : 1

27. $x = a + \frac{1}{a}$ এবং $y = a - \frac{1}{a}$ হলে, $x^4 + y^4 - 2x^2y^2$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$x^4 + y^4 - 2x^2y^2$$

$$= (x^2)^2 + (y^2)^2 - 2x^2y^2$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= (x^2 - y^2)^2$

$= (x + y)^2(x - y)^2$

$= \left(a + \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a}\right)^2\left(a + \frac{1}{a} - a + \frac{1}{a}\right)^2$

$= (2a)^2\left(\frac{2}{a}\right)^2$ [x এবং y এর মান বসিয়ে]

$= 4a^2 . \frac{4}{a^2} = 4 \times 4 = 16$

Ans. : 16

28. $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$ হলে, $a^2 + b^2 + c^2$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = (9)^2 - 2.31 = 81 - 62 = 19$

Ans. : 19

29. $x + y + z = 15$ এবং $x^2 + y^2 + z^2 = 83$ হলে, $xy + yz + zx$ এর মান কত?

সমাধান :

$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = (x + y + z)^2$

বা, $2(xy + yz + zx) = (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$

বা, $2(xy + yz + zx) = (15)^2 - 83 = 225 - 83$

$\therefore (xy + yz + zx) = 71$

Ans. : 71

30. $a + b + c = 10$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 38$ হলে, $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ এর মান কত?

সমাধান :

$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2$

বা, $2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$

বা, $2(ab + bc + ca) = (10)^2 - 38$

বা, $2(ab + bc + ca) = 100 - 38 = 62$

$\therefore ab + bc + ca = \frac{62}{2} = 31$

এখন,

$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$

$= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2$

$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$

$= 2.38 - 2.31 = 76 - 62 = 14$

Ans. : 14

31. $a + b = c$ হলে, দেখান যে, $a^3 + b^3 + 3abc = c^3$.

সমাধান :

$a^3 + b^3 + 3abc$

$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$= (a + b)^3$ [$a + b = c$ মান বসিয়ে]

$= c^3$ (দেখানো হইল)

32. $a - \frac{1}{a} = 1$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$.

সমাধান :

$a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a . \frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= (1)^3 + 3.1$ [মান বসিয়ে]

$= 1 + 3 = 4$ (প্রমাণিত)

33. $x - \frac{1}{x} = p$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$x - \frac{1}{x} = p$

আমরা জানি,

$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x . \frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (p)^3 + 3p = p^3 + 3p$

Ans. $p^3 + 3p$

34. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$a + \frac{1}{a} = 2$

'এখানে,

$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\}\left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)\right\}$

$= \{(2)^2 - 2\}\{(2)^3 - 3.2\}$

$= (4 - 2)(8 - 6) = 2 \times 2$

$= 4$

Ans. : 4

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

35. m= 5, n = 7 হলে, $16(m^2+n^2)^2 + 56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2) + 49(3m^2-2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, m = 5 এবং n = 7

প্রদত্ত রাশি

$= 16(m^2+n^2)^2 + 56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2)$

$+ 49(3m^2-2n^2)^2$

$= \{4(m^2+n^2) + 2.4.(m^2+n^2).7(3m^2-2n^2)$

$+ \{7(3m^2-2n^2)\}^2$

$= \{4(m^2+n^2) + 7(3m^2-2n^2)\}^2$ [o = 5.x = 7]

$= \{4(5^2+7^2) + 7(3.5^2-2.7^2)\}^2$

$= \{4(25+49) + 7(75-98)\}^2$

$= \{(4.74 + 7.(-23)\}^2$

$= (296-161)^2$

$= (135)^2 = 18225$ Ans

36. $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে, $a4 + \frac{1}{a4}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$a + \frac{1}{a} = 4$

∴ প্রদত্ত রাশি,

$a4 + \frac{1}{a4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2}$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a\frac{1}{a}\right\}^2 - 2.$

$= \{(4)^2-2\}^2 - 2 = (16-2)^2 - 2$

$= (14)^2 - 2 = 196 - 2$

$= 194$ Ans.

37. $a - \frac{1}{a} = m$ হলে, দেখাও যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m4 + 4m^2 + 2.$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ জ

$a4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2a^2.\frac{1}{a^2}$

$= \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2$

$= \{(m)^2 + 2\}^2 - 2$

$= (m^2+2)^2 - 2$

$= (m^2)^2 + 2.m^2.2 + 2^2 - 2$

$= m^4 + 4m^2 + 4 - 2$

$= m^4 + 4m^2 + 2$

= ডানপক্ষ (দেখানো হল)

38. $a - \frac{1}{a} = 4$ হলে, দেখাও যে, $a^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 18.$

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$a - \frac{1}{a} = 4$

বামপক্ষ

$= a^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2$

$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}$

$= (4)2 + 2$ (মান বসিয়ে)

$= 16 + 2 = 18$

= ডানপক্ষ (দেখানো হল)

39. $a + b = 8$ এবং $ab = 15$ হলে, $(a-b)^2$ ও $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$a + b = 8$ এবং $ab = 15$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১ম অংশ $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$= (8)^2 - 4.15$

$= 64 - 60 = 4$ **Ans.**

২য় অংশ, $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

$= (8)2 - 2.15$

$= 64 - 30 = 34$ **Ans.**

40. $x - y = 7$ এবং $xy = 60$ হলে, $(x + y)^2$ ও $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে, $x - y = 7$ এবং $xy = 60$

প্রদত্ত রাশি, $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$

$= (7)^2 + 4.60$

$= 49 + 240 = 289$ Ans

প্রদত্ত রাশি $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$

$= (7)^2 + 2.60$

$= 49 + 120 = 169$ Ans.

41. $x + y = 12$ এবং $xy = 27$ হলে $(x - y)^2$ ও $(x^2 + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে, $x - y = 12$ এবং $xy = 27$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= (x - y)^2$

$= (x + y)^2 - 4xy$

$= (12)^2 - 4.27 = 144 - 108 = 36$

এবং প্রদত্ত রাশি $= x^2 + y^2$

$= (x + y)^2 - 2.xy$

$= (12)^2 - 2.27 = 144 - 54 = 90$ Ans.

42. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$x - \frac{1}{x} = 5$

প্রদত্ত রাশি

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 . x \frac{1}{x}$

$= 25 + 4 = 29$ Ans

43. $a + b = 13$ এবং $a - b = 3$ হলে, $2a^2 + 2b^2$ ও ab এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$a + b = 13$ এবং $a - b = 3$

প্রদত্ত রাশি

$= 2a^2 + 2b^2$

$= (a + b)^2 + (a - b)^2$ [$\therefore 2a^2 + 2b^2 = (a + b)^2 + (a - b)^2$]

$= (13)2 + (3)2 = 169 + 9 = 178$

এবং প্রদত্ত রাশি, $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{169}{4} - \frac{9}{4}$

$= \frac{169 - 9}{4} = \frac{160}{4} = 40$ Ans.

44. $x + y = 19$ এবং $x - y = 11$ হলে, $2x^2 + 2y^2$ এবং $4xy$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে.

$x + y = 19$ এবং $x - y = 11$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 2x^2 + 2y^2$

$= (x + y)^2 + (x - y)^2$

$= ((19)^2 + (11)^2 = 361 + 121 = 482$

এবং প্রদত্ত রাশি $= 4xy$

$= (x + y)^2 - (x - y)^2 = (19)^2 - (11)^2$

$= 361 - 121 = 240$ Ans

45. $x + y + z = 2$ এবং $xy + yz + zx = 1$ হলে, $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$ এর মান কত?

সমাধান :

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

দেওয়া আছে,

$x + y + z = 2$ এবং $xy + yz + zx = 1$

এখন,

$(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$
$= x^2 + 2xy + y^2 + y^2 + 2yz + z^2 + z^2 + 2zx + x^2$
$= (x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx) + x^2 + y^2 + z^2$
$= (x + y + z)^2 + \{(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)\}$
$= 2^2 + \{2^2 - 2.1\}$
$= 4 + \{4 - 2\}$
$= 4 + 2 \quad = 6$

অতএব, নির্ণেয় মান = 6. **Ans.**

46. $64x^2 + 96xy + 37y^2$ এর মান নির্ণয় করুন, যখন $x = \frac{1}{8}$ এবং $y = 1$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$x = \frac{1}{8}$, $y = 1$

প্রদত্ত রাশিমালা = $64x^2 + 96xy + 37y^2$
$= \{(8x)^2 + 2.8x.6y + (6y)^2\} + y^2$
$= (8x + 6y)^2 + y^2$
$= \left(8.\frac{1}{8} + 6.1\right) + (1)^2$ [x এবং y এর মান বসিয়ে]
$= (7)^2 + 1$
$= 49 + 1$
$= 50$ **Ans.**

47. $a + b = 7p$ এবং $ab = 12p^2$ হলে, $a - b$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$a + b = 7p$ এবং $ab = 12p^2$

আমরা জানি,

$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
$= (7p)^2 - 4.12p^2$ [মান বসিয়ে]
$= 49p^2 - 48p^2$
$= p^2$
$\therefore (a - b) = \pm p$

অতএব, নির্ণেয় মান $\pm p$ **Ans.**

48. $x - y = 2$ এবং $xy = 3$ হলে, $x + y$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$x - y = 2$ এবং $xy = 3$

আমরা জানি,

$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$
$= (2)^2 + 4.3$ [মান বসিয়ে]
$= 4 + 12$
$= 16$
$\therefore \quad x + y = \pm 4$

অতএব, নির্ণেয় মান = ± 4. **Ans.**

49. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$x + \frac{1}{x} = 2$

এখন,

$x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$
$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}$
$= \left\{(x + \frac{1}{x})^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$
$= \left\{(x + \frac{1}{x})^2 - 2\right\}^2 - 2$
$= (2^2 - 2)^2 - 2$ [মান বসিয়ে]
$= (4 - 2)^2 - 2$
$= 2^2 - 2$
$= 4 - 2$
$= 2$
$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 2$

অতএব, নির্ণেয় মান = 2 **Ans.**

50. $x + y + z = p$ এবং $xy + yz + zx = q$ হলে, $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$x + y + z = p$ এবং $xy + yz + zx = q$

এখন,

$(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৫১০৩

$= (x^2 + 2xy + y^2) + (y^2 + 2yz + z^2) + (z^2 + 2zx + x^2$
$= (x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx) + x^2 + y^2 + z^2$
$= (x + y + z)^2 + \{(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)\}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]
$= p^2 + p^2 - 2q$
$= 2p^2 - 2q$

অতএব, নির্ণেয় মান $= 2p^2 - 2q$ **Ans.**

53. দেখান যে,

$$\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$$

সমাধান :

বামপক্ষ $= \left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2$

$= \left\{\frac{(x+y)^2}{4} - \frac{(x-y)^2}{4}\right\}^2$

$= \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4}$

$= \left(\frac{4xy}{4}\right)^2 = x^2y^2$

ডানপক্ষ $= \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)$

$= \frac{(6x^2+y^2)^2}{4} - \frac{(6x^2-y^2)^2}{4}$

$= \frac{(x^2+y2)^2 - (x^2-y^2)}{4}$

$= \frac{4x^2y^2}{4}$

$= x^2y^2$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

52. দেখান যে, (3a + 4b) (5a + 2c) দুইটি পূর্ণবর্গের অন্তর ফলের সমান।

সমাধান :

(3a + 4b) (5a + 2c)
মনে করি,
3a + 4b = x
এবং 5a + 2c = y
$\therefore$ (3a + 4b) (5a + 2c)
= xy

$= \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$ [$\because xy = \left(\frac{x+y}{2}\right) - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$]

$= \left\{\frac{(3a+4b)+(5a+2c)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(3a+4b)-(5a+2c)}{2}\right\}^2$

[x ও y এর মান বসিয়ে]

$= \left(\frac{3a+4b+5a+2c}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a+4b-5a-2c}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{8a+4b+2c}{2}\right)^2 - \left(\frac{4b-2a-2c}{2}\right)^2$

$= \left\{\frac{2(4a+2b+c)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{2(2b-a-c)}{2}\right\}^2$

$= (4a + 2b + c)^2 - (2b - a - c)^2$

সুতরাং, (3a + 4b) (5a + 2c) রাশিটি দুইটি পূর্ণবর্গের অন্তরফলের সমান। (প্রমাণিত)

53. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ .....(i)

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ .....(ii) [বিপরীতকরণ করে]

(i) এবং (ii) যোগ করে পাই,

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$= \sqrt{3} + \sqrt{2} + \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

[লব ও হরকে $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ দ্বারা গুণ করে]

$= \sqrt{3} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}$

$= \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$= 2\sqrt{3}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^2 + \frac{1}{x^2}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 2$

$= 4.3 - 2$

$= 12 - 2$

$= 10$

অতএব, নির্ণেয় মান = 10 **Ans,.**

54. $x = b - c, y = c - a, z = a - b$ হলে, $x^2 - y^2 + z^2 + 2xz$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি

$= x^2 - y^2 + z^2 + 2xz$

$= x^2 + 2xz + z^2 - y^2$

$= (x + z)^2 - y^2$

$= (x + z + y)(x + z - y)$

$= (b - c + a - b + c - a)(b - c + a - b - c + a)$;

[x, y, z-এর মান বসিয়ে]

$= 0.(2a - 2c) = 0$

$\therefore x^2 - y^2 + z^2 + 2xz = 0$ **Ans.**

55. $x^2 + 8x - 20$ –কে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করুন।

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি

$= x^2 + 8x - 20$

$= x^2 + 10x - 2x - 20$

$= x(x + 10) - 2(x + 10)$

$= (x - 2)(x + 10)$

এখন,

$(x - 2)(x + 10)$

$= \left(\frac{x - 2 + x + 10}{2}\right)^2 - \left(\frac{x - 2 - x - 10}{2}\right)^2$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \left(\frac{2x + 8}{2}\right)^2 - \left(\frac{-12}{2}\right)^2$

$= \left\{\frac{2(x + 4)}{2}\right\}^2 - \left(\frac{2 \times -6}{2}\right)^2$

$= (x + 4)^2 - 6^2$ **Ans.**

56. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$

এখন, বামপক্ষ

$= a^3 + \frac{1}{a^3}$

$= (a)^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3$

$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a}\right) - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= 3.\left(a + \frac{1}{a}\right) - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$ $\left[\because \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3\right]$

$= 0 =$ ডান পক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

57. $x + y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $x^3 + y^3 + 4(x - y)^2$ এর মান নির্ণয় করুন। [বরিঃ বোঃ ২০০২]

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$x + y = 5$ এবং $xy = 6$

এখন,

$x^3 + y^3 + 4(x - y)^2$ –এর মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রদত্ত রাশি

$= x^3 + y^3 + 4(x - y)^2$

$= \{(x + y)^3 - 3xy(x + y)\} + 4(x - y)^2$

$= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 4\{(x + y)^2 - 4xy\}$

$= (5)^3 - 3.6.5 + 4\{(5)^2 - 4.6\}$

$[\because x + y = 5$ এবং $xy = 6]$

$= 125 - 90 + 4(25 - 24)$

$= 125 - 90 + 4$

$= 39$

অতএব, নির্ণেয় মান = 39 **Ans.**

58. $2x - \frac{1}{3x} = 5$ হলে, $4x^2 + \frac{1}{9x^2}$ এবং $8x^3 - \frac{1}{27x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$2x - \frac{1}{3x} = 5$

এখন,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

$4x^2 + \frac{1}{9x^2}$ এবং $8x^3 - \frac{1}{27x^3}$ এর মান নির্ণয় করতে হবে।

১ম রাশি

$= 4x^2 + \frac{1}{9x^2}$

$= (2x)^2 + \left(\frac{1}{3x}\right)^2$

$= \left(2x - \frac{1}{3x}\right)^2 + 2.2x.\frac{1}{3x}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= (5)^2 + \frac{4}{3}$

$= 25 + \frac{4}{3} = \frac{75+4}{3} = \frac{79}{3}$

$\therefore 4x^2 + \frac{1}{9x^2} = \frac{79}{3}$

দ্বিতীয় রাশি

$= 8x^3 - \frac{1}{27x^3}$

$= (2x)^3 - \left(\frac{1}{3x}\right)^3$

$= \left(2x - \frac{1}{3x}\right)^3 + 3.2x.\frac{1}{3x}\left(2x - \frac{1}{3x}\right)$

$= (5)^3 + 2.5 \quad \left[\because 2x - \frac{1}{3x} = 5\right]$

$= 125 + 10$

$= 135$

$\therefore 8x^3 - \frac{79}{27x^3} = 135$

অতএব, নির্ণেয় মান = $\frac{79}{3}$ এবং 135 **Ans.**

59. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$ হলে, $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি = $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$

$= \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - 2.\frac{a}{b}.\frac{b}{a}$

$= (6)^2 - 2 \quad = 36 - 2 \quad = 34$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2}$ এর নির্ণেয় মান = 34 **Ans.**

উৎপাদক বিশ্লেষণ
(Factorization of Polynomials

উৎপাদক :

যদি একটি রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হয়, তাহলে শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক (factor) বলা হয়। কোন বীজগণিতীয় রাশিমালার যতগুলো সম্ভব উৎপাদক বের করে তাকে লব্ধ উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা বলা হয়।

দুইটি বর্গের বিয়োগফলের উৎপাদক :

সূত্র থেকে পাওয়া যায় ঃ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. কোন রাশিকে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ করে এই নিয়মের সাহায্যে উৎপাদক নির্ণয় করা যায়।

$x^2 + px + q$ আকারের রাশির উৎপাদক :

$x^2 + px + q$ রাশিটিতে তিনটি পদ আছে। প্রথমটি x^2 এবং এর সহগ 1 (এক), দ্বিতীয় বা মধ্যপদটিতে x এর সহগ + p এবং তৃতীয় পদটি + q. এবং তৃতীয় পদটি x বর্জিত।

ধরি, $x + a$ এবং $x + b$, $x^2 + px + q$ এর দুইটি উৎপাদক। সুতরাং উৎপাদক দুইটির গুণফল হবে $x^2 + px + q$.

অর্থাৎ, $x^2 + px + q = (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$.

তাহলে, $p = a + b$, এবং $q = ab$. দেখা যাচ্ছে, $x^2 + px + q$ এর উৎপাদক হবে $(x + a)(x + b)$. যেখানে $p = a + b$ এবং $q = ab$; অর্থাৎ $x^2 + px + q$ এর উৎপাদক নির্ণয় করতে হলে q কে এমন দুইটি উৎপাদকে প্রকাশ করতে হবে যে, যাদের বীজগণিতীয় যোগফল p হয়।

$px^2 + qx + r$ আকারের রাশির উৎপাদক :

ধরি $px^2 + qx + r$ এর উৎপাদক $ax + b$ এবং $cx + d$.

সুতরাং $(ax + b)(cx + d)$ এর গুণফল $px^2 + qx + r$ এর সমান হবে। অর্থাৎ $px^2 + qx + r = (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (bc + ad)x + bd$.

তাহলে $p = ac$, $q = bc + ad$, $r = bd$.

ফলে $p \times r = ac \times bd = bc \times ad$.

দেখা যাচ্ছে যে, $px^2 + qx + r$ এর উৎপাদক $(ax + b)(cx + d)$, যেখানে $pr = bc \times ad$ এবং $q = bc + ad$. অতএব $px^2 + qx + r$ আকারের রাশির উৎপাদক নির্ণয় করতে হলে pr. অর্থাৎ x^2-এর সহগ এবং x-বর্জিত পদের গুণফলের এমন দুইটি উৎপাদক নির্ণয় করতে হবে যাদের বীজগণিতীয় যোগফল x এর সহগ q এর সমান হয়।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

সংক্ষিপ্ত আলোচনা :

❖ উৎপাদক হলো যে সকল রাশি দিয়ে একটি নির্দিষ্ট রাশিকে ভাগ করলে বিভাজ্য হয়। যেমন– A রাশিটি একটি উৎপাদক হবে যদি B রাশিটি A রাশি দ্বারা বিভাজ্য হয়।

যেমন : $\frac{x^3}{x} = x^2$

∴ x হলো x^3 এর একটি উৎপাদক

❖ কতগুলো সমজাতীয় রাশিকে একত্রে লিখে common (সাধারণ উৎপাদক) নিলে ঐ রাশির উৎপাদক পাওয়া যায়।

যেমন : $a^3 - a^2 = a^2(a - 1)$

∴ $a^2(a - 1)$ হলো $a^3 - a^2$ এর উৎপাদক

❖ Middile term (মধ্যপদ সম্পর্কিত উৎপাদক) পদ্ধতিতেও উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়।

যেমন : $a^2 - 4a + 3$
$= a^2 - 3a - a + 3$
$= a(a - 3) - 1(a - 3)$
$= (a - 3)(a - 1)$

∴ $(a - 3)(a - 1)$ হলো $a^2 - 4a + 3$ এর উৎপাদক

❖ উৎপাদকে বিশ্লেষণ হলো একটি রাশির মৌলিক উৎপাদকগুলোর গুণফল রূপে প্রকাশ করা। যেমন : $a^4 + 4a^2 - 5$ এই রাশিটির উৎপাদক $(a^2 + 5)(a^2 - 1)$ এখানে $(a^2 - 1)$ মৌলিক উৎপাদক নয়। এ অবস্থায় রাশিটি উৎপাদকে বিশ্লেষিত হয়নি। কিন্তু $(a^2 + 5)(a + 1)(a - 1)$ প্রতিটিই মৌলিক উৎপাদক।

∴ রাশিটি উৎপাদকে বিশ্লেষিত হয়েছে।

❖ সূত্র : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

❖ $x^2 + (p + q)x + pq = (p + x)(q + x)$

❖ $x^3 + (p + q + r)x^2 + (pq + qr + rp)x + pqr = (p + x)(q + x)(r + x)$

❖ চারটি (গুণনীয়ক) মৌলিক উৎপাদক বিশিষ্ট রাশিমালার উৎপাদক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে প্রদত্ত গুণনীয়ক চারটিকে এমনভাবে সন্নিবেশ করতে হবে যেন প্রথম দুটি গুণনীয়কের চলকের গুণফল এবং শেষ দুটি গুণনীয়কের চলকের গুণফল চলকের বর্গ হয় এবং চলকের সহগ সমান হয়। যেমন :

$x(x + 3)(x - 1)(x + 4) + 4$
$= x(x + 3)(x + 4)(x - 1) + 4$
$= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x - 4) + 4$

ধরি, $x^2 + 3x = p$

∴ $p(p - 4) + 4$
$= p^2 - 4p + 4$
$= p^2 - 2p - 2p + 4$
$= p(p - 2) - 2(p - 2)$
$= (p - 2)(p - 2)$

∴ $(x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x - 2)$ মান বসিয়ে।

অনুরূপ: $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 8$

এর উৎপাদক হবে, $(x^2 + 7x + 8)(x^2 + 7x + 14)$

❖ ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে উৎপাদক নির্ণয় : এক্ষেত্রে প্রদত্ত রাশি $f(x)$ হলে যদি $f(a)$ অথবা $f(-a)$ এর মান বসালে $f(x) = 0$ হয় তাহলে $(x - a)$ অথবা $(x + a)$ হবে $f(x)$ এর উৎপাদক। অতপর $(x + a)$ অথবা $(x - a)$ কে লিখে প্রয়োজনীয় রাশি গুণ করে $f(x)$ এর সাথে মিলাতে হবে। সবশেষে উৎপাদকের নিয়মে common নিতে হবে।

যেমন : $x^3 - 7x + 6$ এর ক্ষেত্রে

$f(x) = x^3 - 7x + 6$

প্রদত্ত রাশিতে $x = 1$ বসালে $f(x) = 0$

∴ $(x - 1)$ হলো $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

এখন

$x^3 - 7x + 6$
$= x^3 - x^2 + x^2 - x - 6x + 6$
$= x^2(x - 1) + x(x - 1) - 6(x - 1)$
$= (x - 1)(x^2 + x - 6)$
$= (x - 1)\{x^2 + 3x - 2x - 6\}$
$= (x - 1)\{x(x + 3) - 2(x + 3)\}$
$= (x - 1)(x + 3)(x - 2)$

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

1. **$2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4$**

সমাধান : [৩৪তম বিসিএস]

$= 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4$
$= 4b^2c^2 + 2a^2b^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4$
$= (2bc)^2 - (a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2)$
$= (2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$
$= (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2)$
$= \{(b + c)^2 - (a)^2\}\{a^2 - (b - c)^2\}$
$= (b + c + a)(b + c - a)(a + b - c)(a - b + c)$ Ans.

2. **উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন :** [৩০তম বিসিএস]

$a(a + 1)(a + 2)(a + 3) - 15.$

সমাধান :

$a(a + 1)(a + 2)(a + 3) - 15$
$= \{(a + 1)(a + 2)\}\{a(a + 3)\} - 15$
$= (a^2 + 3a + 2)(a^2 + 3a) - 15$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$= p(p + 2) - 15$ ($a^2+3a=p$ লিখে)

$= p^2 + 5p - 3p - 15$

$= (p + 5)(p - 3)$

মান বসিয়ে

$= (a^2+3a+5)(a^2+3a - 3)$

উত্তর : $(a^2+3a+5)(a^2+3a - 3)$

3. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন ঃ [২৯তম বিসিএস]

$a^3 - 3a^2b + 2b^2$

সমাধান : $a^3-3a^2b+2b^3$

$= a^3-a^2b-2a^2b+2ab^2-2ab^2+2b^3$

$= a^2(a-b)-2ab(a-b)-2b^2(a-b)$

$= (a-b)(a^2-2ab-2b^2)$

Ans : $(a-b)(a^2-2ab-2b^2)$

অথবা,

ধরি,

$a=b$

$\therefore f(b)=b^3-3.b^2.b+b^3$

$= b^3-3b^3+3b^3$

$= 3b^3-3b^3$

$=0$

$\therefore$ সুতরাং, প্রদত্ত রাশিমালায় মান শূন্য হবে তখনই যখন $a=b$ হবে। সুতরাং $(a - b)$ উহার একটি উৎপাদক।

$\therefore a^3-3a^2b+2b^3$

$= a^3-a^2b-2a^2b+2ab^2-2ab^2+2b^3$

$= a^2(a-b)-2ab(a-b)-2b^2(a-b)$

$= (a-b)(a^2-2ab-2b^2)$

Ans: $(a-b)(a^2-2ab-2b^2)$

4. $8x^3 - 4x - 1$ [২৮তম বিসিএস]

সমাধান :

$8x^3 - 4x - 1$

$= 8x^3 + 1 - 4x - 2$

$= (8x^3 + 1) - 2(2x + 1)$

$= \{(2x)^3 + (1)^3\} - 2(2x + 1)$

$= (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x.1 + (1)^2\} - 2(2x + 1)\}$

$= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 2(2x + 1)$

$= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1 - 2)$

$= (2x + 1)(4x^2 - 2x - 1)$

Ans. : $(2x + 1)(4x^2 - 2x - 1)$

5. $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$ [২৮তম বিসিএস]

সমাধান :

$ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x + a) + 1(x + a)$

$= (x + a)(ax + 1)$

Ans. : $(x + a)(ax + 1)$

6. $5(x + y)^2 + 18(x^2 - y^2) - 8(x-y)^2$ [২৫তম বিসিএস]

সমাধান :

$5(x + y)^2 + 18(x + y)(x - y) - 8(x - y)^2$

মনে করি,

$x + y = a$ এবং $x - y = b$

প্রদত্ত রাশিমালা $= 5a^2 + 18ab - 8b^2$

$= 5a^2 + 20ab - 2ab - 8b^2$

$= 5a(a + 4b) - 2b(a + 4b)$

$= (a + 4b)(5a - 2b)$

a ও b এর মান বসিয়ে

$= (x + y + 4x - 4y)(5x + 5y - 2x + 2y)$

$= (5x - 3y)(3x + 7y)$

Ans. : $(5x - 3y)(3x + 7y)$

7. $(x^2 + 2x)^2 + 12(x^2 + 2x) - 45$ [২৪-তম বিসিএস]

সমাধান :

$(x^2 + 2x)^2 + 12(x^2 + 2x) - 45$

ধরি,

$x^2 + 2x = a$

$\therefore a^2 + 12a - 45$

$= a^2 + 15a - 3a - 45$

$= a(a + 15) - 3(a + 15)$

$= (a + 15)(a - 3)$

a এর মান বসিয়ে,

$(x^2 + 2x + 15)(x^2 + 2x - 3)$

Ans. : $(x^2 + 2x + 15)(x^2 + 2x - 3)$

8. উৎপাদক নির্ণয় করুন : [১৭তম বিসিএস]

$a^4b^4 + a^2b^2c^2 + c^4$

সমাধান :

$a^4b^4 + a^2b^2c^2 + c^4$

$= (a^2b^2)^2 + 2a^2b^2c^2 + (c^2)^2 - a^2b^2c^2$

$= (a^2b^2 + c^2)^2 - (abc)^2$

$= (a^2b^2 + c^2 + abc)(a^2b^2 + c^2 - abc)$

$= (a^2b^2 + abc + c^2)(a^2b^2 - abc + c^2)$

Ans. : $(a^2b^2 + abc + c^2)(a^2b^2 - abc + c^2)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৬১০৩

9. উৎপাদক নির্ণয় করুন : [১৭তম বিসিএস]

$9x^2+18x - 40$

সমাধান :

$9x^2 + 18x - 40$
$= (3x)^2 + 2.3x.3 + 3^2 - 40 - 9$
$= (3x + 3)^2 - 49$
$= (3x + 3)^2 - 7^2$
$= (3x + 3 + 7)(3x + 3 - 7)$
$= (3x + 10)(3x - 4)$
Ans. : $(3x + 10)(3x - 4)$

10. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : [১৫তম বিসিএস]

$4a^4 - 4a^2 + 9$

সমাধান :

$4a^4 - 4a^2 + 9$
$= (2a^2)^2 + 2.2a^2.3 + 3^2 - 16a^2$
$= (2a^2 + 3)^2 - (4a)^2$
$= (2a^2 + 3 + 4a)(2a^2 + 3 - 4a)$
$= (2a^2 + 4a + 3)(2a^2 - 4a + 3)$
Ans. : $(2a^2 + 4a + 3)(2a^2 - 4a + 3)$

11. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : [১৫তম বিসিএস]

$a^2 - b^2 - c^2 - 2bc + a - b - c$

সমাধান :

$a^2 - b^2 - c^2 - 2bc + a - b - c$
$= a^2 - (b^2 + c^2 + 2bc) + 1(a - b - c)$
$= (a)^2 - (b + c)^2 + 1(a - b - c)$
$= (a + b + c)(a - b - c) + 1(a - b - c)$
$= (a - b - c)(a + b + c + 1)$
Ans. : $(a - b - c)(a + b + c + 1)$

12. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : [১৫তম বিসিএস]

$9x^2 + 18x - 40$

সমাধান :

$= (3x)^2 + 2.3x.3 + 3^2 - 40 - 9$
$= (3x + 3)^2 - 49$
$= (3x + 3)^2 - 7^2$
$= (3x + 3 + 7)(3x + 3 - 7)$
$= (3x + 10)(3x - 4)$
Ans. : $(3x + 10)(3x - 4)$

গাণিতিক অনুশীলন :

1. **$a^2 - b^2 + 4bc - 4c^2$**

সমাধান ঃ

$a^2 - b^2 + 4bc - 4c^2$
$= a^2 - (b^2 - 4bc + 4c^2)$
$= (a)^2 - \{(b)^2 - 2.b.2c + (2c)^2\}$
$= (a)^2 - (b - 2c)^2$
$= (a + b - 2c)(a - b + 2c)$
Ans. : $(a + b - 2c)(a - b + 2c)$

2. **$a^2 - b^2 - c^2 - 2bc + a - b - c$**

সমাধান ঃ

$a^2 - b^2 - c^2 - 2bc + a - b - c$
$= a^2 - (b^2 + c^2 + 2bc) + 1(a - b - c)$
$= (a)^2 - (b + c)^2 + 1(a - b - c)$
$= (a + b + c)(a - b - c) + 1(a - b - c)$
$= (a - b - c)(a + b + c + 1)$
Ans. : $(a - b - c)(a + b + c + 1)$

3. **$(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$**

সমাধান ঃ

$(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$
$= a^2x^2 - b^2x^2 - a^2y^2 + b^2y^2 + 4abxy$
$= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) - (b^2x^2 - 2abxy + a^2y^2)$
$= (ax + by)^2 - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2)$
$= (ax + by)^2 - (ay - bx)^2$
$= (ax + by + ay - bx)(ax + by - ay + bx)$
Ans. : $(ax + by + ay - bx)(ax + by - ay + bx)$

4. **$45x^7 - 125x^3a^4$**

সমাধান ঃ

$45x^7 - 125x^3a^4$
$= 5x^3(9x^4 - 25a^4)$
$= 5x^3\{(3x^2)^2 - (5a^2)^2\}$
$= 5x^3(3x^2 + 5a^2)(3x^2 - 5a^2)$
Ans. : $5x^3(3x^2 + 5a^2)(3x^2 - 5a^2)$

5. **$xa^8 - x^9$**

সমাধান ঃ

$xa^8 - x^9$
$= x\{a^8 - x^8\}$
$= x\{(a^4)^2 - (x^4)^2\}$
$= x(a^4 + x^4)(a^4 - x^4)$
$= x(a^4 + x^4)\{(a^2)^2 - (x^2)^2\}$
$= x(a^4 + x^4)(a^2 + x^2)(a^2 - x^2)$
$= x(a^4 + x^4)(a^2 + x^2)(a + x)(a - x)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৫১০৩

Ans. : $x(a^4 + x^4)(a^2 + x^2)(a + x)(a - x)$

6. $(1 - x^2)(1 + y)^2 - (1 - y^2)(1 + x)^2$

সমাধান ঃ

$(1 - x^2)(1 + y)^2 - (1 - y^2)(1 + x)^2$
$= (1 - x)(1 + x)(1 + y)^2 - (1 + y)(1 - y)(1 + x)^2$
$= (1 + x)(1 + y)\{(1 - x)(1 + y) - (1 - y)(1 + x)\}$
$= (1 + x)(1 + y)(1 + y - x - xy - 1 - x + y + xy)$
$= (1 + x)(1 + y)(2y - 2x)$
$= 2(1 + x)(1 + y)(y - x)$

Ans. : $2(1 + x)(1 + y)(y - x)$

7. $m^2 - 4n^2 + 4n - 1$

সমাধান ঃ

$m^2 - 4n^2 + 4n - 1$
$= (m)^2 - (4n^2 - 4n + 1)$
$= (m)^2 - \{(2n)^2 - 2.2n.1 + (1)^2\}$
$= (m)^2 - (2n - 1)^2$
$= (m + 2n - 1)(m - 2n + 1)$

Ans. : $(m + 2n - 1)(m - 2n + 1)$

8. $a^4 + a^2 + 1$

সমাধান ঃ

$a^4 + a^2 + 1$
$= (a^2)^2 + 2.a^2.1 + (1)^2 - (a)^2$
$= (a^2 + 1)^2 - (a)^2$
$= (a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a)$
$= (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$

Ans. : $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$

9. $a^4 + a^2b^2 + b^4$

সমাধান ঃ

$a^4 + a^2b^2 + b^4$
$= (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2$
$= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$
$= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$
$= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

Ans. : $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

10. $64x^4 + a^4$

সমাধান ঃ

$64x^4 + a^4$
$= (8x^2)^2 + (a^2)^2$
$= (8x^2)^2 + 2.8x^2.a^2 + (a^2)^2 - 16a^2x^2$
$= (8x^2 + a^2)^2 - (4xa)^2$
$= (8x^2 + 4ax + a^2)(8x^2 - 4ax + a^2)$

Ans. : $(8x^2 + 4ax + a^2)(8x^2 - 4ax + a^2)$

11. $mx^4 + 4m^5$

সমাধান ঃ

$mx^4 + 4m^5$
$= m(x^4 + 4m^4)$
$= m\{(x^2)^2 + (2m^2)^2\}$
$= m\{(x^2)^2 + 2.x^2.2m^2 + (2m^2)^2 - 4x^2m^2\}$
$= m\{(x^2 + 2m^2)^2 - (2xm)^2\}$
$= m(x^2 + 2m^2 + 2xm)(x^2 + 2m^2 - 2xm)$
$= m(x^2 + 2xm + 2m^2)(x^2 - 2xm + 2m^2)$

Ans. : $m(x^2 + 2xm + 2m^2)(x^2 - 2xm + 2m^2)$

12. $4x^4 + 8a^2x^2 + 9a^4$

সমাধান ঃ

$4x^4 + 8a^2x^2 + 9a^4$
$= (2x^2)^2 + 2.2x^2.3a^2 + (3a^2)^2 - 4a^2x^2$
$= (2x^2 + 3a^2)^2 - (2ax)^2$
$= (2x^2 + 3a^2 + 2ax)(2x^2 + 3a^2 - 2ax)$
$= (2x^2 + 2ax + 3a^2)(2x^2 - 2ax + 3a^2)$

Ans. : $(2x^2 + 2ax + 3a^2)(2x^2 - 2ax + 3a^2)$

13. $a^8 + a^4x^4 + x^8$

সমাধান ঃ

$a^8 + a^4x^4 + x^8$
$= (a^4)^2 + 2.a^4x^4 + (x^4)^2 - a^4x^4$
$= (a^4 + x^4)^2 - (a^2x^2)^2$
$= (a^4 + x^4 + a^2x^2)(a^4 + x^4 - a^2x^2)$
$= \{(a^2)^2 + 2.a^2x^2 + (x^2)^2 - a^2x^2\}(a^4 - a^2x^2 + x^4)$
$= \{(a^2 + x^2)^2 - (ax)^2\}(a^4 - a^2x^2 + x^4)$
$= (a^2 + x^2 + ax)(a^2 + x^2 - ax)(a^4 - a^2x^2 + x^4)$
$= (a^2 + ax + x^2)(a^2 - ax + x^2)(a^4 - a^2x^2 + x^4)$

Ans. : $(a^2 + ax + x^2)(a^2 - ax + x^2)(a^4 - a^2x^2 + x^4)$

14. $9a^4 - 34a^2x^2 + 25x^4$

সমাধান ঃ

$9a^4 - 34a^2x^2 + 25x^4$
$= 9a^4 - 9a^2x^2 - 25a^2x^2 + 25x^4$
$= 9a^2(a^2 - x^2) - 25x^2(a^2 - x^2)$
$= (a^2 - x^2)(9a^2 - 25x^2)$
$= \{(a)^2 - (x)^2\}\{(3a)^2 - (5x)^2\}$
$= (a + x)(a - x)(3a + 5x)(3a - 5x)$

Ans. : $(a + x)(a - x)(3a + 5x)(3a - 5x)$

15. $a^4b^4 + a^2b^2c^2 + c^4$

সমাধান ঃ

$a^4b^4 + a^2b^2c^2 + c^4$
$= (a^2b^2)^2 + 2a^2b^2c^2 + (c^2)^2 - a^2b^2c^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= (a^2b^2 + c^2)^2 - (abc)^2$
$= (a^2b^2 + c^2 + abc)(a^2b^2 + c^2 - abc)$
$= (a^2b^2 + abc + c^2)(a^2b^2 - abc + c^2)$
Ans. : $(a^2b^2 + abc + c^2)(a^2b^2 - abc + c^2)$

16. $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

সমাধান ঃ

$a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$
$= (a)^2 + 2.a.3 + (3)^2 - 1 - y^2 + 2y$
$= (a + 3)^2 - (y^2 - 2y + 1)$
$= (a + 3)^2 - (y - 1)^2$
$= (a + 3 + y - 1)(a + 3 - y + 1)$
$= (a + y + 2)(a - y + 4)$
Ans. : $(a + y + 2)(a - y + 4)$

17. $x^2 + 2xy - 2yz - z^2$

সমাধান ঃ

$x^2 + 2xy - 2yz - z^2$
$= x^2 - z^2 + 2xy - 2yz$
$= (x + z)(x - z) + 2y(x - z)$
$= (x - z)(x + z + 2y)$
$= (x + 2y + z)(x - z)$
Ans. $(x + 2y + z)(x - z)$

18. $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 3$

সমাধান ঃ

$(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 3$
$= (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3) - 3$
$= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 3$
মনেকরি,
$x^2 + 5x = a$
প্রদত্ত রাশিমালা
$(a + 4)(a + 6) - 3$
$= a^2 + 10a + 24 - 3$
$= a^2 + 10a + 21$
$= (a)^2 + 2.a.5 + (5)^2 - 4$
$= (a + 5)^2 - (2)^2$
$= (a + 5 + 2)(a + 5 - 2)$
$= (a + 7)(a + 3)$
a - এর মান বসিয়ে
$= (x^2 + 5x + 7)(x^2 + 5x + 3)$
Ans. : $(x^2 + 5x + 7)(x^2 + 5x + 3)$

19. $x(x + 3)(x + 4)(x - 1) + 4$

সমাধান ঃ

$x(x + 3)(x + 4)(x - 1) + 4$
$= (x^2 + 3x)(x^2 - x + 4x - 4) + 4$
$= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x - 4) + 4$

মনেকরি,
$x^2 + 3x = a$
প্রদত্ত রাশিমালা
$= a(a - 4) + 4$
$= a^2 - 4a + 4$
$= (a - 2)^2$
a-এর মান বসিয়ে
$= (x^2 + 3x - 2)^2 = (x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x - 2)$
Ans. : $(x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x - 2)$

20. $\frac{x^6}{27} - y^6$

সমাধান ঃ

$$\frac{x^6}{27} - y^6 = \left(\frac{x^2}{3}\right)^3 - (y^2)^3$$
$$= \left(\frac{x^2}{3} - y^2\right)\left\{\left(\frac{x^2}{3}\right)^2 + \frac{x^2}{3}.y^2 + (y^2)^2\right\}$$
$$= \left(\frac{x^2}{3} - y^2\right)\left(\frac{x^4}{9} + \frac{x^2y^2}{3} + y^4\right)$$
Ans. : $\left(\frac{x^2}{3} - y^2\right)\left(\frac{x^4}{9} + \frac{x^2y^2}{3} + y^4\right)$

21. $8x^3 - 27(x - y)^3$

সমাধান ঃ

$8x^3 - 27(x - y)^3$
$= (2x)^3 - 3^3(x - y)^3$
$= (2x)^3 - (3x - 3y)^3$
$= (2x - 3x + 3y)\{(2x)^2 + 2x(3x - 3y) + (3x - 3y)^2\}$
$= (3y - x)(4x^2 + 6x^2 - 6xy + 9x^2 - 18xy + 9y^2)$
$= (3y - x)(19x^2 - 24xy + 9y^2)$
Ans. : $(3y - x)(19x^2 - 24xy + 9y^2)$

22. $a^6 - 64$

সমাধান ঃ

$a^6 - 64 = (a^3)^2 - (8)^2$
$= (a^3 + 8)(a^3 - 8)$
$= (a^3 + 2^3)(a^3 - 2^3)$
$= (a + 2)\{(a)^2 - 2.a + (2)^2\}(a - 2)\{(a)^2 + 2.a + 2^2\}$
$= (a + 2)(a^2 - 2a + 4)(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$
$= (a + 2)(a - 2)(a^2 - 2a + 4)(a^2 + 2a + 4)$
Ans. : $(a + 2)(a - 2)(a^2 - 2a + 4)(a^2 + 2a + 4)$

23. $64(a - b)^3 - 27(a + b)^3$

সমাধান ঃ

$64(a - b)^3 - 27(a + b)^3$

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬৩৫১০৩

$= 4^3(a-b)^3 - 3^3(a+b)^3$
$= (4a-4b)^3 - (3a+3b)^3$
$= (4a-4b-3a-3b)\{(4a-4b)^2 + (4a-4b)(3a+3b) + (3a+3b)^2\}$
$= (a-7b)\{16a^2 - 32ab + 16b^2 + 12a^2 - 12b^2 + 9a^2 + 18ab + 9b^2\}$
$= (a-7b)(37a^2 - 14ab + 13b^2)$
Ans. : $(a-7b)(37a^2 - 14ab + 13b^2)$

24. $8a^3 + 12a^2 + 6a - 63$

সমাধান ঃ

$8a^3 + 12a^2 + 6a - 63$
$= 8a^3 + 12a^2 + 6a + 1 - 64$
$= (2a)^3 + 3.(2a)^2.1 + 3.2a.1^2 + (1)^3 - 64$
$= (2a+1)^3 - (4)^3$
$= (2a+1-4)\{(2a+1)^2 + (2a+1).4 + (4)^2\}$
$= (2a-3)(4a^2 + 4a + 1 + 8a + 4 + 16)$
$= (2a-3)(4a^2 + 12a + 21)$
Ans. : $(2a-3)(4a^2 + 12a + 21)$

25. $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 28y^3$

সমাধান ঃ

$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 28y^3$
$= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 27y^3$
$= (x-y)^3 - (3y)^3$
$= (x-y-3y)\{(x-y)^2 + (x-y).3y + (3y)^2\}$
$= (x-4y)(x^2 - 2xy + y^2 + 3xy - 3y^2 + 9y^2)$
$= (x-4y)(x^2 + xy + 7y^2)$
Ans. : $(x-4y)(x^2 + xy + 7y^2)$

26. $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

সমাধান ঃ

$a^3 - 6a^2 + 12a - 9$
$= a^3 - 6a^2 + 12a - 8 - 1$
$= (a)^3 - 3.a^2.2 + 3.a.2^2 - (2)^3 - 1$
$= (a-2)^3 - (1)^3$
$= (a-2-1)\{(a-2)^2 + (a-2).1 + (1)^2\}$
$= (a-3)(a^2 - 4a + 4 + a - 2 + 1)$
$= (a-3)(a^2 - 3a + 3)$
Ans. : $(a-3)(a^2 - 3a + 3)$

27. $x^6 - 729y^6$

সমাধান ঃ

$x^6 - 729y^6$
$= (x^3)^2 - (27y^3)^2$
$= (x^3 + 27y^3)(x^3 - 27y^3)$
$= \{(x)^3 + (3y)^3\}\{(x)^3 - (3y)^3\}$
$= (x+3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)(x-3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)$
$= (x+3y)(x-3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)(x^2 - 3xy + 9y^2)$
Ans. : $(x+3y)(x-3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)(x^2 - 3xy + 9y^2)$

28. $a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$

সমাধান ঃ

$a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$
$= a^3 - b^3 + (a+b)^3 - 8b^3$
$= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a+b)^3 - (2b)^3$
$= (a-b)(a^2+ab+b^2) + (a+b-2b)\{(a+b)^2 + (a+b).2b + (2b)^2\}$
$= (a-b)(a^2+ab+b^2) + (a-b)(a^2+2ab+b^2+2ab+2b^2+4b^2)$
$= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a^2 + 4ab + 7b^2)$
$= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2)$
$= (a-b)(2a^2 + 5ab + 8b^2)$
Ans. : $(a-b)(2a^2 + 5ab + 8b^2)$

29. $(a^2+b^2)^2 - 18(a^2+b^2) - 88$

সমাধান ঃ

$(a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$

মনেকরি,

$a^2 + b^2 = x$,

প্রদত্ত রাশিমালা

$= x^2 - 18x - 88$
$= x^2 - 22x + 4x - 88$
$= x(x-22) + 4(x-22)$
$= (x-22)(x+4)$

x এর মান বসিয়ে

$= (a^2 + b^2 + 4)(a^2 + b^2 - 22)$

Ans. : $(a^2 + b^2 + 4)(a^2 + b^2 - 22)$

30. $(x^2 - 3x)^2 - 38(x^2 - 3x) - 80$

সমাধান ঃ

$(x^2 - 3x)^2 - 38(x^2 - 3x) - 80$

মনেকরি,

$x^2 - 3x = a$

প্রদত্ত রাশিমালা

$a^2 - 38a - 80$
$= a^2 - 40a + 2a - 80$
$= a(a-40) + 2(a-40)$
$= (a-40)(a+2)$

a-এর মান বসিয়ে

$= (x^2 - 3x - 40)(x^2 - 3x + 2)$
$= (x^2 - 8x + 5x - 40)(x^2 - 2x - x + 2)$
$= \{x(x-8) + 5(x-8)\}\{x(x-2) - 1(x-2)\}$
$= (x-8)(x+5)(x-1)(x-2)$
Ans. : $(x-8)(x+5)(x-1)(x-2)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩৪০১০৩

31. $x^2 - x - (a+1)(a+2)$

সমাধান ঃ

$x^2 - x - (a+1)(a+2)$
$= x^2 - (a+2)x + (a+1)x - (a+1)(a+2)$
$= x\{x - a - 2\} + (a+1)\{x - a - 2\}$
$= (x - a - 2)(x + a + 1)$

Ans. : $(x - a - 2)(x + a + 1)$

32. $(x^2 - 4x)(x^2 - 4x - 1) - 20$

সমাধান ঃ

$(x^2 - 4x)(x^2 - 4x - 1) - 20$

মনেকরি,

$x^2 - 4x = a$

প্রদত্ত রাশিমালা

$= a(a - 1) - 20$
$= a^2 - a - 20$
$= a^2 - 5a + 4a - 20$
$= a(a - 5) + 4(a - 5)$
$= (a - 5)(a + 4)$

a-এর মান বসিয়ে

$= (x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x + 4)$
$= \{x^2 - 5x + x - 5\}\{(x - 2)^2\}$
$= \{x(x - 5) + 1(x - 5)(x - 2)^2\}$
$= (x + 1)(x - 5)(x - 2)(x - 2)$

Ans. : $(x + 1)(x - 5)(x - 2)(x - 2)$

33. $(5a + 3x)^2 + 12(5a + 3x)(a + 2x) + 20(a + 2x)^2$

সমাধান ঃ

$(5a + 3x)^2 + 12(5a + 3x)(a + 2x) + 20(a + 2x)^2$

ধরি,

$5a + 3x = p$ এবং $a + 2x = q$

প্রদত্ত রাশিমালা

$p^2 + 12pq + 20q^2$
$= p^2 + 10pq + 2pq + 20q^2$
$= p(p + 10q) + 2q(p + 10q)$
$= (p + 10q)(p + 2q)$

p ও q- এর মান বসিয়ে

$= \{5a + 3x + 10(a + 2x)\}\{5a + 3x + 2(a + 2x)\}$
$= (5a + 3x + 10a + 20x)(5a + 3x + 2a + 4x)$
$= (15a + 23x)(7a + 7x)$
$= 7(a + x)(15a + 23x)$

Ans. : $7(a + x)(15a + 23x)$

34. $35x^2 - x - 12$

সমাধান ঃ

$35x^2 - x - 12$
$= 35x^2 - 21x + 20x - 12$
$= 7x(5x - 3) + 4(5x - 3)$
$= (5x - 3)(7x + 4)$

Ans. : $(5x - 3)(7x + 4)$

35. $5x^2y^2 - 2xyz - 16z^2$

সমাধান ঃ

$5x^2y^2 - 2xyz - 16z^2$
$= 5x^2y^2 - 10xyz + 8xyz - 16z^2$
$= 5xy(xy - 2z) + 8z(xy - 2z)$
$= (xy - 2z)(5xy + 8z)$

Ans. : $(xy - 2z)(5xy + 8z)$

36. $-4a^2 + 23a + 6$

সমাধান ঃ

$-4a^2 + 23a + 6$
$= -4a^2 + 24a - a + 6$
$= -4a(a - 6) - 1(a - 6)$
$= (a - 6)(-4a - 1)$
$= -(a - 6)(4a + 1)$
$= (6 - a)(4a + 1)$

Ans. : $(6 - a)(4a + 1)$

37. $4x^4 - 25x^2 + 36$

সমাধান ঃ

$4x^4 - 25x^2 + 36$
$= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36$
$= 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$
$= (x^2 - 4)(4x^2 - 9)$
$= \{(x)^2 - (2)^2\}\{(2x)^2 - (3)^2\}$
$= (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3)$

Ans. : $(x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3)$

38. $5(x + y)^2 + 18(x + y)(x - y) - 8(x - y)^2$

সমাধান ঃ

$5(x + y)^2 + 18(x + y)(x - y) - 8(x - y)^2$

মনে করি, $x + y = a$ এবং $x - y = b$

প্রদত্ত রাশিমালা

$= 5a^2 + 18ab - 8b^2$
$= 5a^2 + 20ab - 2ab - 8b^2$
$= 5a(a + 4b) - 2b(a + 4b)$
$= (a + 4b)(5a - 2b)$

x ও y এর মান বসিয়ে

$= (x + y + 4x - 4y)(5x + 5y - 2x + 2y)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= (5x - 3y)(3x + 7y)$

Ans. : $(5x - 3y)(3x + 7y)$

39 . $(a + b)x^2 - 2ax + (a - b)$

সমাধান ঃ

$(a + b)x^2 - 2ax + (a - b)$

$= (a + b)x^2 - \{(a + b) + (a - b)\}x + (a - b)$

$= (a + b)x^2 - (a + b)x - (a - b)x + (a - b)$

$= x(a + b)(x - 1) - (a - b)(x - 1)$

$= (x - 1)\{(a + b)x - (a - b)\}$

$= (x - 1)(ax + bx - a + b)$

Ans. : $(x - 1)(ax + bx - a + b)$

40 . $(a + b)x^2 + 2bxy - (a - b)y^2$

সমাধান ঃ

$(a + b)x^2 + 2bxy - (a - b)y^2$

$= (a + b)x^2 + \{(a + b) - (a - b)\}xy - (a - b)y^2$

$= (a + b)x^2 + (a + b)xy - (a - b)xy - (a - b)y^2$

$= x(a + b)(x + y) - y(a - b)(x + y)$

$= (x + y)\{(a + b)x - (a - b)y\}$

$= (x + y)(ax + bx - ay + by)$

Ans. : $(x + y)(ax + bx - ay + by)$

41 . $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$

সমাধান ঃ

ধরি,

$a - 1 = p$

$\underline{a + 1 = q}$

$(a - 1)(a + 1) = pq$ (গুন করে)

$\Rightarrow a^2 - 1 = pq$

$\Rightarrow a^2 = pq + 1$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি হয়,

$px^2 + (pq + 1)xy + qy^2$

$= px^2 + pqxy + xy + qy^2$

$= px(x + qy) + y(x + qy)$

$= (x + qy)(px + y)$

$= \{x + (a + 1)y\}\{(a - 1)x + y\}$

$= (x + ay + y)(ax - x + y)$ Ans.

42 . $14(x + z)^2 - 29(x + z)(x + 1) - 15(x + 1)^2$

সমাধান ঃ

$14(x + z)^2 - 29(x + z)(x + 1) - 15(x + 1)^2$

মনেকরি,

$x + z = a$ এবং $x + 1 = b$

প্রদত্ত রাশিমালা

$14a^2 - 29ab - 15b^2$

$= 14a^2 - 35ab + 6ab - 15b^2$

$= 7a(2a - 5b) + 3b(2a - 5b)$

$= (2a - 5b)(7a + 3b)$

a এবং b এর মান বসিয়ে

$= (2x + 2z - 5x - 5)(7x + 7z + 3x + 3)$

$= (2z - 3x - 5)(10x + 7z + 3)$

Ans. : $(2z - 3x - 5)(10x + 7z + 3)$

43 . **$ax^2 + (ab - 1)x - b$**

সমাধান ঃ

$ax^2 + (ab - 1)x - b$

$= ax^2 + abx - x - b$

$= ax(x + b) - 1(x + b)$

$= (x + b)(ax - 1)$

Ans. : $(x + b)(ax - 1)$

44 . **$(a - b)x^2 + (a + b + c)xy + (c + 2b)y^2$**

সমাধান ঃ

$(a - b)x^2 + (a + b + c)xy + (c + 2b)y^2$

$= (a - b)x^2 + \{(a - b) + (c + 2b)\}xy + (c + 2b)y^2$

$= (a - b)x^2 + (a - b)xy + (c + 2b)xy + (c + 2b)y^2$

$= (a - b)x\{x + y\} + (c + 2b)y\{x + y\}$

$= (x + y)\{(a - b)x + (c + 2b)y\}$

$= (x + y)(ax - bx + cy + 2by)$

Ans. : $(x + y)(ax - bx + cy + 2by)$

45 . **$x^3 - 8y^3 - 1 - 6xy$**

সমাধান ঃ

$x^3 - 8y^3 - 1 - 6xy$

$= (x)^3 + (-2y)^3 + (-1)^3 - 3.x.(-2y)(-1)$

$= (x - 2y - 1)\{(x)^2 + (-2y)^2 + (-1)^2 - x(-2y) - (-2y)(-1) - (-1)x\}$

$[\{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)]$

$= (x - 2y - 1)(x^2 + 4y^2 + 1 + 2xy - 2y + x)$

Ans. : $(x - 2y - 1)(x^2 + 4y^2 + 1 + 2xy - 2y + x)$

46 . **$x^3 - \frac{y^3}{8} + \frac{z^3}{27} + \frac{xyz}{2}$**

সমাধান ঃ

$$x^3 - \frac{y^3}{8} + \frac{z^3}{27} + \frac{xyz}{2}$$

$$= (x)^3 + \left(-\frac{y}{2}\right)^3 + \left(\frac{z}{3}\right)^3 - 3.x.\left(-\frac{y}{2}\right)\frac{z}{3}$$

$$= \left(x - \frac{y}{2} + \frac{z}{3}\right)\left\{(x)^2 + \left(\frac{-y}{2}\right)^2 + \left(\frac{z}{3}\right)^2 - x\left(\frac{-y}{2}\right)\right.$$

$$\left. - \left(\frac{-y}{2}.\frac{z}{3}\right) - \left(\frac{z}{3}.x\right)\right\}$$

$$= \left(x - \frac{y}{2} + \frac{z}{3}\right)\left(x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} + \frac{xy}{2} - \frac{xz}{3} + \frac{yz}{6}\right)$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

Ans. : $\left(x-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}\right)\left(x^2+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{9}+\frac{xy}{2}-\frac{xz}{3}+\frac{yz}{6}\right)$

47 . $a^3 - \frac{1}{a^3} + 4$

সমাধান ঃ

$a^3 - \frac{1}{a^3} + 4$

$= a^3 - \frac{1}{a^3} + 1 + 3$

$= (a)^3 + \left(-\frac{1}{a}\right)^3 + (1)^3 - 3a.\left(-\frac{1}{a}\right).1$

$= \left(a-\frac{1}{a}+1\right)\left\{(a)^2+\left(-\frac{1}{a}\right)^2+(1)^2-a\left(-\frac{1}{a}\right)-\left(-\frac{1}{a}\right).1-1.a\right\}$

$= \left(a-\frac{1}{a}+1\right)\left(a^2+\frac{1}{a^2}+1+1-a+\frac{1}{a}\right)$

$= \left(a-\frac{1}{a}+1\right)\left(a^2+\frac{1}{a^2}+2-a+\frac{1}{a}\right)$

$= \left(a-\frac{1}{a}+1\right)\left(a^2-a+2+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}\right)$

Ans. : $\left(a-\frac{1}{a}+1\right)\left(a^2-a+2+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}\right)$

48 . $a^3+\frac{1}{a^3}-2$

সমাধান ঃ

$a^3+\frac{1}{a^3}-2$

$= a^3+\frac{1}{a^3}+1-3$

$= a^3+\left(\frac{1}{a}\right)^3+(1)^3-3.(a)\left(\frac{1}{a}\right)(1)$

$= \left(a+\frac{1}{a}+1\right)\left\{(a)^2+\left(\frac{1}{a}\right)^2+(1)^2-a\left(\frac{1}{a}\right)-\left(\frac{1}{a}\right).1-1.a\right\}$

$= \left(a+\frac{1}{a}+1\right)\left(a^2+\frac{1}{a^2}+1-1-a-\frac{1}{a}\right)$

$= \left(a+\frac{1}{a}+1\right)\left(a^2-a-\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}\right)$

Ans. : $\left(a+\frac{1}{a}+1\right)\left(a^2-a-\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}\right)$

49 . $(x-a)^3+(x-b)^3+(x-c)^3-3(x-a)(x-b)(x-c)$

সমাধান ঃ

$(x-a)^3+(x-b)^3+(x-c)^3-3(x-a)(x-b)(x-c)$

$= (x-a+x-b+x-c)\{(x-a)^2+(x-b)^2+(x-c)^2-(x-a)(x-b)$
$-(x-a)(x-c)-(x-b)(x-c)\}$
$= (3x-a-b-c)(x^2-2xa+a^2+x^2-2bx+b^2+x^2-2cx+c^2-x^2+ax+bx$
$-ab-x^2+ax+cx-ac-x^2+bx+cx-bc)$
$= (3x-a-b-c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

Ans. : $(3x-a-b-c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

50. **a^2+3a-x^2-x+2**

সমাধান ঃ

প্রদত্ত রাশি

$= a^2+3a-x^2-x+2$
$= a^2-x^2+2a-2x+a+x+2$
$= (a+x)(a-x)+2(a-x)+(a+x+2)$
$= (a-x)(a+x+2)+(a+x+2)$
$= (a+x+2)(a-x+1)$

Ans. : $(a+x+2)(a-x+1)$

51. **$x^2-x-(a^2+5a+6)$**

সমাধান ঃ

$x^2-x-(a^2+5a+6)$
$= x^2-x-(a^2+3a+2a+6)$
$= x^2-x-\{a(a+3)+2(a+3)\}$
$= x^2-x-(a+3)(a+2)$
$= x^2-(a+3)x+(a+2)x-(a+2)(a+3)$
$= x(x-a-3)+(a+2)(x-a-3)$
$= (x-a-3)(x+a+2)$
$= (x+a+2)(x-a-3)$

Ans. : $(x+a+2)(x-a-3)$

52. **$x(x+3)(x+4)(x-1)+4$**

সমাধান ঃ

$x(x+3)(x+4)(x-1)+4$
$= (x^2+3x)(x^2+4x-x-4)+4$
$= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+4$

ধরি,

$x^2+3x = y$

প্রদত্ত রাশিমালা

$= y(y-4)+4$
$= y^2-4y+4$
$= y^2-2.y.2+2^2$
$= (y-2)^2$

এখন y- এর মান বসিয়ে

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$= (x^2 + 3x - 2)^2 = (x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x - 2)$

Ans. : $(x^2 + 3x - 2)^2 = (x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x - 2)$

53. $2\sqrt{2}\,x^3 + 125$

সমাধান ঃ

$2\sqrt{2}\,x^3 + 125$

$= \left(\sqrt{2}x\right)^3 + (5)^3$

$= \left(\sqrt{2}x + 5\right)\left\{\left(\sqrt{2}x\right)^2 - \sqrt{2}\,x.\,5 + 5^2\right\}$

$= \left(\sqrt{2}\,x + 5\right)\left(2x^2 - 5\sqrt{2}\,x + 25\right)$

Ans. : $\left(\sqrt{2}\,x + 5\right)\left(2x^2 - 5\sqrt{2}\,x + 25\right)$

54. $x^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)x + 1$

সমাধান ঃ

$x^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)x + 1$

$= x^2 - ax - \frac{x}{a} + 1$

$= x(x - a) - \frac{1}{a}(x - a)$

$= (x - a)\left(x - \frac{1}{a}\right)$

Ans. : $(x - a)\left(x - \frac{1}{a}\right)$

55. $x^2 - \left(\frac{2}{a} - 3a\right)x - 6$

সমাধান ঃ

$x^2 - \left(\frac{2}{a} - 3a\right)x - 6 = x^2 - \frac{2x}{a} + 3ax - 6$

$= x\left(x - \frac{2}{a}\right) + 3a\left(x - \frac{2}{a}\right)$

$= \left(x - \frac{2}{a}\right)(x + 3a)$

Ans. : $\left(x - \frac{2}{a}\right)(x + 3a)$

56. $a^4 - 27a^2 + 1$

সমাধান ঃ

$= \{(a^2)^2 - 2.a^2.1 + (1)^2\} - 25a^2$

$= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2$

$= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a)$

$(a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1)$ **Ans.**

57. $2ab - a^2 - b^2 + c^2$

সমাধান ঃ

$= c^2 - a^2 + 2ab - b^2$

$= c^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$

$= c^2 - (a - b)^2$

$= (c + a - b)(c - a + b)$

$= (a - b + c)(c - a + 1)$ **Ans.**

58. $a^2 - 1 + 2b - b^2$

সমাধান ঃ

$a^2 - 1 + 2b - b^2$

$= a^2 - (b^2 - 2b + 1)$

$= a^2 - (b - 1)^2$

$= (a + b - 1)(a - b + 1)$ **Ans.**

59. $m^3 - n^3 - m(m^2 - n^2) + n(m - n)(m - n)$

সমাধান ঃ

$m^3 - n^3 - m(m^2 - n^2) + n(m - n)(m - n)$

$= (m - n)(m^2 + mn + n^2) - m(m + n)(m - n) + n(m - n)(m - n)$

$= (m - n)\{(m^2 + mn + n^2) - m(m + n) + n(m - n)\}$

$= (m - n)(m^2 + mn + n^2 - m^2 - mn + mn - n^2)$

$= (m - n).\,mn$

$= mn(m - n)$ **Ans.**

60. $AR^3 - Ar^3 + AR^2h - Ar^2h$

সমাধান ঃ

$AR^3 - Ar^3 + AR^2h - Ar^2h$

$= A(R^3 - r^3 + R^2h - r^2h)$

$= A\{(R^3 - r^3) + h(R^2 - r^2)\}$

$= A\{(R - r)(R^2 + Rr + r^2) + h(R - r)(R + r)\}$

$= A(R - r)(R^2 + Rr + r^2 + Rh + rh)$

$= A(R - r)(R^2 + Rr + r^2 + hR + hr)$ **Ans.**

61. $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান ঃঃ

$16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \{(4x)^2 - (5y)^2\} - 2z(4x - 5y)$

$= (4x + 5y)(4x - 5y) - 2z(4x - 5y)$

$= (4x - 5y)(4x + 5y - 2z)$ **Ans.**

62. $(x + y)^2 - 4(x + y) - 12$

সমাধান ঃ

$(x + y)^2 - 4(x + y) - 12$

$= a^2 - 4x - 12$ ($x + y = a$ ধরে)

$= (a - 6)(a + 2)$

$= (x + y - 6)(x + y + 2)$ (মান বসিয়ে) **Ans.**

63. $y^2 - 2ay + (a + b)(a - b)$

সমাধান ঃ

$y^2 - 2ay + (a + b)(a - b)$

$= \{y^2 - 2ay + a^2) - b^2$

$= (y - a)^2 - b^2$

$= (y - a + b)(y - a - b)$ **Ans.**

64. $x^2 + x - (a + 1)(a + 2)$

সমাধান ঃ

$x^2 + x - (a + 1)(a + 2)$

মনে করি, $a + 1 = y$

সুতরাং,

$a + 2 = a + 1 + 1 = y + 1$

$\therefore$ এখন, প্রদত্ত রাশি $= x^2 + x - y(y + 1)$

$= x^2 + x - y^2 - y$

$= x^2 - y^2 + x - y$

$= (x + y)(x - y) + 1(x - y)$

$= (x - y)(x + y + 1)$

$= (x - a - 1)(x + a + 1 + 1)$ [y এর মান বসিয়ে]

$= (x - a - 1)(x + a + 2)$ **Ans.**

65. $(a - m)x^2 - (x - a)xy + (m - x)y^2$

সমাধান ঃ

$(a - m)x^2 - (x - a)xy + (m - x)y^2$

মনে করি,

$a - m = p$

এবং $m - x = q$

যোগ করে, $a - x = p + q$

$\therefore -(x - a) = p + q$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= px^2 + (p + q)xy + qy^2$

$= px^2 + pxy + qxy + qy^2$

$= px(x + y) + qy(x + y)$

$= (x + y)(px + qy)$

প্রদত্ত রাশিমালাতে p ও q এর মান বসিয়ে পাই,

$= (x + y)\{(a - m)x + (m - x)y\}$

$= (x + y)(ax - mx + my - xy)$ **Ans.**

66. $\frac{1}{2}p^2 - 3p + 4$

সমাধান ঃ

$\frac{1}{2}p^2 - 3p + 4$

$= \frac{1}{2}(p^2 - 6p + 8)$

$= \frac{1}{2}(p^2 - 4p - 2p + 8)$

$= \frac{1}{2}\{p(p - 4) - 2(p - 4)\}$

$= \frac{1}{2}(p - 4)(p - 2)$ **Ans.**

67. $(x + 1)(x + 3)(x - 4)(x - 6) + 24$

সমাধান ঃ

$(x + 1)(x + 3)(x - 4)(x - 6) + 24$

$= \{(x + 1)(x - 4)(x + 3)(x - 6)\} + 24$

$= (x^2 - 3x - 4)(x^2 - 3x - 18) + 24$

$= (a - 4)(a - 18) + 24$; [$x^2 - 3x$ -কে a ধরে]

$= a^2 - 22a + 72 + 24$

$= a^2 - 22a + 96$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= a^2 - 16a - 6a + 9b$

$= a(a - 16) - 6(a - 16)$

$= (a - 16)(a - 6)$

$= (x^2 - 3x - 16)(x^2 - 3x - 6)$; [a এর মান বসিয়ে]

$= (x^2 - 3x - 6)(x^2 - 3x - 16)$ **Ans.**

68. $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$ –কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

সমাধান ঃ

প্রদত্ত রাশিমালা

$= x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

ধরি,

$f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

এখন, $x = -y$ বসালে,

$f(-y) = (-y)^3 - 7(-y)y^2 - 6y^3$

$= -y^3 + 7y^3 - 6y^3$

$= 6y^3 - 6y^3 = 0$

$\therefore x - (-y)$ অর্থাৎ $(x + y)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

$= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3$

$= x^2(x + y) - xy(x + y) - 6y^2(x + y)$

$= (x + y)(x^2 - xy - 6y^2)$

$= (x + y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2)$

$= (x + y)\{x(x - 3y) + 2y(x - 3y)\}$

$= (x + y)(x - 3y)(x + 2y)$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক $= (x + y)(x - 3y)(x + 2y)$ **Ans.**

69. $a^3 - 21a - 20$

সমাধান ঃ

প্রদত্ত রাশিমালা

$= a^3 - 21a - 20$

ধরি,

$f(a) = a^3 - 21a - 20$

এর ধ্রুবপদ -20 এর উৎপাদকগুলো হচ্ছে $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \ldots\ldots\pm 20$

এখন, $a = -1$ বসালে,

$f(-1) = (-1)^3 - 21(-1) - 20$

$= -1 + 21 - 20$

$= 21 - 21$

$= 0$

অতএব, $a - (-1)$ অর্থাৎ $(a + 1)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন,

$a^3 - 21a - 20$

$= a^3 + a^2 - a^2 - a - 20a - 20$

$= a^2(a + 1) - a(a + 1) - 20(a + 1)$

$= (a + 1)(a^2 - a - 20)$

$= (a + 1)(a^2 - 5a + 4a - 20)$

$= (a + 1)\{a(a - 5) + 4(a - 5)\}$

$= (a + 1)(a - 5)(a + 4)$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক $= (a + 1)(a + 4)(a - 5)$ **Ans.**

70. $a^3 - 3a^2b + 2b^3$

সমাধান ঃ প্রদত্ত রাশিমালা $= a^3 - 3a^2b + 2b^3$

$= (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) - 3ab^2 + 3b^3$

$= (a - b)^3 - 3b^2(a - b)$

$= (a - b)\{(a - b)^2 - 3b^2\}$

$= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2 - 3b^2)$

$= (a - b)(a^2 - 2ab - 2b^2)$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক $= (a - b)(a^2 - 2ab - 2b^2)$ **Ans.**

71. $2a^3 - 3a^2 + 3a - 1$

সমাধান ঃ

প্রদত্ত রাশিমালা

$= 2a^3 - 3a^2 + 3a - 1$

$= (a^3 - 3a^2 + 3a - 1) + a^3$

$= (a - 1)^3 + a^3$

$= (a - 1 + a)\{(a - 1)^2 - (a - 1).a + a^2\}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= (2a - 1)(a^2 - 2a + 1 - a^2 + a + a^2)$

$(2a - 1)(a^2 - a + 1)$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক $= (2a - 1)(a^2 - a + 1)$ **Ans.**

72. $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

সমাধান ঃ

প্রদত্ত রাশিমালা

$= x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

ধরি,

$f(x) = x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

এখন,

$x = -y$ বসালে,

$f(-y) = (-y)^3 + 6(-y)^2 . y + 11(-y).y^2 + 6y^3$

$= -y^3 + 6y^3 - 11y^3 + 6y^3$

$= 12y^3 - 12y^3$

$= 0$

$\therefore$ $(x + y)$. $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন,

$x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$= x^3 + x^2y + 5x^2y + 5xy^2 + 6xy^2 + 6y^3$

$= x^2(x + y) + 5xy(x + y) + 6y^2(x + y)$

$= (x + y)(x^2 + 5xy + 6y^2)$

$= (x + y)(x^2 + 3xy + 2xy + 6y^2)$

$= (x + y)\{x(x + 3y) + 2y(x + 3y)\}$

$= (x + y)(x + 3y)(x + 2y)$

$= (x + y)(x + 2y)(x + 3y)$ **(Ans.)**

বিকল্প ঃ

$x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$= (x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3) - xy^2 - 2y^3$

$= (x + 2y)^3 - y^2(x + 2y)$

$= (x + 2y)\{(x + 2y)^2 - y^2\}$

$= (x + 2y)(x^2 + 4xy + 4y^2 - y^2)$

$= (x + 2y)(x^2 + 4xy + 3y^2)$

$= (x + 2y)(x^2 + 3xy + xy + 3y^2)$

$= (x + 2y)(x + 3y)(x + y)$

73. $3a^3 + 2a + 5$

সমাধান ঃ

ধরি,

$f(a) = 3a^3 + 2a + 5$

তাহলে,

$f(-1) = 3(-1)^3 + 2(-1) + 5$

$= -3 - 2 + 5$

$= 0$

$\therefore$ $a - (-1) = a + 1$, $f(a)$ –এর একটি উৎপাদক।

এখন,

$= 3a^3 + 2a + 5 = 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5$

$= 3a^2(a + 1) - 3a(a + 1) + 5(a + 1)$

$= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$

অতএব, নির্ণেয় উৎপাদক $= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$ **Ans.**

74. $a^3 - a^2 - 10a - 8$

সমাধান ঃ

ধরি,

$f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

$\therefore$ $f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8$

$= -1 - 1 + 10 - 8 \qquad = 0$

$\therefore$ $a - (-1) = (a + 1)$ হচ্ছে $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন,

$a^3 - a^2 - 10a - 8$

$= a^2(a + 1) - 2a(a + 1) - 8(a + 1)$

$= (a + 1)(a^2 - 2a - 8)$

$= (a + 1)(a^2 - 4a + 2a - 8)$

$= (a + 1)\{a(a - 4) + 2(a - 4)\}$

$= (a + 1)(a - 4)(a + 2)$

$= (a + 1)(a + 2)(a - 4)$.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

75. $4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$

সমাধান:

ধরি,

$p(a) = 4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$

$\therefore p(-1) = 4(-1)^4 + 12(-1)^3 + 7(-1)^2 - 3(-1) - 2$

$= 4 - 12 + 7 + 3 - 2$

$= 14 - 14 = 0$

$\therefore \{a - (-1)\}$ বা $(a + 1)$ হচ্ছে $p(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$

$= 4a^4 + 4a^3 + 8a^3 + 8a^2 - a^2 - a - 2a - 2$

$= 4a^3(a + 1) + 8a^2(a + 1) - a(a + 1) - 2(a + 1)$

$= (a + 1)(4a^3 + 8a^2 - a - 2)$

ধরি,

$P_1(a) = 4a^3 + 8a^2 - a - 2$

$\therefore P1(-2) = 4(-2)^3 + 8(-2)^2 - (-2) - 2$

$= 4(-8) + 8.4 + 2 - 2$

$= 34 - 34 = 0$

$\therefore a - (-2)$ বা $(a + 2)$ হচ্ছে $P1(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন,

$4a^3 + 8a^2 - a - 2$

$= 4a^2(a + 2) - 1(a + 2)$

$= (a + 2)(4a^2 - 1)$

$= (a + 2)(2a - 1)(2a + 1)$

$\therefore 4a^4 + 12a^3 + 7a^2 - 3a - 2$

$= (a + 1)(4a^3 + 8a^2 - a - 2)$

$= (a + 1)(a + 2)(2a - 1)(2a + 1)$ Ans.

76. $x^3 - 9x^2y + 26xy^2 - 24y^3$

সমাধান:

$x^3 - 9x^2y + 26xy^2 - 24y^3$

$= x^3 - 3.x^2.3y + 3.x(3y)^2 - (3y)^3 - xy^2 + 3y^3$

$= (x - 3y)^3 - y^2(x - 3y)$

$= (x - 3y)\{(x - 3y)^2 - y^2\}$

$= (x - 3y)(x - 3y + y)(x - 3y - y)$

$= (x - 3y)(x - 2y)(x - 4y)$

$= (x - 4y)(x - 3y)(x - 2y)$ Ans.

চক্র ক্রমিক রাশির উৎপাদক

77. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$

সমাধান:

$a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$

$= a(b^2 - c^2) + bc^2 - a^2b + a^2c - b^2c$

$= a(b^2 - c^2) - b^2c + bc^2 - a^2b + a^2c$

$= a(b - c)(b + c) - bc(b - c) - a^2(b - c)$

$= (b - c)\{a(b + c) - bc - a^2\}$

$= (b - c)(ab + ac - bc - a^2)$

$= (b - c)(ca - bc - a^2 + ab)$

$= (b - c)\{c(a - b) - a(a - b)\}$

$= (b - c)(a - b)(c - a)$

$= (a - b)(b - c)(c - a)$

$\therefore$ নির্ণেয় উৎপাদক: $(a - b)(b - c)(c - a)$ Ans.

78. $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$

সমাধান:

$a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$

$= a^2(b - c) + b^2c - ab^2 + ac^2 - bc^2$

$= a^2(b - c) + b^2c - bc^2 - ab^2 + ac^2$

$= a^2(b - c) + bc(b - c) - a(b^2 - c^2)$

$= a^2(b - c) + bc(b - c) - a(b - c)(b + c)$

$= (b - c)\{a^2 + bc - a(b + c)\}$

$= (b - c)(a^2 + bc - ab - ac)$

$= (b - c)(a^2 - ab - ca + bc)$

$= (b - c)\{a(a - b) - c(a - b)\}$

$= (b - c)(a - b)(a - c)$

$= -(a - b)(b - c)(c - a)$

সুতরাং, নির্ণেয় উৎপাদক: $-(a - b)(b - c)(c - a)$

79. $a(b - c)^3 + b(c - a)^3 + c(a - b)^3$

সমাধান:

$a(b - c)^3 + b(c - a)^3 + c(a - b)^3$

$= a(b^3 - 3b^2c + 3bc^2 - c^3) + b(c^3 - 3c^2a + 3ca^2 - a^3) + c(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)$

$= ab^3 - 3ab^2c + 3abc^2 - ac^3 + bc^3 - 3abc^2 + 3a^2bc - a^3b + a^3c - 3a^2bc + 3ab^2c - b^3c$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩৪৩১০৩

$= ab^3 - ac^3 + bc^3 - a^3b + a^3c - b^3c$

$= -a^3b + ab^3 - ac^3 + bc^3 + a^3c - b^3c$

$= -ab(a^2 - b^2) - c^3(a - b) + c(a^3 - b^3)$

$= -ab(a + b)(a - b) - c^3(a - b) + c(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$= (a - b)\{-ab(a + b) - c^3 + c(a^2 + ab + b^2)\}$

$= (a - b)(-a^2b - ab^2 - c^3 + a^2c + abc + b^2c)$

$= (a - b)(-a^2b + a^2c - ab^2 + abc + b^2c - c^3)$

$= (a - b)\{-a^2(b - c) - ab(b - c) + c(b^2 - c^2)\}$

$= (a - b)(b - c)(-a^2 - ab + bc + c^2)$

$= (a - b)(b - c)(bc - ab + c^2 - a^2)$

$= (a - b)(b - c)\{b(c - a) + (c + a)(c - a)\}$

$= (a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c)$. (Ans)

80. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $a^6 + 18a^3 + 125$

সমাধান:

$a^6 + 18a^3 + 125$

$= a^6 - 27a^3 + 125 + 45a^3$

$= (a^2)^3 + (-3a)^3 + (5)^3 - 3.a^2(-3a).5$

$= (a^2 - 3a + 5)\left\{(a^2)^2 + (-3a)^2 + 5^2 - a^2(-3a) - (-3a).5 - 5.a^2\right\}$

$= (a^2 - 3a + 5)(a^4 + 9a^2 + 25 + 3a^3 + 15a - 5a^2)$

$= (a^2 - 3a + 5)(a^4 + 3a^3 + 4a^2 + 15a + 25)$ Ans.

একঘাত ও দ্বিঘাত সমীকরণ
Linear and Quadratic Equations

একঘাত সমীকরণ

- দুইটি বীজগণিতীয় চলক সম্বলিত রাশি "=" চিহ্ন দ্বারা সংযুক্ত হলে ঐ রাশিদ্বয়ের সমতাজ্ঞাপক সম্বন্ধটিকে সমীকরণ (equation) বলা হয়। সমীকরণে ব্যবহৃত চলককে এর অজ্ঞাত রাশি বলা হয়। সমীকরণের সমান চিহ্নের বাম দিকের রাশিকে বাম পক্ষ ও ডানদিকের রাশিকে ডান পক্ষ বলা হয়। যেমন,

$$5x - 2 = 3x + 8$$

সমীকরণে $(5x - 2)$ বাম পক্ষ, $(3x + 8)$ ডান পক্ষ এবং x অজ্ঞাত রাশি।

- যে সমীকরণে প্রথম ঘাতবিশিষ্ট একটি মাত্র অজ্ঞাত রাশি থাকে তাকে প্রথম ঘাতের সমীকরণ বা সরল সমীকরণ (simple equation) বলা হয়। অজ্ঞাত রাশির যেসব মানের জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ পরস্পর সমান হয়, তাদের সমীকরণের বীজ (root) বা সমাধান (solution) বলা হয়।

- সমীকরণে বীজ নির্ণয় করার প্রক্রিয়াকে এর সমাধান করা বলা হয়।

$$3x + 4 = 10$$

সমীকরণটি বিবেচনা করলে দেখা যায় যে, x-এর পরিবর্তে 2 লিখলে উভয় পক্ষের মান সমান হয় বা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়। এক্ষেত্রে 2 সমীকরণটির বীজ বা সমাধান

দুইটি সমীকরণে বীজ একই হলে ঐ সমীকরণ দুইটিকে সমতুল সমীকরণ বলা হয়।

- সমীকরণ সমাধান করতে সংখ্যার বিভিন্ন ধর্ম ব্যবহার করা হয়।

(i) $a = b$ হলে $b = a$ হবে এবং বিপরীতক্রমে। [প্রতিসাম্য বিধি]

(i) (ক) $a + c = b$ হলে $a = b - c$ হবে এবং বিপরীতক্রমে [পক্ষান্তর বিধি]

অর্থাৎ সমীকরণে যেকোন রাশির পক্ষ পরিবর্তন করলে, এর চিহ্ন বদলাতে হবে।

(iii) $a + c = b + c$ হলে $a = b$ হবে এবং বিপরীতক্রমে।

$ac = bc$ এবং $c \neq 0$ হলে $a = b$ হবে এবং বিপরীতক্রমে [বর্জন বিধি]

(iv) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হলে $ad = bc$ হবে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ভগ্নাংশ সম্বলিত সরল সমীকরণ :

❒ প্রথমে প্রদত্ত সমীকরণটিকে ভগ্নাংশমুক্ত করতে হবে, অর্থাৎ একে এমন একটি সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হবে যেন উভয় পক্ষের হরগুলো বিলুপ্ত হয়। এজন্যে ভগ্নাংশগুলোকে হরসমূহের ল. সা. গু. দ্বারা গুণ করাই যথেষ্ট।

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

1. $\frac{5}{x-1}+\frac{4}{x-2}=\frac{9}{x-3}$ [২৮তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

$\frac{5}{x-1}+\frac{4}{x-2}=\frac{9}{x-3}$

Or, $\frac{5}{x-1}+\frac{4}{x-2}=\frac{5}{x-3}+\frac{4}{x-3}$

Or, $\frac{5}{x-1}-\frac{5}{x-3}=\frac{4}{x-3}-\frac{4}{x-2}$

Or, $\frac{5(x-3)-5(x-1)}{(x-1)(x-3)}=\frac{4(x-2)-4(x-3)}{(x-3)(x-2)}$

Or, $\frac{5x-15-5x+5}{(x-1)(x-3)}=\frac{4x-8-4x+12}{(x-3)(x-2)}$

Or, $\frac{-10}{(x-1)(x-3)}=\frac{4}{(x-3)(x-2)}$

Or, $-10(x-2)=4(x-1)$ [উভয় পক্ষকে $(x-3)$ দ্বারা গুন করে]

Or, $-10x+20=4x-4$

Or, $-10x-4x=-4-20$

Or, $-14x=-24$

Or, $x=\frac{24}{14}=\frac{12}{7}$

Ans. : $x=\frac{12}{7}$

2. $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}=\frac{3}{x-3}$ [২৭তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

$\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}=\frac{3}{x-3}$

বা, $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-2}=\frac{1}{x-3}+\frac{2}{x-3}$

বা, $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-3}=\frac{2}{x-3}-\frac{2}{x-2}$

বা, $\frac{x-3-x+1}{(x-1)(x-3)}=\frac{2x-4-2x+6}{(x-3)(x-2)}$

বা, $\frac{-2}{(x-1)(x-3)}=\frac{2}{(x-3)(x-2)}$

বা, $\frac{-2}{x-1}=\frac{2}{x-2}$ [উভয় পক্ষকে $(x-3)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{-1}{x-1}=\frac{1}{x-2}$

বা, $x-1=-x+2$

বা, $x+x=2+1$

বা, $2x=3$

বা, $x=\frac{3}{2}$

$=1\frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=1\frac{1}{2}$

3. **সমাধান করুন :** $\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{8}{x+3}$ [২৫তম বিসিএস]

সমাধান : $\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{8}{x+3}$

বা, $\frac{3(x-6)+5(x-2)}{(x-2)(x-6)}=\frac{8}{x+3}$

বা, $\frac{3x+5x-18-10}{x^2-8x+12}=\frac{8}{x+3}$

বা, $(x+3)(8x-28)=8(x^2-8x+12)$

বা, $(8x^2+24x-28x-84)=8x^2-64x+96$

বা, $8x^2-4x-84=8x^2-64x+96$

বা, $60x=96+84$

বা, $x=\frac{180}{60}=3$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $x=3$

4. $\frac{2x-9}{7}+\frac{x-5}{6}=\frac{x-3}{3}+\frac{6x+1}{21}$ [২২তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

$\frac{2x-9}{7}+\frac{x-5}{6}=\frac{x-3}{3}+\frac{6x+1}{21}$

বা, $\frac{2x-9}{7}-\frac{6x+1}{21}=\frac{x-3}{3}-\frac{x-5}{6}$

বা, $\frac{3(2x-9)-(6x+1)}{21}=\frac{2(x-3)-(x-5)}{6}$

বা, $\frac{6x-27-6x-1}{21}=\frac{2x-6-x+5}{6}$

বা, $\frac{-28}{21}=\frac{x-1}{6}$

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬১৩১৩৩

বা, $\frac{-4}{3} = \frac{x-1}{6}$

বা, $3x-3 = -24$

বা, $3x = -24+3$

বা, $x = \frac{-21}{3} = -7$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = -7$

5. সমাধান করুন : [২১তম বিসিএস]

$$\frac{2}{2x-1}+\frac{3}{3x-1}=\frac{8}{4x+1}$$

সমাধান :

$$\frac{2}{2x-1}+\frac{3}{3x-1}=\frac{8}{4x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{2(3x-1)+3(2x-1)}{(2x-1)(3x-1)}=\frac{8}{4x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{6x-2+6x-3}{6x^2-5x+1}=\frac{8}{4x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{12x-5}{6x^2-5x+1}=\frac{8}{4x+1}$$

$\Rightarrow 48x^2+12x-20x-5 = 48x^2-40x+8$

$\Rightarrow -8x+40x = 8+5$

$\Rightarrow 32x = 13$

$\therefore x = \frac{13}{32}$

নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{13}{32}$

6. সমাধান করুন : [১৭তম বিসিএস]

$$\frac{x-a}{b+c}+\frac{x-b}{c+a}+\frac{x-c}{a+b}=3$$

সমাধান :

$$\frac{x-a}{b+c}+\frac{x-b}{c+a}+\frac{x-c}{a+b}=3$$

$$\Rightarrow \frac{x-a}{b+c}-1+\frac{x-b}{c+a}-1+\frac{x-c}{a+b}-1=0$$

$$\Rightarrow \frac{x-a-b-c}{b+c}+\frac{x-b-c-a}{c+a}+\frac{x-c-a-b}{a+b}=0$$

$$\Rightarrow (x-a-b-c)\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+b}\right)=0$$

$x-a-b-c=0$ কিন্তু $\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+b}\right)\neq 0$

$\therefore x = a+b+c$ (Solved)

7. $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x-3a-3b}{a+b}=0$ **[১৫তম বিসিএস]**

সমাধান ঃ

$$\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x-3a-3b}{a+b}=0$$

$$\text{বা, } \frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x}{a+b}-\frac{3(a+b)}{a+b}=0$$

$$\text{বা, } \frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x}{a+b}-3=0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x-a}{b}-1\right)+\left(\frac{x-b}{a}-1\right)+\left(\frac{x}{a+b}-1\right)=0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x-a-b}{b}\right)+\left(\frac{x-b-a}{a}\right)+\left(\frac{x-a-b}{a+b}\right)=0$$

$$\text{বা, } (x-a-b)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}\right)=0$$

কিন্তু $\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}\right)=0$

সুতরাং, $x-a-b\neq 0$

$\therefore x = a+b$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = a+b$

8. $\frac{8x+37}{18}+\frac{29-7x}{5x-12}=\frac{4x^2-36}{9x-27}$ **[১১ তম বিসিএস]**

সমাধান ঃ

$$\frac{8x+37}{18}+\frac{29-7x}{5x-12}=\frac{4(x^2-9)}{9(x-3)}$$

$$\text{বা, } \frac{8x+37}{18}+\frac{29-7x}{5x-12}=\frac{4(x+3)(x-3)}{9(x-3)}$$

$$\text{বা, } \frac{8x+37}{18}+\frac{29-7x}{5x-12}=\frac{4(x+3)}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{29-7x}{5x-12}=\frac{4x+12}{9}-\frac{8x+37}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{29-7x}{5x-12}=\frac{8x+24-8x-37}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{29-7x}{5x-12}=\frac{-13}{18}$$

বা, $18(29-7x) = -13(5x-12)$

বা, $522-126x = -65x+156$

বা, $-126x+65x = 156-522$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬৪৬১০৩

বা, $-61x = -366$

বা, $x = \frac{-366}{-61} = 6$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 6$

9. $\frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{18}{3x-5}$ [১০ম বিসিএস]

সমাধান ঃ

$\frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{18}{3x-5}$

বা, $\frac{10}{2x-5} + \frac{1}{x+5} = \frac{15}{3x-5} + \frac{3}{3x-5}$

বা, $\frac{10}{2x-5} - \frac{15}{3x-5} = \frac{3}{3x-5} - \frac{1}{x+5}$

বা, $\frac{30x-50-30x+75}{(2x-5)(3x-5)} = \frac{3x+15-3x+5}{(3x-5)(x+5)}$

বা, $\frac{25}{(2x-5)(3x-5)} = \frac{20}{(3x-5)(x+5)}$

বা, $\frac{25}{2x-5} = \frac{20}{x+5}$ [উভয় পক্ষকে $(3x-5)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{5}{2x-5} = \frac{4}{x+5}$ [5 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $8x - 20 = 5x + 25$

বা, $8x - 5x = 25 + 20$

বা, $3x = 45$

বা, $x = \frac{45}{3} = 15$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 15$

গাণিতিক অনুশীলন :

1. $\frac{2x}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3x}{2} + \frac{1}{3}$

সমাধান ঃ

$\frac{2x}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3x}{2} + \frac{1}{3}$

বা, $12\left(\frac{2x}{3} + \frac{1}{4}\right) = 12\left(\frac{3x}{2} + \frac{1}{3}\right)$ [উভয় পক্ষকে 12 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{24x}{3} + \frac{12}{4} = \frac{36x}{2} + \frac{12}{3}$

বা, $8x + 3 = 18x + 4$

বা, $8x - 18x = 4 - 3$

বা, $-10x = 1$

∴ $x = -\frac{1}{10}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = -\frac{1}{10}$

3. $\frac{2x+3}{5} + 2 = \frac{x-1}{2}$

সমাধান ঃ

$\frac{2x+3}{5} + 2 = \frac{x-1}{2}$

বা, $10\left(\frac{2x+3}{5}\right) + 2.10 = \frac{10(x-1)}{[2}$ উভয় পক্ষকে 10 দ্বারা গুণ করে]

বা, $4x + 6 + 20 = 5x - 5$

বা, $4x - 5x = -5 - 26$

বা, $-x = -31$

বা, $x = 31$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 31$

4. $\frac{x-1}{2} + \frac{x-5}{6} - 4 = \frac{x-3}{4}$

সমাধান ঃ

$\frac{x-1}{2} + \frac{x-5}{6} - 4 = \frac{x-3}{4}$

উভয় পক্ষকে 12 দ্বারা গুণ করে

$\frac{12(x-1)}{2} + \frac{12(x-5)}{6} - 4.12 = \frac{12(x-3)}{4}$

বা, $6(x-1) + 2(x-5) - 48 = 3(x-3)$

বা, $6x - 6 + 2x - 10 - 48 = 3x - 9$

বা, $8x - 16 - 48 = 3x - 9$

বা, $8x - 3x = -9 + 16 + 48$

বা, $5x = 55$

∴ $x = \frac{55}{5} = 11$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 11$

শুভ নন্দী ০১৭১১ ৬১৩১০৩

5. $4x - \frac{x-1}{2} = x + \frac{2(x-1)}{5} + 24$

সমাধান ঃ

$4x - \frac{x-1}{2} = x + \frac{2(x-1)}{5} + 24$

বা, $10.4x - \frac{10(x-1)}{2} = 10x + \frac{10.2(x-1)}{5} + 24.10$ [উভয় পক্ষকে 10 দ্বারা গুণ করে]

বা, $40x - 5(x-1) = 10x + 4(x-1) + 240$

বা, $40x - 5x + 5 = 10x + 4x - 4 + 240$

বা, $35x + 5 = 14x + 236$

বা, $35x - 14x = 236 - 5$

বা, $21x = 231$

$\therefore x = \frac{231}{21} = 11$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 11$

6. $\frac{x+5}{8} - \frac{5x-2}{6} = \frac{3x-17}{24}$

সমাধান ঃ

$\frac{x+5}{8} - \frac{5x-2}{6} = \frac{3x-17}{24}$

বা, $\frac{24(x+5)}{8} - \frac{24(5x-2)}{6} = \frac{24(3x-17)}{24}$

বা, $3(x+5) - 4(5x-2) = 3x - 17$

বা, $3x + 15 - 20x + 8 = 3x - 17$

বা, $-17x + 23 = 3x - 17$

বা, $-17x - 3x = -17 - 23$

বা, $-20x = -40$

$\therefore x = \frac{-40}{-20} = 2$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x = 2$.

7. $\frac{x-13}{7} - \frac{7-3x}{4} = \frac{2x-19}{14}$

সমাধান ঃ

$\frac{x-13}{7} - \frac{7-3x}{4} = \frac{2x-19}{14}$

$\frac{28(x-13)}{7} - \frac{28(7-3x)}{4} = \frac{28(2x-19)}{14}$[

বা, $4(x-13) - 7(7-3x) = 2(2x-19)$

বা, $4x - 52 - 49 + 21x = 4x - 38$

বা, $4x + 21x - 4x = -38 + 52 + 49$

বা, $21x = 63$

$\therefore x = \frac{63}{21} = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 3$

8. $\frac{x+17}{23} - \frac{5x-36}{38} = \frac{2x+11}{46}$

সমাধান ঃ

$\frac{x+17}{23} - \frac{5x-36}{38} = \frac{2x+11}{46}$

বা, $\frac{x+17}{23} - \frac{2x+11}{46} = \frac{5x-36}{38}$

বা, $\frac{2x+34-2x-11}{46} = \frac{5x-36}{38}$

বা, $\frac{23}{46} = \frac{5x-36}{38}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{5x-36}{38}$

বা, $2(5x-36) = 38$

বা, $10x - 72 = 38$

বা, $10x = 38 + 72$

বা, $10x = 110$

$\therefore x = \frac{110}{10} = 11$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 11$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

9. $\frac{x+9}{6}+\frac{x+13}{11}=\frac{x+11}{4}+\frac{2x-7}{22}$

সমাধান ঃ

$\frac{x+9}{6}+\frac{x+13}{11}=\frac{x+11}{4}+\frac{2x-7}{22}$

বা, $\frac{x+9}{6}+\frac{x+11}{4}=\frac{2x-7}{22}-\frac{x+13}{11}$

বা, $\frac{2(x+9)-3(x+11)}{12}=\frac{2x-7-2(x+13)}{22}$

বা, $\frac{2x+18-3x-33}{12}=\frac{2x-7-2x-26}{22}$

বা, $\frac{-x-15}{12}=\frac{-33}{22}$

বা, $-22x-330=-396$

বা, $-22x=-396+330$

বা, $x=\frac{-66}{-22}=3$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x=3$

10. $\frac{3x-17}{11}-\frac{x-17}{4}=\frac{9x+26}{33}-\frac{5x+9}{12}$

সমাধান ঃ

$\frac{3x-17}{11}-\frac{x-17}{4}=\frac{9x+26}{33}-\frac{5x+9}{12}$

বা, $\frac{3x-17}{11}-\frac{9x+26}{33}=\frac{x-17}{4}-\frac{5x+9}{12}$

বা, $\frac{3(3x-17)-(9x+26)}{33}=\frac{3(x-17)-(5x+9)}{12}$

বা, $\frac{9x-51-9x-26}{33}=\frac{3x-51-5x-9}{12}$

বা, $\frac{-77}{33}=\frac{-2x-60}{12}$

বা, $\frac{-7}{3}=\frac{-(2x+60)}{12}$

বা, $\frac{7}{3}=\frac{2x+60}{12}$

বা, $\frac{7}{3}=\frac{2(x+30)}{12}$

বা, $\frac{7}{3}=\frac{x+30}{6}$

বা, $3x+90=42$

বা, $3x=42-90$

বা, $x=\frac{48}{3}=-16$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=-16$

11. $\frac{6x+1}{15}-\frac{2x-4}{7x-16}=\frac{2x-1}{5}$

সমাধান ঃ

$\frac{6x+1}{15}-\frac{2x-4}{7x-16}=\frac{2x-1}{5}$

বা, $\frac{6x+1}{15}-\frac{2x-1}{5}=\frac{2x-4}{7x-16}$

বা, $\frac{6x+1-3(2x-1)}{15}=\frac{2x-4}{7x-16}$

বা, $\frac{6x+1-6x+3}{15}=\frac{2x-4}{7x-16}$

বা, $\frac{4}{15}=\frac{2x-4}{7x-16}$

বা, $30x-60=28x-64$

বা, $30x-28x=-64+60$

বা, $2x=-4$

বা, $x=\frac{-4}{2}=-2$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=-2$

12. $\frac{3x+5}{5(x-5)}+\frac{2x}{5}=\frac{6x+13}{15}$

সমাধান ঃ

$\frac{3x+5}{5(x-5)}+\frac{2x}{5}=\frac{6x+13}{15}$

বা, $\frac{3x+5}{5x-25}=\frac{6x+13}{15}-\frac{2x}{5}$

বা, $\frac{3x+5}{5x-25}=\frac{6x+13-6x}{15}$

বা, $\frac{3x+5}{5x-25}=\frac{13}{15}$

বা, $65x-325=45x+75$

বা, $65x-45x=325+75$

বা, $20x=400$

বা, $x=\frac{400}{20}=20$

∴ নর্ণেয় সমাধান $x=20$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

13. $\frac{5x+17}{18} - \frac{5x-9}{11x-18} + \frac{1}{6} = \frac{10x+29}{36}$

সমাধান ঃ

$\frac{5x+17}{18} - \frac{5x-9}{11x-18} + \frac{1}{6} = \frac{10x+29}{36}$

বা, $\frac{5x+17}{18} - \frac{10x+29}{36} + \frac{1}{6} = \frac{5x-9}{11x-8}$

বা, $\frac{10x+34-10x-29+6}{36} = \frac{5x-9}{11x-8}$

বা, $\frac{11}{36} = \frac{5x-9}{11x-8}$

বা, $36(5x-9) = 11(11x-8)$

বা, $180x - 324 = 121x - 88$

বা, $180x - 121x = -88 + 324$

বা, $59x = 236$

বা, $x = \frac{236}{59} = 4$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 4$

14. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} = \frac{2}{x-3}$

সমাধান ঃ

$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} = \frac{2}{x-3}$

বা, $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-3}$

বা, $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$

বা, $\frac{x-3-x+1}{(x-1)(x-3)} = \frac{x-4-x+3}{(x-3)(x-4)}$

বা, $\frac{-2}{(x-1)(x-3)} = \frac{-1}{(x-3)(x-4)}$

বা, $\frac{-2}{x-1} = \frac{-1}{x-4}$ [উভয় পক্ষকে $(x-3)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-4}$

বা, $2(x-4) = 1(x-1)$

বা, $2x - 8 = x - 1$

বা, $2x - x = -1 + 8$

বা, $x = 7$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 7$

15. $\frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+3} = \frac{9}{x-1}$

সমাধান ঃ

$\frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+3} = \frac{9}{x-1}$

বা, $\frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+3} = \frac{4+5}{x-1}$

বা, $\frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+3} = \frac{4}{x-1} + \frac{5}{x-1}$

বা, $\frac{4}{x+1} - \frac{4}{x-1} = \frac{5}{x-1} - \frac{5}{x+3}$

বা, $\frac{4(x-1)-4(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{5(x+3)-5(x-1)}{(x-1)(x+3)}$

বা, $\frac{4x-4-4x-4}{(x+1)(x-1)} = \frac{5x+15-5x+5}{(x-1)(x+3)}$

বা, $\frac{-8}{(x+1)(x-1)} = \frac{20}{(x-1)(x+3)}$

বা, $\frac{-8}{x+1} = \frac{20}{x+3}$ [উভয় পক্ষকে $(x-1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{-2}{x+1} = \frac{5}{x+3}$

বা, $5x + 5 = -2x - 6$

বা, $5x + 2x = -6 - 5$

বা, $7x = -11$

বা, $x = -\frac{11}{7} = -1\frac{4}{7}$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x = -1\frac{4}{7}$

16. $\frac{2}{x+7} + \frac{3}{x+9} - \frac{5}{x+5} = 0$

সমাধান :

$\frac{2}{x+7} + \frac{3}{x+9} - \frac{5}{x+5} = 0$

বা, $\frac{2}{x+7} + \frac{3}{x+9} = \frac{5}{x+5}$

বা, $\frac{2}{x+7} + \frac{3}{x+9} = \frac{3}{x+5} + \frac{2}{x+5}$

বা, $\frac{2}{x+7} - \frac{2}{x+5} = \frac{3}{x+5} - \frac{3}{x+9}$

বা, $\frac{2x+10-2x-14}{(x+7)(x+5)} = \frac{3x+27-3x-15}{(x+5)(x+9)}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৯৫৩১০৩

বা, $\frac{-4}{(x+7)(x+5)} = \frac{12}{(x+5)(x+9)}$

বা, $\frac{-4}{x+7} = \frac{12}{x+9}$

বা, $\frac{-1}{x+7} = \frac{3}{x+9}$

বা, $3x + 21 = -x - 9$

বা, $3x + x = -9 - 21$

বা, $4x = -30$

বা, $x = -\frac{30}{4} = \frac{-15}{2} = -7\frac{1}{2}$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x = -7\frac{1}{2}$

17. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+a} = \frac{2}{x+b}$

সমাধান ঃ

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+a} = \frac{2}{x+b}$

বা, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+a} = \frac{1}{x+b} + \frac{1}{x+b}$

বা, $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+b} = \frac{1}{x+b} - \frac{1}{x+a}$

বা, $\frac{x+b-x}{x(x+b)} = \frac{x+a-x-b}{(x+b)(x+a)}$

বা, $\frac{b}{x(x+b)} = \frac{a-b}{(x+b)(x+a)}$

বা, $\frac{b}{x} = \frac{a-b}{x+a}$

বা, $bx + ab = ax - bx$

বা, $bx + bx - ax = -ab$

বা, $2bx - ax = -ab$

বা, $x(2b - a) = -ab$

বা, $x = \frac{-ab}{2b-a} = \frac{ab}{a-2b}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{ab}{a-2b}$

18. $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

সমাধান ঃ

$\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

বা, $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{x-a-b} + \frac{b}{x-a-b}$

বা, $\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x-a-b} = \frac{b}{x-a-b} - \frac{b}{x-b}$

বা, $a\left[\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x-a-b}\right] = b\left[\frac{1}{x-a-b} - \frac{1}{x-b}\right]$

বা, $a\left[\frac{x-a-b-x+a}{(x-a)(x-a-b)}\right] = b\left[\frac{x-b-x+a+b}{(x-a-b)(x-b)}\right]$

বা, $a\left[\frac{-b}{(x-a)(x-a-b)}\right] = b\left[\frac{a}{(x-a-b)(x-b)}\right]$

বা, $a\left[\frac{-b}{x-a}\right] = b\left[\frac{a}{x-b}\right]$ [

বা, $\frac{-1}{x-a} = \frac{1}{x-b}$

বা, $x - a = -x + b$

বা, $x + x = b + a$

বা, $2x = a + b$

বা, $x = \frac{a+b}{2}$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{a+b}{2}$

19. $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-c}$

সমাধান ঃ

$\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-c}$

বা, $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{x-c} + \frac{b}{x-c}$

বা, $\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x-c} = \frac{b}{x-c} - \frac{b}{x-b}$

বা, $\frac{ax - ac - ax + a^2}{(x-a)(x-c)} = \frac{bx - b^2 - bx + bc}{(x-c)(x-b)}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $\frac{-ac + a^2}{(x-a)(x-c)} = \frac{-b^2 + bc}{(x-c)(x-b)}$

বা, $\frac{-ac + a^2}{x - a} = \frac{-b^2 + bc}{x - b}$

বা, $\frac{-(ac - a^2)}{x - a} = \frac{-(b^2 - bc)}{x - b}$

বা, $acx - abc - a^2x + a^2b = b^2x - ab^2 - bcx + abc$

বা, $acx - a^2x - b^2x + bcx = abc - ab^2 + abc - a^2b$

বা, $x(ac - a^2 - b^2 + bc) = 2abc - ab^2 - a^2b$

বা, $x(ac - a^2 - b^2 + bc) = ab(2c - b - a)$

বা, $x = \frac{ab(2c - b - a)}{ac - a^2 - b^2 + bc}$

$= \frac{ab(a + b - 2c)}{a^2 + b^2 - ac - bc}$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{ab(a + b - 2c)}{a^2 + b^2 - ac - bc}$

20. $\frac{8}{2x - 1} + \frac{9}{3x - 1} = \frac{7}{x + 1}$

সমাধান ঃ

$\frac{8}{2x - 1} + \frac{9}{3x - 1} = \frac{7}{x + 1}$

বা, $\frac{8}{2x - 1} + \frac{9}{3x - 1} = \frac{4}{x + 1} + \frac{3}{x + 1}$

বা, $\frac{8}{2x - 1} - \frac{4}{x + 1} = \frac{3}{x + 1} - \frac{9}{3x - 1}$

বা, $\frac{8x + 8 - 8x + 4}{(2x - 1)(x + 1)} = \frac{9x - 3 - 9x - 9}{(x + 1)(3x - 1)}$

বা, $\frac{12}{(2x-1)(x + 1)} = \frac{-12}{(x + 1)(3x-1)}$

বা, $\frac{12}{2x - 1} = \frac{-12}{3x - 1}$ [উভয় পক্ষকে $(x + 1)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{1}{2x - 1} = \frac{-1}{3x - 1}$

বা, $3x - 1 = -2x + 1$

বা, $3x + 2x = 1 + 1$

বা, $5x = 2$

বা, $x = \frac{2}{5}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{2}{5}$

21. $\frac{4}{2x + 3} + \frac{15}{5x + 4} = \frac{35}{7x + 6}$

সমাধান ঃ

$\frac{4}{2x + 3} + \frac{15}{5x + 4} = \frac{35}{7x + 6}$

বা, $\frac{4}{2x + 3} + \frac{15}{5x + 4} = \frac{14}{7x + 6} + \frac{21}{7x + 6}$

বা, $\frac{4}{2x + 3} - \frac{14}{7x + 6} = \frac{21}{7x + 6} - \frac{15}{5x + 4}$

বা, $\frac{28x + 24 - 28x - 42}{(2x + 3)(7x + 6)} = \frac{105x + 84 - 105x - 90}{(7x + 6)(5x + 4)}$

বা, $\frac{-18}{(2x + 3)(7x + 6)} = \frac{-6}{(5x + 4)(7x + 6)}$

উভয় পক্ষকে $(7x + 6)$ দ্বারা গুণ করে

বা, $\frac{-18}{2x + 3} = \frac{-6}{5x + 4}$

বা, $\frac{3}{2x + 3} = \frac{1}{5x + 4}$

বা, $15x + 12 = 2x + 3$

বা, $15x - 2x = 3 - 12$

বা, $13x = -9$

বা, $x = \frac{-9}{13}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{-9}{13}$

22. $\frac{4}{2x + 1} + \frac{9}{3x + 2} = \frac{25}{5x + 4}$

সমাধান ঃ

$\frac{4}{2x + 1} + \frac{9}{3x + 2} = \frac{25}{5x + 4}$

বা, $\frac{4}{2x + 1} + \frac{9}{3x + 2} = \frac{10}{5x + 4} + \frac{15}{5x + 4}$

বা, $\frac{4}{2x + 1} - \frac{10}{5x + 4} = \frac{15}{5x + 4} - \frac{9}{3x + 2}$

বা, $\frac{20x + 16 - 20x - 10}{(2x + 1)(5x + 4)} = \frac{45x + 30 - 45x - 36}{(5x + 4)(3x + 2)}$

বা, $\frac{6}{(2x + 1)(5x + 4)} = \frac{-6}{(3x + 2)(5x + 4)}$

বা, $\frac{6}{2x + 1} = \frac{-6}{3x + 2}$ [উভয় পক্ষকে $(5x+4)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\frac{1}{2x + 1} = \frac{-1}{3x + 2}$

বা, $3x + 2 = -2x - 1$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $3x + 2x = -1 - 2$

বা, $5x = -3$

বা, $x = \frac{-3}{5}$ ∴ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{-3}{5}$

23. $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4}$

সমাধান ঃ

$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4}$

বা, $\frac{x+3-x-1}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+4-x-2}{(x+2)(x+4)}$

বা, $\frac{2}{(x+1)(x+3)} = \frac{2}{(x+2)(x+4)}$

বা, $\frac{1}{(x^2+4x+3)} = \frac{1}{(x^2+6x+8)}$

বা, $x^2 + 6x + 8 = x^2 + 4x + 3$

বা, $x^2 - x^2 + 6x - 4x = 3 - 8$

বা, $2x = -5$

বা, $x = \frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = -2\frac{1}{2}$

24. $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-8}$

সমাধান ঃ

$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-8}$

বা, $\frac{x-4-x+2}{(x-2)(x-4)} = \frac{x-8-x+6}{(x-6)(x-8)}$

বা, $\frac{-2}{(x-2)(x-4)} = \frac{-2}{(x-6)(x-8)}$

বা, $\frac{1}{x^2-6x+8} = \frac{1}{x^2-14x+48}$

বা, $x^2 - 14x + 48 = x^2 - 6x + 8$

বা, $x^2 - x^2 - 14x + 6x = 8 - 48$

বা, $-8x = -40$

বা, $x = \frac{40}{8} = 5$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 5$

25. $\frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{x-13} - \frac{1}{x-11}$

সমাধান ঃ

$\frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{x-13} - \frac{1}{x-11}$

বা, $\frac{x-5-x+7}{(x-7)(x-5)} = \frac{x-11-x+13}{(x-13)(x-11)}$

বা, $\frac{2}{(x-7)(x-5)} = \frac{2}{(x-13)(x-11)}$

বা, $\frac{1}{x^2-12x+35} = \frac{1}{x^2-24x+143}$

বা, $x^2 - 24x + 143 = x^2 - 12x + 35$

বা, $x^2 - x^2 - 24x + 12x = 35 - 143$

বা, $-12x = -108$

বা, $x = \frac{108}{12} = 9$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 9$

26. $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3}$

সমাধান ঃ

$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3}$

বা, $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5}$

বা, $\frac{x+3-x-2}{(x+2)(x+3)} = \frac{x+5-x-4}{(x+4)(x+5)}$

বা, $\frac{1}{x^2+5x+6} = \frac{1}{x^2+9x+20}$

বা, $x^2 + 9x + 20 = x^2 + 5x + 6$

বা, $x^2 + 9x - 5x - x^2 = 6 - 20$

বা, $4x = -14$

বা, $x = -\frac{14}{4}$

$= -\frac{7}{2} = -3\frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = -3\frac{1}{2}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

27 $\frac{x+3}{x+2}-\frac{x+4}{x+3}=\frac{x+5}{x+4}-\frac{x+6}{x+5}$

সমাধান ঃ

$\frac{x+3}{x+2}-\frac{x+4}{x+3}=\frac{x+5}{x+4}-\frac{x+6}{x+5}$

বা, $\frac{x+2+1}{x+2}-\frac{x+3+1}{x+3}=\frac{x+4+1}{x+4}-\frac{x+5+1}{x+5}$

বা, $\frac{x+2}{x+2}+\frac{1}{x+2}-\frac{x+3}{x+3}-\frac{1}{x+3}=\frac{x+4}{x+4}+\frac{1}{x+4}-\frac{x+5}{x+5}-\frac{1}{x+5}$

বা, $1+\frac{1}{x+2}-1-\frac{1}{x+3}=1+\frac{1}{x+4}-1-\frac{1}{x+5}$

বা, $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}=\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+5}$

বা, $\frac{x+3-x-2}{(x+2)(x+3)}=\frac{x+5-x-4}{(x+4)(x+5)}$

বা, $\frac{1}{(x+2)(x+3)}=\frac{1}{(x+4)(x+5)}$

বা, $x^2+5x+6=x^2+9x+20$

বা, $x^2-x^2+5x-9x=20-6$

বা, $-4x=14$

বা, $x=-\frac{14}{4}$

$=-3\frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=-3\frac{1}{2}$

28. $\frac{x-3}{x-4}+\frac{x-6}{x-7}=\frac{x-4}{x-5}+\frac{x-5}{x-6}$

সমাধান ঃ

$\frac{x-3}{x-4}+\frac{x-6}{x-7}=\frac{x-4}{x-5}+\frac{x-5}{x-6}$

বা, $\frac{x-4+1}{x-4}+\frac{x-7+1}{x-7}=\frac{x-5+1}{x-5}+\frac{x-6+1}{x-6}$

বা, $\frac{x-4}{x-4}+\frac{1}{x-4}+\frac{x-7}{x-7}+\frac{1}{x-7}=\frac{x-5}{x-5}+\frac{1}{x-5}+\frac{x-6}{x-6}+\frac{1}{x-6}$

বা, $\left(1+\frac{1}{x-4}\right)+\left(1+\frac{1}{x-7}\right)=\left(1+\frac{1}{x-5}\right)+\left(1+\frac{1}{x+6}\right)$

বা, $\frac{1}{x-4}+\frac{1}{x-7}=\frac{1}{x-5}+\frac{1}{x-6}$

বা, $\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x-5}=\frac{1}{x-6}-\frac{1}{x-7}$

বা, $\frac{x-5-x+4}{(x-4)(x-5)}=\frac{x-7-x+6}{(x-6)(x-7)}$

বা, $\frac{-1}{(x-4)(x-5)}=\frac{-1}{(x-6)(x-7)}$

বা, $\frac{1}{x^2-9x+20}=\frac{1}{x^2-13x+42}$

বা, $x^2-13x+42=x^2-9x+20$

বা, $x^2-x^2-13x+9x=20-42$

বা, $-4x=-22$

বা, $x=\frac{22}{4}$

$=\frac{11}{2}=5\frac{1}{2}$

∴ নর্ণেয় সমাধান $x=5\frac{1}{2}$

29. $\frac{x}{x-5}+\frac{x}{x+2}=2$

সমাধান ঃ

$\frac{x}{x-5}+\frac{x}{x+2}=2$

বা, $\frac{x}{x-5}+\frac{x}{x+2}=1+1$

বা, $\left(\frac{x}{x-5}-1\right)+\left(\frac{x}{x+2}-1\right)=0$

বা, $\frac{x-x+5}{x-5}+\frac{x-x-2}{x+2}=0$

বা, $\frac{5}{x-5}+\frac{-2}{x+2}=0$

বা, $\frac{5}{x-5}=\frac{2}{x+2}$

বা, $5(x+2)=2(x-5)$

বা, $5x+10=2x-10$

বা, $5x-2x=-10-10$

বা, $3x=-20$

বা, $x=\frac{-20}{3}=-6\frac{2}{3}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=-6\frac{2}{3}$

30. $\frac{ax+a^2}{b}+\frac{bx+b^2}{a}+(a+b)=0$

সমাধান ঃ

$\frac{ax+a^2}{b}+\frac{bx+b^2}{a}+(a+b)=0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $\left(\frac{ax + a^2}{b} + a\right) + \left(\frac{bx + b^2}{a} + b\right) = 0$

বা, $\frac{ax + a^2 + ab}{b} + \frac{bx + b^2 + ab}{a} = 0$

বা, $\frac{a(x + a + b)}{b} + \frac{b(x + a + b)}{a} = 0$

বা, $(x + a + b)\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = 0$[x বর্জিত বলে $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \neq 0$]

সুতরাং $x + a + b = 0$

$\therefore x = -(a + b)$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = -(a + b)$

31. $\frac{x - a}{b + c + 2a} + \frac{x - b}{c + a + 2b} + \frac{x - c}{a + b + 2c} + 3 = 0$

সমাধান ঃ

$\frac{x - a}{b + c + 2a} + \frac{x - b}{c + a + 2b} + \frac{x - c}{a + b + 2c} + 3 = 0$

বা, $\frac{x - a}{b + c + 2a} + \frac{x - b}{c + a + 2b} + \frac{x - c}{a + b + 2c} + 1 + 1 + 1 = 0$

বা, $\left(\frac{x-a}{b+c+2a} + 1\right) + \left(\frac{x-b}{c+a+2b} + 1\right) + \left(\frac{x-c}{a+b+2c} + 1\right) = 0$

বা, $\frac{x-a+b+c+2a}{b+c+2a} + \frac{x-b+c+a+2b}{c+a+2b} + \frac{x-c+a+b+2c}{a+b+2c} = 0$

বা, $\frac{x + a + b + c}{b + c + 2a} + \frac{x + a + b + c}{c + a + 2b} + \frac{x + a + b + c}{a + b + 2c} = 0$

বা, $(x+a+b+c)\left(\frac{1}{b+c+2a} + \frac{1}{c+a+2b} + \frac{1}{a+b+2c}\right) = 0$

x বর্জিত বলে $\frac{1}{b + c + 2a} + \frac{1}{c + a + 2b} + \frac{1}{a + b + 2c} \neq 0$

সুতরাং, $x + a + b + c = 0$

বা, $x = -(a + b + c)$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = -(a + b + c)$

32. $\frac{x + a}{x - b} = \frac{x + a}{x + c}$

সমাধান ঃ

$\frac{x + a}{x - b} = \frac{x + a}{x + c}$

বা, $(x + a)(x + c) = (x + a)(x - b)$

বা, $x^2 + cx + ax + ac = x^2 - bx + ax - ab$

বা, $x^2 + cx + ax - x^2 + bx - ax = -ab - ac$

বা, $bx + cx = -a(b + c)$

বা, $x(b + c) = -a(b + c)$

$\therefore x = \frac{-a(b + c)}{b + c} = -a$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = -a$

33. $\frac{x - a}{a^2 - b^2} = \frac{x - b}{b^2 - a^2}$

সমাধান ঃ

$\frac{x - a}{a^2 - b^2} = \frac{x - b}{b^2 - a^2}$

বা, $\frac{x - a}{a^2 - b^2} = \frac{x - b}{-(a^2 - b^2)}$

বা, $\frac{x - a}{a^2 - b^2} + \frac{x - b}{a^2 - b^2} = 0$

বা, $\frac{x - a + x - b}{a^2 - b^2} = 0$

বা, $x - a + x - b = 0$

বা, $2x = a + b$

$x = \frac{a + b}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{a+b}{2}$

34. $\frac{x - a}{bc} + \frac{x - b}{ca} + \frac{x - c}{ba} = 0$

সমাধান ঃ

$\frac{x - a}{bc} + \frac{x - b}{ca} + \frac{x - c}{ba} = 0$

বা, $\frac{abc(x - a)}{bc} + \frac{abc(x - b)}{ca} + \frac{abc(x - c)}{ab} = 0$ (উভয় পক্ষকে abc দ্বারা গুণ করে পাই)

বা, $a(x - a) + b(x - b) + c(x - c) = 0$

বা, $ax - a^2 + bx - b^2 + cx - c^2 = 0$

বা, $ax + bx + cx = a^2 + b^2 + c^2$

বা, $x(a + b + c) = a^2 + b^2 + c^2$

বা, $x = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a + b + c}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a + b + c}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৪৬৩৬৩৩

35. $\frac{x-a}{a}+\frac{x-2a}{2a}=\frac{x-3a}{3a}$

সমাধান ঃ

$\frac{x-a}{a}+\frac{x-2a}{2a}=\frac{x-3a}{3a}$

বা, $\frac{6a(x-a)}{a}+\frac{6a(x-2a)}{2a}=\frac{6a(x-3a)}{3a}$ [6a দ্বারা গুন করে]

বা, $6(x-a)+3(x-2a)=2(x-3a)$

বা, $6x-6a+3x-6a=2x-6a$

বা, $6x+3x-2x=6a+6a-6a$

বা, $7x=6a$

বা, $x=\frac{6a}{7}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=\frac{6a}{7}$

36

সমাধান : $\frac{2}{3(2x-3)}-\frac{3}{2(3x-2)}=0$

বা, $\frac{2}{3(2x-3)}=\frac{3}{2(3x-2)}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $4(3x-2)=9(2x-3)$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $12x-8=18x-27$

বা, $12x-18x=-27+8$

বা, $-6x=-19$

∴ $x=\frac{19}{6}=3\frac{1}{6}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=3\frac{1}{6}$

37. $\frac{x-1}{2}+\frac{x-5}{6}-4=\frac{x-3}{4}$

সমাধান :

$\frac{x-1}{2}+\frac{x-5}{6}-4=\frac{x-3}{4}$

বা, $\frac{12(x-1)}{2}+\frac{12(x-5)}{6}-4.12=\frac{12(x-3)}{4}$

বা, $6(x-1)+2(x-5)-48=3(x-3)$

বা, $6x-6+2x-10-48=3x-9$

বা, $8x-16-48=3x-9$

বা, $8x-3x=-9+16+48$

বা, $5x=55$

∴ $x=\frac{55}{5}=11$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=11$

38. $\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{8}{x+3}$

সমাধান :

$\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{8}{x+3}$

বা, $\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x-6}=\frac{3}{x+3}+\frac{5}{x+3}$

বা, $\frac{3}{x-2}-\frac{3}{x+3}=\frac{5}{x+3}-\frac{5}{x-6}$

বা, $\frac{3x+9-3x+6}{(x-2)(x+3)}=\frac{5x-30-5x-15}{(x+3)(x-6)}$

বা, $\frac{15}{x-2}=\frac{-45}{x-6}$

বা, $\frac{1}{x-2}=\frac{-3}{x-6}$

বা, $x-6=-3x+6$

বা, $x+3x=6+6$

বা, $4x=12$

বা, $x=\frac{12}{4}=3.$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান ঃ $x=3$

39. সমাধান করুন ঃ $\frac{10}{5x-9}+\frac{14}{2x+9}=\frac{9}{x+8}$

সমাধান :

$\frac{10}{5x-9}+\frac{14}{2x+9}=\frac{9}{x+8}$

বা, $\frac{10}{5x-9}+\frac{14}{2x+9}=\frac{7}{x+8}+\frac{2}{x+8}$

বা, $\frac{10}{5x-9}-\frac{2}{x+8}=\frac{7}{x+8}-\frac{14}{2x+9}$

বা, $\frac{10x+80-10x+18}{(5x-9)(x+8)}=\frac{14x+63-14x-112}{(x+8)(2x+9)}$

বা, $\frac{98}{5x-9}=\frac{-49}{2x+9}$

বা, $\frac{2}{5x-9}=\frac{-1}{2x+9}$

বা, $2(2x+9)=-1(5x-9)$

বা, $4x+18=-5x+9$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $4x + 5x = 9 - 18$

বা, $9x = -9$

বা, $x = \frac{-9}{9} = -1$

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান ঃ $x = -1$.

40. সমাধান করুন ঃ $\frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{c+a} + \frac{x-c}{a+b} = 3$

সমাধান :

$$\frac{x-a}{b+c} + \frac{x-b}{c+a} + \frac{x-c}{a+b} = 3$$

বা, $\frac{x-a}{b+c} - 1 + \frac{x-b}{c+a} - 1 + \frac{x-c}{a+b} - 1 = 0$

বা, $\frac{x-a-b-c}{b+c} + \frac{x-b-c-a}{c+a} + \frac{x-c-a-b}{a+b} = 0$

বা, $(x-a-b-c)\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b}\right) = 0$

x বর্জিত বলে $\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b}\right) \neq 0$

সুতরাং, $x - a - b - c = 0$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x = a + b + c$.

41 সমাধান করুন ঃ $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-5}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-5}$$

বা, $\frac{x-4+x-3}{(x-3)(x-4)} = \frac{x-5+x-2}{(x-2)(x-5)}$

বা, $\frac{2x-7}{x^2-7x+12} = \frac{2x-7}{x^2-7x+10}$

[দুইটি ভগ্নাংশের লব সমান কিন্তু ধ্রুবক নয় ও হর অসমান এবং ভগ্নাংশের মান সমান হলে লব শূন্য হতে হবে।]

$\therefore$ $2x - 7 = 0$

বা, $2x - 7$

বা, $x = \frac{7}{2}$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{2}{7}$

42 সমাধান করুন ঃ $\frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ca}{c+a} + \frac{x-ab}{a+b} = a + b + c$

সমাধান :

$$\frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ca}{c+a} + \frac{x-ab}{a+b} = a + b + c$$

বা, $\frac{x-bc}{b+c} - a + \frac{x-ca}{c+a} - b + \frac{x-ab}{a+b} - c = 0$

বা, $\frac{x-bc-ab-ca}{b+c} + \frac{x-ca-bc-ab}{c+a}$

$\frac{x-ab-ca-bc}{a+b} = 0$

বা, $(x-ab-bc-ca)\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b}\right) = 0$

এখানে x বর্জিত বলে $\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b}\right) \neq 0$

সুতরাং, $x - ab - bc - ca = 0$

অতএব, নির্ণেয় সমাধান $x = ab + bc + ca$.

43 $\frac{ax+a^2}{b+c} + \frac{bx+b^2}{c+a} + \frac{cx+c^2}{a+b} + a + b + c = 0$

সমাধান :

$$\left(\frac{ax+a^2}{b+c} + a\right) + \left(\frac{bx+b^2}{c+a} + b\right) + \left(\frac{cx+c^2}{a+b} + c\right) = 0$$

বা, $\frac{ax+a^2+ab+ca}{b+c} + \frac{bx+b^2+bc+ab}{c+a} +$

$\frac{cx+c^2+ca+bc}{a+b} = 0$

বা, $\frac{a(x+a+b+c)}{b+c} + \frac{b(x+b+c+a)}{c+a} + \frac{c(x+c+a+b)}{a+b}$

বা, $(x+a+b+c)\left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}\right) = 0$

এখানে x বর্জিত বলে $\left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}\right) \neq 0$

বা, $x + a + b + c = 0$

$\therefore$ $x = -(a + b + c)$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $= -(a + b + c)$

44 $\frac{x-a^3}{b^2-bc+c^2} + \frac{x-b^3}{c^2-ca+a^2} + \frac{x-c^3}{a^2-ab+b^2} = 2(a + b + c)$

সমাধান :

$$\frac{x-a^3}{b^2-bc+c^2} + \frac{x-b^3}{c^2-ca+a^2} + \frac{x-c^3}{a^2-ab+b^2} = a+b+b+c+c+a$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $\frac{x-a^3}{b^2-bc+c^2}-(b+c)+\frac{x-b^3}{c^2-ca+a^2}-(c+a)$

$+\frac{x-c^3}{x^2-ab+b^2}-(a+b)=0$

বা, $\frac{x-a^3-(b+c)(b^2-bc+c^2)}{b^2-bc+c^2}+\frac{x-b^3-(c+a)(c^2-ca+a^2)}{c^2-ca+a^2}$

$+\frac{x-c^3-(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-ab+b^2}=0$

বা, $\frac{x-a^3-(b^3+c^3)}{b^2-bc+c^3}+\frac{x-b^3-(c^3+a^3)}{c^2-ca+a^2}$

$+\frac{x^3-c^3-(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2}=0$

বা, $\frac{x-a^3-b^3-c^3}{b^2-bc+c^3}+\frac{x-b^3-c^3-a^3}{c^2-ca+a^2}+\frac{x^3-c^3-a^3-b^3}{a^2-ab+b^2}=0$

বা, $(x-a^3-b^3-c^3)\left(\frac{1}{b^2-bc+c^2}+\frac{1}{c^2-ca+a^2}+\frac{1}{a^2-ab+b^2}\right)=0$

এখানে,

$\left(\frac{1}{b^2-bc+c^2}+\frac{1}{c^2-ca+a^2}+\frac{1}{a^2-ab+b^2}\right)\neq 0$

বা, $x-a^3-b^3-c^3=0$

বা, $x=a^3+b^3+c^3$

নির্ণেয় সমাধান, $x=a^3+b^3+c^3$

45. $\frac{ax+b^2-c^2}{b-c}+\frac{bx+c^2-a^2}{c-a}+\frac{cx+a^2-b^2}{a-b}=2(a+b+c)$

সমাধান :

$\frac{ax+b^2-c^2}{b-c}+\frac{bx+c^2-a^2}{c-a}+\frac{cx+a^2-b^2}{a-b}=(a+b+b+c+c+a)$

বা, $\frac{ax+b^2-c^2}{b-c}-(b+c)+\frac{bx+c^2-a^2}{c-a}-(c+a)$

$+\frac{cx+a^2-b^2}{a-b}-(a+b)=0$

বা, $\frac{ax+b^2-c^2-(b+c)(b-c)}{b-c}+\frac{bx+c^2-a^2-(c+a)(c-a)}{c-a}$

$+\frac{cx+a^2-b^2-(a+b)(a-b)}{a-b}=0$

বা, $\frac{ax+b^2-c^2-(b^2-c^2)}{b-c}+\frac{bx+c^2-a^2-(c^2-a^2)}{c-a}$

$+\frac{cx+a^2-b^2-(a^2-b^2)}{a-b}=0$

বা, $\frac{ax+b^2-c^2-b^2+c^2}{b-c}+\frac{cx+c^2-a^2-c^2+a^2}{c-a}$

$+\frac{cx+a^2-b^2-a^2+b^2}{a-b}=0$

বা, $\left(\frac{ax}{b-c}+\frac{bx}{c-a}+\frac{cx}{a-b}\right)=0$

বা, $x\left(\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}\right)=0$

কিন্তু $\left(\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}\right)\neq 0$ ধরে নেই

$\therefore x=0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=0$

46 $\frac{x-3a}{4b+5c}+\frac{x-4b}{3a+5c}+\frac{x-5c}{3a+4b}=3$

সমাধান :

$\left(\frac{x-3a}{4b+5c}-1\right)+\left(\frac{x-4b}{3a+5c}-1\right)+\left(\frac{x-5c}{3a+4b}-1\right)=0$

বা $\frac{x-3a-4b-5c}{4b+5c}+\frac{x-4b-3a-5c}{3a+5c}+\frac{x-5c-3a-4b}{3a+4b}=0$

বা, $(x-3a-4b-5c)\left(\frac{1}{4b+5c}+\frac{1}{3a+5c}+\frac{1}{3a+4b}\right)=0$

এখন, $\left(\frac{1}{4b+5c}+\frac{1}{3a+5c}+\frac{1}{3a+4b}\right)\neq 0$

বা, $x-3a-4b-5c=0$

বা, $x=3a+4b+5c$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=3a+4b+5c.$

47. $\frac{x+a^2+2c^2}{b+c}+\frac{x+b^2+2a^2}{c+a}+\frac{x+c^2+2b^2}{a+b}=0$

সমাধান :

বা, $\frac{x+a^2+2c^2}{b+c}+(b-c)+\frac{x+b^2+2a^2}{c+a}+(c-a)$

$+\frac{x+c^2+2b^2}{a+b}+(a-b)=0$

বা, $\frac{x+a^2+2c^2+b^2-c^2}{b+c}+\frac{x+b^2+2a^2+c^2-a^2}{c+a}$

$+\frac{x+c^2+2b^2+a^2-b^2}{a+b}=0$

বা, $\frac{x+a^2+b^2+c^2}{b+c}+\frac{x+b^2+a^2+c^2}{c+a}+\frac{x+c^2+a^2+b^2}{a+b}=0$

বা, $(x+a^2+b^2+c^2)\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+b}\right)=0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

এখানে $\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+b}\neq 0$

বা, $x + a^2 + b^2 + c^2 = 0$

বা, $x = -(a^2 + b^2 + c^2)$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = -(a^2 + b^2 + c^2)$

48. $\frac{x+a}{a+b}+\frac{x+b}{a-b}=\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$

সমাধান :

বা, $\frac{(x+a)(a-b)+(x+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$

বা, $ax + a^2 - bx - ab + ax + ab + bx + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

বা, $2ax + a^2 + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

বা, $2ax = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2$

বা, $2ax = 2ab$

∴ $x = \frac{2ab}{2a} = b$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = b$

49 $\frac{1}{2x-5}+\frac{1}{2x-11}=\frac{1}{2x-7}+\frac{1}{2x-9}$

সমাধান :

$\frac{2x-11+2x-5}{(2x-5)(2x-11)}=\frac{2x-9+2x-7}{(2x-7)(2x-9)}$

বা, $\frac{4x-16}{4x^2-22x-10x+55}=\frac{4x-16}{4x^2-18x-14x+63}$

বা, $\frac{4x-16}{4x^2-32x+55}=\frac{4x-16}{4x^2-32x+63}$

বা, $\frac{4x-16}{4x^2-32x+55}-\frac{4x-16}{4x^2-32x+63}=0$

বা, $(4x-16)\left(\frac{1}{4x^2-32x+55}-\frac{1}{4x^2-32x+63}\right)=0$

বা, $\frac{1}{4x^2-32x+55}-\frac{1}{4x^2-32x+63}\neq 0$

কারণ $4x^2 - 32x + 55 - 4x^2 + 32x - 63 \neq 0$

বা, $4x - 16 = 0$

বা, $4x = 16$

∴ $x = \frac{16}{4} = 4$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 4$

সরল সহ-সমীকরণ

সমীকরণের ধারণা ব্যবহার করে দৈনন্দিন জীবনের বহু সমস্যার সমাধান করা যায়। যেসব সমস্যায় একাধিক অজ্ঞাত রাশি থাকে, তাদের প্রত্যেক অজ্ঞাত রাশির জন্য স্বতন্ত্র প্রতীক ধরে সমীকরণ গঠন করা যায়। এরূপ স্থলে যতগুলো প্রতীক ধরা হয়, প্রশ্ন থেকে ততগুলো পরস্পর অনির্ভর সমীকরণ গঠন করতে হয়। তারপর সমীকরণগুলোর সমাধান করলেই অজ্ঞাত রাশিগুলোর মান নির্ণয় করা হয়।

একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 6 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রটির উভয় মাত্রাকে 2 মিটার করে বর্ধিত করলে এর ক্ষেত্রফল 64 বর্গমিটার বৃদ্ধি পাবে। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত?

প্রথম স্তর ঃ সমীকরণ গঠন

মনে করি,

প্রথমে ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ছিল x মিটার এবং প্রস্থ ছিল y মিটার।

∴ $x = y + 6$

বা, $x - y = 6$ ..... (১)

প্রথমে আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ছিল xy বর্গমিটার। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ 2 মিটার করে বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল হয় $(x + 2)(y + 2)$ বর্গমিটার।

∴ প্রথম শর্তানুসারে,

$(x + 2)(y + 2) - xy = 64$

বা, $xy + 2x + 2y + 4 - xy = 64$

বা, $2x + 2y = 60$

বা, $x + y = 30$ ..... (২)।

দ্বিতীয় স্তর ঃ প্রাপ্ত সমীকরণগুলোর সমাধান (১) নং (২) নং সমীকরণ হতে

$x + y = 30$	$x + y = 30$
$x - y = 6$	$x - y = 6$
———	———

যোগ করে, $2x = 36$ বিয়োগ করে, $2y = 24$

বা, $x = 18$; বা, $y = 12$

সুতরাং সমীকরণ দুইটির সমাধান ঃ

$x = 18$
$x = 12$ }

অতএব ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 18 মিটার ও প্রস্থ 12 মিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

1. দুই অংকবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে অংকদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 3 হয়; ঐ সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন। [৩৪তম বিসিএস]

সমাধান :

ধরি,

একক স্থানীয় অংক = x

দশক স্থানীয় অংক = y

∴ সংখ্যাটি = 10y + x

প্রশ্নমতে, $\frac{10y + x}{xy} = 3$.....(i)

আবার, 10y + x + 18 = 10x + y.....(ii)

বা, 9y – 9x = –18

বা, 9 (y – x) = –18

বা, y – x = –2

বা, x – y = 2

বা, x = 2 + y.....(iii)

(i) নং এ (iii) থেকে x এর মান বসিয়ে

$\frac{10y + x}{xy} = 3$

বা, 10y + x = 3xy

বা, 10y + 2 + y = 3 (2 + y)y (মান বসিয়ে)

বা, $11y + 2 = 6y + 3y^2$

বা, $11y + 2 - 6y - 3y2 = 0$

বা, $-3y^2 + 5y + 2 = 0$

বা, $3y^2 - 5y - 2 = 0$

বা, $3y^2 - 6y + y - 2 = 0$

বা, 3y (y – 2) + 1 (y – 2) = 0

বা, (y – 2) (3y + 1) = 0

∴ y = 2 বা, 3y = 1

বা, $y = \frac{1}{3}$ (ঋণাত্মক বলে গ্রহণযোগ্য নয়)

(iii) নং এ 'y' এর মান বসিয়ে পাই,

x = 2 + y

বা, x = 2 + 2

∴ x = 4

∴ নির্ণেয় সংখ্যাটি = 2 × 10 + 4 = 24

উত্তর: সংখ্যাটি 24

2. পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও দশ পয়সার মুদ্রার 120টি একত্রে 27 টাকা হলে কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কত? [৩০তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি,

পঁচিশ পয়সার মুদ্রা = x টি = $\frac{x}{4}$ টাকা।

∴ দশ পয়সার মুদ্রা = (120 – x) টি = $\frac{120 - x}{10}$ টাকা।

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{4} + \frac{120 - x}{10} = 27$

বা, $\frac{5x + 240 - 2x}{20} = 27$

বা, 3x + 240 = 27 × 20

বা, 3x = 540 – 240

বা, 3x = 300

∴ $x = \frac{300}{3} = 100$ টি

পঁচিশ পয়সার মুদ্রা = 100 টি এবং দশ পয়সার মুদ্রা = 120 – 100 = 20 টি

Ans. : পঁচিশ পয়সার মুদ্রা = 100 টি

দশ পয়সার মুদ্রা = 20 টি

3. কোন ভগ্নাংশের লব ও হরের সংগে ২ যোগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{৭}{৯}$, আবার ঐ ভগ্নাংশের লব ও হর থেকে ৩ বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{১}{২}$। ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন। [২৪তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$

$\frac{x + ২}{y + ২} = \frac{৭}{৯}$

বা, ৯x + ১৮ = ৭y + ১৪

বা, ৯x – ৭y = –৪ ..... (i)

এবং $\frac{x - ৩}{y - ৩} = \frac{১}{২}$

বা, ২x – ৬ = y – ৩

বা, ২x – y = ৩

বা, ১৪x – ৭y = ২১

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩৫৩৩

(ii) – (i)

$১৪x - ৭y = ২১$

$৯x - ৭y = -৪$

(–) (+) (+)

$৫x = ২৫$

বা, $x = \frac{২৫}{৫} = ৫$

আবার, $২x - y = ৩$

বা, $y = ২x - ৩ = ২ \times ৫ - ৩ = ৭$

∴ ভগ্নাংশটি হচ্ছে $\frac{৫}{৭}$

4. দুই অংকবিশিষ্ট কোন সংখ্যার দশক স্থানীয় অংকটি একক স্থানীয় অংক হতে 5 বড়। সংখ্যাটি থেকে অংকদ্বয়ের সমষ্টির পাঁচ গুণ বিয়োগ করলে অংকদ্বয়ের স্থান বিনিময় হয়। সংখ্যাটি কত? [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি, একক এর অংক = x

∴ দশকের অংক = x + 5

∴ সংখ্যাটি = 10(x + 5) + x

প্রশ্নমতে, $10(x + 5) + x - 5(x + 5 + x) = 10x + x + 5$

বা, $10x + 50 + x - 10x - 25 = 11x + 5$

বা, $25 + x = 11x + 5$

বা, $11x - x = 25 - 5$

বা, $10x = 20$

∴ $x = 2$

অতএব, সংখ্যাটি = $10(2 + 5) + 2 = 70 + 2 = 72$

5. দুই অংকবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অংকদ্বয়ের সমষ্টি 9। অংক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 45 কম। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন। [২৩তম বিসিএস]

সমাধান : ধরি, একক স্থানীয় অংক x

∴ দশক স্থানীয় অংক (9 – x)

∴ সংখ্যাটি $10(9 - x) + x = 90 - 10x + x = 90 - 9x$

অংক দুইটি স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায় $10(x) + (9 - x)$

প্রশ্নমতে, $10x + 9 - x = 90 - 9x - 45$

বা, $9x + 9x = 45 - 9$

বা, $18x = 36$

∴ $x = 2$

∴ সংখ্যাটি $90 - 9 \times 2 = 72$

6. দুই অঙ্ককবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্ক দুইটির অন্তর 2 ; অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যার দ্বিগুণ অপেক্ষা 6 কম। সংখ্যাটি কত? [২১তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি, দশকের অংশ = x এবং এককের অংশ = x + 2

∴ সংখ্যাটি = (10x + x + 2) = 11x + 2

অংক দুটি স্থান পরিবর্তন করলে পাই = 10(x + 2) + x

= 10x + 20 + x = 11x + 20

শর্তানুসারে, 11x + 20 = 2(11x + 2) – 6

বা, 11x + 20 = 22x + 4 – 6

বা, 11x – 22x = – 2 – 20

বা, –11x = – 22

বা, $x = \frac{-22}{-11} = 2$

∴ সংখ্যাটি = 11 × 2 + 2

= 22 + 2 = 24

7. দুই অঙ্ককবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 5; সংখ্যাটির সাথে 9 যোগ করলে অঙ্ক দুটি স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি কত? [২০তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি,

একক স্থানীয় অংকটি x এবং দশক স্থানীয় অংকটি y [২২তম বিসিএস]

∴ সংখ্যাটি =10y + x

প্রশ্নানুসারে,

x + y = 5 ..... (i)

এবং 10y + x + 9 = 10x + y

বা, 9 = 10x + y – 10y – x

বা, 9 = 9x – 9y

বা, x – y = 1 ..... (ii)

(i) + (ii) নং যোগ করে,

x + y = 5

x – y = 1

2x = 6

∴ x = 3

x এর মান (ii) নং এ বসাইয়া

x – y = 1

বা, 3 – y = 1

বা, y = 2

∴ সংখ্যাটি = 10 × 2 + 3 = 20 + 3 = 23

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩৫৩৩

8. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর ও লবের অন্তর 4, হর ও লব উভয় হতে 7 বিয়োগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার সাথে $\frac{1}{4}$ যোগ করলে যোগফল দাঁড়ায় 0.45। ভগ্নাংশটি কত? [১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

ধরি, ভগ্নাংশটির লব = x

$\therefore$ হর = x + 4

$\therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{x+4}$

শর্তমতে, $\frac{x-7}{x+4-7}+\frac{1}{4}=0.45$

বা, $\frac{x-7}{x-3}+\frac{1}{4}=0.45$

বা, $\frac{4x-28+x-3}{4(x-3)}=\frac{45}{100}$

বা, $\frac{5x-31}{4x-12}=\frac{9}{20}$

বা, $100x - 620 = 36x - 108$

বা, $100x - 36x = 620 - 108$

বা, $64x = 512$

বা, $x = 8$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{x+4}=\frac{8}{8+4}$

$=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

9. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার মান 54 বেশি হয় যদি অঙ্ক দুইটি বিপরীতভাবে লেখা হয়। অঙ্ক দুইটির যোগফল 12 হইলে সংখ্যাটি কত? [১৩-তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি, দশক স্থানীয় অংক x

একক স্থানীয় অংক 12 – x

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + 12 - x = 9x + 12$

অংক দুটি বিপরীত ভাবে লেখা হলে সংখ্যাটি $10(12 - x) + x$

$= 120 - 9x$

প্রশ্নমতে, $9x + 12 + 54 = 120 - 9x$

বা, $9x + 9x = 120 - 66$

বা, $18x = 54$

বা, $x = 3$

$\therefore$ দশক স্থানীয় সংখ্যা 3, একক স্থানীয় সংখ্যা $(12 - 3) = 9$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $9x + 12 = (9 \times 3 + 12) = 27 + 12 = 39$

গাণিতিক অনুশীলন :

1. দু'টি সম্পূরক কোণের অনুপাত 23:13; কোণ দুইটির পরিমাণ কত?

সমাধানঃ মনেকরি,

একটি কোণ x

এবং অপর কোণটি y

শর্তানুসারে, $\frac{x}{y}=\frac{23}{13}$

বা, $x = \frac{23y}{13}$.....(১)

কোণ দু'টি সম্পূরক হওয়ায়,

$x + y = 180^\circ$

বা, $\frac{23y}{13} + y = 180^\circ$ [x এর মান বসালে]

বা, $\frac{23y + 13y}{13} = 180^\circ$

বা, $\frac{36y}{13} = 180^\circ$

বা, $y = \frac{180^\circ \times 13}{36} = 65^\circ$

(১) নং সমীকরণে y এর মান বসালে,

$x = \frac{23 \times 65^\circ}{13} = 115^\circ$

অতএব, নির্ণেয় কোণ দু'টি 115° এবং 65°

2. নীচের কোন সংখ্যাটি $\sqrt{2}$ এবং $\sqrt{3}$ মধ্যবর্তী মূলদ সংখ্যা?

(ক) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$, (খ) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$, (গ) 1.5 (ঘ) 1.8

সমাধানঃ

$\sqrt{2}$ এবং $\sqrt{3}$ অমূলদ সংখ্যা। সুতরাং

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ এবং $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ মূলদ সংখ্যা হতে পারে না।

যেহেতু $\sqrt{2} = 1.414....$ এবং $\sqrt{3} = 1.7312...$

সুতরাং $\sqrt{2}$ এবং $\sqrt{3}$ এর মধ্যবর্তী মূলদ সংখ্যা অর্থাৎ 1.732 এবং 1.414 –এর মধ্যবর্তী মূলদ সংখ্যা হলো 1.5 = (গ)

উত্তর। (গ)

[বি. দ্র. মূলদ সংখ্যা সসীম।]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

3. দু'টি সংখ্যার যোগফল 10 এবং গুণফল 24, সংখ্যা দু'টি কত?

সমাধান ঃ

মনেকরি,

একটি সংখ্যা x

$\therefore$ দ্বিতীয় সংখ্যাটি $= (10 - x)$

শর্তানুসারে,

$24 = x(10 - x)$

বা, $24 = 10x - x^2$

বা, $x^2 - 10x + 24 = 0$

বা, $x^2 - 6x - 4x + 24 = 0$

বা, $x(x - 6) - 4(x - 6) = 0$

বা, $(x - 6)(x - 4) = 0$

হয় $x - 4 = 0$ $\quad \therefore x = 4$

অথবা $x - 6 = 0$ $\quad \therefore x = 6$

অতএব, একটি সংখ্যা 4 হলে অপর সংখ্যাটি $= (10 - 4) = 6$

এবং, একটি সংখ্যা 6 হলে অপর সংখ্যাটি $= (10 - 6) = 4$

Ans. 6,4 অথবা 4,6।

4. ২টা ১৫ মিনিটের সময় ঘড়ির ঘন্টার কাঁটা এবং মিনিটের কাঁটার মধ্যে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন হয়?

সমাধানঃ

যেহেতু ঘড়ির ৩৬০° কে ১২টি ভাগে বিভক্ত করা হয়েছে।

সুতরাং প্রতি ঘরের মান $\frac{৩৬০^\circ}{১২} = ৩০^\circ$

মিনিটের কাঁটা ৫ মিনিটে যায় ৩০°

$\therefore$ " " ১৫ " " $= \frac{৩০^\circ \times ১৫}{৫} = ৯০^\circ$

২টা ১৫ তে মিনিটের কাঁটা ৩ টার ঘরে এবং ঘন্টার কাঁটা ২টা থেকে কিছু অংশ অতিক্রম করে অবস্থান করে।

আবার, ঘন্টার কাঁটা ৬০ মিনিটে যায় ৩০°

$\therefore$ " " ১ " " $= \frac{৩০^\circ}{৬০}$

$\therefore$ " " ১৫ " " $= \frac{১^\circ \times ১৫}{২} = ৭\frac{১}{২}^\circ$

অতএব ২ টা ১৫ মিনিটে ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যে কোণ

$= ৩০^\circ - ৭\frac{১}{২}^\circ = ২২\frac{১}{২}^\circ$

5. একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যা হতে 4 বেশি এবং সংখ্যা দুইটির যোগফল 36; সংখ্যা দু'টি কত?

সমাধান ঃ

মনেকরি,

একটি সংখ্যা $= x$

$\therefore$ অপর সংখ্যাটি $= x + 4$

শর্তানুসারে,

$x + x + 4 = 36$

বা, $2x = 36 - 4$

বা, $2x = 32$

$\therefore x = \frac{32}{2} = 16$

সুতরাং, একটি সংখ্যা 16 এবং অপর সংখ্যাটি $(16 + 4)$ বা 20

Ans. 16 ও 20

6. একটি ক্রিকেট দলের যতজন স্ট্যাম্প আউট হয়, দেড় গুণ কট আউট হয়, মোট উইকেটের অর্ধেক বোল্ড আউট হয় । কত জন কিভাবে আউট হয়?

সমাধানঃ

ক্রিকেট খেলায় মোট উইকেট হলো ১০ টি।

মনে করি, স্ট্যাম্প আউট হয় $= x$ জন।

তাহলে কট " " $= x \times \frac{৩}{২}$ জন $= \frac{৩x}{২}$ জন

এবং, বোল্ড আউট হয় $= ১০$ এর $\frac{১}{২} = ৫$ জন

শর্তানুসারে,

$x + \frac{৩x}{২} + ৫ = ১০$

বা, $x + \frac{৩x}{২} = ১০ - ৫$

বা, $\frac{২x + ৩x}{২} = ৫$

বা, $৫x = ৫ \times ২$

$\therefore x = \frac{৫ \times ২}{৫} = ২$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ স্ট্যাম্প আউট ২ জন, কট আউট $\left(\frac{৩\times২}{২}\right)$ জন বা ৩ জন এবং বোল্ড আউট ৫ জন।

7. একখানি মোটরগাড়ী 4ঘন্টা 20 মিনিটে 185 মাইল যায়। মোটর গাড়ীখানির গতিবেগ ঘন্টায় শহরের ভেতরে 15 মাইল এবং শহরের বাইরে 45 মাইল হলে এটি শহরের বাইরে কত ঘন্টায় কত মাইল গিয়েছিল?

সমাধানঃ

মনেকরি,

শহরের বাইরে যায় = x ঘন্টা।

∴ x ঘন্টায় বাইরে যায় = 45 ×x = 45x মাইল।

শহরের ভেতরে যায়

= 4 ঘন্টা ২০ মি–x ঘন্টা

$= \left(4 + \frac{20}{60} - x\right)$ ঘন্টা

$= \left(4 + \frac{1}{3} - x\right)$ "

$= \left(\frac{13 - 3x}{3}\right)$ ঘন্টা

শহরের ভেতরে $\left(\frac{13 - 3x}{3}\right)$ ঘন্টায় যায় $= \left(\frac{13 - 3x}{3}\right) \times 15$ মাইল

= (65 – 15x) মাইল।

শর্তানুসারে,

45x + 65 – 15x = 185

বা, 30x = 185 – 65

বা, 30x = 120

$\therefore x = \frac{120}{30} = 4$

শহরের বাইরে যায় 4 ঘন্টা, এবং 4 ঘন্টায় দূরত্ব অতিক্রম করে = 45 মাইল × 4

= 180 মাইল

Ans. 4 ঘন্টা, 180 মাইল।

8. একজন লোকের নিকট যত টাকা আছে, তার দ্বিগুণ আধুলি আছে, তার চেয়ে 8 টি সিকি বেশী আছে। । ঐ লোকের নিকট 17 টাকা থাকলে, তার নিকট কোন প্রকারের মুদ্রা কতটি আছে?

সমাধানঃ

মনেকরি,

টাকার সংখ্যা = x টি = x টাকা।

∴ আধুলির সংখ্যা = 2x টি $= \frac{2x}{2}$ টাকা = x টাকা

∴ সিকির সংখ্যা = (2x + 8) টি $= \left(\frac{2x + 8}{4}\right)$ টাকা

$= \frac{2(x + 4)}{4}$ টাকা $= \frac{x + 4}{2}$ টাকা

শর্তানুসারে,

$x + x + \frac{x + 4}{2} = 17$

বা, $\frac{2x + 2x + x + 4}{2} = 17$

বা, 5x + 4 = 34

বা, 5x = 34 – 4

বা, 5x = 30

$\therefore x = \frac{30}{5} = 6$

অতএব, টাকার সংখ্যা = 6টি

আধুলির " = (6 × 2) = 12টি

সিকির " = (12 + 8) টি = 20টি

Ans. টাকা 6টি, আধুলি 12টি, সিকি 20 টি।

9. একটি বন্দুকের গুলি প্রতি সেকেন্ডে 1540 ফুট গতিবেগে লক্ষ্যভেদ করে। এক ব্যক্তি গুলি ছুড়িবার 3 সেকেন্ড পরে লক্ষ্যভেদের শব্দ শুনতে পায় । শব্দের গতিবেগ প্রতি সেকেন্ডে 1100 ফুট হলে লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব কত?

সমাধানঃ

মনেকরি ,

গুলি লক্ষ্যভেদ করতে সময় লাগে x সেকেন্ড

∴ লক্ষ্যভেদের শব্দ আসতে সময় লাগে (3 – x) সেকেন্ড

x সেকেন্ডে গুলি যায় = 1540x ফুট

(3 – x) " শব্দ যায় = 1100(3 – x) ফুট

= (3300 – 1100x) ফুট।

যেহেতু শব্দের অতিক্রান্ত দূরত্ব = গুলির অতিক্রান্ত দূরত্ব

সুতরাং, 1540x = 3300 – 1100x

বা, 1540x + 1100x = 3300

বা, 2640x = 3300

বা, $x = \frac{3300}{2640}$

$\therefore x = \frac{5}{4}$ সেকেন্ড

∴ লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব = 1540 ফুট × $\frac{5}{4}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= 385 \times 5$ ফুট

$= 1925$ ফুট

10. একটি বন্দুকের গুলি প্রতি সেকেন্ডে 1680 ফুট গেলে, গুলি ছুড়বার পাঁচ সেকেন্ড পর লক্ষ্যভেদের শব্দ শোনা যায়। শব্দের গতিবেগ প্রতি সেকেন্ডে 1120 ফুট হলে, লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব কত?

সমাধান ঃ

মনেকরি,

লক্ষ্যভেদে পৌঁছতে গুলির সময় লাগে x সেকেন্ড

∴ শব্দ আসতে সময় লাগে $(5 - x)$ সেকেন্ড

x সেকেন্ডে গুলি যায় $= 1680 \times x$ ফুট

$= 1680x$ ”

∴ $(5 - x)$ ” শব্দ যায় $= 1120 \times (5 - x)$ ফুট

$= (5600 - 1120x)$”

শর্তানুসারে,

$1680x = 5600 - 1120x$

বা, $1680x + 1120x = 5600$

বা, $2800x = 5600$

$\therefore x = \frac{5600}{2800} = 2$

∴ লক্ষ্যভেদে পৌঁছতে গুলির সময় লাগে 2 সেকেন্ড

সুতরাং 2 সেকেন্ডে গুলি যায় $= (1680 \times 2) = 3360$ ফুট।

Ans. লক্ষ্যবস্তুর দূরত্ব 3360 ফুট।

11. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার এককের স্থানের অঙ্ক দশক স্থানের অঙ্কের অর্ধেক। সংখ্যাটিকে অঙ্ক দুইটির গুণফল দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল $3\frac{1}{2}$ হয়। সংখ্যাটি কত?

সমাধানঃ

মনেকরি,

দশক স্থানের অঙ্ক $= 2x$

∴ একক ” ” $= 2x$ এর $\frac{1}{2} = x$

∴ সংখ্যাটি $= 10 \times$ দশকের অঙ্ক $+$ এককের অঙ্ক

$= 10 \times 2x + x$

$= 20x + x = 21x$

শর্তানুসারে,

$\frac{21x}{2x \times x} = 3\frac{1}{2}$

বা, $\frac{21}{2x} = \frac{7}{2}$

বা, $2x \times 7 = 21 \times 2$

বা, $14x = 42$

∴ $x = 3$

∴ সংখ্যাটি $= 21x = 21 \times 3 = 63$

Ans. 63

12. কতকগুলো লিচু 30 জন বালকের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা যায়, কিন্তু 25 জন বালকের মধ্যে সমান ভাগ করতে গেলে 15 টি লিচু বেশি থেকে যায় এবং প্রত্যেকে 5 টি লিচু বেশি পায়। মোট লিচুর সংখ্যা কত?

সমাধান ঃ

মনেকরি,

মোট লিচুর সংখ্যা $= x$ টি

30 জন বালকের মধ্যে সমান ভাগ করলে প্রত্যেক পায় $= \frac{x}{30}$ টি

25 ” ” ” ” ভাগকৃত লিচুর সংখ্যা $= (x - 15)$ টি

25 জন বালকের মধ্যে সমান ভাগ করলে প্রত্যেকে পায়$= \left(\frac{x - 15}{25}\right)$ টি

শর্তানুসারে,

$\frac{x - 15}{25} - \frac{x}{30} = 5$

বা, $\frac{x}{25} - \frac{15}{25} - \frac{x}{30} = 5$

বা, $\frac{x}{25} - \frac{x}{30} = 5 + \frac{3}{5}$

বা, $\frac{6x - 5x}{150} = \frac{25 + 3}{5}$

বা, $\frac{x}{150} = \frac{28}{5}$

$\therefore x = \frac{28}{5} \times 150 = 840$টি

∴ নির্ণেয় লিচুর সংখ্যা $= 840$টি

Ans. 840টি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

13. প্রতি দুই মিনিটে 1 মাইল গতিতে এক ব্যক্তি m ফুট পথ অতিক্রম করল এবং প্রতি মিনিটে দুই মাইল বেগে ঐ একই পথে সে পূর্বের জায়গায় ফিরে এলো, তার গড় প্রতি ঘণ্টায় কত মাইল?

সমাধান ঃ

1 মাইল = 1760 গজ = (1760×3) ফুট = 5280 ফুট

2 মাইল = 5280 ফুট $\times 2$ = 10560 ফুট

5280 ফুট অতিক্রম করে = 2 মিনিটে

$\therefore$ 1 ফুট অতিক্রম করে = $\frac{2}{5280}$ মিনিট

$\therefore$ m " " " = $\frac{2\times m}{5280}$ "

= $\frac{m}{2640}$ মিনিট

আবার 10560 ফুট আসে = 1 মিনিটে

$\therefore$ 1 " " = $\frac{1}{10560}$ "

$\therefore$ m " " = $\frac{1\times m}{10560}$ "

= $\frac{m}{10560}$ "

মোট সময় লাগে = $\left(\frac{m}{2640} + \frac{m}{10560}\right)$

= $\frac{4m + m}{10560}$

= $\frac{5m}{10560}$ মিনিট।

এখন, $\frac{5m}{10560}$ মিনিটে দূরত্ব অতিক্রম করে = 2 m ফুট

$\therefore$ 1 " " " " = $\frac{2m \times 10560}{5m}$ ফুট

$\therefore$ 60 মিনিটে দূরত্ব অতিক্রম করে $\frac{4224\times 60}{3\times 1760}$ মাইল = 48 মাইল

সুতরাং, তার গড় প্রতি ঘণ্টায় 48 মাইল।

14. 50-কে এমন দুই অংশে বিভক্ত করুন যেন, এক অংশের দ্বিগুণ 75 অপেক্ষা যত কম, অপর অংশের তিনগুণ 45 অপেক্ষা তত বেশি।

সমাধান :

ধরি, একটি অংশ x ;

$\therefore$ অপর অংশটি $(50 - x)$

$\therefore$ প্রশ্নানুসারে,

$75 - 2x = 3(50 - x) - 45$

বা, $75 - 2x = 150 - 3x - 45$

বা, $-2x + 3x = 150 - 45 - 75$

বা, $x = 30$

$\therefore$ একটি অংশ = 30 ও অপর অংশ = $50 - 30 = 20$.

$\therefore$ নির্ণেয় অংশ দুইটি 30 ও 20.

15. একটি ভগ্নাংশের হর লব অপেক্ষা 1 বেশি। লব থেকে 2 বিয়োগ এবং হরের সাথে 2 যোগ করলে যে ভগ্নাংশ গঠিত হয়, তা $\frac{1}{6}$ এর সমান হলে ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন।

সমাধান :

ধরি, লব = x ; তাহলে হর = x + 1

$\therefore$ ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{x+1}$

সুতরাং প্রশ্নানুসারে

$\frac{x-2}{x+1+2} = \frac{1}{6}$

বা, $\frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{6}$

বা, $6(x-2) = 1(x+3)$

বা, $6x - 12 = x + 3$

বা, $6x - x = 3 + 12$

বা, $5x = 15$

বা, $x = \frac{15}{5} = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশটি = $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

16. দুইটি সংখ্যার সমষ্টি 61 ; প্রথম সংখ্যার দ্বিগুণ, দ্বিতীয় সংখ্যার দুই-তৃতীয়াংশ অপেক্ষা 10 বেশি। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি, একটি সংখ্যা = x

অপর সংখ্যাটি = $61 - x$

শর্তানুসারে, $2x = \frac{2(61-x)}{3} + 10$

বা, $2x = \frac{122 - 2x + 30}{3}$

বা, $6x = 152 - 2x$

বা, $6x + 2x = 152$

বা, $8x = 152$

শুভ নন্দী ০১৩১১ ৬১৩১০৩

$\therefore \quad x = \frac{152}{8} = 19$

$\therefore$ প্রথম সংখ্যা = 19

দ্বিতীয় সংখ্যা = 61 – 19 = 42

$\therefore$ সংখ্যা দুইটি = 19, 42

Ans. : 19 & 42.

17. কোন সংখ্যার চারগুণের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল ঐ সংখ্যার 3 গুণ হতে 5 বেশি হবে?

সমাধান :

মনে করি, নির্ণেয় সংখ্যাটি = x

শর্তানুসারে, $4x + 1 = 3x + 5$

বা, $4x - 3x = 5 - 1$

বা, $x = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি 4

18. একটি খুঁটির অর্ধাংশ মাটির নিচে, এক–তৃতীয়াংশ পানির মধ্যে এবং 2 ফুট পানির উপরে আছে। খুঁটিটির দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান :

মনে করি, খুঁটিটির দৈর্ঘ্য = x ফুট

মাটির নিচে আছে = $\frac{x}{2}$ ফুট

পানির মধ্যে আছে = $\frac{x}{3}$ ফুট

শর্তানুসারে, $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 2 = x$

বা, $\frac{3x + 2x + 12}{6} = x$

বা, $5x + 12 = 6x$

বা, $5x - 6x = -12$

বা, $-x = -12$

$x = 12$

$\therefore$ খুঁটির দৈর্ঘ্য 12 ফুট

Ans.12 ফুট

19. 60 টাকা A ও B-এর মধ্যে এরূপে ভাগ করে দিন যেন, A-এর অংশের 5 গুণ, B-এর অংশের 7 গুণের সমান হয়।

সমাধান :

মনে করি, A পায় = x টাকা

B পায় = (60 – x) টাকা

শর্তানুসারে,

$5x = (60 - x) \times 7$

বা, $5x = 420 - 7x$

বা, $5x + 7x = 420$

বা, $12x = 420$

$\therefore \quad x = \frac{420}{12} = 35$ টাকা

$\therefore$ A পায় 35 টাকা; B পায় (60 – 35) = 25 টাকা

Ans. : A পায় 35 টাকা; B পায় 25 টাকা

20 একই স্থান হতে একই সময়ে দুই ব্যক্তি যথাক্রমে ঘণ্টায় $3\frac{1}{2}$ মাইল ও 5 মাইল বেগে একই দিকে যাত্রা করল। কতক্ষণ পরে তাদের মধ্যে 12 মাইলের ব্যবধান থাকবে?

সমাধান :

মনে করি, সময়ের ব্যবধান = x ঘণ্টা

প্রথম ব্যক্তি ঘণ্টায় যায় $3\frac{1}{2}$ মাইল = $\frac{7}{2}$ মাইল

$\therefore$ x ঘণ্টায় যায় = $\frac{7x}{2}$ মাইল

দ্বিতীয় ব্যক্তি ঘণ্টায় যায় = 5 মাইল

" " x " " = 5x

$\therefore$ শর্তানুসারে,

$5x - \frac{7x}{2} = 12$

বা, $\frac{10x - 7x}{2} = 12$

বা, $3x = 24$

বা, $x = \frac{24}{3} = 8$ ঘণ্টা

$\therefore$ নির্ণেয় সময় 8 ঘণ্টা

Ans. : 8 ঘণ্টা

21 এক ব্যক্তি টাকায় 15টি হিসাবে কতকগুলো আম ক্রয় করে টাকায় 12টি হিসাবে বিক্রয় করাতে তার 4 টাকা লাভ হল। সে কতটি আম ক্রয় করেছিল?

সমাধান :

মনে করি, লোকটি x টি আম ক্রয় করেছিল।

15 টির ক্রয়মূল্য = 1 টাকা

$\therefore$ 1 " " = $\frac{1}{15}$ "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

$\therefore$ x " " $\cdot = \frac{x}{15}$ "

আবার 12 টির বিক্রয়মূল্য = 1 টাকা

$\therefore$ 1 " " $= \frac{1}{12}$ "

$\therefore$ x " " $= \frac{x}{12}$ "

শর্তানুসারে, $\frac{x}{12} - \frac{x}{15} = 4$

বা, $\frac{5x - 4x}{60} = 4$

বা, $\frac{x}{60} = 4$

$\therefore$ x = 240 টি

$\therefore$ লোকটি 240 টি আম ক্রয় করেছিল।

Ans. : 240 টি

22 এক ব্যক্তি ঘণ্টায় 4 মাইল বেগে হেঁটে এক স্থান হতে অপর এক স্থানে পৌঁছে। ঘণ্টায় 5 মাইল বেগে হাঁটলে সে ঐ স্থানে 2 ঘণ্টা পূর্বে পৌঁছতে পারত। স্থান দুইটির দূরত্ব কত?

সমাধান :

মনে করি স্থান দুটির দূরত্ব = x মাইল

4 মাইল যায় = 1 ঘণ্টায়

$\therefore$ 1 " " $= \frac{1}{4}$ "

$\therefore$ x " " $= \frac{x}{4}$ "

আবার, 5 মাইল যায় = 1 ঘণ্টায়

$\therefore$ 1 " " $= \frac{1}{5}$ "

$\therefore$ x " " $= \frac{x}{5}$ "

শর্তানুসারে,

$\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 2$

বা, $\frac{5x - 4x}{20} = 2$

বা, $\frac{x}{20} = 2$

$\therefore$ $x = 20 \times 2 = 40$

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব 40 মাইল

Ans. : 40 মাইল।

23. এক ব্যক্তি তার আয়ের $\frac{1}{3}$ অংশের পরিবর্তে $\frac{1}{4}$ অংশ ব্যয় করলে তার 200 টাকা কম খরচ হত। তার আয় কত?

সমাধান :

মনে করি, ব্যক্তিটির আয় = x টাকা

শর্তানুসারে, $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 200$

বা, $\frac{4x - 3x}{12} = 200$

বা, $\frac{x}{12} = 200$

বা, $x = 200 \times 12 = 2400$ টাকা

$\therefore$ ব্যক্তিটির আয় 2400 টাকা

Ans. : 2400 টাকা ।

24. দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 7 ; অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা প্রদত্ত সংখ্যা হতে 27 কম। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি, এককের অংক = x

$\therefore$ দশকের অংক = 7 – x

সংখ্যাটি = 10 × দশকের অংক + এককের অংক

$= 10 (7 - x) + x$

$= 70 - 10x + x$

$= 70 - 9x$

অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে

$= 10 \times x + 7 - x$

$= 10x - x + 7$

$= 9x + 7$

শর্তানুসারে, $70 - 9x = 9x + 7 + 27$

বা, $-9x - 9x = 34 - 70$

বা, $-18x = -36$

বা, $18x = 36$

$\therefore$ $x = \frac{36}{18} = 2$

$\therefore$ সংখ্যাটি = $(70 - 9 \times 2) = 70 - 18 = 52$

Ans. : 52.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

25. কোন স্কুলের ছাত্রসংখ্যার $\frac{2}{3}$ মুসলমান এবং $\frac{1}{6}$ হিন্দু। মুসলমান ছাত্রের সংখ্যা হিন্দু ছাত্রের সংখ্যা অপেক্ষা 120 বেশি হলে, স্কুলের ছাত্রসংখ্যা নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি, স্কুলের ছাত্রসংখ্যা = x জন

শর্তানুসারে, $\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} = 120$

বা, $\frac{4x - x}{6} = 120$

বা, $3x = 120 \times 6$

বা, $x = \frac{120 \times 6}{3} = 240$ জন

∴ মোট ছাত্রসংখ্যা 240 জন।

Ans. : 240 জন।

26. একটি ছাতা 36 টাকায় বিক্রয় করাতে যত ক্ষতি হল, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হত। ছাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান :

মনে করি,

ক্রয়মূল্য = x টাকা

∴ ক্ষতি = (x – 36) টাকা ও লাভ = (72 – x) টাকা

শর্তানুসারে,

$72 - x = 2(x - 36)$

বা, $72 - x = 2x - 72$

বা, $-x - 2x = -72 - 72$

বা, $-3x = -144$

বা, $x = \frac{144}{3} = 48$ টাকা।

∴ নির্ণেয় ক্রয়মূল্য 48 টাকা।

27. একটি ভগ্নাংশের লব, হর অপেক্ষা 13 কম। লবের সাথে 3 যোগ করলে এবং হর হতে 5 বিয়োগ করলে যে ভগ্নাংশ গঠিত হয়, তার মান $\frac{3}{4}$। ভগ্নাংশটি নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি,

লব = x

তাহলে হর = x + 13

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ = $\frac{x}{x + 13}$

শর্তানুসারে,

$\frac{x + 3}{x + 13 - 5} = \frac{3}{4}$

বা, $\frac{x + 3}{x + 8} = \frac{3}{4}$

বা, $4(x + 3) = 3(x + 8)$

বা, $4x + 12 = 3x + 24$

বা, $4x - 3x = 24 - 12$

বা, $x = 12$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ = $\frac{x}{x + 13} = \frac{12}{25}$

Ans. $\frac{12}{25}$

28. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর 2; লব ও হর উভয় হতে 5 বিয়োগ করে যে ভগ্নাংশ হয়, তার সঙ্গে $\frac{1}{4}$ যোগ করলে যোগফল 1 হয়। ভগ্নাংশটি কত?

সমাধান :

মনে করি, হর = x ও লব = x – 2

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ = $\frac{x - 2}{x}$

শর্তানুসারে,

$\frac{x - 2 - 5}{x - 5} + \frac{1}{4} = 1$

বা, $\frac{x - 7}{x - 5} = 1 - \frac{1}{4}$

বা, $\frac{x - 7}{x - 5} = \frac{3}{4}$

বা, $4x - 28 = 3x - 15$

বা, $4x - 3x = -15 + 28$

বা, $x = 13$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ = $\frac{13-2}{13} = \frac{11}{13}$

29 500 টাকা A এবং B-এর মধ্যে এরূপে ভাগ করে দিন যেন, B হতে A, 100 টাকা বেশি পায়।

সমাধান :

মনে করি, B পায় = x টাকা এবং A পায় = (x + 100) টাকা।

শর্তানুসারে, (x + x + 100) = 500

ওরাকল (বিসিএস) গণিত - ৪৭

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $2x + 100 = 500$

বা, $2x = 500 - 100$

বা, $2x = 400$

$\therefore \quad x = \frac{400}{2} = 200$ টাকা।

তাহলে B পায় = 200 টাকা এবং A পায় = $200 + 100 = 300$ টাকা।

Ans. : A পায় = 300 টাকা

B পায় = 200 টাকা

30 80 কে এরূপ দুই অংশে বিভক্ত করুন যেন, বৃহত্তর অংশের 6 গুণ, ক্ষুদ্রতর অংশের 10 গুণ অপেক্ষা 16 বেশি হয়।

সমাধান :

মনে করি, বৃহত্তম অংশ = x

ক্ষুদ্রতম অংশ = $80 - x$

শর্তানুসারে, $6x = 10(80 - x) + 16$

বা, $6x = 800 - 10x + 16$

বা, $6x + 10x = 816$

বা, $16x = 816$

$\therefore \quad x = \frac{816}{16} = 51$

$\therefore$ বৃহত্তম অংশ = 51

ক্ষুদ্রতম অংশ = $80 - 51 = 29$

$\therefore$ অংশ দুটি 51, 29

Ans. : বৃহত্তম অংশ = 51, ক্ষুদ্রতম অংশ = 29

31. একটি ঘরের পরিসীমা 44 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 120 বর্গমিটার হলে এর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$2 \times$ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = 44 মিটার।

বা, দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = $\frac{44}{2}$ মিটার = 22 মিটার।

মনে করি, প্রস্থ = x মিটার।

$\therefore$ দৈর্ঘ্য = $(22 - x)$ মিটার

শর্তানুসারে, $x(22 - x) = 120$

বা, $22x - x^2 = 120$

বা, $-x^2 + 22x - 120 = 0$

বা, $x^2 - 22x + 120 = 0$

বা, $x^2 - 12x - 10x + 120 = 0$

বা, $x(x - 12) - 10(x - 12) = 0$

বা, $(x - 12)(x - 10) = 0$

হয়, $x - 12 = 0 \quad \therefore \quad x = 12$

অথবা, $x - 10 = 0 \quad \therefore \quad x = 10$

$x = 10$ হলে দৈর্ঘ্য = $22 - 10 = 12$ মিটার

যেহেতু $x =$ প্রস্থ, সুতরাং $x = 12$ মিটার মান গ্রহণযোগ্য নহে।

Ans : দৈর্ঘ্য 12 মিটার, প্রস্থ 10 মিটার।

32. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অংক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা এক বেশি। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্ক সমষ্টির আটগুণের সমান; সংখ্যাটি কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

দশক স্থানীয় অঙ্ক = x

এবং একক সথানীয় অঙ্ক = y

$\therefore$ সংখ্যাটি = $10x + y$

প্রথম শর্তানুসারে, $y = 3x + 1$ .....(i)

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি $10y + x$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে, $10y + x = 8(x + y)$.....(ii)

এখন, (i) নং এর সাহায্যে (ii) নং থেকে পাই,

$10(3x + 1) + x = 8(x + 3x + 1)$

বা, $30x + 10 + x = 8(4x + 1)$

বা, $31x + 10 = 32x + 8$

বা, $31x - 32x = 8 - 10$

বা, $-x = -2$

$\therefore \quad x = 2$

সুতরাং, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $y = 3x + 1 = 3.2 + 1 = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $10x + y = 10.2 + 7 = 27$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাটি 27. **(উত্তর)**

33 কোন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩ মিটার বাড়ালে এবং প্রস্থ ৩ মিটার কমালে ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গমিটার কমে যায়। আবার দৈর্ঘ্য ৩ মিটার বাড়ালে এবং প্রস্থ ৩ মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল ৬০ বর্গমিটার বাড়ে। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি,

আয়তটির দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং আয়তটির প্রস্থ y মিটার

∴ আয়তটির ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার।

১ম শর্তানুসারে, $(x + 3)(y - 3) = xy - 18$ .....(i)

২য় শর্তানুসারে, $(x + 3)(y + 3) = xy + 60$ .....(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $xy + 3y - 3x - 9 = xy - 18$

বা, $3y - 3x - 9 = -18$

বা, $3y - 3x = -18 + 9$

বা, $3(y - x) = -9$

∴ $y - x = -3$ .....(iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই, $xy + 3y + 3x + 9 = xy + 60$

বা, $3y + 3x + 9 = 60$

বা, $3(y + x) = 51$

∴ $y + x = 17$ ..... (iv)

সমীকরণ (iii) এবং (iv) যোগ করে পাই,

$2y = 14$

∴ $y = 7$

এখন, সমীকরণ (iv) এ y-এর মান বসিয়ে পাই,

$7 + x = 17$

∴ $x = 10$

∴ আয়তটির দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং প্রস্থ 7 মিটার। **(উত্তর)**

34. দুই অংকবিশিষ্ট সংখ্যার একটি অংক অপরটি অপেক্ষা 1 বেশি। অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে তা পূর্বের সংখ্যার $\frac{5}{6}$ গুণ হয়। সংখ্যাটি কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

একক স্থানীয় অংকটি = x

∴ দশক স্থানীয় অংকটি = x + 1

তাহলে, সংখ্যাটি $= 10(x + 1) + x$

$= 10x + 10 + x = 11x + 10$

আবার, অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায়,

$10 \times x + x + 1$

$= 10x + x + 1$

$= 11x + 1$

প্রশ্নানুসারে,

$11x + 1 = \frac{5}{6}(11x + 10)$

বা, $66x + 6 = 55x + 50$

বা, $11x = 44$

বা, $x = \frac{44}{11}$

∴ $x = 4$

∴ সংখ্যাটি $= 11x + 10 = 11.4 + 10 = 44 + 10 = 54$

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা = 54 **(উত্তর)**

35. দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার অংকদ্বয়ের অন্তর 4. সংখ্যাটির অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা হয়, তার এবং প্রদত্ত সংখ্যাটির যোগফল 110. সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি,

এককের অংক = x

∴ দশকের অংক = x + 4

তাহলে, সংখ্যাটি দাঁড়ায়, $= 10(x + 4) + x$

$= 10x + 40 + x$

$= 11x + 40$

আবার, অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায় $= 10 \times x + x + 4$

$= 10x + x + 4$

$= 11x + 4$

প্রশ্নানুসারে,

$11x + 40 + 11x + 4 = 110$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $22x + 44 = 110$

বা, $22x = 66$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 11x + 40 = 11.3 + 40$

$= 33 + 40$

$= 73$

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাটি $= 73$ **(উত্তর)**

36. আট বৎসর পূর্বে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের আটগুণ ছিল। দশ বছর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে। বর্তমানে কার বয়স কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স যথাক্রমে x ও y.

৪ বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল $(x - 8)$ বছর

এবং ৪ বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল $(y - 8)$ বছর

তাহলে, ১ম শর্তানুসারে,

$x - 8 = 8(y - 8)$

বা, $x - 8 = 8y - 64$

বা, $x - 8y = -64 + 8$

$\therefore x - 8y = -56$ .....(i)

আবার,

10 বছর পর পিতার বয়স হবে $(x + 10)$ বছর

এবং 10 বছর পর পুত্রের বয়স হবে $(y + 10)$ বছর

তাহলে, দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$(x + 10) = 2(y + 10)$

বা, $x + 10 = 2y + 20$

$\therefore x - 2y = 10$ .....(ii)

(ii) নং হতে (i) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$6y = 66$

$\therefore y = 11$

এখন, y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x - 2 \times 11 = 10$

বা, $x - 22 = 10$

$\therefore x = 32$

অতএব, পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স যথাক্রমে 32 বছর ও 11 বছর। **(উত্তর)**

37. পিতার বর্তমান বয়স তার দুই পুত্রের বয়সের সমষ্টির পাঁচগুণ। 10 বছর পরে পিতার বয়স এ দুই পুত্রের বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। পিতার বর্তমান বয়স কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

বর্তমানে দুই পুত্রের বয়সের সমষ্টি $= x$ বছর

$\therefore$ বর্তমানে পিতার বয়স $= 5x$ বছর।

আবার,

দশ বছর পরে দুই পুত্রের বয়সের সমষ্টি $= (x + 10 \times 2)$ বছর $= (x + 20)$ বছর

এবং দশ বছর পরে পিতার বয়স $= (5x + 10)$ বছর হবে।

প্রশ্নমতে,

$(5x + 10) = (x + 20) \times 2$

বা, $5x + 10 = 2x + 40$

বা, $3x = 30$

$\therefore x = 10$

$\therefore$ পিতার বর্তমান বয়স $= (5 \times 10)$ বছর $= 50$ বছর **(উত্তর)**

38. পিতা ও পুত্রের বয়সের সমষ্টি y বছর। পিতা ও পুত্রের বয়সের অন্তর 22 বছর। 12 বছর পরে পিতার বয়স পুত্রের বয়সের দ্বিগুণ হবে। y এর মান কত? পুত্রের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

বর্তমানে পিতার বয়স $= x$ বছর

তাহলে, বর্তমানে পুত্রের বয়স $= (y - x)$ বছর

প্রশ্নানুসারে,

$x - (y - x) = 22$

বা, $x - y + x = 22$

$\therefore 2x - y = 22$ .....(i)

12 বছর পর পিতার বয়স $= (x + 12)$ বছর হবে এবং

12 বছর পর পুত্রের " = (y – x + 12) হবে।

প্রশ্নমতে,

$x + 12 = 2(y - x + 12)$

বা, $x + 12 = 2y - 2x + 24$

$\therefore 3x - 2y = 12$ .....(ii)

(i) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$4x - 2y = 44$ .....(iii)

(iii) নং সমীকরণ হতে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$x = 32$

x-এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$2.32 - y = 22$

বা, $64 - y = 22$

বা, $-y = -42$

$\therefore y = 42$

$\therefore$ বর্তমানে পুত্রের বয়স = (y – x) বছর

= (42 – 32) বছর

= 10 বছর

অতএব, y- এর নির্ণেয় মান 42 এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 10 বছর। **(উত্তর)**

39. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম এবং প্রস্থ 3 মিটার অধিক হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হয়। আবার, দৈর্ঘ্য 3 মিটার এবং প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হয়। আয়তটির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য y মিটার এবং প্রস্থ x মিটার

তাহলে ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মিটার

এখন, দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম এবং প্রস্থ 3 মিটার অধিক হলে

ক্ষেত্রফল = (y – 5) (x + 3) বর্গমিটার

= (xy – 5x + 3y – 15) বর্গ মিটার

১ম শর্তানুসারে,

$xy - (xy - 5x + 3y - 15) = 9$

বা, $xy - xy + 5x - 3y + 15 = 9$

বা, $5x - 3y = 9 - 15$

$\therefore 5x - 3y = -6$ .....(i)

আবার, দৈর্ঘ্য 3 মিটার এবং প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে

ক্ষেত্রফল = (y + 3) (x + 2) বর্গ মি.

= (xy + 3x + 2y + 6) বর্গ মি.

২য় শর্তানুসারে,

$xy + 3x + 2y + 6 - 67 = xy$

বা, $xy - xy + 3x + 2y - 61 = 0$

বা, $3x + 2y = 61$ .....(ii)

(i) সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$10x - 6y = -12$ .....(iii)

(ii) নং কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$9x + 6y = 183$ .....(iv)

(iii) নং ও (iv) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$19x = 171$

$\therefore x = 9$

এখন,

x-এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$3 \times 9 + 2y = 61$

বা, $27 + 2y = 61$

বা, $2y = 34$

$\therefore y = 17$

অতএব, নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 17 মিটার এবং প্রস্থ 9 মিটার **(উত্তর)**

40. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম এবং প্রস্থ 3 মিটার অধিক হলে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। আবার, দৈর্ঘ্য 5 মিটার অধিক ও প্রস্থ 2 মিটার কম হলেও ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। আয়তটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি,

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য y মিটার এবং প্রস্থ x মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

তাহলে, ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গ মিটার।

দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার অধিক হলে,

ক্ষেত্রফল $= (y-5)(x+3)$ বর্গ মিটার

$= (xy - 5x + 3y - 15)$ বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে,

$xy - 5x + 3y - 15 = xy$

$\therefore \quad 3y - 5x = 15$ .....(i)

আবার,

দৈর্ঘ্য 5 মিটার অধিক এবং প্রস্থ 2 মিটার কম হলে ক্ষেত্রফল

$= (y+5)(x-2)$ বর্গ মিটার

$= (xy + 5x - 2y - 10)$ বর্গ মিটার

প্রশ্নমতে,

$xy + 5x - 2y - 10 = xy$

$\therefore \quad -2y + 5x = 10$ .....(ii)

এখন,

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$3y - 5x = 15$

$\underline{-\ 2y + 5x = 10}$

(+) করে $\quad y \quad = 25$

এখন,

y-এর মান (i) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$3.25 - 5x = 15$

বা, $75 - 5x = 15$

বা, $-5x = -60$

বা, $x = \frac{-60}{-5}$

$\therefore \quad x = 12$

অতএব, নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 25 মিটার এবং প্রস্থ 12 মিটার **(উত্তর)**

একঘাত সমীকরণ

প্রতিস্থাপন পদ্ধতি :

এই পদ্ধতিতে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের যেকোনটি থেকে একটি অজ্ঞাত রাশির মান অন্যটি দ্বারা প্রকাশ করে ঐ লব্ধ মান অপর সমীকরণটিতে স্থাপন করা হয়।

যেমন :

$x - y = 5$ ..... (১)

$5x + 2y = 4$ ..... (২)

নিচে সমাধান পদ্ধতির বিস্তারিত বিশ্লেষণ দেওয়া হল।

পদ্ধতি	কার্য সম্পাদন
(ক) সমীকরণদ্বয়ের যেকোন একটিকে x বা y আকারে লিখি। অপেক্ষাকৃত সহজ আকারটি ব্যবহার করাই সুবিধাজনক।	(ক) (১) কে x আকারে লেখা হল ঃ $x = y + 5$ ..... (৩)।
(খ) x এর এই মানটি (২) নং সমীকরণে বসাই এবং সমীকরণটিকে y-এর জন্য সমাধান করি।	(খ) $5(y+5) + 2y = 4$ বা, $5y + 25 + 2y = 4$ বা, $7y = -21$ বা, $y = -3$
(গ) x-এর মান নির্ণয় করার জন্য y-এর প্রাপ্ত মান -3 কে (১) নং সমীকরণে সবাই। অবশ্য y-এর এই মান (২) কিংবা (৩) নং সমীকরণেও বসান যায়।	(গ) $x - (-3) = 5$ বা, $x + 3 = 5$ বা, $x = 2$.

অতএব, নির্ণেয় সমাধান ঃ $\quad x = 2 \quad y = -3$

উপরোক্ত সমাধান পদ্ধতি সংক্ষেপে এভাবে লেখা যায় ঃ

$x - y = 5$ ..... (১)

$5x + 2y = 4$ ..... (২)

(১) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x = y + 5$ [পক্ষান্তর করে]

(২) নং সমীকরণে x-এর স্থলে $y + 5$ বসালে,

$5(y+5) + 2y = 4$

বা, $5y + 25 + 2y = 4$

বা, $7y = 4 - 25$

বা, $7y = -21$

বা, $y = -3$.

(১) নং সমীকরণে y-এর মান বসালে,

$x - (-3) = 5$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $x + 3 = 5$

বা, $x = 2$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$

$y = -3$.

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

1. $2x + \frac{3}{y} = 1$ [২৯তম বিসিএস]

$5x - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$

সমাধান ঃ

(খ) $2x + \frac{3}{y} = 1$ ..... (i)

$5x - \frac{2}{y} = \frac{11}{12}$ ..... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে, $2x + \frac{3}{y} = 1$

$\Rightarrow \frac{3}{y} = 1 - 2x$

$\Rightarrow y = \frac{3}{1 - 2x}$ ..... (iii)

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$5x - \frac{2}{\frac{3}{1 - 2x}} = \frac{11}{12}$

$\Rightarrow 5x - \frac{2(1 - 2x)}{3} = \frac{11}{12}$

$\Rightarrow \frac{15x - 2 + 4x}{3} = \frac{11}{12}$

$\Rightarrow \frac{19x - 2}{3} = \frac{11}{12}$

$\Rightarrow 12(19x - 2) = 33$

$\Rightarrow 228x - 24 = 33$

$\Rightarrow 228\,x = 33 + 24$

$\Rightarrow x = \frac{57}{228}$

$\therefore x = \frac{1}{4}$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{3}{1 - 2x} = \frac{3}{1 - 2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{2 - 1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 3 \times 2 = 6$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{1}{4}, 6\right)$ [Ans]

2. সমাধান করুন : [১০-তম বিসিএস]

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান :

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ ..... (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ ..... (ii)

(i) নং এর উভয় পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে এবং

(ii) নং এর উভয় পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে,

$x + \frac{ay}{b} = 2a$ ..... (iii)

$x + \frac{by}{a} = a + \frac{b^2}{a}$ ..... (iv)

(iii) নং – (iv) নং করে

$\Rightarrow y\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) = a - \frac{b^2}{a}$

$\Rightarrow y\left(\frac{a^2 - b^2}{ab}\right) = \frac{a^2 - b^2}{a}$

$\Rightarrow y = \frac{a^2 - b^2}{a} \times \frac{ab}{a^2 - b^2}$

$\Rightarrow y = b$

y এর মান (i) নং বসাইয়া

$\frac{x}{a} + \frac{b}{b} = 2$

$\Rightarrow \frac{x}{a} + 1 = 2$

$\Rightarrow \frac{x}{a} = 1$

$\Rightarrow x = a$

∴ নর্ণেয় সমাধান $x = a, y = b$

গাণিতিক অনুশীলন :

নিচের সমীকরণ জোটগুলোর সমাধান (x, y) নির্ণয় করুন :

1. $2x + y = 8$

$3x - 2y = 5$

সমাধান :

$2x + y = 8$ (i)

$3x - 2y = 5$ (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে,

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬১৩১০৩

$2x + y = 8$

বা, $y = 8 - 2x$ (iii)

(iii) নং সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$3x - 2y = 5$

বা, $3x - 2(8 - 2x) = 5$

বা, $3x - 16 + 4x = 5$

বা, $7x = 5 + 16$

বা, $7x = 21$

বা, $x = \frac{21}{7}$

$\therefore x = 3$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$y = 8 - 2x$

বা, $y = 8 - 2.3$

বা, $y = 8 - 6$

$\therefore y = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 2)$

2. $2x + 3y = 8$
$7x + 4y = 15$

সমাধান :

$2x + 3y = 8$ (i)

$7x + 4y = 15$ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে,

$2x + 3y = 8$

বা, $3y = 8 - 2x$

বা, $y = \frac{8 - 2x}{3}$ (iii)

(iii) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$7x + 4y = 15$

বা, $7x + 4 \times \frac{8 - 2x}{3} = 15$

বা, $7x + \frac{32 - 8x}{3} = 15$

বা, $\frac{21x + 32 - 8x}{3} = 15$

বা, $13x + 32 = 45$

বা, $13x = 45 - 32$

বা, $13x = 13$

বা, $x = \frac{13}{13}$

$\therefore x = 1$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$y = \frac{8 - 2x}{3}$

বা, $y = \frac{8 - 2.1}{3}$

বা, $y = \frac{8 - 2}{3}$

বা, $y = \frac{6}{3}$

$\therefore y = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2)$

3. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

সমাধান :

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

বা, $\frac{3x + 2y}{6} = 1$

বা, $3x + 2y = 6$

বা, $2y = 6 - 3x$

বা, $y = \frac{6 - 3x}{2}$ (iii)

(iii) নং সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

বা, $\frac{x}{3} + \frac{\frac{6 - 3x}{2}}{2} = 1$

বা, $\frac{x}{3} + \left(\frac{6-3x}{2} \times \frac{1}{2}\right) = 1$

বা, $\frac{x}{3} + \frac{6 - 3x}{4} = 1$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $\frac{4x + 3(6 - 3x)}{12} = 1$

বা, $\frac{4x + 18 - 9x}{12} = 1$

বা, $\frac{18 - 5x}{12} = 1$

বা, $12 = 18 - 5x$

বা, $5x = 18 - 12$

বা, $5x = 6$

$\therefore \quad x = \frac{6}{5}$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{6 - 3 \times \frac{6}{5}}{2}$

বা, $y = \frac{6 - \frac{18}{5}}{2}$

বা, $y = \frac{\frac{30 - 18}{5}}{2}$

বা, $y = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2}$

$\therefore \quad y = \frac{6}{5}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

4. $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2$

$\frac{5}{x} + \frac{10}{y} = 5\frac{5}{6}$

সমাধান :

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2$ (i)

$\frac{5}{x} + \frac{10}{y} = 5\frac{5}{6}$ (ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে,

$\frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{35}{6}$

বা, $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{7}{6}$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{2}{y} = \frac{7}{6} - \frac{1}{x}$

বা, $\frac{2}{y} = \frac{7x - 6}{6x}$

বা, $y(7x - 6) = 12x$

বা, $y = \frac{12x}{7x - 6}$ (iii)

(i) নং সমীকরণে y এর স্থলে $\frac{12x}{7x - 6}$ বসিয়ে,

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2$

বা, $\frac{2}{x} + \frac{3}{\frac{12x}{7x - 6}} = 2$

বা, $\frac{2}{x} + \frac{3(7x - 6)}{12x} = 2$

বা, $\frac{2}{x} + \frac{7x - 6}{4x} = 2$

বা, $\frac{8 + 7x - 6}{4x} = 2$

বা, $\frac{7x + 2}{4x} = 2$

বা, $8x = 7x + 2$

বা, $8x - 7x = 2$

$\therefore \quad x = 2$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$y = \frac{12x}{7x - 6}$

বা, $y = \frac{12.2}{7.2 - 6}$

বা, $y = \frac{24}{14 - 6}$

বা, $y = \frac{24}{8}$

$\therefore \quad y = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

5. $\mathbf{a(x + y) = b(x - y) = 2ab}$

সমাধান :

$a(x + y) = b(x - y) = 2ab$

প্রদত্ত সমীকরণকে আমরা লিখতে পারি,

$a(x + y) = 2ab$ অর্থাৎ $x + y = 2b$ (i)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এবং $b(x - y) = 2ab$ অর্থাৎ $x - y = 2a$ (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে,

$x + y = 2b$

বা, $x = 2b - y$ (iii)

(ii) নং সমীকরণে x এর স্থলে $2b - y$ বসিয়ে,

$x - y = 2a$

বা, $2b - y - y = 2a$

বা, $2b - 2y = 2a$

বা, $2b - 2a = 2y$

বা, $2(b - a) = 2y$

বা, $2y = 2(b - a)$

বা, $y = b - a$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $y = b - a$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$x = 2b - y$

বা, $x = 2b - b + a$

বা, $x = b + a$

∴ $x = a + b$

∴ 'নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a + b, b - a)$

6. $x - y = 2a$
$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান :

$x - y = 2a$ (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে,

$x - y = 2a$

বা, $x = 2a + y$ (iii)

(ii) নং সমীকরণে x এর স্থলে $2a + y$ বসিয়ে,

$ax + by = a^2 + b^2$

বা, $a(2a + y) + by = a^2 + b^2$

বা, $2a^2 + ay + by = a^2 + b^2$

বা, $ay + by = a^2 + b^2 - 2a^2$

বা, $y(a + b) = b^2 - a^2$

বা, $y(a + b) = (b + a)(b - a)$

বা, $y = \frac{(a + b)(b - a)}{a + b}$

∴ $y = b - a$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$x = 2a + y$

বা, $x = 2a + b - a$

বা, $x = a + b$

∴ $x = a + b$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a + b, b - a)$

7. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$
$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান :

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে,

$bx + ay = 2ab$

বা, $bx = 2ab - ay$

বা, $x = \frac{2ab - ay}{b}$ ..... (iii)

(ii) নং সমীকরণে x এর স্থলে $\frac{2ab - ay}{b}$ বসিয়ে,

$ax + by = a^2 + b^2$

বা, $a\left(\frac{2ab - ay}{b}\right) + by = a^2 + b^2$

বা, $\frac{2a^2b - a^2y}{b} + by = a^2 + b^2$

বা, $\frac{2a^2b - a^2y + b^2y}{b} = a^2 + b^2$

বা, $2a^2b - a^2y + b^2y = a^2b + b^3$

বা, $2a^2b - a^2y + b^2y - a^2b - b^3 = 0$

বা, $a^2b - a^2y + b^2y - b^3 = 0$

বা, $b^2y - a^2y = b^3 - a^2b$

বা, $y(b^2 - a^2) = b(b^2 - a^2)$

বা, $y = \frac{b(b^2 - a^2)}{b^2 - a^2}$

∴ $y = b$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$x = \frac{2ab - ay}{b}$

বা, $x = \frac{2ab - ab}{b}$

বা, $x = \frac{ab}{b}$

∴ $x = a$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

8. $x + 2y = 3 = 4x - y$

সমাধান :

$x + 2y = 3 = 4x - y$

প্রদত্ত সমীকরণকে আমরা লিখতে পারি,

$x + 2y = 3$ (i)

এবং $4x - y = 3$ (ii)

(i) এর সমীকরণ থেকে,

$x + 2y = 3$

বা, $x = 3 - 2y$ (iii)

(ii) নং সমীকরণে x এর স্থলে $3 - 2y$ বসিয়ে,

$4x - y = 3$

বা, $4(3 - 2y) - y = 3$

বা, $12 - 8y - y = 3$

বা, $-9y = 3 - 12$

বা, $-9y = -9$

বা, $y = 1$ [উভয়পক্ষকে -9 দ্বারা ভাগ করে]

∴ $y = 1$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$x = 3 - 2y$

বা, $x = 3 - 2.1$

বা, $x = 3 - 2$

∴ $x = 1$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 1)$

9. $ax + by = a^2 + b^2$
$2bx - ay = ab$

সমাধান :

$ax + by = a^2 + b^2$ (i)

$2bx - ay = ab$ (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে, $ax + by = a^2 + b^2$

বা, $by = a^2 + b^2 - ax$

বা, $y = \frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$ (iii)

(ii) নং সমীকরণে y এর স্থলে $\frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$ বসিয়ে,

$2bx - ay = ab$

বা, $2bx - a\left(\frac{a^2 + b^2 - ax}{b}\right) = ab$

বা, $2bx - \left(\frac{a^3 + ab^2 - a^2x}{b}\right) = ab$

বা, $\frac{2b^2x - a^3 - ab^2 + a^2x}{b} = ab$

বা, $2b^2x - a^3 - ab^2 + a^2x = ab^2$

বা, $a^2x + 2b^2x = ab^2 + a^3 + ab^2$

বা, $x(a^2 + 2b^2) = a(b^2 + a^2 + b^2)$

বা, $x(a^2 + 2b^2) = a(a^2 + 2b^2)$

বা, $x = \frac{a(a^2 + 2b^2)}{(a^2 + 2b^2)}$

∴ $x = a$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$y = \frac{a^2 + b^2 - ax}{b}$

বা, $y = \frac{a^2 + b^2 - a.a}{b}$

বা, $y = \frac{a^2 + b^2 - a^2}{b}$

বা, $y = \frac{b^2}{b}$

∴ $y = b$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অপনয়ন পদ্ধতি

অপনয়ন পদ্ধতি :

এই পদ্ধতিতে প্রয়োজনবোধে সমীকরণদ্বয়কে এরূপ দুইটি সংখ্যা দ্বারা গুণ করতে হয় যেন গুণনোৎপন্ন সমীকরণ দুইটিতে অজ্ঞাত রাশিদ্বয়ের যেকোনটির সহগদ্বয়ের পরমমান উভয় সমীকরণেই সমান হয়। অতঃপর শেষোক্ত সমীকরণ দুইটি যোগ বা বিয়োগ করে এরূপ একটি সমীকরণ পাওয়া যায়, যেখানে একটিমাত্র অজ্ঞাত রাশি বর্তমান থাকে।

যেমন : $x + y = 5$ ..... (১)

$x - y = 3$ ..... (২)

নিচে সমাধান পদ্ধতির বিস্তারিত বিশ্লেষণ দেওয়া হল।

পদ্ধতি	কার্য সম্পাদন
(ক) (১) এবং (২) নং সমীকরণ যোগ করি। যোগফল কেবল x অজ্ঞাত রাশিবিশিষ্ট সমীকরণ হল। এখন সহজেই x-এর মান পাওয়া গেল।	(ক) $x + y = 5$ $x - y = 3$ $2x = 8$ [যোগ করে] বা, $x = 4$.
(খ) x-এর মান (১) নং সমীকরণে বসাই এবং y-এর মান নির্ণয় করি।	(খ) $4 + y = 5$ বা, $y = 1$.

অতএব, নির্ণেয় সমাধান ঃ $x = 4$

$y = 1$

উপরোক্ত সমাধান পদ্ধতি সংক্ষেপে এভাবে লেখা যায় ঃ

$x + y = 5$ ..... (১)

$x - y = 3$ ..... (২)

(১) ও (২) নং সমীকরণ হতে যোগ করে,

$2x = 8$

বা, $x = 4$

এখন,

(১) নং সমীকরণ x-এর মান বসালে,

$4 + y = 5$

বা, $y = 5 - 4$

বা, $y = 1$

∴ নির্ণেয় সমাধান ঃ $x = 4$

$y = 1$.

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

1. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7$, $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 21$ [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7$ ..... (i)

$\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) = 21$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = 21$

$\Rightarrow 7\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = 21$ [মান বসিয়ে]

$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ ..... (ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে, $\frac{2}{x} = 10$

$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই, $\frac{2}{y} = 4$

∴ $y = \frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$

গাণিতিক অনুশীলন :

অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান (x, y) নির্ণয় করুন :

1. $2x + 3y = 7$
   $5x - 2y = 8$

সমাধান :

$2x + 3y = 7$ (i)

$5x - 2y = 8$ (ii)

(i)×2 + (ii)×3 হতে পাই,

$19x = 38$

বা, $x = \frac{38}{19}$

∴ $x = 2$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

বা, $3y = 7 - 4$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $y = \frac{3}{3}$

$\therefore \quad y = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1)$

2. $6x - y = 1$
$3x + 2y = 13$

সমাধান :

$6x - y = 1$ (i)

$3x + 2y = 13$ (ii)

(i) $\times 2$ + (ii) হতে,

$15x = 15$

বা, $x = \frac{15}{15}$

$\therefore \quad x = 1$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$3.1 + 2y = 13$

বা, $2y = 13 - 3$

বা, $y = \frac{10}{2}$

$\therefore \quad y = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 5)$

3. $7x - 3y = 31$
$9x - 5y = 41$

সমাধান :

$7x - 3y = 31$ (i)

$9x - 5y = 41$ (ii)

(i) $\times 5$ – (ii) $\times 3$ হতে পাই,

$8x = 32$

$\therefore \quad x = 4$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$7.4 - 3y = 31$

বা, $28 - 3y = 31$

বা, $-3y = 31 - 28$

বা, $-3y = 3$

বা, $y = -\frac{3}{3}$

$\therefore \quad y = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, -1)$

4. $\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$
$\frac{x}{6} + \frac{4}{y} = 3$

সমাধান :

$\frac{x}{3} - \frac{2}{y} = 1$ (i)

$\frac{x}{6} + \frac{4}{y} = 3$ (ii)

(i) $\times 2$ + (ii) হতে,

$\frac{2x}{3} - \frac{4}{y} = 2$

$\frac{x}{6} + \frac{4}{y} = 3$

$\frac{2x}{3} + \frac{x}{6} = 5$

বা, $\frac{4x + x}{6} = 5$

বা, $5x = 30$

বা, $x = \frac{30}{5}$

$\therefore \quad x = 6$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$\frac{6}{3} - \frac{2}{y} = 1$

বা, $-\frac{2}{y} = 1 - 2$

বা, $-\frac{2}{y} = -1$

বা, $-y = -2$

$\therefore \quad y = 2$ [–1 দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (6, 2)$

5. $12x + 17y = 41$
$17x + 12y = 46$

সমাধান :

$12x + 17y = 41$ (i)

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

$17x + 12y = 46$ (ii)

(i) $\times 12$ – (ii) $\times$ 17 হতে পাই,

$-145x = -290$

বা, $145x = 290$ [–1 দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]

বা, $x = \frac{290}{145}$

$\therefore$ $x = 2$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$12.2 + 17y = 41$

বা, $17y = 41 - 24$

বা, $17y = 17$

বা, $y = \frac{17}{17}$

$\therefore$ $y = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1)$

6. $25x + 27y = 131$
$27x + 25y = 129$

সমাধান :

$25x + 27y = 131$ (i)

$27x + 25y = 129$ (ii)

(i)$\times 25$ – (ii) $\times 27$ হতে পাই,

$-104x = -208$

বা, $x = \frac{-208}{-104}$

$\therefore$ $x = 2$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$25.2 + 27y = 131$

বা, $27y = 131 - 50$

বা, $27y = 81$

বা, $y = \frac{81}{27}$

$\therefore$ $y = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

7. $ax + by = ab$
$bx + ay = ab$

সমাধান :

$ax + by = ab$ (i)

$bx + ay = ab$ (ii)

(i) $\times a$ – (ii)$\times$ b হতে পাই,

$a^2x - b^2x = a^2b - ab^2$

বা, $x(a^2 - b^2) = ab(a - b)$

বা, $x = \frac{ab(a - b)}{a^2 - b^2}$

বা, $x = \frac{ab(a - b)}{(a + b)(a - b)}$

$\therefore$ $x = \frac{ab}{a + b}$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$ax + by = ab$

বা, $a.\frac{ab}{a + b} + by = ab$

বা, $by = ab - \frac{a^2b}{a + b}$

বা, $by = \frac{a^2b + ab^2 - a^2b}{a + b}$

বা, $by = \frac{ab^2}{a + b}$

বা, $y = \frac{ab^2}{b(a + b)}$

$\therefore$ $y = \frac{ab}{a + b}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{ab}{a + b}, \frac{ab}{a + b}\right)$

8. $ax - by = ab$
$bx - ay = ab$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$ax - by = ab$ (i)

$bx - ay = ab$ (ii)

সমীকরণ (i) $\times$ a – (ii) $\times$ b হতে পাই,

$a^2x - b^2x = a^2b - ab^2$

বা, $x(a^2 - b^2) = ab(a - b)$

বা, $x = \frac{ab(a - b)}{a^2 - b^2}$

বা, $x = \frac{ab(a - b)}{(a + b)(a - b)}$

$\therefore$ $x = \frac{ab}{a + b}$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$ax - by = ab$$

বা, $a.\frac{ab}{a+b} - by = ab$

বা, $\frac{a^2b}{a+b} - by = ab$

বা, $-by = ab - \frac{a^2b}{a+b}$

বা, $-by = \frac{a^2b + ab^2 - a^2b}{a+b}$

বা, $-by = \frac{ab^2}{a+b}$

বা, $y = \frac{ab^2}{-b(a+b)}$

$\therefore \quad y = -\frac{ab}{a+b}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = \left(\frac{ab}{a+b}, -\frac{ab}{a+b}\right)$

বজ্রগুণন পদ্ধতি

বজ্রগুণন পদ্ধতি (Rule of cross multiplication) :

এই পদ্ধতিতে দুইটি সহ-সমীকরণের সমাধান সরাসরি একটি সূত্রের মাধ্যমে পাওয়া যায়। এজন্য প্রদত্ত সমীকরণ দুইটিকে নিচের আকারে প্রকাশ করে নিতে হয় ঃ

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (১)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (২)$$

এই পদ্ধতি প্রয়োগের শর্ত হচ্ছে ঃ $a_1b_2 \neq a_2b_1$ এই শর্ত পূর্ণ হলে এই সহ-সমীকরণের সমাধান হচ্ছে ঃ

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \qquad y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (৩)$$

এই সমাধান অপনয়ন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাওয়া যায়।

(১) $\times b_2 -$ (২) $\times b_1$ হতে পাই,

$$a_1b_2x - a_2b_1x + b_2c_1 - b_1c_2 = 0$$

অথবা, $(a_1b_2 - a_2b_1)x = b_1c_2 - b_2c_1$

যেহেতু $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ সেহেতু $x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

অনুরূপভাবে, (১) $\times a_2 -$ (২) $\times a_1$ হতে পাই,

$$-a_1b_2y + a_2b_1y + a_2c_1 - c_2a_1 = 0$$

অথবা, $(a_1b_2 - a_2b_1)y = c_1a_2 - c_2a_1$

ফলে, $y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

$b_1c_2 - b_2c_1 \neq 0$ এবং $c_1a_2 - c_2a_1 \neq 0$ হলে সমাধান সূত্র (৩) কে নিচের সমানুপাতের আকারে লেখা যায় ঃ

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

এই সমানুপাতের আকারে লিখিত সূত্রকেই বজ্রগুণন সূত্র (rule of cross multiplication) বলা হয়। এই সূত্রের প্রয়োগকে বজ্রগুণন পদ্ধতি বলা হয়।

মন্তব্য ১। $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ হলে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয় হয় অসঙ্গস না হয় পরস্পর নির্ভরশীল (অর্থাৎ একই সমীকরণের সমতুল্য)। প্রথম ক্ষেত্রে সহ-সমীকরণদ্বয়ের কোন সমাধান নাই। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে অসংখ্য সমাধান রয়েছে।

গাণিতিক অনুশীলন :

বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান (x, y) নির্ণয় করুন :

১. $x + 2y = 7$
$2x - 3y = 0$

সমাধান :

$x + 2y - 7 = 0 \qquad$ (i)

$2x - 3y + 0 = 0 \qquad$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{2.0 - (-7)(-3)} = \frac{y}{(-7).2 - 1.0} = \frac{1}{1.(-3) - 2.2}$$

বা, $\frac{x}{0 - 21} = \frac{y}{-14 - 0} = \frac{1}{-3 - 4}$

বা, $\frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$

$\therefore \quad x = \frac{-21}{-7} = 3$

এবং $y = \frac{-14}{-7} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, 2)$

২. $3x - 5y + 9 = 0$
$5x - 3y - 1 = 0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান :

$3x - 5y + 9 = 0$ (i)

$5x - 3y - 1 = 0$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{(-5)(-1)-9(-3)} = \frac{y}{(9)(5)-3(-1)} = \frac{1}{3(-3)-(-5)(5)}$$

বা, $\frac{x}{5+27} = \frac{y}{45+3} = \frac{1}{-9+25}$

বা, $\frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$

$\therefore \quad x = \frac{32}{16} = 2$

এবং $y = \frac{48}{16} = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

3. $-7x + 8y = 9$
$5x - 4y = -3$

সমাধান :

$-7x + 8y - 9 = 0$ (i)

$5x - 4y + 3 = 0$ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{8.3-(-9).(-4)} = \frac{y}{(-9).5-(-7).3} = \frac{1}{(-7).(-4)-8.5}$$

বা, $\frac{x}{24-36} = \frac{y}{-45+21} = \frac{1}{28-40}$

বা, $\frac{x}{-12} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$

$\therefore \quad x = \frac{-12}{-12} = 1$

এবং $y = \frac{-24}{-12} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2)$

4. $ax - cy = 0$
$ay - cx = a^2 - c^2$

সমাধান :

$ax - cy = 0$ (i)

$-cx + ay - (a^2 - c^2) = 0$ (ii)

(i) নং ও (ii) নং হতে বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{(-c).\{-(a^2-c^2)\} - 0.a} = \frac{y}{0.(-c) - a.\{-(a^2-c^2)\}} = \frac{1}{a.a-(-c).(-c)}$$

বা, $\frac{x}{a^2c - c^3} = \frac{y}{a^3 - ac^2} = \frac{1}{a^2 - c^2}$

বা, $\frac{x}{c(a^2-c^2)} = \frac{y}{a(a^2-c^2)} = \frac{1}{(a^2-c^2)}$

$\therefore \quad x = \frac{c(a^2-c^2)}{(a^2-c^2)} = c$

এবং $y = \frac{a(a^2-c^2)}{(a^2-c^2)} = a$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (c, a)$

5. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$
$ax - by = a^2 - b^2$

সমাধান : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 2 = 0$ (i)

$ax - by - (a^2 - b^2) = 0$ (ii)

(i) ও (ii) নং হতে বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{\frac{1}{b}.\{-(a^2-b^2)\} - (-2).(-b)} = \frac{y}{(-2).a - \frac{1}{a}.\{(a^2-b^2)\}} = \frac{1}{\frac{1}{a}.(-b) - \frac{1}{b}.a}$$

বা, $\frac{x}{\frac{-(a^2-b^2)}{b} - 2b} = \frac{y}{-2a + \frac{a^2-b^2}{a}} = \frac{1}{-\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}$

বা, $\frac{x}{\frac{-a^2+b^2-2b^2}{b}} = \frac{y}{\frac{-2a^2+a^2-b^2}{a}} = \frac{1}{\frac{-b^2-a^2}{ab}}$

বা, $\frac{x}{\frac{-a^2-b^2}{b}} = \frac{y}{\frac{-a^2-b^2}{a}} = \frac{1}{\frac{-a^2-b^2}{ab}}$

বা, $\frac{x}{\frac{-(a^2+b^2)}{b}} = \frac{y}{\frac{-(a^2+b^2)}{a}} = \frac{1}{\frac{-(a^2+b^2)}{ab}}$

$\therefore \quad x = \frac{\frac{-(a^2+b^2)}{b}}{\frac{-(a^2+b^2)}{ab}} = \frac{-(a^2+b^2)}{b} \times \frac{ab}{-(a^2+b^2)} = a$

এবং $y = \frac{\frac{-(a^2+b^2)}{a}}{\frac{-(a^2+b^2)}{ab}} = \frac{-(a^2+b^2)}{a} \times \frac{ab}{-(a^2+b^2)} = b$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

6. $ax + by = a^2 + b^2$
$2bx - ay = ab$

সমাধান :

$ax + by - (a^2 + b^2) = 0$ (i)

$2bx - ay - ab = 0$ (ii)

(i) ও (ii) নং হতে বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{b.(-ab) - (-a).\{-(a^2+b^2)\}} = \frac{y}{-(a^2+b^2).2b - a.(-ab)} = \frac{1}{a.(-a) - b.2b}$$

বা, $\frac{x}{-ab^2 - a^3 - ab^2} = \frac{y}{-2a^2b - 2b^3 + a^2b} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$

বা, $\frac{x}{-a^3 - 2ab^2} = \frac{y}{-a^2b - 2b^3} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$

বা, $\frac{x}{-a(a^2 + 2b^2)} = \frac{y}{-b(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)}$

$\therefore$ $x = \frac{-a(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)} = a$

এবং $y = \frac{-b(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)} = b$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

7. $\frac{4x + 5y}{40} = x - y$
$\frac{2x - y}{3} + 2y = 10$

সমাধান :

$\frac{4x + 5y}{40} = x - y$ (i)

$\frac{2x - y}{3} + 2y = 10$ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে,

$\frac{4x + 5y}{40} = x - y$

বা, $4x + 5y = 40x - 40y$

বা, $40x - 40y - 4x - 5y = 0$

বা, $36x - 45y = 0$

বা, $4x - 5y = 0$ (iii) [9 দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

(ii) নং সমীকরণ হতে,

$\frac{2x - y}{3} + 2y = 10$

বা, $\frac{2x - y + 6y}{3} = 10$

বা, $2x + 5y = 30$

বা, $2x + 5y - 30 = 0$ (iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ হতে বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$4x - 5y = 0$ (iii)

$2x + 5y - 30 = 0$ (iv)

$$\frac{x}{(-5).(-30) - 0.5} = \frac{y}{0.2 - 4.(-30)} = \frac{1}{4.5 - (-5).2}$$

বা, $\frac{x}{150 - 0} = \frac{y}{0 + 120} = \frac{1}{20 + 10}$

বা, $\frac{x}{150} = \frac{y}{120} = \frac{1}{30}$

$\therefore$ $x = \frac{150}{30} = 5$

এবং $y = \frac{120}{30} = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (5, 4)$

8. $y(3 + x) = x(6 + y)$
$3(3 + x) = 5(y - 1)$

সমাধান : $y(3 + x) = x(6 + y)$ (i)

$3(3 + x) = 5(y - 1)$ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে,

$y(3 + x) = x(6 + y)$

বা, $3y + xy = 6x + xy$

বা, $6x + xy - 3y - xy = 0$

বা, $6x - 3y = 0$

বা, $2x - y = 0$ (iii) [3 দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

(ii) নং সমীকরণ হতে,

$3(3 + x) = 5(y - 1)$

বা, $9 + 3x = 5y - 5$

বা, $9 + 3x - 5y + 5 = 0$

বা, $3x - 5y + 14 = 0$ (iv)

(iii) ও (iv) নং হতে বজ্রগুণন সূত্রানুসারে,

$$\frac{x}{(-1).14 - 0.(-5)} = \frac{y}{0.3 - 2.14} = \frac{1}{2.(-5) - (-1).3}$$

বা, $\frac{x}{-14 - 0} = \frac{y}{0 - 28} = \frac{1}{-10 + 3}$

বা, $\frac{x}{-14} = \frac{y}{-28} = \frac{1}{-7}$

$\therefore$ $x = \frac{-14}{-7} = 2$

এবং $y = \frac{-28}{-7} = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 4)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

নির্ণায়ক পদ্ধতি

নির্ণায়ক পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান (x, y) নির্ণয় করুন :

1. $4x - 2y = 2$
$5x + y = 13$

সমাধান : $4x - 2y = 2$

$5x + y = 13$

এখানে,

x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$$\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 4(1) - (-2).5 = 4 + 10 = 14$$

$$\therefore \quad x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 13 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2.(1) - (-2).13}{14} = \frac{2 + 26}{14} = \frac{28}{14} = 2$$

$$\text{এবং } y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 13 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{4(13) - 5(2)}{14} = \frac{52 - 10}{14} = \frac{42}{14} = 3$$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 3)$

2. $3x - 2y = 2$
$5x - 3y = 5$

সমাধান : $3x - 2y = 2$

$5x - 3y = 5$

এখানে,

x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = 3(-3) - 5.(-2) = -9 + 10 = 1$$

$$\therefore \quad x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{2(-3) - 5.(-2)}{1} = \frac{-6 + 10}{1} = 4$$

$$\text{এবং } y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{3.5 - 2.5}{1} = \frac{15 - 10}{1} = 5$$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (4, 5)$

3. $x - y = 2a$
$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান :

$x - y = 2a$

$ax + by = a^2 + b^2$

এখানে,

x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ a & b \end{vmatrix} = 1.b - (-1).a = b + a = a + b$$

$$\therefore \quad x = \frac{\begin{vmatrix} 2a & -1 \\ a^2 + b^2 & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ a & b \end{vmatrix}} = \frac{2a.b - (-1).(a^2 + b^2)}{a + b}$$

$$= \frac{2ab + a^2 + b^2}{a + b} = \frac{(a + b)^2}{a + b} = a + b$$

$$\text{এবং } y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2a \\ a & a^2 + b^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ a & b \end{vmatrix}} = \frac{1.(a^2+b^2)-2a.a}{a+b} = \frac{a^2 + b^2 - 2a^2}{a + b} = \frac{b^2 - a^2}{a + b}$$

$$= \frac{(b + a)(b - a)}{(a + b)} = b - a$$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a + b, b - a)$

4. $ax + by = a - b$
$bx - ay = a + b$

সমাধান :

$ax + by = a - b$

$bx - ay = a + b$

এখানে,

x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$$\begin{vmatrix} a & b \\ b & -a \end{vmatrix} = -a^2 - b^2 = -(a^2 + b^2)$$

$$\therefore \quad x = \frac{\begin{vmatrix} a - b & b \\ a + b & -a \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ b & -a \end{vmatrix}} = \frac{-a(a - b) - b(a + b)}{-(a^2 + b^2)}$$

$$= \frac{-a^2 + ab - ab - b^2}{-(a^2 + b^2)} = \frac{-(a^2 + b^2)}{-(a^2 + b^2)} = 1$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এবং $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & a-b \\ b & a+b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ b & -a \end{vmatrix}} = \dfrac{a(a+b)-b(a-b)}{-(a^2+b^2)}$

$= \dfrac{a^2+ab-ab+b^2}{-(a^2+b^2)} = \dfrac{a^2+b^2}{-(a^2+b^2)} = -1$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, -1)$

5. $x + y = a + b$
$ax - by = a^2 - b^2$

সমাধান :

$x + y = a + b$
$ax - by = a^2 - b^2$

এখানে,

x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & -b \end{vmatrix} = -b - a = -(a+b)$

∴ $x = \dfrac{\begin{vmatrix} a+b & 1 \\ a^2-b^2 & -b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & -b \end{vmatrix}} = \dfrac{-b(a+b)-1(a^2-b^2)}{-(a+b)}$

$= \dfrac{-ab-b^2-a^2+b^2}{-(a+b)} = \dfrac{-a(a+b)}{-(a+b)} = a$

এবং $y = \dfrac{\begin{vmatrix} 1 & a+b \\ a & a^2-b^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & -b \end{vmatrix}} = \dfrac{1.(a^2-b^2)-a.(a+b)}{-(a+b)}$

$= \dfrac{a^2-b^2-a^2-ab}{-(a+b)} = \dfrac{-b(a+b)}{-(a+b)} = b$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

6. $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = a + b$

$\dfrac{x}{a^2} + \dfrac{y}{b^2} = 2$

সমাধান :

$\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = a + b$

$\dfrac{x}{a^2} + \dfrac{y}{b^2} = 2$

এখানে,

x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{a^2} & \frac{1}{b^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{a}.\frac{1}{b^2} - \frac{1}{b}.\frac{1}{a^2} = \frac{1}{ab^2} - \frac{1}{a^2b} = \frac{a-b}{a^2b^2}$

∴ $x = \dfrac{\begin{vmatrix} a+b & \frac{1}{b} \\ 2 & \frac{1}{b^2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{a^2} & \frac{1}{b^2} \end{vmatrix}} = \dfrac{(a+b).\frac{1}{b^2} - 2.\frac{1}{b}}{\frac{a-b}{a^2b^2}}$

$= \dfrac{\frac{a+b}{b^2} - \frac{2}{b}}{\frac{a-b}{a^2b^2}} = \dfrac{\frac{a+b-2b}{b^2}}{\frac{a-b}{a^2b^2}} = \dfrac{a-b}{b^2} \times \dfrac{a^2b^2}{a-b} = a^2$

এবং $y = \dfrac{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & a+b \\ \frac{1}{a^2} & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{a^2} & \frac{1}{b^2} \end{vmatrix}} = \dfrac{\frac{1}{a}.2 - \frac{1}{a^2}.(a+b)}{\frac{a-b}{a^2b^2}}$

$= \dfrac{\frac{2}{a} - \frac{a+b}{a^2}}{\frac{a-b}{a^2b^2}} = \dfrac{\frac{2a-a-b}{a^2}}{\frac{a-b}{a^2b^2}} = \dfrac{a-b}{a^2} \times \dfrac{a^2b^2}{a-b} = b^2$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a^2, b^2)$

7. $ax + by = a^2 + b^2$
$2bx - ay = ab$

সমাধান : $ax + by = a^2 + b^2$
$2bx - ay = ab$

এখানে,

x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$\begin{vmatrix} a & b \\ 2b & -a \end{vmatrix} = a.(-a) - 2b.b = -a^2 - 2b^2 = -(a^2+2b^2)$

∴ $x = \dfrac{\begin{vmatrix} a^2+b^2 & b \\ ab & -a \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ 2b & -a \end{vmatrix}} = \dfrac{-a.(a^2+b^2) - ab.b}{-(a^2+2b^2)} = \dfrac{-a^3-ab^2-ab^2}{-(a^2+2b^2)}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{-a^3 - 2ab^2}{-(a^2 + 2b^2)} = \frac{-a(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)} = a$

এবং $y = \frac{\begin{vmatrix} a & a^2 + b^2 \\ 2b & ab \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ 2b & -a \end{vmatrix}} = \frac{a.ab - 2b.(a^2 + b^2)}{-(a^2 + 2b^2)}$

$= \frac{a^2b - 2a^2b - 2b^3}{-(a^2 + 2b^2)} = \frac{-a^2b - 2b^3}{-(a^2 + 2b^2)} = \frac{-b(a^2 + 2b^2)}{-(a^2 + 2b^2)} = b$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

8. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$\mathbf{ax - by = a^2 - b^2}$

সমাধান : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$ax - by = a^2 - b^2$

এখানে, x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ a & -b \end{vmatrix} = -b \cdot \frac{1}{a} - a \cdot \frac{1}{b} = -\frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{-b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a^2 + b^2)}{ab}$

∴ $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & \frac{1}{b} \\ a^2 - b^2 & -b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ a & -b \end{vmatrix}} = \frac{2.(-b) - (a^2 - b^2).\frac{1}{b}}{\frac{-(a^2 + b^2)}{ab}} = \frac{-2b - \frac{a^2 - b^2}{b}}{\frac{-(a^2 + b^2)}{ab}}$

$\frac{\frac{-2b^2 - a^2 + b^2}{b}}{\frac{-(a^2 + b^2)}{ab}} = \frac{\frac{-a^2 - b^2}{b}}{\frac{-(a^2 + b^2)}{ab}} = \frac{-(a^2 + b^2)}{b} \times \frac{ab}{-(a^2 + b^2)} = a$

এবং $y = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 2 \\ a & a^2 - b^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ a & -b \end{vmatrix}} = \frac{\frac{1}{a} \cdot (a^2 - b^2) - a.2}{\frac{-(a^2 + b^2)}{ab}} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{a} - 2a}{\frac{-(a^2 + b^2)}{ab}}$

$= \frac{\frac{a^2 - b^2 - 2a^2}{a}}{\frac{-(a^2 + b^2)}{ab}} = \frac{\frac{-a^2 - b^2}{a}}{\frac{-(a^2 + b^2)}{ab}} = \frac{-(a^2 + b^2)}{a} \times \frac{ab}{-(a^2 + b^2)} = b$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a, b)$

9. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$

$\mathbf{ax + by = a^3 + b^3}$

সমাধান : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$

$ax + by = a^3 + b^3$

এখানে,

x ও y এর সহগগুচ্ছ নিয়ে নির্ণায়ক হয়,

$\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ a & b \end{vmatrix} = \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b^2 - a^2}{ab}$

∴ $x = \frac{\begin{vmatrix} a + b & \frac{1}{b} \\ a^3 + b^3 & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ a & b \end{vmatrix}} = \frac{b.(a + b) - \frac{1}{b} \cdot (a^3 + b^3)}{\frac{b^2 - a^2}{ab}}$

$= \frac{ab + b^2 - \frac{a^3 + b^3}{b}}{\frac{b^2 - a^2}{ab}} = \frac{\frac{ab^2 + b^3 - a^3 - b^3}{b}}{\frac{b^2 - a^2}{ab}}$

$= \frac{a(b^2 - a^2)}{b} \times \frac{ab}{(b^2 - a^2)} = a^2$

এবং $y = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & a + b \\ a & a^3 + b^3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ a & b \end{vmatrix}} = \frac{\frac{a^3 + b^3}{a} - a(a + b)}{\frac{b^2 - a^2}{ab}}$

$= \frac{\frac{a^3 + b^3 - a^2(a + b)}{a}}{\frac{b^2 - a^2}{ab}} = \frac{\frac{a^3 + b^3 - a^3 - a^2b}{a}}{\frac{b^2 - a^2}{ab}}$

$= \frac{\frac{b(b^2 - a^2)}{a}}{\frac{b^2 - a^2}{ab}} = \frac{b(b^2 - a^2)}{a} \times \frac{ab}{(b^2 - a^2)} = b^2$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (a^2, b^2)$

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

দ্বিঘাত সমীকরণ
Quadratic Equations

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

1. সমাধান করুন :– [৩৪তম বিসিএস]

$$x^2 + y^2 = \frac{13}{6}(xy + 12)$$

$$2x - 3y = 12$$

সমাধান :

$x^2 + y^2 = \frac{13}{6}(xy + 12)$ ------- (i)

$2x - 3y = 12$ ---------- (ii)

(ii) নং হতে পাই,

$2x - 3y = 12$

$\Rightarrow 2x = 12 + 3y$

$\Rightarrow x = \frac{12 + 3y}{2}$ ------- (iii)

x এর মান (i) নং সমীকরনে বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{12 + 3y}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{6}\left\{\left(\frac{12 + 3y}{2}\right)y + 12\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{144 + 72y + 9y^2}{4} + y^2 = \frac{156y + 39y^2}{12} + 26$$

$$\Rightarrow 144 + 72y + 9y^2 + 4y^2 = \frac{156y + 39y^2 + 312}{3}$$

$\Rightarrow 432 + 216y + 39y^2 = 156y + 39y^2 + 144$

$\Rightarrow 60y = -120$

$\Rightarrow y = -2$

y এর (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$x = \frac{12 + 3y}{2}$$

$$= \frac{12 + 3(-2)}{2}$$

$$= \frac{6}{2}$$

$= 3$

$\therefore$ সমাধান : $x = 3$ ও $y = -2$

2. সমাধান করুন : [১৩তম বিসিএস]

$$\frac{5}{(2x - 1)^2} - \frac{13}{2x - 1} = 18$$

সমাধান :

$$\frac{5}{(2x - 1)^2} - \frac{13}{2x - 1} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{5 - 13(2x - 1)}{(2x - 1)^2} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{5 - 26x + 13}{4x^2 - 4x + 1} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{18 - 26x}{4x^2 - 4x + 1} = 18$$

$\Rightarrow 72x^2 - 72x + 18 = 18 - 26x$

$\Rightarrow 72x^2 - 72x + 26x = 0$

$\Rightarrow 72x^2 - 46x = 0$

$\Rightarrow x(72x - 46) = 0$

হয় $x = 0$ অথবা $72x - 46 = 0$

$\Rightarrow 72x = 46$

$\therefore x = \frac{46}{72} = \frac{23}{36}$

নির্ণেয় সমাধান $x = 0$ অথবা, $x = \frac{23}{36}$

গাণিতিক অনুশীলন:

1. $x^2 + y^2 = 25$
$x - 2y = 10$

সমাধান :

$x^2 + y^2 = 25$.....(i)

$x - 2y = 10$.....(ii)

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$x = 10 + 2y$.....(iii)

(iii) নং হতে প্রাপ্ত x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$(10 + 2y)^2 + y^2 = 25$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $100 + 2.10.2y + 4y^2 + y^2 = 25$

বা, $5y^2 + 40y + 100 - 25 = 0$

বা, $5y^2 + 40y + 75 = 0$

বা, $y^2 + 8y + 15 = 0$ [

বা, $y^2 + 5y + 3y + 15 = 0$

বা, $y(y + 5) + 3(y + 5) = 0$

বা, $(y + 5)(y + 3) = 0$

$\therefore$ $y + 5 = 0$ অথবা $y + 3 = 0$

অর্থাৎ $y = -5$ অথবা $y = -3$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = -5$ হলে, $x = 10 + 2.(-5) = 10 - 10 = 0$

$y = -3$ হলে, $x = 10 + 2.(-3) = 10 - 6 = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (0, -5), (4, -3)$.

2. $2x^2 + y^2 = 3$
$x + y = 2$

সমাধান:

$2x + y^2 = 3$.....(i)

$x + y = 2$.....(ii)

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$y = 2 - x$.....(iii)

(iii) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2x^2 + (2 - x)^2 = 3$

বা, $2x^2 + 4 - 2.2.x + x^2 - 3 = 0$

বা, $3x^2 - 4x + 1 = 0$

বা, $3x^2 - 3x - x + 1 = 0$

বা, $3x(x - 1) - 1(x - 1) = 0$

বা, $(x - 1)(3x - 1) = 0$

$\therefore$ $x - 1 = 0$ অথবা $3x - 1 = 0$

বা, $3x = 1$

বা, $x = 1$ বা, $x = \frac{1}{3}$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয় পাই,

$x = 1$ হলে, $y = 2 - 1 = 1$

$x = \frac{1}{3}$ হলে, $y = 2 - \frac{1}{3} = \frac{6 - 1}{3} = \frac{5}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (1,1), \left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$

3. $x^2 + y^2 = 61$
$xy = -30$

সমাধান :

$x^2 + y^2 = 61$.....(i)

$xy = -30$.....(ii)

আমরা জানি,

$(x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$

$= (61)^2 - 4.(-30)^2$

$= 3721 - 3600$

$= 121$

$\therefore$ $x^2 - y^2 = \pm 11$.....(iii)

(i) ও (iii) যোগ করে,

$x^2 + y^2 = 61$

$x^2 - y^2 = 11$ [ধনাত্মক মান ধরে]

$2x^2 = 72$

বা, $x^2 = \frac{72}{2}$

বা, $x^2 = 36$

$\therefore$ $x = \pm 6$

আবার,

$x^2 + y^2 = 61$

$x^2 - y^2 = -11$ [ঋণাত্মক মান ধরে]

$2x^2 = 50$

বা, $x^2 = \frac{50}{2}$

বা, $x^2 = 25$

$\therefore$ $x = \pm 5$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$xy = -30$

বা, $y = \frac{-30}{x}$

$x = 6$ হলে, $y = \frac{-30}{6} = -5$

$x = -6$ হলে, $y = \frac{-30}{-6} = 5$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$x = 5$ হলে, $y = \frac{-30}{5} = -6$

$x = -5$ হলে, $y = \frac{-30}{-5} = 6$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (6,-5), (-6,5), (5,-6), (-5,6)$

4. $x^2 + y^2 = 85$
$xy = 42$

সমাধান:

$x^2 + y^2 = 85$.....(i)
$xy = 42$.....(ii)
আমরা জানি,
$(x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$
$= (85)^2 - 4.(42)^2$
$= 7225 - 7056$
$= 169$
∴ $x^2 - y^2 = \pm 13$.....(iii)
(i) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে,
$x^2 + y^2 = 85$
$x^2 - y^2 = 13$ [ধনাত্মক মান ধরে]

$2x^2 = 98$
বা, $x^2 = \frac{98}{2}$
বা, $x^2 = 49$
∴ $x = \pm 7$
আবার,
$x^2 + y^2 = 85$
$x^2 - y^2 = -13$ [ঋণাত্মক মান ধরে]

$2x^2 = 72$
বা, $x^2 = \frac{72}{2}$
বা, $x^2 = 36$
∴ $x = \pm 6$
x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,
$xy = 42$

বা, $y = \frac{42}{x}$

যখন, $x = 7$ তখন, $y = \frac{42}{7} = 6$

যখন, $x = -7$ তখন, $y = \frac{42}{-7} = -6$

যখন, $x = 6$ তখন, $y = \frac{42}{6} = 7$

যখন, $x = -6$ তখন, $y = \frac{42}{-6} = -7$

∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (7,6), (-7,-6), (6,7), (-6,-7)$.

6. $x^2 - y^2 = 45$
$x + y = 5$

সমাধান :

$x^2 - y^2 = 45$.....(i)
$x + y = 5$.....(ii)
(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,
$(x + y)(x - y) = 45$
বা, $5(x - y) = 45$ [(ii) হতে $x + y = 5$ বসিয়ে]
বা, $x - y = \frac{45}{5}$
বা, $x - y = 9$.....(iii)
(ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে,
$x + y = 5$
$x - y = 9$

$2x = 14$
বা, $x = \frac{14}{2}$
∴ $x = 7$
x এর মান (ii) নং সমীকরণ এ বসিয়ে পাই,
$7 = 5 - x$
বা, $x = 5 - 7$
∴ $y = -2$
∴ নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (7,-2)$.

7. $x^2 - y^2 = 99$
$x - y = 9$

সমাধান :

$x^2 - y^2 = 99$.....(i)
$x - y = 9$.....(ii)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

(i) নং সমীকরণ থেকে,

$x^2 - y^2 = 99$

বা, $(x - y)(x + y) = 99$

বা, $9(x + y) = 99$ $[x - y = 9]$

বা, $x + y = 11$ [9 দ্বারা উভয় পক্ষকে ভাগ করে]

বা, $y = 11 - x$.....(iii)

(iii) নং হতে প্রাপ্ত y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$x - y = 9$

বা, $x - (11 - x) = 9$

বা, $x - 11 + x = 9$

বা, $2x - 11 = 9$

বা, $2x = 9 + 11$

বা, $2x = 20$

বা, $x = \frac{20}{2}$

$\therefore \quad x = 10$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$y = 11 - x$

বা, $y = 11 - 10$

$\therefore \quad y = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (10,1)$.

8. $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}$

$x + y = 10$

সমাধান :

$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}$.....(i)

$x + y = 10$.....(ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{x+y}{\sqrt{xy}} = \frac{5}{2}$

বা, $\frac{10}{\sqrt{xy}} = \frac{5}{2}$ $[\therefore x + y = 10]$

বা, $\frac{2}{\sqrt{xy}} = \frac{1}{2}$ [5 দ্বারা উভয় পক্ষকে ভাগ করে]

বা, $\sqrt{xy} = 4$

বা, $xy = 16$ [বর্গ করে]

বা, $y = \frac{16}{x}$.....(iii)

(iii) নং হতে প্রাপ্ত y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে,

$x + y = 10$

বা, $x + \frac{16}{x} = 10$

বা, $\frac{x^2 + 16}{x} = 10$

বা, $x^2 + 16 = 10x$

বা, $x^2 - 10x + 16 = 0$

বা, $x^2 - 8x - 2x + 16 = 0$

বা, $x(x - 8) - 2(x - 8) = 0$

বা, $(x - 8)(x - 2) = 0$

$\therefore x - 8 = 0$ অথবা $x - 2 = 0$

বা, $x = 8$ বা, $x = 2$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x = 8$ হলে, $y = \frac{16}{8} = 2$

$x = 2$ হলে, $y = \frac{16}{2} = 8$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (8,2), (2,8)$.

9. $2x + y = 7$

$x^2 - xy = 6$

সমাধান :

$2x + y = 7$.....(i)

$x^2 - xy = 6$.....(ii)

(i) নং কে x দ্বারা গুণ করি এবং (i) ও (ii) নং যোগ করে

$2x^2 + xy = 7x$

$x^2 - xy = 6$

$3x^2 = 7x + 6$

বা, $3x^2 - 7x - 6 = 0$

বা, $3x^2 - 9x + 2x - 6 = 0$

বা, $3x(x - 3) + 2(x - 3) = 0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $(x-3)(3x+2)=0$

$\therefore x-3=0$ অথবা $3x+2=0$

বা, $3x=-2$

বা, $x=3$ বা, $x=-\frac{2}{3}$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$x=3$ হলে, $2.3+y=7$

বা, $y=7-6$

বা, $y=1$

$x=-\frac{2}{3}$ হলে, $2.\left(-\frac{2}{3}\right)+y=7$

বা, $-\frac{4}{3}+y=7$

বা, $y=7+\frac{4}{3}$

$=\frac{21+4}{3}$

$=\frac{25}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x,y)=(3,1),\left(-\frac{2}{3}\frac{25}{3}\right)$.

10. $x^2-xy+y^2=21$
$x+y=3$

সমাধান :

$x^2-xy+y^2=21$.....(i)

$x+y=3$.....(ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$y=3-x$ .....(iii)

(iii) নং হতে প্রাপ্ত y এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

$x^2-xy+y^2=21$

বা, $x^2-x.(3-x)+(3-x)^2=21$

বা, $x^2-3x+x^2+9-6x+x^2=21$

বা, $3x^2-9x+9-21=0$

বা, $3x^2-9x-12=0$

বা, $x^2-3x-4=0$

বা, $x^2-4x+x-4=0$

বা, $x(x-4)+1(x-4)=0$

বা, $(x-4)(x+1)=0$

$\therefore x-4=0$ অথবা, $x+1=0$

বা, $x=4$ বা, $x=-1$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$x=4$ হলে, $y=3-4=-1$

$x=-1$ হলে, $y=3+1=4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x,y)=(4,-1),(-1,4)$.

11. $x^2+xy+y^2=3$
$x^2-xy+y^2=7$

সমাধান :

$x^2+xy+y^2=3$ .....(i)

$x^2-xy+y^2=7$.....(ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$x^2+xy+y^2+x^2-xy+y^2=3+7$

বা, $2x^2+2y^2=10$

বা, $2(x^2+y^2)=10$

বা, $x^2+y^2=5$.....(iii) [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

(i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$(x^2+xy+y^2)-(x^2-xy+y^2)=3-7$

বা, $x^2+xy+y^2-x^2+xy-y^2=-4$

বা, $2xy=-4$

বা, $xy=\frac{-4}{2}$

বা, $xy=-2$.....(iv)

আমরা জানি,

$(x^2-y^2)^2=(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$

$=5^2-4.(-2)^2$

$=25-16$

$=9$

$\therefore x^2-y^2=\pm 3$.....(v)

(iii) ও (v) নং সমীকরণ যোগ করে,

$x^2+y^2=5$

$x^2-y^2=3$ [ধনাত্মক মান ধরে]

$2x^2=8$

বা, $x^2=\frac{8}{2}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $x^2 = 4$

$\therefore x = \pm 2$

আবার,

$x^2 + y^2 = 5$

$x^2 - y^2 = -3$ [ঋণাত্মক মান ধরে]

$2x^2 = 2$

বা, $x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 1$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে,

$xy = -2$

বা, $y = \frac{-2}{x}$

$x = 2$ হলে, $y = \frac{-2}{2} = -1$

$x = -2$ হলে, $y = \frac{-2}{-1} = 1$

$x = 1$ হলে, $y = \frac{-2}{1} = -2$

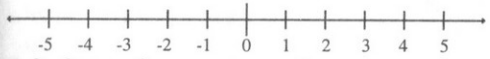
$x = 1$ হলে, $y = \frac{-2}{-2} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (2, -1), (-2, 1), (1, -2), (-1, 2)$.

অসমতা

Linear and Quadratic Inequalites

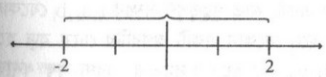
আমরা জানি, সকল বাস্তব সংখ্যাকে একটি সংখ্যা রেখায় চিহ্নিত করা যায়।



যে বিন্দুটি শূন্য সূচিত করে, তাকে মূলবিন্দু বলা হয়। ধনাত্মক সংখ্যাসমূহ মূলবিন্দুর ডানে এবং ঋণাত্মক সংখ্যাসমূহ মূলবিন্দুর বামে চিত্রিত হয়।

❐ পরমমান

একটি সংখ্যারেখায় যেকোন বীজগণিতীয় সংখ্যা a এবং এর যোগ বিপরীত সংখ্যা $-a$ এর মূলবিন্দু থেকে দূরত্ব সমান। গণিতে এ ধারণাকে প্রকাশ করা হয় একথা বলে যে, a এবং $-a$ এর পরমমান সমান এবং ধনাত্মক। অন্যভাবে বলা যায় যে, পরমমান হল সংখ্যারেখায় মূলবিন্দু থেকে একটি সংখ্যার দূরত্বের মান বা দূরত্বের একক সংখ্যা।



উপরের চিত্র থেকে, $+2$ এবং -2 এর পরমমান 2. লক্ষ করুন যে, $2 = -(-2)$.

পরমমানের গাণিতিক সংজ্ঞা নিচে দেওয়া হল।

সংজ্ঞা।

(i) শূন্যের পরমমান শূন্য;

(ii) a ধনাত্মক সংখ্যা হলে, a-এর পরমমান a ;

(iii) a ঋণাত্মক সংখ্যা হলে, a-এর পরমমান $-a$.

a-এর পরমমান (absolute বা numerical value) বোঝাতে $|a|$ প্রতীক ব্যবহার করা হয়। যেমন, $|3| = 3$, $|-2| = -(-2) = 2$.

$|a|$-এর জ্যামিতিক তাৎপর্য হল ঃ সংখ্যারেখায় a-এর প্রতিরূপী বিন্দু এবং মূলবিন্দুর দূরত্ব $|a|$.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

পরমমানের একটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম হচ্ছে ঃ

a যেকোন সংখ্যা হলে, $|-a| = |a|$

- a শূন্য হলে –a শূন্য; অতএব উভয় পক্ষ তখন শূন্য। a ধনাত্মক হলে –a ঋণাত্মক; ফলে

  $|-a| = -(-a) = a = |a|$

- a ঋণাত্মক হলে – a ধনাত্মক, ফলে

  $|-a| = -a = |a|$

- পরমমানের অপর একটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম হল ঃ

  যেকোন সংখ্যা a, b এর জন্য

  $|ab| = |a||b|$

  সংখ্যাদ্বয়ের একটি শূন্য, একটি ধনাত্মক ও অপরটি ঋণাত্মক, উভয়ে ধনাত্মক, উভয়ে ঋণাত্মক, এ ক্ষেত্রগুলো আলাদা আলাদাভাবে বিবেচনা করে এই ধর্ম প্রমাণ করা যায়।

- a, b এর অন্তর বলতে তাদের বিয়োগফলের পরমমান $|a-b|$ বোঝায়। আমরা লক্ষ করি যে, $|a-b|$ হল, সংখ্যারেখায় a ও b এর প্রতিরূপী বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব। সংখ্যারেখায় + 3 এবং + 5 এর দূরত্ব, $|(+5)-(+3)| = |5-3| = 2$
  আবার – 3 এবং + 5 এর দূরত্ব $|(+5)-(-3)| = |5+3| = 8$

অসমতা :

অসমতা বাস্তব সংখ্যাসেটে বিদ্যমান একটি অতি গুরুত্বপূর্ণ সম্পর্ক। a, b যেকোনো দুইটি বিভিন্ন ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা হলে যেকোন একটি অপরটির চেয়ে বড় হবে, এই সম্পর্ককেই অসমতা (inequality) বলা হয়। অসমতার ধারণা শুধু ধনাত্মক সংখ্যাযুগলের মধ্যে সীমাবদ্ধ না রেখে যেকোন বাস্তবসংখ্যাযুগলে সম্প্রসারণ করা বাঞ্ছনীয়। এ জন্য আমরা সংখ্যারেখার সাহায্য নিতে পারি।

মনে করি, a, b যেকোন দুইটি বিভিন্ন বাস্তব সংখ্যা এবং A, B যথাক্রমে সংখ্যারেখায় a ও b এর প্রতিরূপী বিন্দু। এখন A, B বিভিন্ন বিন্দু বলে একটি অপরটির ডানে অবস্থিত হবে। Aযদি B-এর ডানে অবস্থিত হয়, তবে আমরা বলি যে সংশ্লিষ্ট সংখ্যাদ্বয় a, b এর মধ্যে a, b অপেক্ষা বড় এবং লিখি $a > b$, B যদি A-এর ডানে অবস্থিত হয়, তবে আমরা বলি b, a অপেক্ষা বড় এবং লিখি $b > a$. যেমন, $5 > 3$, $3 > -1$, $-1 > -4$;

কেননা সংখ্যারেখায় 5, 3 এর ডানে; 3, – 1 এর ডানে এবং –1, –4-এর ডানে অবস্থিত।

$a > b$ হলে b-কে a অপেক্ষা ছোট বলা হয় এবং $b < a$ লেখা হয়। অর্থাৎ, $a > b$ আর $b < a$ একই কথা। যেমন,

$6 < 9$, $-1 < 3$, $-5 < -2$,

কেননা $9 > 6$, $3 > -1$, $-2 > -5$.

আমরা লক্ষ করি যে, a ধনাত্মক ও b ঋণাত্মক হলে $a > b$. কেননা A মূলবিন্দুর ডানে ও B মূলবিন্দুর বামে অবস্থিত বলে A, B এর ডানে অবস্থিত। a, b উভয়ে ঋণাত্মক হলে A বিন্দু B বিন্দুর ডানে অবস্থিত হবে, যদি এবং কেবল যদি a-এর পরমমান b-এর পরমমান অপেক্ষা ছোট হয়।

অতএব, দুইটি ঋণাত্মক সংখ্যার মধ্যে যেটির পরমমান ক্ষুদ্রতর সেটি অপরটি অপেক্ষা বড়।

আমরা আরও লক্ষ করি যে,

$a > 0$ এর অর্থ ঃ a ধনাত্মক সংখ্যা।

$a < 0$ এর অর্থ ঃ a ঋণাত্মক সংখ্যা।

সাধারণভাবে বলা যায়, a ও b যেকোন বাস্তব সংখ্যা হলে $a > b$ হবে যদি এবং কেবল যদি $a - b > 0$ হয়।

অসমতার কতিপয় গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম

1. (i) $a > b$ এবং $b > c$ হলে $a > c$.

[a, b-এর ডানে এবং b, c-এর ডানে অবস্থিত হলে a, c-এর ডানে অবস্থিত হবে।]

(ii) $a < b$ এবং $b < c$ হলে $a < c$.

অপ্রকৃত অসমতা ঃ

$a \geq b$ এর অর্থ ঃ $a > b$ অথবা, $a = b$.

অর্থাৎ শুধুমাত্র $a < b$ হলেই $a \geq b$ মিথ্যা হয়। অতএব $3 \geq 2$ ও $3 \geq 3$ প্রত্যেকটিই সত্য উক্তি।

এ ধরনের অপ্রকৃত অসমতার জন্য উপরোল্লিখিত বিধিগুলোর অবিকল অনুরূপ বিধিসমূহ খাটে। বাহুল্যবোধে সেগুলো আলাদা উল্লেখ করা হল না।

সংক্ষিপ্ত আলোচনা :

১. অসমতা প্রকাশক চিহ্নগুলো হল : $>, <, \geq, \leq$

২. যে কোন ধনাত্মক সংখ্যা একটি অসমতার উভয় পাশে যোগ করলে অসমতার দিক অপরিবর্তিত থাকে যেমন : $p > q$ হলে, $x + p > q + x$ যখন $x > 0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩. যে কোন ধনাত্মক সংখ্যা দ্বারা কোন অসমতার উভয় পক্ষকে ভাগ বা গুণ করলে অসমতার দিক অপরিবর্তিত থাকে। যেমন : $p > b$ হলে $xp > bx$ বা, $\frac{p}{x} > \frac{b}{x}$ এখানে $x > 0$

৪. কোন ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা অসমতাকে গুণ বা ভাগ করলে অসমতার চিহ্ন পাল্টে যায়। যেমন $a > b$ হলে, $ac < bc$ বা $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$; যখন $c < 0$

ত্রিভুজ অসমতা ঃ

a, b যে কোন সংখ্যা হলে $|a+b|, |a|, |b|$ এর মধ্যে সম্পর্ক সহজেই বের করা যায়। a, b উভয়ে ধনাত্মক (বা অন্তত একটি শূন্য) হলে,

$|a+b| = |a| + |b|$

হবে। a, b উভয় ঋণাত্মক হলেও এই সমতা বলবৎ থাকে; কেননা তখন $a + b$ ঋণাত্মক বলে

$|a+b| = -(a+b) = -a-b = (-a)+(-b) = |a| + |b|$.

কিন্তু a, b সংখ্যাদ্বয়ের একটি ধনাত্মক, অপরটি ঋণাত্মক হলে $|a+b|$ হবে $|a|$ ও $|b|$ এর অন্তরের সমান; সংখ্যারেখায় a, b ও $a + b$ এর সম্ভাব্য অবস্থান বিবেচনা করে একথা সহজেই বোঝা যায়। অতএব সেক্ষেত্রে

$|a+b| < |a| + |b|$

অবশ্যই সত্য। উপরের সমতা ও অসমতা মিলিয়ে একত্রে লেখা যায় ঃ

$|a+b| \leq |a| + |b|$

এই অপ্রকৃত অসমতা সকল ক্ষেত্রেই সত্য। একে ত্রিভুজ-অসমতা বলা হয়। যদিও $|a+b|$ এর সঠিক মান নির্ণয় করা কঠিন নয়, তবু উচ্চতর গণিতে অধিকাংশ স্থানে $|a+b|$ এর সঠিক মান না জেনে তা যে $|a| + |b|$ এর সমান বা ছোট, তা জানাই যথেষ্ট। তাই ত্রিভুজ অসমতা আমাদের কাছে আকর্ষণীয় মনে না হলেও এর গুরুত্ব অপরিসীম। ত্রিভুজ অসমতা সকল বাস্তব সংখ্যাযুগলের জন্যই সত্য বলেই এই গুরুত্ব।

মনে করি একটি ক্লাসের ছাত্রসংখ্যা 200 জন। স্বাভাবিকভাবে দেখা যায় যে, ঐ ক্লাসে সবদিন সকলে উপস্থিত থাকে না। একটি নির্দিষ্ট দিনে উপস্থিত ছাত্র সংখ্যা x হলে আমরা লিখতে পারি $0 \angle x \leq 200$। একইভাবে আমরা দেখি যে, কোনোও একটি নিমন্ত্রিত অনুষ্ঠানে সবাই উপস্থিত হয় না। পোশাক-পরিচ্ছদ ও অন্যান্য অনেক ভোগ্যপণ্য তৈরিতে পরিষ্কার ভাবে অসমতার ধারণা প্রয়োজন হয়। দালান তৈরির ক্ষেত্রে, পুস্তক মুদ্রণের ক্ষেত্রে এবং এরকম আরও অনেক ক্ষেত্রে উপাদানগুলো সঠিক পরিমাণে নির্ণয় করা যায় না বিধায়

প্রথম পর্যায়ে অনুমানের ভিত্তিতে উপাদানগুলো ক্রয় বা সংগ্রহ করতে হয়। অতএব দেখা যাচ্ছে যে, আমাদের দৈনন্দিন জীবনে অসমতার ধারণাটা খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

সমীকরণ সংক্রান্ত স্বতঃসিদ্ধ বা বিধিসমূহ অসমতার ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। শুধু ব্যতিক্রম হলো অসমান রাশিকে সমান সমান ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অসমতার দিক পাল্টে যায়।

$4 < 6$ অসমতাটি লক্ষ করি।

$\therefore 4 + 2 < 6 + 2$ বা, $6 < 8$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

তদ্রুপ $2 < 4$ [উভয়পক্ষ থেকে ২ বিয়োগ করে]

তদ্রুপ $4 < 12$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

তদ্রুপ $2 < 3$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

অসমতাটির উভয়পক্ষকে -2 দ্বারা গুণ করলে আলাদাভাবে পাওয়া যায় -8 এবং -12

এখানে $-8 > -12$, তেমনি $-2 > -3$ [উভয়পক্ষকে -4 দ্বারা ভাগ করে]

সাধারণভাবে বলা যায়, যদি $a < b$ হয়, তবে,

$a + c < b + c$ c এর যেকোনো মানের জন্য

$a - c < b - c$ c এর যেকোনো মানের জন্য

$ac < bc$ c এর ঋণাত্মক মানের জন্য

$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ c এর ঋণাত্মক মানের জন্য

কিন্তু $ac > bcc$ এর ঋণাত্মক মানের জন্য

$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ c এর ঋণাত্মক মানের জন্য

১। সমাধান কর ও সমাধান সেটটি সংখ্যারেখায় দেখাও : $4x + 4 > 16$

সমাধান : দেওয়া আছে, $4x + 4 > 16$

$\therefore 4x + 4 - 4 > 16 - 4$

বা, $4x > 12$

বা, $\frac{4x}{4} > \frac{12}{4}$

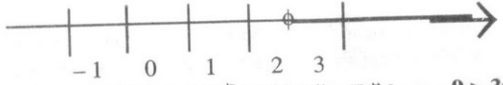
বা, $x > 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x > 3$

এখানে সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x > 3\}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান সেটটি নিচে অঙ্কিত সংখ্যারেখায় দেখানো হলো। 3 অপেক্ষা বড় সকল বাস্তব সংখ্যা প্রদত্ত অসমতার সমাধান এবং সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x > 3\}$ ϕ



২। **সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও : $x - 9 > 3x + 1$**

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - 9 > 3x + 1$

$\therefore x - 9 + 9 > 3x + 1 + 9$

বা, $x > 3x + 10$

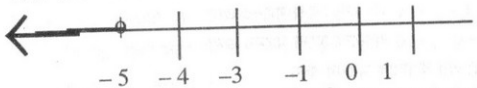
বা, $x - 3x > 3x + 10 - 3x$

বা, $-2x > 10$

বা, $\frac{-2x}{-2} < \frac{10}{-2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $x < -5$

এখানে সমাধান সেট $S = \{x \in R : x < -5\}$, অর্থাৎ -5 অপেক্ষা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যা প্রদত্ত অসমতার সমাধান।←



বি: দ্র: সমীকরণের সমাধান যেমন একটি সমীকরণ (সমতা) দ্বারা প্রকাশ পায়, তেমনি অসমতার সমাধান একটি অসমতা দ্বারা প্রকাশ পায়। অসমতার সমাধান সেট (সাধারণত) বাস্তব সংখ্যার অসীম উপসেট।

$a \geq b$ এর অর্থ, $a > b$ অথবা $a = b$

অর্থাৎ শুধু $a < b$ হলেই $a \geq b$ মিথ্যা হয়।

অতএব, $4 > 3$ এবং $4 = 4$ দুইটি উক্তিই সত্য।

৩। **সমাধান কর : $a(x + b) < c$, $[a \neq 0]$**

সমাধান :

a ধনাত্মক হলে, $\frac{a(x+b)}{a} < \frac{c}{a}$, উভয়পক্ষকে a দ্বারা ভাগ করে পাই,

$x + b < \frac{c}{a}$ বা, $x < \frac{c}{a} - b$

a ঋণাত্মক হলে একই প্রক্রিয়ায় পাই, $\frac{a(x+b)}{a} < \frac{c}{a}$

বা, $x + b > \frac{c}{a}$

বা, $x > \frac{c}{a} - b$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : (i) $x < \frac{c}{a} - b$, যদি $a > 0$ হয়,

(ii) $x > \frac{c}{a} - b$, যদি $a < 0$ হয়।

বি: দ্র: a যদি শূন্য এবং c যদি ধনাত্মক হয়, তবে x এর যেকোনো মানের জন্য অসমতাটি সত্য হবে। কিন্তু a যদি শূন্য এবং c ঋণাত্মক হয়, তবে অসমতাটির কোনো সমাধান থাকবে না।

অসমতাগুলো সমাধান কর এবং সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখাও :

১. **$y - 3 < 5$**

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$y - 3 < 5$

বা, $y - 3 + 3 < 5 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $y < 8$

নির্ণেয় সমাধান : $y < 8$

এবং সমাধান সেট, $S = \{y \in R : y < 8\}$

8 অপেক্ষা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যা প্রদত্ত অসমতার সমাধান। সংখ্যারেখায় সমাধান সেট

২. **$3(x - 2) < 6$**

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$3(x - 2) < 6$

বা, $\frac{3(x-2)}{3} < \frac{6}{3}$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x - 2 < 2$

বা, $x - 2 + 2 < 2 + 2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

বা, $x < 4$

নির্ণেয় সমাধান : $x < 4$

এবং সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x < 4\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :

শুভ নন্দী ০১৯৬১ ৬১৩১০৩

৩. $3x - 2 > 2x - 1$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$3x - 2 > 2x - 1$

বা, $3x - 2x - 2 > 2x - 1 - 2x$ [উভয়পক্ষ হতে $2x$ বিয়োগ করে]

বা, $x - 2 > -1$

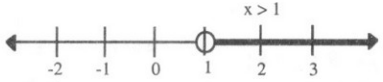
বা, $x - 2 + 2 > -1 + 2$ [উভয়পক্ষে 2 যোগ করে]

বা, $x > 1$

নির্ণেয় সমাধান : $x > 1$

এবং সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x > 1\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৪. $z \leq \frac{1}{2}z + 3$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$z \leq \frac{1}{2}z + 3$

বা, $2z \leq 2\left(\frac{1}{2}z + 3\right)$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2z \leq z + 6$

বা, $2z - z \leq z + 6 - z$ [উভয়পক্ষ হতে z বিয়োগ করে পাই]

বা, $z \leq 6$

নির্ণেয় সমাধান : $z \leq 6$

এবং সমাধান সেট, $S = \{z \in R : z \leq 6\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :

৫. $8 \geq 2 - 2x$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$8 \geq 2 - 2x$

বা, $8 - 2 \geq 2 - 2x - 2$ [উভয়পক্ষ হতে 2 বিয়োগ করে]

বা, $6 \geq -2x$

বা, $2x \geq -6$ [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x \geq \frac{-6}{2}$

বা, $x \geq -3$

নির্ণেয় সমাধান : $x \geq -3$

এবং সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x \geq -3\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :

৬. $x \leq \frac{x}{3} + 4$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$x \leq \frac{x}{3} + 4$

বা, $3x \leq 3\left(\frac{x}{3} + 4\right)$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $3x \leq x + 12$

বা, $3x - x \leq x + 12 - x$ [উভয়পক্ষ হতে x বিয়োগ করে]

বা, $2x \leq 12$

বা, $\frac{2x}{2} \leq \frac{12}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

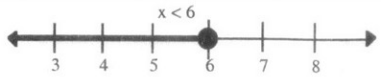
বা, $x \leq 6$

নির্ণেয় সমাধান : $x \leq 6$

এবং সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x \leq 6\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩



৭. $5(3-2t) \le 3(4-3t)$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$5(3-2t) \le 3(4-3t)$

বা, $15-10t \le 12-9t$

বা, $15-10t+9t \le 12-9t+9t$ [উভয়পক্ষে 9t যোগ করে]

বা, $15-t \le 12$

বা, $-t \le 12-15$ [উভয়পক্ষ হতে 15 বিয়োগ করে]

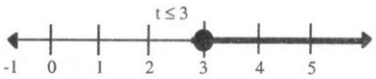
বা, $-t \le -3$

বা, $t \ge 3$ [উভয়পক্ষকে (-1) দ্বারা গুণ করে]

নির্ণেয় সমাধান : $t \ge 3$

এবং সমাধান সেট, $S = \{t \in R : t \ge 3\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



৮. $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}>\frac{47}{60}$

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}>\frac{47}{60}$

বা, $\frac{20x+15x+12x}{60}>\frac{47}{60}$

বা, $\frac{47x}{60}>\frac{47}{60}$

বা, $47x > 47$ [উভয়পক্ষকে 60 দ্বারা গুণ করে]

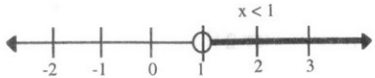
বা, $\frac{47x}{47}>\frac{47}{47}$ [উভয়পক্ষকে 47 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x > 1$

নির্ণেয় সমাধান : $x > 1$

এবং সমাধান সেট, $S = \{x \in R : x > 1\}$

সংখ্যারেখায় সমাধান সেট :



কাজ : 140 টাকা কেজি দরে ডেভিড x কেজি আপেল কিনলেন। তিনি বিক্রেতাকে 1000 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 50 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন। সমস্যাটিকে অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর এবং x এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

সমাধান : 1

40 টাকা দরে x কেজি আপেলের মূল্য 140x টাকা

x খানা 50 টাকার নোটের মূল্যমান 50x টাকা

প্রশ্নমতে,

$140x + 50x < 1000$

বা, $190x < 1000$

বা, $\frac{190x}{190}<\frac{1000}{190}$ [উভয়পক্ষে 190 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x < 5.26$

বা, $x < 6$

নির্ণেয় অসমতা, $x < 6$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x < 6$.

১. এক বালক ঘণ্টায় x কি.মি. বেগে 3 ঘণ্টা হাঁটল এবং ঘণ্টায় (x + 2) কি.মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টা দৌড়াল এবং তার অতিক্রান্ত পথ 29 কি.মি. এর কম।

সমাধান :

বালকটি ঘণ্টায় x কি.মি. বেগে 3 ঘণ্টায় 3x কি.মি. এবং (x + 2) কি.মি. বেগে $\frac{1}{2}$ ঘণ্টায় $\frac{1}{2}(x+2)$ কি.মি. পথ অতিক্রম করল।

প্রশ্নমতে,

$3x+\frac{1}{2}(x+2) < 29$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $2.3x + 2.\frac{1}{2}(x + 2) < 2.29$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $6x + x + 2 < 58$

বা, $7x + 2 < 58$

বা, $7x + 2 - 2 < 58 - 2$ [উভয়পক্ষ থেকে 2 বিয়োগ করে]

বা, $7x < 56$

বা, $\frac{7x}{7} < \frac{56}{7}$ [উভয়পক্ষকে 7 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x < 8$

নির্ণেয় অসমতা, $3x + \frac{1}{2}(x + 2) < 29$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x < 8$.

২. একটি বোর্ডিং-এ রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে এবং চাল ও ডাল মিলে 40 কেজির বেশি লাগে না।

সমাধান :

রোজ 4x কেজি চাল এবং (x – 3) কেজি ডাল লাগে।

প্রশ্নমতে,

$4x + x - 3 \le 40$

বা, $5x - 3 \le 40$

বা, $5x - 3 + 3 \le 40 + 3$ [উভয়পক্ষে 3 যোগ করে]

বা, $5x \le 43$

বা, $\frac{5x}{5} \le \frac{43}{5}$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \le \frac{43}{5}$

যেহেতু ডালের পরিমাণ ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং $3 \le x \le \frac{43}{5}$

নির্ণেয় অসমতা, $4x + x - 3 \le 40$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $3 \le x \le \frac{43}{5}$

৩. 70 টাকা কেজি দরে সোহরাব সাহেব x কেজি আম কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একখানা নোট দিলেন। বিক্রেতা 20 টাকার x খানা নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন।

সমাধান :

70 টাকা দরে x কেজি আমের মূল্য 70x টাকা

x খানা 20 টাকা নোটের মূল্যমান 20x টাকা

প্রশ্নমতে,

$70x + 20x < 500$

বা, $90x < 500$

বা, $\frac{90x}{90} < \frac{500}{90}$ [উভয়পক্ষকে 90 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x < 5.55$

বা, $x < 6$

নির্ণেয় অসমতা, $70x + 20x < 500$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x < 6$

৪. একটি গাড়ি 4 ঘণ্টায় যায় x কি.মি. এবং 5 ঘণ্টায় যায় (x + 120) কি.মি.। গাড়িটির গড় গতিবেগ ঘণ্টায় 100 কি.মি. এর বেশি নয়।

সমাধান :

গাড়িটি 4 ঘণ্টায় x কি.মি. যায়

এবং 5 ঘণ্টায় (x + 120) কি.মি. যায়।

প্রশ্নমতে,

$\frac{x + x + 120}{4 + 5} \le 100$

বা, $\frac{2x + 120}{9} \le 100$

বা, $2x + 120 \le 900$ [উভয়পক্ষকে 9 দ্বারা গুণ করে]

বা, $2x + 120 - 120 \le 900 - 120$

বা, $2x \le 780$

বা, $2x,2) \le \frac{780}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \le 390$

নির্ণেয় অসমতা, $\frac{x + x + 120}{9} \le 100$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $0 < x \le 390$

৫. এক টুকরো কাগজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গ সে.মি.। তা থেকে x সেমি দীর্ঘ এবং 5 সে.মি. প্রস্থবিশিষ্ট আয়তাকার কাগজ কেটে নেওয়া হলো।

সমাধান :

এক টুকরা কাগজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গ সে.মি.। আয়তাকার কেটে নেওয়া কাগজের দৈর্ঘ্য x সে.মি. এবং প্রস্থ 5 সে.মি.।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রশ্নমতে,

$x \times 5 < 40$

বা, $\frac{x \times 5}{5} < \frac{40}{5}$ [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x < 8$

যেহেতু দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে ছোট হতে পারে না।

সুতরাং $5 < x < 8$

নির্ণেয় অসমতা, $5x < 40$

এবং x এর সম্ভাব্য মান, $5 < x < 8$.

৬. পুত্রের বয়স মায়ের বয়সের এক-তৃতীয়াংশ। পিতা মায়ের চেয়ে ৬ বছরের বড়। তিনজনের বয়সের সমষ্টি অনূর্ধ্ব 90 বছর। পিতার বয়স অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান :

মনে করি,

পিতার বয়স = x বছর।

$\therefore$ মাতার বয়স = $(x - 6)$ বছর।

এবং পুত্রের বয়স = $\frac{x-6}{3}$ বছর।

প্রশ্নমতে,

$x + x - 6 + \frac{x-6}{3} \leq$

বা, $2x - 6 + \frac{x-6}{3} \leq 90$

বা, $6x - 18 + x - 6 \leq 270$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7x - 24 \leq 270$

বা, $7x - 24 + 24 \leq 270 + 24$ [উভয়পক্ষের সাথে 24 যোগ করে]

বা, $7x \leq 294$

বা, $\frac{7x}{7} \leq \frac{294}{7}$ [উভয়পক্ষকে 7 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x \leq 42$

$\therefore$ পিতার বয়স ≤ 42 বছর।

রৈখিক সমীকরণ পদ্ধতি

System of Linear Equations

Linear equation (রৈখিক সমীকরণ) :

Any straight line in the xy-plane can be represeted by [xy তলে যেকোনো সরলরেখাকে এভাবে বর্ণিত করতে পারা যায়]

$a_1x + a_2y = b$

where a_1, a_2 (not both zero) and b are real constants. An equation of this form is called a linear equation. More generaly, a linear equation in the n variables (or unknowns) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ can be expressed as [যেখানে a_1, a_2 (দুটিই একসাথে শূন্য নয়) এবং b হচ্ছে প্রকৃত (বাস্তব) ধ্রুবক। এরূপ আকার সমীকরণকে একটি রৈখিক সমীকরণ বলা হয়। অধিক সাধারণভাবে, n চলক (বা অজানা রাশি) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ এর একটি রৈখিক সমীকরণকে এভাবে বর্ণনা করতে পারা যায়]

$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$

where $a_1, a_2 \ldots, a_n$ and b are real constants. [যেখানে $a_1, a_2, \ldots, a_n$ এবং b হচ্ছে প্রকৃত ধ্রুবক।]

System of linear equations (রৈখিক সমীকরণ পদ্ধতি) :

A finite set of m linear equations in n unknowns (or variables) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ [n অজানা রাশি (বা চলক) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ এর m সংখ্যক রৈখিক সমীকরণের একটি সসীম সেট]

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m$$

where a's and b's denote constants, is called a system of linear equations or a linear system. [যেখানে a সমূহ এবং b সমূহ ধ্রুবক, কে একটি রৈখিক সমীকরণ পদ্ধতি বলা হয়]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

Solutions of a linear system (রৈখিক পদ্ধতির সমাধান) :

Let a linear system be [ধরি একটি রৈখিক পদ্ধতি]

$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + ... + a_{1n} x_n = b_1$
$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + ... + a_{2n} x_n = b_2$
$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$
$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + ... + a_{mn} x_n = b_m$

A sequence of numbers $s_1, s_2, ..., s_n$ is called **particular solution** of the system if $x_1 = x_1, x_2 = x_2, ..., x_n = s_n$ is a solution of every equation in the system. The set of all such solutions of the equation is called its **solution set** or the **general solution** of the system. [সংখ্যা $s_1. x_2, ..., s_n$ এর একটি সিকোয়েন্স, রৈখিক পদ্ধতিটির একটি বিশেষ সমাধান হবে, যদি $x_1 = s_1, x_2 = x_2, ... x_n = s_n$ পদ্ধতির প্রত্যেক সমীকরণের একটি সমাধান হয়। সমীকরণের এরূপ সকল সমাধানের সেটকে পদ্ধতিটির সমাধান সেট বা সাধারণ সমাধান বলা হয়।]

Degenerate/ Non-degenerate linear equations (ডিজেনারেট/ নন–ডিজেনারেট রৈখিক সমীকরণ) :

A linear equation in n unknowns [অজানা n বিশিষ্ট একটি রৈখিক সমীকরণ]

$a_1 x_2 + a_2 x_2 + ... + a_n x_n = b$

with at least one of the a_1 is not zeor, is called a non-degenerate equation. When all of the a_1 are zero, i.e. [যেখানে a_1 সমূহের অন্তঃত একটি অশূন্য হলে উহাকে নন–ডিজেনারেট সমীকরণ বলা হবে। যখন a_1 সমূহের সবই শূন্য, অর্থাৎ]

$0x_1 + 0x_2 + ... + 0x^n = b$

the equation is called a degenerate linear equation. Its solution depends on b and [সমীকরণকে রৈখিক সমীকরণ বলা হবে। ইহার সমাধান b–এর উপর নির্ভর করে, এবং]

(i) if $b \neq 0$, the equation has no solution [যদি $b \neq 0$ হয়, তবে সমীকরণের কোনো সমাধান থাকে না]

(ii) If $b = 0$, then every vector $\mathbf{u} = (k_1, k_2, ..., k_n)$ in R^n is a solution. [যদি $b = 0$ হয়, তবে R^n এর প্রত্যেক ভেক্টর $\mathbf{u} = (k_1, k_2, ..., k_n)$ একটি সমাধান হবে।]

Non-homogeneous linear systems (অসমমাত্রিক রৈখিক পদ্ধতি) :

A system of m linear equations in n unknowns $x_1, x_2, ..., x_n$ is [n সংখ্যক অজানা $x_1, x_2, ..., x_n$ বিশিষ্ট m রৈখিক সমীকরণের একটি পদ্ধতি হচ্ছে]

$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + ... + a_{1n} x_n = b_1$
$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + ... + a_{2n} x_n = b_2$
$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$
$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + ... + a_{mn} x_n = b_m$

where a's and b's are constants. The system is said to be non-homogeneous. If at least one of the b's is not zero. When the system is consistent, then

(i) for $m = n$, the system has a unique solution.

(ii) for $m < n$, the system has infinite solutions.

(iii) for $m > n$, and if the system is consistent, then there exists a unique solution.

[যেখানে সকল a এবং b ধ্রুবক। পদ্ধতিটি অসমমাত্রিক হবে, যখন অন্তঃত একটি b অশূন্য হয়। আবার পদ্ধতিটি সামঞ্জস্য হলে

(i) $m = n$ এর জন্য পদ্ধতির একটি অদ্বিতীয় সমাধান থাকবে।

(ii) $m < n$ এর জন্য পদ্ধতির অসীম সংখ্যক সমাধান থাকবে।

(iii) $m > n$ এর জন্য, যদি পদ্ধতিটি সামঞ্জস্য হয়, তবে যেখানে একটি অদ্বিতীয় সমাধান থাকবে।]

Homogeneous linear equations (সমমাত্রিক রৈখিক সমীকরণ) :

A system of linear equations is said to be homogeneous if the constant terms are all zero, that is the system has he form [কোনো রৈখিক সমীকরণ পদ্ধতিকে সমমাত্রিক বলা হবে, যদি উহার সব ধ্রুবক পদ শূন্য হয়, অর্থাৎ পদ্ধতিটির আকার হবে]

$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + ... + a_{1n} x_n = 0$
$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + ... + a_{2n} x_n = 0$
$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$

Every homogeneous system of linear equations is consistent, since all such systems have $x_1 = 0, x_2 = 0, ..., x_n = 0$ as a solution. This solution is called the **trivial solution,** if there are other solutions, they are called **nontrivial solutions.** So for a homogeneous system, there are two possibilities :

(i) the system has only the trivial solution.

(ii) the system has infinitely many solutions in addition to the trivial solution.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

Example–1 :

To understand the above method, we take the following example (উপরের নিয়ম বুঝতে আমরা নিম্নের উদাহরণটি নেই।]

System : Augmented metrix

$$\begin{matrix} x + y + 2z = 9 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

Adding – 2 times the first equation/ row to the second [প্রথম সমীকরণ/ সারি এর – 2 গুণ দ্বিতীয়টির সঙ্গে যোগ করে]

$$\begin{matrix} x + y + 2z = 9 \\ 2y - 7z = -17 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

Adding – 3 times the first equation/ row to the third [প্রথম সমীকরণ / সারি এর – 3 গুণ তৃতীয়টির সঙ্গে যোগ করে]

$$\begin{matrix} x + y + 2z = 9 \\ 2y - 7z = -17 \\ 3y - 11z = -27 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{pmatrix}$$

we note that, we can avoid the first operation and carry out the two operations simultaneously. Multiplying the second equation / row by $\frac{1}{2}$ [আমরা উল্লেখ করি যে, আমরা প্রথম সংঘটনকে বাদ দিয়ে দুটো সংঘটনকে একই সঙ্গে করতে পারি। দ্বিতীয় সমীকরণ / সারিকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করি।]

$$\begin{matrix} x + y + 2z = 9 \\ y - \frac{7}{2}z = -\frac{17}{2} \\ 3y - 11z = -27 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -7/2 & -17/2 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{pmatrix}$$

Adding – 3 times the second equation / row to the third [দ্বিতীয় সমীকরণ / সারি এর – 3 গুণ তৃতীয়টির সাথে যোগ করে]

$$\begin{matrix} x + y + 2z = 9 \\ y - \frac{7}{2}z = -\frac{17}{2} \\ -\frac{1}{2}z = -\frac{3}{2} \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -7/2 & -17/2 \\ 0 & 0 & -1/2 & -3/2 \end{pmatrix}$$

Multiplying the third equation / row by – 2 [তৃতীয় সমীকরণ / সারিকে – 2 দ্বারা গুণ করে]

$$\begin{matrix} x + y + 2z = 9 \\ y - \frac{7}{2}z = -\frac{17}{2} \\ z = 3 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -7/2 & -17/2 \\ 0 & 0 & -7/2 & 3 \end{pmatrix}$$

Adding-1 times the second equation / row to the first [দ্বিতীয় সমীকরণ/ সারি এর – 1 গুণ প্রথমটির সঙ্গে যোগ করে]

$$\begin{matrix} x + \frac{11}{2}z = \frac{35}{2} \\ y - \frac{7}{2}z = -\frac{17}{2} \\ z = 3 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 11/2 & 35/2 \\ 0 & 1 & -7/2 & -17/2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Adding $-\frac{11}{2}$ times the third equation / row to the first, and $\frac{7}{2}$ times the third equation/ row to the second [তৃতীয় সমীকরণ / সারি এর $-\frac{11}{2}$ গুণ প্রথমটির সাথে, এবং তৃতীয় সমীকরণ / সারি এর $\frac{7}{2}$ গুণ দ্বিতীয়টির সাথে যোগ করে]

$$\begin{matrix} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

The solution x = 1, y = 2, z = 3 of the given system is now evident. [প্রদত্ত পদ্ধতির সমাধান x = 1, y = 2, z = 3 এখন সুস্পষ্ট।]

Example-2 :

An investor deposited Tk. 40,000 in a savings bank, some at a half-yearly rate of 5% and the rest at annual rate of 12%. At the end of a year, he received annual interest of Tk 4500. Find how much he deposited at 5%. [একজন জমাকারী কোন সঞ্চয়ী ব্যাংকে ৪০,০০০ টাকা জমা রাখেন, যেন জমা টাকার কিছু ৫% অর্ধ–বার্ষিকি হারে এবং বাকি ১২% বার্ষিক হারে মুনাফা অর্জিত হবে। বছর মেষে তিনি ৪৫০০ টাকা মুনাফা পেলেন। তিনি কত টাকার ৫% হারে জমা করেন।]

Solution :

Half-yearly 5% means yearly 10%. Let x and y represent the investments at the rates of 10% and 20% yearly. Then we write [অর্ধ–বার্ষিক ৫% এর অর্থ বাষিক ১০% হার। ধরি বার্ষিক ১০% এবং ১২% হারে জমাকৃত টাকা যথাক্রমে x এবং y। তাহলে লিখি]

$$x + y = 40{,}000 \quad \ldots\ldots(i)$$

and $\frac{10}{100}x + \frac{12}{100}y = 4500$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

or $5x + 6y = 2,25,000$.....(ii)

The augmented matrix of the above system is [উপরের পদ্ধতির অগমেন্টেড ম্যাট্রিক্স হচ্ছে]

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 40,000 \\ 5 & 6 & 2,25,000 \end{pmatrix}$$

$$-5l_1 + l_2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 40,000 \\ 0 & 1 & 25,000 \end{pmatrix}$$

Which is in row-echelon form. Again we have[যা সারি-ইকেলন আকার। আবার আমরা পাই]

$$-l_2 + l_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 15,000 \\ 0 & 1 & 25,000 \end{pmatrix}$$

and which is in reduced row-echelon form. The corresponding linear system is [এবং যা হ্রাসকৃত সারি-ইকেলন আকার। অনুসংগ রৈখিক পদ্ধতি হচ্ছেঃ

$1x + 0.y = 15,000$ i.e. $x = 15000$

$Ox + 1.y = 25,000$ and $y = 25,000$

Thus he deposited Tk. 15000 at 5% half- yearly.

(i) $2x + 3y + 5x + t = 3$

$3x + 4y + 4y + 2z + 3t = -2$

$x + 2y + 8z - t = 8$

$7x + 9y + z + 8t = 0$

Solution :

(i) The corresponding augmented matrix is [অনুসংগ অগমেন্টেড ম্যাট্রিক্স হবে]

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 8 & -1 & 8 \\ 7 & 9 & 1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

Interchanging first row with third row[প্রথম সারিকে তৃতীয় সারির সহিত বিনিময় করে]

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & -1 & 8 \\ 3 & 4 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 3 \\ 7 & 9 & 1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} -3l_1 + l_2 \\ -2l_1 + l_3 \\ -7l_1 + l_4 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & -1 & 8 \\ 0 & -2 & -22 & 6 & -26 \\ 0 & -1 & -11 & 3 & -13 \\ 0 & -5 & -55 & 15 & -56 \end{pmatrix}$$

Multiplying l_2 by $-\frac{1}{2}$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 11 & -3 & 13 \\ 0 & -1 & -11 & 3 & -13 \\ 0 & -5 & -55 & 15 & -56 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} l_2 + l_3 \\ 5l_2 + l_4 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 11 & -3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 11 & -3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

and which is row-echelon from, and l_3 shows that [এবং যা সারি-ইকেলন আকার, এবং l_3 দেখায় যে]

$0.x + 0.y + 0.z + 0.t = 9$

that yeilds a contradiction, Hence the system is not consistent, and them has no solution [যা একটি বিরোধ উৎপদান করে। তাহলে পদ্ধতিটি সমঞ্জস্যপূর্ণ নয়, এবং তবে ইহার কোন সমাধান থাকেনা।]

2. Examine the consistency of the following systems of linear equations, and if consistent, then find the solution. [নিম্নবর্ণিত রৈখিক সমীকরণ পদ্ধতির সামঞ্জস্যতা পরীক্ষা কর, এবং যদি সামঞ্জস্যপূর্ণ হয়, তবে সমাধান নির্ণয় কর।

$2x - 3y + 5z = 1$

$3x + y - z = 2$

$x + 4y - 6z = 1$

সমাধান :

The corresponding augmented matrix is [অনুসঙ্গ অগমেন্টেড ম্যাট্রিক্স হবে]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

Interchanging ℓ_1 with ℓ_3

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & -6 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} -3\ell_1 + \ell_2 \\ -2\ell_1 + \ell_3 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & -6 & 1 \\ 0 & -11 & 17 & -1 \\ 0 & -11 & 17 & -1 \end{pmatrix}$$

Multiplying ℓ_2 by $-\frac{1}{11}$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & -6 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{17}{11} & \frac{1}{11} \\ 1 & -11 & 17 & -1 \end{pmatrix}$$

$$11\ell_2 + \ell_3 \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & -6 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{17}{11} & \frac{1}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

and which is the row-echelon form. To reduce it to reduced row-echelon form we proceed as follows. [এবং যা সারি-ইকেলন আকার। একে হ্রাসকৃত সারি-ইকেলন আকারে পরিণত করতে নিম্নভাবে অগ্রসর হই]

$$-4\ell_2 + \ell_1 \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{11} & \frac{7}{11} \\ 0 & 1 & -\frac{17}{11} & \frac{1}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

and which is reduced row-echelon form. The corresponding linear system is [এবং যা হ্রাসকৃত সারি-ইকেলন আকার। অনুসঙ্গী রৈখিক পদ্ধতি হবে]

$$1.x + 0.y + \frac{2}{11}z = \frac{7}{11}$$

$$0.x + 1.y - \frac{17}{11}z = \frac{1}{11}$$

Solving for the leading variables (অগ্রবর্তী চলকের জন্য সমাধান করে)

$$x = \frac{7 - 2z}{11}$$

$$y = \frac{1 + 17z}{11}$$

We assign $z = s$ for the free variables. The general solution is [আমরা মুক্ত চলকের জন্য $z = s$ বসাই। সাধারণ সমাধান হবে]

$$x = \frac{7 - 2s}{11}, \; y = \frac{1 + 17s}{11}, \; z = s$$

So the system is consistent, and the system will have infinitely many solutions. [তাহলে পদ্ধতিটি সামঞ্জস্যপূর্ণ এবং উহার অসীম সংখ্যক সমাধান থাকে।]

3. When a system of non-homogeneous linear equations is said to be consistent. Ascertain whether the following system is consistent, if it is, find the solution. [অসমমাত্রিক রৈখিক সমীকরণ পদ্ধতিকে কখন সঙ্গত বলা হয়? নিম্নের পদ্ধতিটি সঙ্গত কিনা স্থির কর, এবং যদি সঙ্গত হয়, তবে সমাধান নির্ণয় কর।]

$$x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1$$
$$2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2$$
$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3$$

সমাধান :

A system of nonhomogeneous linear equations is said to be consistent, if it has a solution. The corresponding augmented matrix is [অসমমাত্রিক রৈখিক সমীকরণের একটি পদ্ধতিকে সামঞ্জস্যপূর্ণ বলা হবে, যদি উহার একটি সমাধান থাকে অনুষঙ্গ অগমেন্টেড ম্যাট্রিক্স হবে]

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -4 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} -2\ell_1 + \ell_2 \\ -3\ell_1 + \ell_3 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

Multiplying ℓ_3 by -1, and then we interchange it with ℓ_2.

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 6 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3\ell_2 + \ell_3 \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 18 & 0 \end{pmatrix}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

and which is in row-echelon form. Now the corresponding system is [যা সারি–ইকেলন আকারে পরিণত হয়েছে। এখন অনুসঙ্গ পদ্ধতি হচ্ছে]

$x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1$
$x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 0$
$x_4 = 0$

Using third equation, the system becomes [তৃতীয় সমীকরণ ব্যবহার করে পদ্ধতিটি দাঁড়ায়]

$x_1 + x_2 - 2x_3 = 1$
$x_2 - 2x_3 = 0$
$x_4 = 0$

Solving for leading variables (অগ্রবর্তী চলকের জন্য সমাধান করে)

$x_1 = 1 - x_2 + 2x_3$
$x_2 = 2x_3$
$x_4 = 0$

Also, by using second equation, we write (আরও, আমরা দ্বিতীয় সমীকরণ ব্যবহার করে, লিখি)

$x_1 = 1$
$x_2 = 2x_3$
$x_4 = 0$

We assign s for the free variable x_3, and then the general solution is (আমরা মুক্ত চলক x_3 এর জন্য s ধরি, এবং তাহলে সাধারণ সমাধান হবে)

$x_1 = 1, x_2 = 2s, x_3 = s, x_4 = 0.$

সূচক ও লগারিদম

Exponents and Logarithms

সূচক

ধনাত্মক পূর্ণ সাংখ্যিক সূচক :

a যেকোন সংখ্যা (বা বীজগাণিতিক রাশি) হলে $a \times a$, $a \times a \times a$, $a \times a \times a \times a$, ... ইত্যাদি ক্রমিক গুণফলগুলোকে যথাক্রমে a^2, a^3, a^4, ... প্রতীক দ্বারা সূচিত করা হয়। সাধারণভাবে, n একের বড় কোন নির্দিষ্ট পূর্ণ সংখ্যা হলে, a^n দ্বারা n-সংখ্যক উৎপাদকের ক্রমিক গুণফল বোঝায়, যাদের প্রত্যেকে = a; অর্থাৎ a^n হচ্ছে n সংখ্যক a-এর গুণফল ঃ $a^n = a \times a \times$ ..... $\times a$. (n সংখ্যক a).

a^n-কে a-এর n-তম ঘাত বা শক্তি (n-th power) বলা হয়। তবে, বিশেষভাবে a^2-কে a-এর বর্গ (a-squared) এবং a^3 কে a-এর ঘন (a-cubed) বলাই প্রচলিত রীতি।

a^n-এ n-কে a-এর সূচক (exponent বা index) এবং a-কে ভিত্তি (base) বলা হয়।

লক্ষণীয় যে, a^2, a^3 ..... ইত্যাদির অর্থ a-কে নিজের সঙ্গে দুই বার, তিন বার, ... গুণ করা নয়, কেননা a^2, a^3 গঠনের গুণের সংখ্যা প্রকৃতপক্ষে যথাক্রমে এক, দুই, ... ইত্যাদি।

মন্তব্য ১। $m = n$ হলে বলাবাহুল্য $a^m = a^n$ হবে। বিপরীতক্রমে, a এক ব্যতীত যেকোন ধনাত্মক সংখ্যা হলে $a^m = a^n$ হতে $m = n$ সিদ্ধান্ত করা যায়।

মন্তব্য ২। $a = b$ হলে বলাবাহুল্য $a^n = b^n$ হবে। বিপরীতক্রমে a ও b উভয়ে ধনাত্মক সংখ্যা হলে $a^n = b^n$ হতে $a = b$ সিদ্ধান্ত করা যায়।

মন্তব্য ৩। a^n-সংজ্ঞায় $n > 1$ ধরা হয়েছে। নিচে আলোচ্য সূচক নিয়মাবলি সকল ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার জন্য অর্থ করার লক্ষ্যে,

$a^1 = a$

ধরা হয়। অর্থাৎ $n = 1$ হলে a^n সংজ্ঞানুসারে = a.

সূচক নিয়মাবলি :

(১) **একই ভিত্তির শক্তি গুণ**

a যেকোন সংখ্যা এবং m, n যেকোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

(২) **একই ভিত্তির শক্তির ভাগ**

a শূন্য ব্যতীত যেকোন সংখ্যা, m ও n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $m > n$ হলে,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$a^m \div a^n = a^{m-n}$

(৩) **শক্তির শক্তি**

a যেকোন সংখ্যা এবং m ও n যেকোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, $(a^m)^n = a^{mn}$.

(৪) **বিভিন্ন ভিত্তির একই শক্তির গুণ (বা দুইটি সংখ্যার গুণফলের শক্তি)**

a, b যেকোন সংখ্যা এবং n যেকোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, $(ab)^n = a^n b^n$.

(৫) **বিভিন্ন ভিত্তির একই শক্তির ভাগ (বা দুইটি সংখ্যার গুণফলের শক্তি)**

a যেকোন সংখ্যা, b শূন্য ব্যতীত যেকোন সংখ্যা এবং n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

ঋণাত্মক পূর্ণ সাংখ্যিক সূচক

ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ধরে a^n-এর সংজ্ঞা দেওয়া আছে। সূচক নিয়মাবলির প্রয়োগ ক্ষেত্র ঋণাত্মক সূচকের জন্য সম্প্রসারিত করা বাঞ্ছনীয়। অর্থাৎ m ও n যেকোন পূর্ণসংখ্যা (ধনাত্মক, ঋণাত্মক বা শূন্য $m > n$, $m < n$ বা, $m = n$) হলেও যাতে পূর্বের অনুচ্ছেদের সূচক নিয়মাবলি বলবৎ থাকে, এমনভাবে ঘাতের সংজ্ঞার সম্প্রসারণ করা আমাদের লক্ষ্য। একজন a° এবং a^{-n} এর সংজ্ঞা দেওয়া প্রয়োজন (n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা)।

(১) **a^0 এর সংজ্ঞা ($a \neq 0$)**

আমরা জানি, $a^m \div a^m = 1$ (m ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা)। যদি সূচক বিধি $a^m \div a^n = a^{m-n}$ সূচকদ্বয়ের যেকোন পূর্ণ সাংখ্যিক মানের জন্যে বলবৎ থাকবে বলে ধরে নেওয়া হয়, তবে— $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ হবে। কিন্তু $a^m \div a^m = 1$.
অতএব $a^0 = 1$ হতে হবে।

সুতরাং আমরা সংজ্ঞা দিই যে, a শূন্য ব্যতীত যেকোন সংখ্যা হলে $a^0 = 1$.

কথায় ঃ শূন্য ছাড়া অন্য যেকোন সংখ্যার শূন্যতম ঘাত = 1.

(২) **a^{-n} এর সংজ্ঞা ($a \neq 0$, n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা)**

যদি $a^m \div a^n = a^{m-n}$ সূত্রটি m, n যেকোন পূর্ণসংখ্যা হলে বলবৎ থাকে বলে ধরে নেওয়া হয়, তবে $a^0 \div a^n = a^{0-n} = a^{-n}$ হবে। কিন্তু $a^0 \div a^n = 1 \div a^n = \frac{1}{a^n}$ অতএব, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ হতে হবে।

সুতরাং আমরা সংজ্ঞা দিই যে, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, ($a \neq 0$, n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা)।

যেমন, $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$, $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ ইত্যাদি।

সূত্র :

1. $a^m . a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$
3. $(ab)^m = a^m b^m$
4. $\left(\frac{a^m}{a^n}\right) = a^{m-n}$

5. $a^0 = 1$
6. $a^n = a^y$ হলে $n = y$
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
8. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
9. $a^p . a^q$ ..... $a^n = a^{p+q+.....+n}$
10. $\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

1. $\dfrac{\left(p+\frac{1}{q}\right)^m\left(p-\frac{1}{q}\right)^m}{\left(q+\frac{1}{p}\right)^m\left(q-\frac{1}{p}\right)^m}$ [২২তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

$$\frac{\left(p+\frac{1}{q}\right)^m\left(p-\frac{1}{q}\right)^m}{\left(q+\frac{1}{p}\right)^m\left(q-\frac{1}{p}\right)^m} = \frac{\left(\frac{pq+1}{q}\right)^m\left(\frac{qp-1}{q}\right)^m}{\left(\frac{pq+1}{p}\right)^m\left(\frac{qp-1}{p}\right)^m}$$

$$= \left(\frac{pq+1}{q} \times \frac{p}{pq+1}\right)^m \times \left(\frac{pq-1}{q} \times \frac{p}{pq-1}\right)^m$$

$$= \left(\frac{p}{q}\right)^m \times \left(\frac{p}{q}\right)^m$$

$$\left(\frac{p}{q}\right)^{m+m}$$

Ans. : $\left(\frac{p}{q}\right)^{2m}$

2. $a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}$ [২০তম ও ১১তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

$$a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}$$

$$= a - \left\{\frac{1}{a} + \left(\frac{1}{b} - a\right)^{-1}\right\}^{-1} \quad \left[\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}\right]$$

$$= a - \left\{\frac{1}{a} + \left(\frac{1-ab}{b}\right)\right\}^{-1} = a - \left\{\frac{1}{a} + \frac{b}{1-ab}\right\}^{-1}$$

$$= a - \left\{\frac{1-ab+ab}{a(1-ab)}\right\}^{-1} = a - \left\{\frac{1}{a(1-ab)}\right\}^{-1}$$

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

$= a - a(1-ab)$

$= a - a + a^2b$

$= a^2b$

Ans.: a^2b

৩. **সরল করুন : $p-[p^{-1}+(t^{-1}-p)^{-1}]^{-1}$ যদি $pt \neq 1$** [১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

$$P-[P^{-1}+(t^{-1}-P)^{-1}]^{-1}$$

$$= P-\left[\frac{1}{P}+\left(\frac{1}{t}-P\right)^{-1}\right]^{-1}$$

$$= P-\left[\frac{1}{P}+\left(\frac{1-Pt}{t}\right)^{-1}\right]^{-1}$$

$$= P-\left[\frac{1}{P}+\frac{t}{1-Pt}\right]^{-1}$$

$$= P-\left[\frac{1-Pt+Pt}{P(1-Pt)}\right]^{-1}$$

$$= P-\left[\frac{1}{P(1-Pt)}\right]^{-1}$$

$$= P-\frac{P(1-Pt)}{1} = P-P+P^2t = P^2t$$

Ans. : P^2t

৪. **সরল করুন :** $\frac{3m+1}{(3m)m-1}+\frac{9m+1}{(3m-1)m+1}$ [১৭তম বিসিএস]

সমাধান :

$$\frac{3m+1}{3m(m-1)} \div \frac{9m+1}{(3m-1)m+1}$$

$$= \frac{3m+1}{3m^2-m} \div \frac{(3^2)m+1}{3m^2-1}$$

$$= 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1} = 3^{2m-m^2+1-(2m-m^2+3)}$$

$$= 3^{2m-m^2+1-2m+m^2-3} = 3^{-2}$$

$$= \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Ans. $\frac{1}{9}$

৫. **প্রমাণ করুন যে,** $\left(\frac{xp}{xq}\right)^{p^2+pq+q^2}\left(\frac{xq}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2}\left(\frac{x^r}{xp}\right)^{r^2+rp+p^2} = 1$ [১৭তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

$$= \left(\frac{xp}{xq}\right)^{p^2+pq+q^2}\left(\frac{xq}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2}\left(\frac{x^r}{xp}\right)^{r^2+rp+p^2}$$

$$= \left(x^{p-q}\right)^{p^2+pq+q^2}\left(x^{q-r}\right)^{q^2+qr+r^2}\left(x^{r-p}\right)^{r^2+rp+p^2}$$

$$= x^{p^3-q^3} \cdot x^{q^3-r^3} \cdot x^{r^3-p^3}$$

$$= x^{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}$$

$$= x^0 = 1$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

৬. **নিম্নলিখিত সম্পর্কটি প্রমাণ করুন :** [১৩-তম বিসিএস]

$$\left(\frac{ap}{aq}\right)^{p+q}+\left(\frac{aq}{a^r}\right)^{q+r}+\left(\frac{a^r}{ap}\right)^{r+p} = 1$$

সমাধান :

L.H.S

$$= \left(\frac{ap}{aq}\right)^{p+q} \times \left(\frac{aq}{a^r}\right)^{q+r} \times \left(\frac{a^r}{ap}\right)^{r+p}$$

$$= \left(a^{p-q}\right)^{(p+q)} \times \left(a^{q-r}\right)^{(q+r)} \times \left(a^{r-p}\right)^{(r+p)}$$

$$= a^{p2-q2+q2-r2+r2-p2}$$

$$= a^0$$

$$= 1$$

∴ L.H.S. = R.H.S. **(Proved)**

৭. **সরল করুন :** ১৩তম বিসিএস]

$$\{(x+y)^{-1}-(x-y)^{-1}\} \div 2y(x^2-y^2)^{-1}$$

শুভ নন্দী ০১৯১২ ৬১৩১০৩

সমাধান :

$$\{(x+y)^{-1}-(x-y)^{-1}\} \div 2y\,(x^2-y^2)^{-1}$$

$$=\left(\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}\right)\div 2y.\frac{1}{x^2-y^2}$$

$$=\frac{x-y-x-y}{(x+y)(x-y)}\div\frac{2y}{(x+y)(x-y)}$$

$$=\frac{-2y}{(x+y)(x-y)}\times\frac{(x+y)(x-y)}{2y}=-1$$ **Ans.**

8. $\dfrac{a^2+b^2-a^{-2}-b^{-2}}{a^2b^2-a^{-2}b^{-2}}+\dfrac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$ [১০ম বিসিএস]

সমাধান ঃ

$$\frac{a^2+b^2-a^{-2}-b^{-2}}{a^2b^2-a^{-2}b^{-2}}+\frac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$$

$$=\frac{a^2+b^2-\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}{a^2b^2-\frac{1}{a^2b^2}}+\frac{\left(a-\frac{1}{a}\right)\left(b-\frac{1}{b}\right)}{ab+\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}}$$

$$=\frac{\frac{a^4b^2+a^2b^4-b^2-a^2}{a^2b^2}}{\frac{a^4b^4-1}{a^2b^2}}+\frac{\left(\frac{a^2-1}{a}\right)\left(\frac{b^2-1}{b}\right)}{ab+\frac{1}{ab}}$$

$$=\frac{\frac{a^2(a^2b^2-1)+b^2(a^2b^2-1)}{a^2b^2}}{\frac{(a^2b^2+1)(a^2b^2-1)}{a^2b^2}}+\frac{\frac{(a^2-1)(b^2-1)}{ab}}{\frac{a^2b^2+1}{ab}}$$

$$=\frac{(a^2b^2-1)(a^2+b^2)}{a^2b^2}\times\frac{a^2b^2}{(a^2b^2+1)(a^2b^2-1)}$$

$$+\frac{(a^2-1)(b^2-1)}{ab}\times\frac{ab}{a^2b^2+1}$$

$$=\frac{a^2+b^2}{a^2b^2+1}+\frac{a^2b^2-b^2-a^2+1}{a^2b^2+1}$$

$$=\frac{a^2+b^2+a^2b^2-b^2-a^2+1}{a^2b^2+1}$$

$$=\frac{a^2b^2+1}{a^2b^2+1}=1$$

Ans. 1

গাণিতিক অনুশীলন :

1. যদি $m+n=-2$ হয়, তবে $(-1)^n(-1)^m(-1)^2$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$$(-1)^n(-1)^m(-1)^2$$

$$=(-1)^{n+m+2}$$

$$=(-1)^{-2+2}$$

$$=(-1)^\circ \quad [\because m+n=-2]$$

$$=1$$

Ans. : 1

2. $\left\{\dfrac{x(a-b)^2}{x^{-3ab}}\right\}^{(a-b)}\left\{\dfrac{x(b-c)^2}{x^{-3bc}}\right\}^{(b-c)}\left\{\dfrac{x(c-a)^2}{x^{-3ca}}\right\}^{(c-a)}=$ কত?

সমাধান :

$$\left\{\frac{x(a-b)^2}{x^{-3ab}}\right\}^{(a-b)}\left\{\frac{x(b-c)^2}{x^{-3bc}}\right\}^{(b-c)}\left\{\frac{x(c-a)^2}{x^{-3ca}}\right\}^{(c-a)}$$

$$=(x^{a^2-2ab+b^2+3ab})^{(a-b)}(x^{b^2-2bc+c^2+3bc})^{(b-c)}(x^{c^2-ca+a^2+3ca})^{(c-a)}$$

$$=(x^{a^2+ab+b^2})^{(a-b)}(x^{b^2+bc+c^2})^{(b-c)}(x^{c^2+ca+a^2})^{(c-a)}$$

$$=x^{a^3-b^3}.x^{b^3-c^3}.x^{c^3-a^3}$$

$$=x^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3}$$

$$=x^0=1$$

Ans. 1

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

3. $\left(\frac{x^l}{x^m}\right)^n \times \left(\frac{x^n}{x^l}\right)^m \times \left(\frac{x^m}{x^n}\right)^l$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{x^l}{x^m}\right)^n \times \left(\frac{x^n}{x^l}\right)^m \times \left(\frac{x^m}{x^n}\right)^l = (x^{l-m})^n \times (x^{n-l})^m \times (x^{m-n})^l$$

$$= x^{ln-mn} \times x^{nm-lm} \times x^{ml-nl}$$

$$= x^{ln-mn+nm-lm+ml-nl}$$

$$= x^\circ = 1.$$

Ans. 1

4. $\frac{1}{1+x^{n-m}+x^{p-m}} + \frac{1}{1+x^{m-n}+x^{p-n}} + \frac{1}{1+x^{m-p}+x^{n-p}}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

১ম অংশ

$$= \frac{1}{1+x^{n-m}+x^{p-m}}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{x^n}{x^m}+\frac{x^p}{x^m}}$$

$$= \frac{1}{\frac{x^m+x^n+x^p}{x^m}} = \frac{x^m}{x^m+x^n+x^p}$$

২য় অংশ

$$= \frac{1}{1+x^{m-n}+x^{p-n}}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{x^m}{x^n}+\frac{x^p}{x^n}}$$

$$= \frac{1}{\frac{x^n+x^m+x^p}{x^n}}$$

$$= \frac{x^n}{x^n+x^m+x^p}$$

৩য় অংশ $= \frac{1}{1+x^{m-p}+x^{n-p}}$

$$= \frac{1}{1+\frac{x^m}{x^p}+\frac{x^n}{x^p}}$$

$$= \frac{1}{\frac{x^p+x^m+x^n}{x^p}} = \frac{x^p}{x^p+x^m+x^n}$$

প্রদত্ত রাশিমালা দাঁড়ায়,

$$= \frac{x^m}{x^m+x^n+x^p} + \frac{x^n}{x^n+x^m+x^p} + \frac{x^p}{x^p+x^m+x^n}$$

$$= \frac{x^m+x^n+x^p}{x^m+x^n+x^p} = 1$$

Ans. = 1

5. $\frac{2^{n+1}.3^{2n-m}.5^m + n.6^m}{6^n.10^{m+2}.15^n}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$$\frac{2^{n+1}.3^{2n-m}.5^m + n.6^m}{6^n.10^{m+2}.15^n}$$

$$= \frac{2^{n+1}.3^{2n-m}.5^{m+n}.2^m.3^m}{2^n.3^n.2^{m+2}.5^{m+2}.3^n.5^n}$$

$$= 2^{n+1+m-n-2-m}.3^{2n-m+m-n-n}.5^{m+n-m-2-n}$$

$$= 2^{-1}.3^0.5^{-2}$$

$$= \frac{1}{2}.1.\frac{1}{25}$$

$$= \frac{1}{50}$$

Ans. : $\frac{1}{50}$

6. $\left(x^{l-m}\right)^{l+m} \times \left(x^{m-n}\right)^{m+n} \times \left(x^{n-l}\right)^{n+l}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$$\left(x^{l-m}\right)^{l+m} \times \left(x^{m-n}\right)^{m+n} \times \left(x^{n-l}\right)^{n+l}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৫১৩১০৩

$= (x)^{(l-m)(l+m)} \times (x)^{(m-n)(m+n)} \times (x)^{(n-l)(n+l)}$

$= x^{l^2-m^2} \times x^{m^2-n^2} \times x^{n^2-l^2}$

$= x^{l^2-m^2+m^2-n^2+n^2-l^2}$

$= x^0 = 1$

Ans. : 1

7. $\frac{2^{m+(2m-1)m} \cdot 2^{2m}}{2^{m+1} \cdot 2^{m-1} \cdot (2m)^m}$ **এর মান কত?**

সমাধান ঃ

$$\frac{2^{m+(2m-1)m} \cdot 2^{2m}}{2^{m+1} \cdot 2^{m-1} \cdot (2m)^m} = \frac{2^{m+2m^2-m} \cdot 2^{2m}}{2^{m+1} \cdot 2^{m-1} \cdot 2^{2m^2}}$$

$$= \frac{(2)^{m+2m^2-m+2m}}{(2)^{m+1+m-1+2m^2}}$$

$$= \frac{(2)^{2m^2+2m}}{(2)^{2m+2m^2}} = (2)^{2m^2+2m-2m-2m^2} = 2^0 = 1$$

Ans. : 1

8. $(a+b+c)(a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}) - a^{-1}b^{-1}c^{-1}(b+c)(c+a)(a+b)$ **এর মান কত?**

সমাধান ঃ

$$(a+b+c)(a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}) - a^{-1}b^{-1}c^{-1}(b+c)(c+a)(a+b)$$

$$= (a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) - \frac{1}{a}\frac{1}{b}\frac{1}{c}(b+c)(c+a)(a+b)$$

$$= (a+b+c)\left(\frac{bc+ca+ab}{abc}\right) - \frac{(b+c)(c+a)(a+b)}{abc}$$

$$= \frac{(a+b+c)(bc+ca+ab)}{abc} - \frac{(b+c)(c+a)(a+b)}{abc}$$

$$= \frac{abc+a^2c+a^2b+b^2c+abc+b^2a+bc^2+c^2a+abc}{abc}$$

$$- \frac{(ac+c^2+ab+bc)(a+b)}{abc}$$

$$= \frac{abc+a^2c+a^2b+abc+b^2c+abc+b^2a+bc^2+c^2a+abc}{abc}$$

$$- \frac{a^2c-ac^2-a^2b-abc-abc-bc^2-ab^2-bc^2}{abc}$$

$$= \frac{abc}{abc} = 1$$ **Ans. 1**

9. $\frac{\left(p^2-\frac{1}{q^2}\right)^p\left(p-\frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q^2-\frac{1}{p^2}\right)^q\left(q+\frac{1}{p}\right)^{p-q}}$ **এর মান কত?**

সমাধান ঃ

$$\frac{\left(p^2-\frac{1}{q^2}\right)^p\left(p-\frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q^2-\frac{1}{p^2}\right)^q\left(q+\frac{1}{p}\right)^{p-q}}$$

$$= \frac{\left(p+\frac{1}{q}\right)^p\left(p-\frac{1}{q}\right)^p\left(p-\frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q+\frac{1}{p}\right)^q\left(q-\frac{1}{p}\right)^q\left(q+\frac{1}{p}\right)^{p-q}}$$

$$= \frac{\left(\frac{pq+1}{q}\right)^p\left(p-\frac{1}{q}\right)^{p+q-p}}{\left(\frac{pq-1}{p}\right)^q\left(q+\frac{1}{p}\right)^{q+p-q}}$$

$$= \frac{\left(\frac{pq+1}{q}\right)^p\left(\frac{pq-1}{q}\right)^q}{\left(\frac{pq-1}{p}\right)^q\left(\frac{pq+1}{p}\right)^p}$$

$$= \left(\frac{pq+1}{q} \times \frac{p}{pq+1}\right)^p \times \left(\frac{pq-1}{q} \times \frac{p}{pq-1}\right)^q$$

$$= \left(\frac{p}{q}\right)^p \times \left(\frac{p}{q}\right)^q = \left(\frac{p}{q}\right)^{p+q}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

Ans. $\left(\frac{p}{q}\right)^{p+q}$

10. $\left(x\,2^{n-1} + a\,2^{n-1}\right)\left(x\,2^{n-1} - a\,2^{n-1}\right)$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$$\left(x\,2^{n-1} + a\,2^{n-1}\right)\left(x\,2^{n-1} - a\,2^{n-1}\right)$$

$$= \left(x\,2^{n-1}\right)^2 - \left(a\,2^{n-1}\right)^2 \quad \left[\because (a+b)(a-b) = a^2-b^2\right]$$

$$= x^{2n-1+1} - a^{2n-1+1} = x^{2n} - a^{2n}$$

Ans. : $x^{2n} - a^{2n}$

11. প্রমাণ করুন যে, $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q}\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r}\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p} = 1$

সমাধান ঃ

বাম পক্ষ

$$= \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q}\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r}\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$$

$$= x^{(p-q)p+q} \times x^{(q-r)q+r} \times x^{(r-p)r+p}$$

$$= x^{p^2-q^2} \cdot x^{q^2-r^2} \cdot x^{r^2-p^2}$$

$$= x^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2}$$

$$= x^0 = 1$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

12. প্রমাণ করুন যে, $\left(x^{p^2+pq+q^2}\right)^{p-q}\left(x^{q^2+qr+r^2}\right)^{q-r}\left(x^{r^2+rp+p^2}\right)^{r-p} = 1$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

$$= \left(x^{p^2+pq+q^2}\right)^{p-q}\left(x^{q^2+qr+r^2}\right)^{q-r}\left(x^{r^2+rp+p^2}\right)^{r-p}$$

$$= (x)^{(p-q)(p^2+pq+q^2)} \times x^{(q-r)(q^2+qr+r^2)} \times (x)^{(r-p)(r^2+rp+p^2)}$$

$$= x^{p^3-q^3} \cdot x^{q^3-r^3} \cdot x^{r^3-p^3}$$

$$= x^{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}$$

$$= X^0 = 1$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

13. প্রমাণ করুন যে, $\left\{\frac{x^{(p+q)^2}}{x^{pq}}\right\}^{p-q}\left\{\frac{x^{(q+r)^2}}{x^{qr}}\right\}^{q-r}\left\{\frac{x^{(r+p)^2}}{x^{rp}}\right\}^{r-p} = 1$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

$$= \left\{\frac{x^{(p+q)^2}}{x^{pq}}\right\}^{p-q}\left\{\frac{x^{(q+r)^2}}{x^{qr}}\right\}^{q-r}\left\{\frac{x^{(r+p)^2}}{x^{rp}}\right\}^{r-p}$$

$$= \left(x^{(p^2+2pq+q^2-pq)}\right)^{p-q} \times \left(x^{q^2+2qr+r^2-qr}\right)^{q-r} \times \left(x^{r^2+2rp+p^2-rp}\right)^{r-p}$$

$$= x^{(p-q)(p^2+pq+q^2)} \times x^{(q-r)(q^2+qr+r^2)} \times x^{(r-p)(r+rp+p^2)}$$

$$= x^{p^3-q^3} \cdot x^{q^3-r^3} \cdot x^{r^3-p^3}$$

$$= x^{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}$$

$$= x^0 = 1$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

14. $\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l\left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m\left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n = 1$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

শুভ নন্দী ০১৯২১ ৬১৩১০৩

$= \left(\frac{a^m}{a^n}\right)\left(\frac{a^n}{a^l}\right)\left(\frac{a^l}{a^m}\right) = (a^{m-n})^l\,(a^{n-l})^m\,(a^{l-m})^n$

$= a^{lm-ln}\, a^{mn-lm}\, a^{ln-mn}$

$= a^{lm-ln+mn-lm+ln-mn}$

$= a^0 = 1$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

15. $\left(\frac{x^{p+q}}{x^{2r}}\right)\cdot\left(\frac{x^{q+r}}{x^{2p}}\right)\cdot\left(\frac{x^{r+p}}{x^{2q}}\right)$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$\left(\frac{x^{p+q}}{x^{2r}}\right)\cdot\left(\frac{x^{q+r}}{x^{2p}}\right)\cdot\left(\frac{x^{r+p}}{x^{2q}}\right)$

$= (x^{p+q-2r})\,(x^{q+r-2p})\,(x^{r+p-2q})$

$= x^{p+q-2r+q+r-2p+r+p-2q}$

$= x^{2p-2p+2q-2q+2r-2r}$

$= x^0$

$= 1$

Ans. 1

16. $\frac{3.2^n - 4.2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$\frac{3.2^n - 4.2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$

$= \frac{3.2^n - 4(2^n.2^{-2})}{2^n - 2^n.2^{-1}}$

$= \frac{3.2^n - 4(\frac{2^n}{4})}{2^n - \frac{2^n}{2}}$

$= \frac{3.2^n - 2^n}{\frac{2.2^n - 2^n}{2}}$

$= \frac{2.2^n}{\frac{2^n}{2}}$

$= 2.2^n \times \frac{2}{2^n} = 4$

Ans. 1

17. $\frac{2^{x+4} - 4.2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2}$ এর মান কত?

সমাধান ঃ

$\frac{2^{x+4} - 4.2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2}$

$= \frac{2^{x+4} - 2^2.2^{x+1}}{\frac{2^{x+2}}{2}}$

$= \frac{2^{x+4} - 2^{x+1+2}}{2^{x+2}.2^{-1}}$

$= \frac{2^{x+3+1} - 2^{x+3}}{2^{x+2-1}}$

$= \frac{2^{x+3}.2^1 - 2^{x+3}}{2^{x+1}}$

$= \frac{2^{x+3}(2^1 - 1)}{2^{x+1}}$

$= 2^{x+3}.2^{-(x+1)}$

$= 2^{x+3-x-1} = 2^2 = 4$

Ans. 1

18. $\frac{1}{1+x^{n-m}+x^{p-m}} + \frac{1}{1+x^{m-n}+x^{p-n}} + \frac{1}{1+x^{m-p}+x^{n-p}}$ = কত?

সমাধান :

১ম অংশ

$= \frac{1}{1+x^{n-m}+x^{p-m}}$

$= \frac{1}{1+\frac{x^n}{x^m}+\frac{x^p}{x^m}} = \frac{1}{\frac{x^m+x^n+x^p}{x^m}} = \frac{x^m}{x^m+x^n+x^p}$

২য় অংশ

$= \frac{1}{1+x^{m-n}+x^{p-n}}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{1}{1 + \frac{x^m}{x^n} + \frac{x^p}{x^q}} = \frac{1}{\frac{x^n + x^m + x^p}{x^n}} = \frac{x^n}{x^n + x^m + x^p}$$

৩য় অংশ

$$= \frac{1}{1 + x^{m-p} + x^{n-p}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{x^m}{x^p} + \frac{x^n}{x^p}} = \frac{1}{\frac{x^p + x^m + x^n}{x^p}} = \frac{x^p}{x^p + x^m + x^n}$$

∴ প্রদত্ত রাশিমালা

$$= \frac{x^m}{x^m + x^n + x^p} + \frac{x^n}{x^n + x^m + x^p} + \frac{x^p}{x^p + x^m + x^n}$$

$$= \frac{x^m + x^n + x^p}{x^m + x^n + x^p} = 1$$

Ans. 1.

19. দেখান যে, $\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \cdot \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} \cdot \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} = 1$

সমাধান :

বামপক্ষ

$$= (x^{q-r})^{q+r-p} \cdot (x^{r-p})^{r+p-q} \cdot (x^{p-q})^{p+q-r}$$

$$= x^{(q-r)(q+r-p)} \cdot x^{(r-p)(r+p-q)} \cdot x^{(p-p)(p+q-r)}$$

$$= x^{(q-r)(q+r-p) + (r-p)(r+p-q) + (p-p)(p+q-r)}$$

এখন x-এর সূচক

$$= (q-r)\{(q+r)-p\} + (r-p)\{(r+p)-q\} + (p-q)\{(p+q)-r)\}$$

$$= (q^2 - r^2) - p(q-r) + (r^2 - p^2) - q(r-p) + (p^2 - q^2) - r(p-q)$$

$$= q^2 - r^2 + r^2 - p^2 - q^2 + pq + pr - qr + pq - pr + qr$$

$$= 0$$

অতএব, প্রদত্ত রাশি, $= x^0 = 1$.

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

20. $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$ এর মান কত?

$$= x^{\frac{a-b}{ab}} \cdot x^{\frac{b-c}{bc}} \cdot x^{\frac{c-a}{ca}}$$

$$= x^{\frac{a-b}{ab} + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}}$$

$$= x^{\frac{ca-bc+ab-ca+bc-ab}{abc}} = x^{\frac{0}{abc}} = x^0 = 1$$

Ans. 1

21. $(12)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{54}$

সমাধান ঃ $(12)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{54}$

$$= \frac{1}{(4 \times 3)^{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt[3]{2 \times 27}$$

$$= \frac{1}{(2^2 \times 3)^{\frac{1}{2}}} \times (2 \times 3^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 3^{\frac{1}{2}}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 3 = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}}$$ **Ans.**

22. $(a^{-1} + b - 1) - 1$ এর মান কত? **[a > 0, b > 0]**

সমাধান ঃ

প্রদত্ত রাশি $= (a^{-1} + b^{-1}) - 1$

$$= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{b+a}{ab}\right)^{-1}$$

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

$= \frac{1}{\frac{b+a}{ab}} = \frac{ab}{a+b}$

অতএব, নির্ণেয় সরলকৃত মান $= \frac{ab}{a+b}$ **Ans.**

23. $\left(\frac{x}{x^{2r}}\right)^{p+1}\left(\frac{x}{x^{2p}}\right)^{q+r}\left(\frac{x}{x^{2q}}\right)^{r+p}$ **এর মান কত? [x > 0 এবং p, q, r মূলদ সংখ্যা]**

সমাধান ঃ

প্রদত্ত রাশি

$= \left(\frac{x}{x^{2r}}\right)^{p+q}\left(\frac{x}{x^{2p}}\right)^{q+r}\left(\frac{x}{x^{2q}}\right)^{r+p}$

$= (x^{p+q-2r})\ (x^{q+r-2p})\ (x^{r+p-2q})$

$= (x^{p+q-2r+q+r-2p+r+p-2q})$

$= (x^{2p+2q+2r-2p-2q-2r})$

$= x^{0}$

$= 1$

অতএব, নির্ণেয় সরলকৃত রাশি $= 1$ **Ans.**

লগারিদম

সূত্র :

1. $\text{Log}_a(MN) = \log_a M + \log_a N$
2. $\log_a\frac{M}{N} = \text{Log}_a M - \log_a N$
3. $\log_a M^n = n\,\text{Log}_a M$
4. $\log_a M = \log_b M \log_a b$
5. $\log_a 1 = 0$
6. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
7. $\log_a a = 1$
8. $\log_{\sqrt[n]{a}} m = \frac{1}{n}\log_a m$
9. $\log_a N = x$ হলে, $a^x = N$

10. $\log_a b \times \log_b a = 1$
11. $\log_a(a^x) = x$
12. $\log_a(M_1M_2M_3 \ldots M_n) = \log_a M_1 + \log_a M_2 + \ldots + \log_a M_n$

গাণিতক অনুশীলন :

1. log 21 = l0g 7 + log 3

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

$= \log 21$

$= \log(7 \times 3)$

$= \log 7 + \log 3$

= ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

2. $31\log\frac{36}{25} + \log\left(\frac{2}{9}\right)^3 - 21\log\frac{16}{125}$

সমাধান ঃ

$31\log\frac{36}{25} + \log\left(\frac{2}{9}\right)^3 - 21\log\frac{16}{125}$

$= \log\left(\frac{36}{25}\right)^3 + \log\left(\frac{2}{9}\right)^3 - \log\left(\frac{16}{125}\right)^2$

$= \log\left\{\left(\frac{36}{25}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3^2}\right)^3 \div \left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2\right\}$

$= \log\left\{\left(\frac{2^2.3^2}{5^2}\right)^3 \times \frac{2^3}{3^6} \div \left(\frac{2^8}{5^6}\right)\right\}$

$= \log\left(\frac{2^6.3^6.2^3.5^6}{5^6.3^6.2^8}\right) = \log\left(\frac{2^9}{2^8}\right)$

$= \log(2^{9-8}) = \log 2^1 = \log 2$. **Ans.**

Ans. : log 2

3. log 360 = 3 log 2 + 2 log 3 + log 5

সমাধান ঃ

ডানপক্ষ

$= 3\log 2 + 2\log 3 + \log 5$

$= \log 2^3 + \log 3^2 + \log 5$

$= \log 8 + \log 9 + \log 5$

$= \log 8 \times 9 \times 5$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \log 360$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [প্রমাণিত]

4. $\log \frac{50}{147} = \log 2 + 2\log 5 - \log 3 - 2\log 7$

সমাধান ঃ

ডানপক্ষ

$= \log 2 + 2\log 5 - \log 3 - 2\log 7$

$= \log 2 + \log 5^2 - \log 3 - \log 7^2$

$= \log 2 + \log 25 - \log 3 - \log 49$

$= \log \frac{2 \times 25}{3 \times 49}$ $\left[\because \log a - \log b = \log \frac{a}{b}\right]$

$= \log \frac{50}{147}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

5. $5\log 5 - \log 25 = \log 125$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

$= 5\log 5 - \log 25$

$= \log 5^5 - \log 25$

$= \log \frac{5^5}{25}$

$= \log \frac{5^2 \times 5^3}{25}$

$= \log \frac{25 \times 125}{25}$

$= \log 125$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [প্রমাণিত]

6. $7\log \frac{10}{9} - 2\log \frac{25}{24} + 3\log \frac{81}{80}$

সমাধান ঃ

$7\log \frac{10}{9} - 2\log \frac{25}{24} + 3\log \frac{81}{80}$

$= \log (\frac{10}{9})^7 - \log(\frac{25}{24})^2 + \log (\frac{81}{80})^3$

$= \log \left\{(\frac{10}{9})^7 \div (\frac{25}{24})^2 \times (\frac{81}{80})^3\right\}$

$= \log \left\{(\frac{2.5}{3^2})^7 \div (\frac{5^2}{3.2^3})^2 \times (\frac{3^4}{5.2^4})^3\right\}$

$= \log (\frac{2^{13}.3^{14}.5^7}{2^{12}.3^{14}.5^7})$

$= \log 2^{14-12} = \log 2^1 = \log 2$ Ans

7. $\log 5 + 16\log \frac{16}{15} + 12\log \frac{25}{24} + 7\log \frac{81}{80}$

সমাধান ঃ

$\log 5 + 16\log \frac{16}{15} + 12\log \frac{25}{24} + 7\log \frac{81}{80}$

$= \log 5 + \log (\frac{16}{15})^{16} + \log (\frac{25}{24})^{12} + \log (\frac{81}{80})^7$

$= \log 5 + \log\left\{(\frac{16}{15})^{16} \times (\frac{25}{24})^{12} \times (\frac{81}{80})^7\right\}$

$= \log 5 + \log\left\{(\frac{2^4}{5.3})^{16} \times (\frac{5^2}{3.2^3})^{12} \times (\frac{3^4}{5.2^4})^7\right\}$

$= \log 5 + \log (\frac{2^{64}.5^{24}.3^{28}}{5^{16}.3^{16}.3^{12}.2^{36}.5^7.2^{28}})$

$= \log 5 + \log \frac{2^{64}.3^{28}.5^{24}}{2^{64}.3^{28}.5^{23}}$

$= \log 5 + \log 5^{24-23}$

$= \log 5 + \log 5$

$= 2\log 5$ **(Ans)**

8. $7\log \frac{16}{15} + 5\log \frac{25}{24} + 3\log \frac{81}{80}$

সমাধান ঃ

$7\log \frac{16}{15} + 5\log \frac{25}{24} + 3\log \frac{81}{80}$

$= \log (\frac{16}{15})^7 + \log (\frac{25}{24})^5 + \log (\frac{81}{80})^3$

$= \log\left\{(\frac{16}{15})^7 \times (\frac{25}{24})^5 \times (\frac{81}{80})^3\right\}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \log\left\{\left(\frac{2^4}{5.3}\right)^7 \times \left(\frac{5^2}{3.2^3}\right)^5 \times \left(\frac{3^4}{5.2^4}\right)^3\right\}$$

$$= \log\left(\frac{2^{28}.5^{10}.3^{12}}{5^7.3^7.3^5.2^{15}.5^3.2^{12}}\right)$$

$$= \log \frac{2^{28}.3^{12}.4^{10}}{2^{27}.3^{12}.5^{10}}$$

$$= \log 2^{28-27}$$

$$= \log 2 \text{ (Ans)}$$

9. দেখান যে, $3\log 2 + \log 5 - \log 3 - 2\log 7 = \log\frac{40}{147}$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ

$$= 3\log 2 + \log 5 - \log 3 - 2\log 7$$

$$= \log 2^3 + \log 5 - \log 3 - \log 7^2$$

$$= \log 8 + \log 5 - \log 3 - \log 49$$

$$= \log \frac{8 \times 5}{3 \times 49}$$

$$= \log \frac{40}{147}$$

= ডানপক্ষ

বামপক্ষ

= ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

10. $\dfrac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{1000}}{\log 1.2}$

$$= \frac{\log(2xy)^{\frac{1}{2}} + \log 8 - \log(1000)^{\frac{1}{2}}}{\log\frac{12}{10}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\log 27 + \log 8 - \frac{1}{2}\log 1000}{\log 12 - \log 10}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\log 3^3 + \log 2^3 - \frac{1}{2}\log 10^3}{\log(2^2 \times 3) - \log(2 \times 5)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + 3\log 2 - \frac{3}{2}\log(2 \times 5)}{2\log 2 + \log 3 - \log 2 - \log 5}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + 3\log 2 - \frac{3}{2}(\log 2 + \log 5)}{2\log 2 + \log 3 - \log 2 - \log 5}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + 3\log 2 - \frac{3}{2}\log 2 - \frac{3}{2}\log 5}{2\log 2 + \log 3 - \log 2 - \log 5}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + \frac{3}{2}\log 2 - \frac{3}{2}\log 5}{\log 3 + \log 2 - \log 5}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log 3 + \log 2 - \log 5)}{(\log 3 + \log 2 - \log 5)}$$

$$= \frac{3}{2} \quad \textbf{Ans.}$$

11. $\log\dfrac{a^3b^3}{c^3} + \log\dfrac{b^3c^3}{d^3} + \log\dfrac{c^3d^3}{a^3} - 3\log b^2c$

$$= \log\left(\frac{a^3b^3}{c^3} \times \frac{b^3c^3}{d^3} \times \frac{c^3d^3}{a^3}\right) - 3\log b^2c \quad [\log a + \log b = \log ab \text{ অনুসারে}]$$

$$= \log b^6c^3 - 3\log b^2c$$

$$= \log(b^2c)^3 - 3\log b^2c$$

$$= 3\log b^2c - 3\log b^2c$$

$$= 0$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমান্তর ও গুণোত্তর অনুক্রম ও ধারা

সূত্র–১ ঃ সমান্তর ধারায় ক্রমিক সংখ্যার যোগফল

যখন ধারাটি ১ থেকে শুরু হয়

[১ + ২ + ৩ + ... + n সংখ্যার জন্য]

$S = n \times \frac{(n+1)}{2}$ যেখানে, n = শেষ সংখ্যা s = যোগফল

সূত্র–২ ঃ যখন ১ ভিন্ন অন্য সংখ্যা দ্বারা শুরু হয়, তখন–

[৫ + ৬ + ৭ + ... + n সংখ্যার জন্য]

$s = \frac{n}{2}(n+1) - \frac{a}{2} + 1)$ | n = শেষ সংখ্যা, a = যে সংখ্যা দ্বারা সিরিজ শুরু হয় তার আগের সংখ্যা

সূত্র–৩ ঃ ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল

$S = M^2$ M= মধ্যমা $= \left(\frac{১ম\ সংখ্যা\ +\ শেষ\ সংখ্যা}{২}\right)$

সূত্র–৪ ঃ ক্রমিক জোড় সংখ্যা যোগফল

$S = M(M-1)$ M= মধ্যমা $= \left(\frac{১ম\ সংখ্যা\ +\ শেষ\ সংখ্যা}{২}\right)$

সূত্র–৫ ঃ পরপর পূর্ণসংখ্যা দেয়া থাকলে প্রথম/শেষ n টি সংখ্যার যোগফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে–

$S_n = S_p + n^2$ S_p = প্রথম nটি সংখ্যার যোগফল

S_n = শেষ nটি সংখ্যার যোগফল

n = মিলসংখ্যা

সূত্র–৬ ঃ বর্গযোগ পদ্ধতির ক্ষেত্রে,

[১² + ২² + ৩² + ৪²....+ n^2]

ধারার সমষ্টি (s) $= \frac{১}{৬}\ n(n+১)(২n+১)$ | যেখানে n = শেষ সংখ্য ।

সূত্র–৭ ঃ ঘনযোগ পদ্ধতির ক্ষেত্রে,

$[1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3]$

ধারাটির যোগফল (s) $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ | যেখানে, n = শেষ পদ

সূত্র–৮ ঃ r তম পদ (সাধারণ পদ) $= a + (r-1)\,d$ | যেখানে, a = ১ম পদ, d = সাধারণ অন্তর

সূত্র–৯ ঃ ধারার n তম পদের সমষ্টি

$(s) = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$ | যেখানে, a = ১ম পদ, d = সাধারণ অন্তর, n = পদ সংখ্যা

সূত্র–১০ ঃ ধারার n তম পদের সমষ্টি (সমানুপাতের ক্ষেত্রে)

$S = a.\frac{r^n - 1}{r - 1}$ | যেখানে, r>1, a = ১ম পদ, n = পদ সংখ্যা, r = সাধারণ অনুপাত

সূত্র–১১ ঃ ধারার n তম পদ (সমানুপাতের ক্ষেত্রে) $= ar^{n-1}$ যেখানে, a = ১ম পদ, n = পদ সংখ্যা, r = সাধারণ অন্তর

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমান্তর ধারা
Arithmetic Series

1. 5 + 11 + 17 + 23 + ... + 59 = কত?

সমাধান: এখানে, প্রথম পদ a = 5

সাধারণ অন্তর d = 11 – 5 = 6

শেষপদ l = 59

∴ nতম পদ = a + (n – 1) d = l ⇒ 5 + (n – 1) 6
= 59

∴ n = 10 (পদসংখ্যা)

$S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{10}{2}\{2.5 + (10-1)6\}$

$= 5(10 + 54)$

$= 320$ **[Ans]**

2. 1, 2, 3, ... 100 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত?

সমাধান:

সংখ্যাগুলোর যোগফল $= \frac{n(n+1)}{2}$, এখানে n = 100

$= \frac{100(100+1)}{2} = \frac{100 \times 101}{2}$

$= 50 \times 101 = 5050$ **(Ans).**

3. 5 + 8 + 11 + 14 + ... ধারাটির কোন পদ 302 হবে?

সমাধান:

ধারাটি সমান্তর হওয়ায় n-তম পদের সমষ্টি হবে,

a + (n – 1)d = l

এখানে, a = 5

d = 8 – 5 = 3

l = 302

∴ 5 + (n – 1) × 3 = 302

বা, 5 + 3n – 3 = 302

বা, 3n = 302 – 2

বা, 3n = 300

∴ n = 100

∴ 100 তম পদ = 302 **[Ans]**

4. 1 থেকে 99 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল = ?

সমাধান:

সংখ্যাগুলোর যোগফল $= \frac{n(n+1)}{2}$ [এখানে n = 99]

$= \frac{99(99+1)}{2} = \frac{99 \times 100}{2}$

$= 99 \times 50 = 4,950$ [Ans]

5. 4 + 44 + 444 ... ... ধারাটির n-পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় করুন।

সমাধান:

মনে করি,

S = 4 + 44 + 444 + ... n-পদ পর্যন্ত

∴ $\frac{9S}{4}$ = 9 + 99 + 999 + ... n পদ পর্যন্ত

= (10 – 1) + (100 – 1) + (1000 – 1) + ... n পদ পর্যন্ত

$= 10 + 10^2 + 10^3 + \ldots\ldots\ldots + 10^n - n$

$= 10(1 + 10 + 10^2 + \ldots\ldots\ldots + 10^{n-1}) - n$

$= 10\frac{10^n - 1}{10 - 1} - n = \frac{10}{9}(10^n - 1) - n$

$\therefore S = \frac{4}{9}\{\frac{10}{9}(10^n - 1) - n\}$ **[Ans]**

6. $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots\ldots + n^3}{1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\ldots + n} = 210$ **হলে n এর মান কত?**

সমাধান:

Given, $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots + n^3}{1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + n}$

$= 210$

$\Rightarrow \frac{\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2}{\frac{n(n+1)}{2}} = 210$

$\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 210$

$\Rightarrow n^2 + n = 420 \Rightarrow n^2 + n - 420 = 0$

$\Rightarrow n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$

$\Rightarrow n(n + 21) - 20(n + 21) = 0$

$\Rightarrow (n + 21)(n - 20) = 0$

$\Rightarrow n - 20 = 0$ [$\because n + 21 \neq 0$; কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হবে না]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore \quad n = 20$ **[Ans]**

7. $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 100 = ?$

সমাধান:

$$1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\therefore \quad 1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 100$$

$$= \frac{100(100+1)}{2} = 5050$$

8. $5 + 8 + 11 + 14 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ 383 ?

সমাধান:

ধারাটির প্রথম পদ $a = 5$, সাধারণ অন্তর $d = 8 - 5 = 11 - 8 = 3$

$\therefore$ ইহা একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি,

ারাটির n তম পদ $= 383$

আমরা জানি,

ধারাটি n তম পদ $= a + (n - 1)d$.

$\therefore a + (n - 1)d = 383$

or, $5 + (n - 1)3 = 383$

or, $5 + 3n - 3 = 383$

or, $3n = 383 - 5 + 3$

or, $3n = 381 \quad n = \frac{381}{3} = 172$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 127 তম পদ $= 383$

9. $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 99 =$ কত?

সমাধান :

ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$, সাধারণ অন্তর $d = 2 - 1 = 1$ এবং শেষ পদ $P = 99$.

$\therefore$ ইহা একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি,

ধারাটির n তম পদ $= 99$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore \quad a + (n - 1)d = 99$

বা. $1 + (n - 1)1 = 99$

বা, $1 + n - 1 = 99$

$\therefore n = 99$

সমান্তধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি –

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}.$$

সুতরাং, ধারাটির 99 টি পদের সমষ্টি $S_{99} = \frac{99}{2}\{2 \times 1 + (99 - 1) \times 1\}$

$$= \frac{99}{2}(2 + 98)$$

$$= \frac{99 \times 100}{2} = 99 \times 50 = 4950$$

10. $7 + 12 + 17 + \ldots\ldots\ldots$ধারাটির 30 টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান:

ধারাটির প্রথম পদ $a = 7$, সাধারণ অন্তর $d = 12 - 7 = 5$

$\therefore$ ইহা একটি সমান্তর ধারা। এখানো পদ সংখ্যা $n = 30$.

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি.

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

তাহলে, 30টি পদের সমষ্টি $S_{30} = \frac{30}{2}\{2.7 + (30 - 1)5\}$

$$= 15(14 + 29 \times 5)$$

$$= 15(14 + 145) = 15 \times 159 = 2385$$

11. $2 - 5 - 12 - 19 - \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12 তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অন্তর, $d = -5 - 2 = -7$

$\therefore$ ধারাটির 12 তম পদ $= a + (12 - 1)d$

$= 2 + (11)(-7) = 2 - 77 = -75$

$\therefore$ ধারাটির সাধারণ অন্তর -7 এবং 12 তম পদ -75.

12. $4 + 7 + 10 + 13 + \ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ 301?

সমাধান :

প্রদত্ত ধারা, $4 + 7 + 10 + 13 + \ldots\ldots$

এখানে, প্রথম পদ, $a = 4$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 301$

আমরা জানি,

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ $a + (n-1)d = 301$

বা, $4 + (n-1)3 = 301$

বা, $3n - 3 + 4 = 301$

বা, $3n + 1 = 301$

বা, $3n = 301 - 1$

বা, $3n = 300$

বা, $n = \frac{300}{3}$

$\therefore n = 100$

অতএব, প্রদত্ত ধারার 100 তম পদ 301.

13. কোনো সমান্তর ধারার p তম পদ p^2 এবং q তম পদ q^2 হলে, ধারাটির (p + q) তম পদ কত?

সমাধান :

মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

সুতরাং P তম পদ, $a + (p-1)d = p^2$ ... ... (1) [প্রশ্নমতে]

এবং q তম পদ, $a + (q-1)d = q^2$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$(p - 1 - q + 1)d = p^2 - q^2$

বা, $(p-q)d = (p+q)(p-q)$

বা, $d = \frac{(p+q)(p-q)}{(p-q)}$

$\therefore d = p + q$ ... ... (iii)

$\therefore$ ধারাটির (p + q) তম পদ

$= a + (p + q - 1)d$

$= a + \{(p-1) + q\}d$

$= a + (p-1)d + qd$

$= p^2 + q(p+q)$ [(i) ও (ii) নং হতে]

$= p^2 + pq + q^2$

$\therefore$ ধারাটির (p + q) তম পদ $p^2 + pq + q^2$

14. 1 + 3 + 5 + 7 + ... ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?

সমাধান :

$1 + 3 + 5 + 7 + \ldots \ldots + n$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, a = 1

সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

পদ সংখ্যা = n

$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= \frac{n}{2}\{2 \times 1 + (n-1)2\}$

$= \frac{n}{2}(2 + 2n - 2) = \frac{n}{2} \times 2n = n^2$

$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি n^2.

15. কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান :

মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ সমান্তর ধারাটির n তম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ ধারাটির 12 তম পদ $= a + (12-1)d$

$= a + 11d$

প্রশ্নমতে,

$a + 11d = 77$ ... ... (i)

আবার, কোনো সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি,

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি,

$S_{23} = \frac{23}{2}\{2a + (23-1)d\}$

$= \frac{23}{2}(2a + 22d)$

$= \frac{23 \times 2}{2}(a + 11d)$

$= 23 \times 77$ [(i) নং হতে]

$= 1771$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি 1771.

16. কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি n(n + 1) হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি $S_n = n(n+1)$

শুভ নন্দী ০১৯১৪ ৬১৩১০৩

∴ n = 1 হলে, ধারাটির প্রথম পদ $= 1(1+1)$

$= 2 = S_1$

∴ n = 2 হলে, ধারাটির প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি $= 2(2+1)$

$= 6 = S_2$

∴ ধারাটির দ্বিতীয় পদ $= S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$

আবার, n = 3 হলে,

ধারাটির প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি $= 3(3+1) = 12 = S_3$

∴ ধারাটির তৃতীয় পদ $= S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$

∴ ধারাটি, 2 + 4 + 6 + ... n পর্যন্ত।

17. একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

ধারাটির n তম পদ $= a + (n-1)d$

∴ ধারাটির 12 তম পদ $= a + (12-1)d = a + 11d$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

এখন, 12 পদের সমষ্টি $S_{12} = \frac{12}{2}\{2a + (12-1)d\}$

বা, $144 = 6\{2a + 11d\}$

বা, $2a + 11d = \frac{144}{6}$

∴ $2a + 11d = 24$ ... ... (i)

আবার, 20 পদের সমষ্টি $S_{20} = \frac{20}{2}\{2a + (20-1)d\}$

বা, $560 = 10(2a + 19d)$

বা, $2a + 19d = \frac{560}{10}$

∴ $2a + 19d = 56$ ... ... (ii)

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$2a + 19d - 2a - 11d = 56 - 24$

বা, $8d = 32$

∴ $d = 4$

d এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$2a + 19 \cdot 4 = 56$

বা, $2a = 56 - 76$

বা, $2a = -20$

∴ $a = -10$

∴ প্রথম 6 পদের সমষ্টি $= \frac{6}{2}\{2a + (6-1)d\}$

$= \frac{6}{2}\{2 \times (-10) + (6-1)4\}$

$= 3(-20 + 5 \times 4)$

$= 3(-20 + 20)$

$= 3 \times 0 = 0$

∴ ধারাটির প্রথম 6 পদের সমষ্টি 0.

গুণোত্তর ধারা
Geometric Series

1. $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} +$ ..... ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় করুন।

সমাধান:

এখানে $a = \frac{1}{5}$ এবং $r = -\frac{2}{5^2} \div \frac{1}{5}$

$= -\frac{2}{5^2} \times 5 = -\frac{2}{5}$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি $S = \frac{a}{1-r}$

$= \frac{\frac{1}{5}}{1 - (-\frac{2}{5})}$

$= \frac{\frac{1}{5}}{1 + \frac{2}{5}} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{1}{7}$ **[Ans]**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

2. $2 + 4 + 8 + 16 +$ ..... n সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে n-এর মান কত?

সমাধান:

এখানে প্রথম পদ $a = 2$; সাধারণ অনুপাত $r = \frac{4}{2} = 2 > 1$

$\therefore$ n সংখ্যক পদের সমষ্টি $Sn = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$\Rightarrow 254 = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} \Rightarrow 2^n - 1 = 127$

$\Rightarrow 2^n = 128 \Rightarrow 2^n = 2^7 \therefore n = 7$ **[Ans]**

3. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} +$ ..... ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি নির্ণয় করুন।

সমাধান:

১ম পদ $a = 1$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3} < 1$

পদসংখ্যা $n = 5$

$\therefore$ 5টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

$= \frac{1 - (\frac{1}{3})^5}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{1}{243}}{1 - \frac{1}{3}}$

$= \frac{\frac{243 - 1}{243}}{\frac{3 - 1}{3}} = \frac{242}{243} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{121}{81}$ **[Ans]**

4. $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?

সমাধান:

এখানে ১ম পদ $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত $r = 1 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

মনে করি, n-তম পদ $= 8\sqrt{2}$

$\therefore \Rightarrow ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

$\Rightarrow (\sqrt{2})^{n-1} = 16$

$\Rightarrow (\sqrt{2})^{n-1} = (\sqrt{2})^8$

$\Rightarrow n - 1 = 8 \quad \therefore n = 9$ **[Ans]**

5. $2 + 6 + 18 +$ ..... ধারাটির 8টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করুন।

সমাধান:

এখানে, প্রথম পদ $a = 2$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{6}{2} = 3 > 1$

$\therefore$ n টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}$

$\therefore$ 8 টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^8 - 1)}{r - 1} = \frac{2(3^8 - 1)}{3 - 1}$

$= \frac{2(3^8 - 1)}{2} = 3^8 - 1$

$= 6560$ **[Ans]**

6. $28 + 64 + 32 +$ .....ধারাটির সাধারণ পদ কত?

সমাধান:

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ $a = 128$, সাধারণ অনুপাত $r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$.

$\therefore$ ইহা একটি গুণোত্তর ধারা।

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ ar^{n-1}

সুতরাং, ধারাটির সাধারণ পদ $= 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{2^7}{2^{n-1}}$

$= \frac{1}{2^{n-1-7}} = \frac{1}{2^{n-8}}$.

7. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম ও দ্বিতীয় পদ যথাক্রমে 27 এবং 9 হলে, ধারাটির পঞ্চম পদ এবং দশম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান:

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ $a = 27$, দ্বিতীয় পদ $= 9$

তাহলে সাধারণ অনুপাত $r = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = 27 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{27 \times 1}{27 \times 3} = \frac{1}{3}$

এবং দশম পদ $= ar^{10-1} = 27 \times \left(\frac{1}{3}\right)^9 = \frac{3^3}{3^3 \times 3^6} = \frac{1}{3^6} = \frac{1}{729}$

8. $12 + 24 + 48 + \ldots\ldots\ldots + 768$ ধারাটির সমষ্টি কত?

সমাধান :

প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ $a = 12$, সাধারণ অনুপাত $r = \frac{24}{12} = 2 > 1$.

$\therefore$ ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

মনে করি,

ধারাটির n তম পদ $= 768$

আমরা জানি,

n তম পদ $= ar^{n-1}$

$\therefore ar^{n-1} = 768$

বা, $12 \times 2^{n-1} = 768$

বা, $2^{n-1} = \frac{768}{12} = 64$

বা, $2^{n-1} = 2^6$

বা, $n-1 = 6$

$\therefore n = 7.$

সুতরাং, ধারাটির সমষ্টি $= \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)}$, যখন $r > 1$

$= \frac{12(2^7 - 1)}{2 - 1} = 12 \times (128 - 1) = 12 \times 127 = 1524.$

9. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots\ldots\ldots$ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$, সাধারণ অনুপাত $r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} < 1$

$\therefore$ ইহা একটি গুণোত্তর ধারা।

এখানে পদ সংখ্যা $n = 8$.

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n -সংখ্যক পদের সমষ্টি

$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$, যখন $r < 1$

সুতরাং, ধারাটির 8 টি পদের সমষ্টি $S_8 =$

$\frac{1 \times \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{256}}{\frac{1}{2}} = 2\left(\frac{256 - 1}{256}\right) = \frac{255}{128} = 1\frac{127}{128}$

10. $64 + 32 + 16 + 8 \ldots\ldots$ ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, প্রথম পদ, $a = 64$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ অষ্টম পদ $= ar^{8-1}$ $[\because$ n তম পদ $= ar^{n-1}]$

$= 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 2^6 \cdot \frac{1}{2^6 \cdot 2^1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

ধারাটির অষ্টম পদ $\frac{1}{2}$.

11. $3 + 9 + 27 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা, যার,

১ম পদ, $a = 3$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{9}{3} = 3 > 1$

পদ সংখ্যা $n = 14$

$\therefore$ ১ম ১৪টি পদের সমষ্টি $S_{14} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$= \frac{3(3^{14} - 1)}{3 - 1} = \frac{3}{2}(3^{14} - 1)$

ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি $\frac{3}{2}(3^{14} - 1)$.

12. $128 + 64 + 32 + \ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$?

সমাধান :

এখানে, প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার,

প্রথম পদ, $a = 128$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$

মনে করি,

ধারাটির n তম পদ $\frac{1}{2}$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার n তম পদ, ar^{n-1}

তাহলে, $ar^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা, $128 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$

বা, $n - 1 = 8$

বা, $n = 8 + 1$

$\therefore n = 9$

$\therefore$ ধারাটির 9ম পদ $\frac{1}{2}$

13. একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি,

ধারাটির প্রথম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ পঞ্চম পদ, $ar^{5-1} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ [$\because$ n তম পদ = ar^{n-1}]

বা, $ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ... ... (i)

এবং দশম পদ, $ar^{10-1} = \frac{8\sqrt{2}}{81}$

বা, $ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ ... ... (ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \div \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \cdot \sqrt{3}}$$

বা, $r^5 = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = ar^2$

$= \frac{ar^4}{r^2}$ [লব ও হরকে r^2 দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\frac{2\sqrt{3}}{9}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2}$ $\left[\because ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{ এবং } r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right]$

$= \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ ধারাটির তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

14. $5 + x + y + 135$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$5 + x + y + 135$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{x}{5} = \frac{y}{x}$ ... ... (i)

$\left[\because r = \frac{\text{যেকোনো পদ}}{\text{উক্ত পদের পূর্ববর্তী পদ}}\right]$

$\therefore$ ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3 = 5\left(\frac{x}{5}\right)^3 = \frac{5 \cdot x^3}{5^3}$

প্রশ্নমতে, $\frac{5 \cdot x^3}{5^3} = 135$

বা, $x^3 = \frac{5^3 \times 135}{5} = 5^3 \cdot 3^3$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $x^3 = (3 \times 5)^3$

$\therefore x = 5 \times 3 = 15$

সমীকরণ (i) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{15}{5} = \frac{y}{15}$

বা, $y = \frac{15 \times 15}{5}$

$\therefore y = 45$

$\therefore x = 15$ এবং $y = 45$

15. log 2 + log 4 + log 8 + ... ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, log 2 + log 4 + log 8 + ... 10টি পদ

$= \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \log 2^4 + \ldots \ldots$ 10টি পদ

$= \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + 4 \log 2 + \ldots \ldots$ 10টি পদ

$= (1 + 2 + 3 + \ldots \ldots \ldots + 10) \log 2$

$= \frac{10(10+1)}{2} \log 2$

$\left[\because 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}\right]$

$= 5 \times 11 \log 2 = 55 \log 2$

$\therefore$ প্রথম দশটি পদের সমষ্টি $55 \log 2$.

16. 2 + 4 + 8 + 16 + ... ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে, n এর মান কত?

সমাধান : 2 + 4 + 8 + 16 + ...

এখানে, প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2 > 1$

$\therefore$ n পদের সমষ্টি, $S_n = a.\frac{r^n - 1}{r - 1} = 254$

বা, $2.\frac{2^n - 1}{2 - 1} = 254$

বা, $\frac{2^n - 1}{1} = \frac{254}{2}$

বা, $2^n - 1 = 127$

বা, $2^n = 127 + 1$

বা, $2^n = 128$

বা, $2^n = 2^7$

$\therefore n = 7$

সেটের সূত্র
Set Theory

সেট

সেটের ধারণাকে বলে ব্যাখ্যা করা যায় যে, 'বাস্তব জগতের বা চিন্তাজগতের বস্তুর কোন সুনির্ধারিত সংগ্রহই সেট'। সুনির্ধারিত বলতে বোঝায় যে, কোন কোন বস্তু বিবেচ্য সংগ্রহের অন্তর্ভুক্ত তা দ্ব্যর্থহীনভাবে বলতে পারা যায়। গাণিতিক প্রতীক বা উক্তি দিয়ে কোন সেটের অবতারণা করলে তা যে সুনির্ধারিত, সে বিষয়ে অবশ্যই নিশ্চিত হতে হবে। সুনির্ধারিত সংগ্রহ হওয়া ছাড়া সেটের ধারণার উপর আর কোন শর্ত আরোপ করা হয় না। সেটের সদস্য সব একজাতীয় হবে এমন কোন শর্ত নেই। যেমন—

$A = \{ 1, ক, 7, e, 0 \}$

একটি (সুনির্ধারিত) সেট, যার সদস্য হচ্ছে দুইটি সংখ্যা 1 ও 7 এবং তিন ভাষার তিনটি অক্ষর ক, e, 0। অবশ্য কার্যক্ষেত্রে একই সেটের সদস্যসমূহ সাধারণত একজাতীয় বস্তু হয়ে থাকে। সেটের সদস্যকে সেটের উপাদান (element) বলা হয়। $x \in A$-এর অর্থ ঃ x, A-এর উপাদান। $x \notin A$-এর অর্থ ঃ x, A-এর উপাদান নয়। যেমন, A যদি সকল যুগ্মসংখ্যার সেট হয়, তবে $2 \in A$ এবং $3 \notin A$.

উপসেট :

A ও B দুটি সেট হলে, A কে B এর উপসেট (subset) বলা হয়। যদি A এর প্রত্যেক উপাদান B-এর উপাদান হয়। যেমন : {1, 7} ও {ক, e, θ} সেট দুটি {1, ক, 7, e, θ} সেটের উপসেট।

শূন্যসেট :

যে সেটের আদৌ কোন উপাদান নেই, তাকে শূন্যসেট বা ফাঁকা সেট (empty set) বলা হয়।

নিচের প্রত্যেকটি শূন্যসেট ঃ

$\{ x \in N : x^2 = 3 \}, \{ x \in N : 1 < x < 2 \}$.

শূন্যসেটের প্রতীক $\varnothing$ (এই প্রতীকটির পৃথক কোন নাম দেওয়া হয় না), শূন্যসেটকে যেকোন সেটের উপসেট হিসাবে গণ্য করা হয়।

সেটের সমতা :

$A = B$-এর অর্থ ঃ $A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$.

কথায় ঃ A-এর প্রত্যেক উপাদান B-এর উপাদান হলে এবং B-এর প্রত্যেক উপাদান A-এর উপাদান হলে, সেট দুইটিকে সমান বলা হয়। যেমন,

$\{ 1, 2, 3 \} = \{ 2, 3, 1 \}$

$\{ 1, 2, 3 \} = \{ 1, 2, 1, 3, 2, 3, 2 \}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৬১০৩

কেননা, বাম পক্ষের সেটের প্রত্যেক উপাদান ডান পক্ষের সেটের এবং ডান পক্ষের সেটের প্রত্যেক উপাদান বাম পক্ষের সেটের অন্তর্ভুক্ত। এই উদাহরণ ও সমতার সংজ্ঞা হতে বোঝা যায় যে, কোন সেটের কোন উপাদান একাধিকবার নিলে, কিংবা সেটের উপাদানগুলোর ক্রম বদলালে সেটের কোন পরিবর্তন হয় না।

সার্বিক সেট :

গণিতে অনেক প্রসঙ্গে আলোচনাধীন সকল সেটই কোন নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হয়ে থাকে। তখন ঐ নির্দিষ্ট সেটটিকে ঐ প্রসঙ্গের জন্য সার্বিক সেট (universal set) বলা হয়। যেমন, পাটীগণিতে বিভাজ্যতা প্রসঙ্গে স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N সার্বিক সেট। কিন্তু ভগ্নাংশের প্রসঙ্গে সকল (ধনাত্মক) মূলদ সংখ্যার সেট সার্বিক সেট। সকল অবস্থায় ও সকল প্রসঙ্গে প্রযোজ্য কোন সার্বিক সেট নাই। সার্বিক সেটের জন্য সাধারণত U প্রতীক ব্যবহার করা হয়।

(১) **তালিকা পদ্ধতি:** এ পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ করে দ্বিতীয় বন্ধনী {} এর মধ্যে আবদ্ধ করা হয় এবং একাধিক উপাদান থাকলে 'কমা' ব্যবহার করে উপাদানগুলোকে আলাদা করা হয়। যেমন A = {a, b}, B = {2, 3, ,4}, C = {নিলয়, তিশা, শুভ্র} ইত্যাদি।

(২) **সেট গঠন পদ্ধতি :** এ পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদান সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ করে উপাদান নির্ধারণের জন্য সাধারণ ধর্মের উল্লেখ থাকে। যেমন: A = {x:x স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা}, B = {x : x নবম শ্রেণির প্রথম পাঁচজন শিক্ষার্থী} ইত্যাদি।
এখানে, ':' দ্বারা 'এরূপ যেন' বা সংক্ষেপে 'যেন' (such that) বোঝায়। যেহেতু এ পদ্ধতিতে সেটের উপাদান নির্ধারণের জন্য শর্ত বা নিয়ম (Rule) দেওয়া থাকে, এ জন্য এ পদ্ধতিকে Rule Method ও বলা হয়।

১। A = {7, 14, 21, 28} সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকশ কর।
সমাধান: A সেটের উপাদানসমূহ 7, 14, 21, 28 এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 7 দ্বারা বিভাজ্য, অর্থাৎ 7 এর গুণিতক এবং 28 এর বড় নয়।
∴ A = {x : x, 7 এর গুণিতক এবং $x \leq 28$}.

২। B = {x : x, 28 এর গুণনীয়ক} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
সমাধান এখানে, 28, = 1× 28
= 2 × 14
= 4 × 7
∴ 28 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 4, 7, 14, 28
নির্ণেয় সেট B = {1, 2, 4, 7, 14, 28}

৩। C = {x: x ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 18$} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতি প্রকাশ কর।
সমাধা: ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাসমূহ 1, 2, 3, 4, 5.....এখানে, x = 1 হলে x2 =1^2 = 1
x = 2 হলে $x^2 = 22 = 4$
x = 3 হলে, $x^2 = 32 = 9$
x = 4 হলে $x^2 = 42 = 16$

x = 5 হলে, x2 - 52 = 25 ; যা 18 এর চেয়ে বড়
∴ শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাসমূহ 1, 2, 3, 4
∴ নির্ণেয় সেট C = {1, 2, 3, 4}.

৪। দেখাও যে, সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট একটি অসীম সেট।
সমাধান: স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,.....}
N সেট থেকে বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ নিয়ে গঠিত সেট A = {1, 3, 5, 7,.....}
জোড় " " " " B = {2, 4, 6, 8,.....}
3 এর গুণিতকসমূহের সেট C = {3, 6, 9, 12,.....} ইত্যাদি।
এখানে, N সেট থেকে গঠিত A, B, C সেটসমূহে উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না। ফলে A, B, C অসীম সেট।
∴ N একটি অসীম সেট।

৫। **বন্টন নিয়ম (Distributive Law) :**
A, B, C যেকোনো সেট হলে, দেখাও যে,
(ক) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
প্রমাণ : মনে করি, $x \in A \cup (B \cap C)$
তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in B \cap C$
$\Rightarrow x \in A$ অথবা ($x \in B$ এবং $x \in C$)
$\Rightarrow$ ($x \in A$ অথবা $x \in B$) এবং ($x \in A$ অথবা $x \in C$)
$\Rightarrow x \in A \cup B$ এবং $x \in A \cup C$
$\Rightarrow x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$
∴ $A \cup (B \cap C) \subset (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ..... (i)
আবার মনে করি, $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$
তাহলে, $x \in A \cup B$ এবং $x \in A \cup C$
$\Rightarrow$ ($x \in A$ অথবা $x \in B$) এবং ($x \in A$ অথবা $x \in C$)
$\Rightarrow x \in A$ অথবা ($x \in B$ এবং $x \in C$)
$\Rightarrow x \in A$ অথবা $x \in B \cap C$
$\Rightarrow x \in A \cup (B \cap C)$
$(A \cup B) \cap (A \cup C) \subset (A \cup (B \cap C)$ ..... (ii)
সুতরাং (i) ও (ii) হতে পাওয়া যায় $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

৬। **দ্যা মরগ্যানের সূত্র (De Morgans law):**
সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য
(ক) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
প্রমাণ : (ক) মনে করি, $x \in (A \in B)'$
তাহলে, $x \in A \cup B$
$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in B$
$\Rightarrow x \in A'$ এবং $x \in B'$
$\Rightarrow x \in A' \cap B'$
$\Rightarrow (A \cap B)' \subset A' \cap B'$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

আবার মনে করি, $x \in A' \cap B'$

তাহলে, $x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$x \in A$ অথবা $x \in B \Rightarrow x \in A \cup B$

$x \in (A \cup B)'$

$A' \cap B' \subset (A \cup B)$

সুতরাং $(A\ B)' = A'\ B'$ প্রমাণিত।

৭। **সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য $A/B = A \cap B'$**

প্রমাণ : মনে করি, $x \in A/B$

তাহলে $x \in A$ এবং $x \notin B$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in B'$

$\therefore x \in A \cap B'$

$\therefore A/B \subset A \cap B'$

আবার মনে করি, $x \in A \cap B'$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in B'$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin B'$

$\therefore$ $x \in A/B$

$\therefore$ $A \cap B' \subset A/B$

সুতরাং, $A/B = A \cap B'$

৮। **যেকোনো সেট A, B, C এর জন্য**

(ক) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

প্রমাণ : (ক) সংজ্ঞানুসারে

$A \times (B \cap C)$

$= \{(x, y) : x \in A, y \in B \cap C\}$

$= \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $y \in C\}$

$= \{(x, y) : (x, y) \in A \times B$ এবং $(x, y) \in A \times C\} = \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B) \cap (A \times C)$

$A \times (B \cap C) \subset (A \times B) \cap (A \times C)$

আবার $(A \times B) \cap (A \times C)$

$= \{(x, y) : (x, y) \in A \times B$ এবং $(x, y) \in A \times C\}$

$= \{(x, y) : x \in A, y \in B$ এবং $x \in A, y \in C\}$

$= \{(x, y) : x \in A, y \in A \times B \cap C\}$

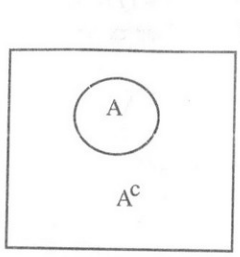
$= \{(x, y) : (x, y) \in A \times B \cap C\}$

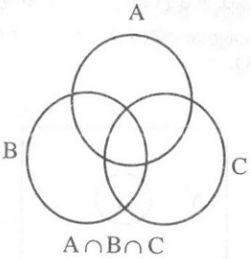
$\therefore$ $(A \times B) \cap (A \times C)\ A \times (B \cap C)$

অর্থাৎ $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

ভেনচিত্র (Venn-Diagram):

জন ভেন (১৮৩৪–১৮৮৩) সেটের কার্যবিধি চিত্রের সাহায্যে প্রবর্তন করেন। এতে বিবেচনাধীন সেটগুলোকে সমতলে অবস্থিত বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র যেমন আয়তাকার ক্ষেত্র, বৃত্তাকার ক্ষেত্র এবং ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ব্যবহার করা হয়। জন ভেনের নামানুসারে চিত্রগুলো ভেন চিত্র নাম পরিচিত।





1. $P = \{x, y, z\}$ এর উপসেটগুলো লেখ এবং উপসেটগুলো থেকে প্রকৃত উপসেট বাছাই কর।

সমাধান: দওয়া আছে,

$P = \{x, y, z\}$

P এর উপসেটসমূহ $\{x, y, z\}, \{x, y\}, \{x, z\}. \{y,z\}, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \varnothing.$

P এর প্রকৃত উপসেটসমূহ $\{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, \{x\}, \{y\}, \{z\}.$

2. **$P = \{x : x, 12$ এর গুণনীয়কসমূহ$\}$ এবং $Q = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \leq 12\}$ হলে $P - Q$ নির্ণয় কর।**

সমাধান: দেওয়া আছে,

$P = [x : x, 12$ এর গুণনীয়কসমূহ$]$

এখানে 12 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 12

$\therefore$ $P = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

আবার, $Q = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x \leq 12\}$

এখানে, 12 পর্যন্ত 3 এর গুণিতকসমূহ, 3, 4, 9, 12

$\therefore$ $Q = \{3, 6, 9, 12\}$

$\therefore$ $P - Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 12\} - \{3, 6, 9, 12\} = \{1, 2, 4\}$

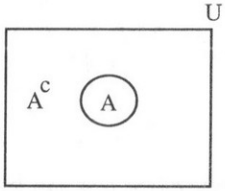
নির্ণয়সেট : $\{1, 2, 4\}$

পূরক সেট (Complement of a Set):

U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট। A সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A^c বা A দ্বারা প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে $A^c = U \setminus A$.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

মনে করি, P ও Q দুইটি সেট এবং P সেটের যেসব উপাদান Q সেটের উপাদান নয়, ঐ উপাদানগুলোর সেটকে P এর প্রেক্ষিতে Q এর পূরক সেট বলা হয় এবং লেখা হয় $Q^c = P \setminus Q$.



3. U = {1, 2, 3, 4, 6, 7}, A = {2, 4, 6,7} এবং B = {1, 3, 5} হলে A^c ও B^c নির্ণয় কর।

সমাধান : $A^c = U \setminus A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{2, 4, 6, 7\} = \{1, 3, 5\}$

এবং $B^c = U \setminus B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\} \setminus \{1, 3, 5\} = \{2, 4, 6, 7\}$

নির্ণেয় সেট $A^c = \{1, 3, 5\}$ এবং $B^c = \{2, 4, 6, 7\}$

সংযোগ সেট (Union of sets) :

দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলা হয়। মনে করি, A ও B দুইটি সেট। A ও B সেটের সংযোগকে $A \cup B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A সংযোগ B অথবা A Union B। সেট গঠন পদ্ধতিতে $A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$.

4. C = {3, 4, 5} এবং D = {4, 6, 8} হলে $C \cup D$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

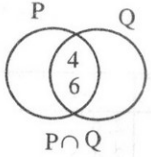
$C = \{3, 4, 5\}$ এবং $D = \{4, 6, 8\}$

$\therefore C \cup D = \{3, 4, 5\} \cup \{4, 6, 8\} = \{3, 4, 5, 6, 8\}$

ছেদ সেট (Intersection of Sets):

দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ বলে। মনে করি, A ও B দুইটি সেট। A ও B এর ছেদ সেটকে $A \cap B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A ছেদ B বা A intersection B। সেট গঠন পদ্ধতিতে $A \cap B = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$.

5. $P = \{x \in N : 2 < x \le 6\}$ এবং $Q = \{x \in N : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \le 8\}$ হলে $P \cap Q$ নির্ণয় কর।



সমাধান :

দেওয়া আছে,

$P = \{x \in N : 2 < x \le 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$ এবং $Q = \{x \in N : x$

6. যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 311 এবং 419 কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে এদের সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

যে স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 311 এবং 419 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে, সে সংখ্যা হবে 23 অপেক্ষা বড় এবং $311 - 23 = 288$ এবং $419 - 23 = 396$ এর সাধারণ গুণনীয়ক।

মনে করি, 23 অপেক্ষা বড় 288 এর গুণনীয়কসমূহের সেট A এবং 396 এর গুণনীয়সমূহের সেট B

এখানে $288 = 1 \times 288 = 2 \times 144 = 3 \times 96 = 4 \times 72 = 6 \times 48 = 8 \times 36 = 9 \times 32 = 12 \times 24 = 16 \times 18$

$\therefore A = \{33, 36, 44, 66, 99, 132, 198, 396\}$

আবার, $396 = 1 \times 396 = 2 \times 198 = 3 \times 132 = 4 \times 99 = 6 \times 66 = 9 \times 44 = 11 \times 36 = 12 \times 33 = 18 \times 22$

$\therefore B = \{33, 36, 44, 66, 99, 132, 198, 396\}$

$A \cap B = \{24, 32, 36, 48, 72, 99, 144, 288\} \cap \{33, 36, 44, 66, 99, 132, 198, 396\} = \{36\}$

নির্ণয় সেট $\{36\}$

7. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7\}$, $A = \{1, 2, 6, 7\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$ এবং $C = \{4, 5, 6, 7\}$ হলে, দেখাও যে, (i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং (ii) $(A \cap B) \cup C = (A \cup B) \cap (B \cup C)$

সমাধান: (i)

সেট	উপাদান
$A \cup B$	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
$(A \cup B)'$	4, 8
A'	3, 4, 5, 8
B'	1, 4,7,8
$A' \cap B'$	4, 8

$\therefore \quad (A \cup B)' = A' \cap B'$

শুভ নন্দী ০১৩১১ ৩১৩১৩৩

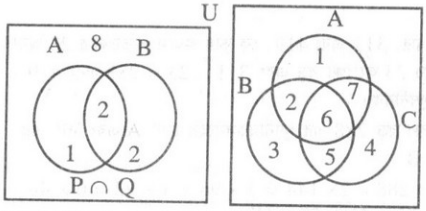
সমাধান: (

ii) চিত্রে একটি আয়তক্ষেত্র দ্বারা U এবং পরস্পরছেদী তিনটি বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা যথাক্রমে A, B, C সেটকে নির্দেশ করা হলো।

লক্ষ করি,

সেট	উপাদান
$A \cap B$	2, 6
$(A \cup B) \cup C$	2, 4, 5, 6, 7
$A \cup B$	1, 2, 4, 5, 6, 7
$B \cup C$	2, 3, 4, 5, 6, 7
$(A \cup C) \cup (B \cup C$	2, 4, 5, 6, 7

$\therefore \quad \overline{(A \cup B) \cup C} = (A \cup C) \cap (B \cup C)$



8. 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরীক্ষায় 88 জন বাংলায় 80 জন গণিতে এবং 70 জন উভয় বিষয়ে পাস করেছে। ভেনচিত্রের সাহায্যে তথ্যগুলো প্রকাশ কর এবং কতজন শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে, তা নির্ণয় কর।

সমাধান:

ভেনচিত্রে আয়তাকার ক্ষেত্রটি 100 জন শিক্ষার্থীর সেট U এবং বাংলায় ও গণিতে পাস শিক্ষার্থীদের সেট যথাক্রমে B ও M দ্বারা নির্দেশ করে। ফল ভেনচিত্রটি চারটি নিষ্ছদ সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদেরকে P, Q, R, F দ্বারা চিহ্নিত করা হলো।

এখানে, উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট $Q = B \cap M$, যার সদস্য সংখ্যা 70

P = শুধু বাংলায় পাস শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা = 88 – 70 = 18

R = শুধু গণিতে পাস শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা = 80 – 70 = 10

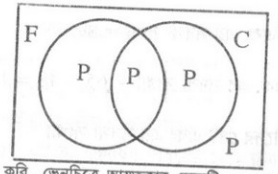
$P \cup Q \cup R = B \cup M$,এক এবং উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা = 18 + 10 + 70 = 98

F = উভয় বিষয়ে ফেল করা শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা = 100 – 98 = 2

∴ উভয় বিষয়ে ফেল করেছে 2 জন শিক্ষার্থী।

9. কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুইটি খেলাই পছন্দ করে তদ্রুপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা 10; কতজন শিক্ষার্থী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না তা ভেনচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।

সমাধান:



মনে করি, ভেনচিত্রে আয়তকার ক্ষেত্রটি ৩০ জন শিক্ষার্থীর সেট S এবং ফুটবল ও ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে তাদের সেট যথাক্রমে F ও C দ্বারা নির্দেশ করে। ফলে ভেনচিত্রটি চারটি নিষ্ছদ সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদেরকে P_1, P_2, P_3, P_4 দ্বারা চিহ্নিত করা হল। এখানে, উভয় খেলা পছন্দ করে তাদের সেট $P_2 = F \cap C$; যার সদস্য সংখ্যা 10

শুধু ফুটবল খেলা পছন্দ করে তাদের সেট $P_1 = F \setminus P_2$; যার সদস্য সংখ্যা $20 - 10 = 10$

শুধু ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে তাদের সেট $P_3 = C \setminus P_2$; যার সদস্য সংখ্যা = 15 – 10 = 5

একটি এবং উভয় খেলা পছন্দ করে তাদের সেট $= F \cup C$; যার সদস্য সংখ্যা = 10 + 10 + 5 = 25

উভয় খেলা পছন্দ করে না তাদের সেট $= S \setminus (F \cap C)$ এবং যার সদস্য সংখ্যা = 30 – 25 = 5

নির্ণেয় শিক্ষার্থীর সংখ্যা 5 জন।

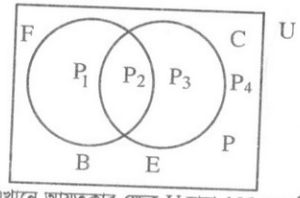
10. 100 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরিক্ষায় 65% শিক্ষার্থী বাংলা, 48% শিক্ষার্থী বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাস এবং 15% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

খ. শুধু বাংলায় ও ইংরেজিতে পাস করেছে তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ. উভয় বিষয়ে পাস এবং উভয় বিষয়ে ফেল সংখ্যাদ্বয়ের মৌলিক গুণনীয়কমূহের সেট দুইটির সংযোগ সেট নির্ণয় কর।

ক.



খ. এখানে আয়তকার ক্ষেত্র U দ্বারা 100 জন শিক্ষার্থীর সেট নির্দে করে।

শুভ নন্দী ০১৩১১ ৬১৩১০৩

B এবং E চিহ্নিত বৃত্তাকার ক্ষেত্র দুইটি দ্বারা যথাক্রমে বাংলা এবং ইংরেজি বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট নির্দেশ করে। ফলে ভেনচিত্রটি চারটি নিশ্ছেদ সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদেরকে P_1, P_2, P_3, P_4 দ্বারা নির্দেশ করা হলো

এখানে,

$P_2 = B \cap E$

= উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = ৪৮

$P_1 = B \setminus P_2$

= শুধু বাংলায় পাস শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = 65 – 48 = 17

$B \cup E = U \setminus P_4$

= এক এবং উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা

= 100 – 15 = 85

$P_3 = (B \cup E) - (P_1 \cup P_2)$

= শুধ ইংরেজিচতে পাস শিক্ষার্থীদের সেট এবং সদস্য সংখ্যা = 85 – 65 = 20

∴ শুধু বাংলায় পাস করেছে 17% শিক্ষার্থী

এবং শুধু ইংরেজিতে পাস করেছে 20% শিক্ষার্থী।

গ. উভয় বিষয়ে পাস করে 48 জন এবং উভয় বিষয়ে ফেল করে 15 জন ।

ধরি, 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট = A

এবং 15 এর গুণনীয়কসমূহের সেট = B

এখন, 48 এর গুণনীয়কসমূহ হচ্ছে 2, 3

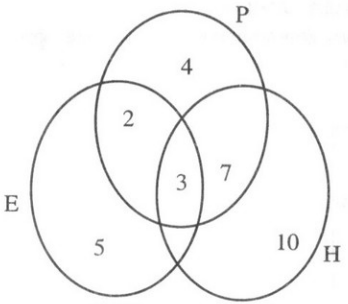
∴ $A = \{2, 3\}$

5 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ হচ্ছে 2, 5

∴ $B = \{2, 5\}$

∴ $A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 5\}$

11.



মনে করি ইতিহাসের ছাত্রের সেট = H, $n(H) = 20$

পৌরবিজ্ঞানের ছাত্রের সেট = P, $n(P) = 16$

ও গার্হস্থ্য অর্থনীতির সেট ⇒ E, $n(E) = 10$

$n(H \cap P) = 10$, $n(P \cap E) = 5$ এবং $n(H \cap P \cap E) = 3$

ভেন চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে,

ইতিহাস, পৌরবিজ্ঞান ও গার্হস্থ্য অর্থনীতির ছাত্র সংখ্যা = 3

ইতিহাস ও পৌরবিজ্ঞানের ছাত্র সংখ্যা = 7

শুধু ইতিহাসের ছাত্র সংখ্যা = 10

পৌরবিজ্ঞান ও গার্হস্থ্য অর্থনীতির ছাত্র সংখ্যা = 2

শুধু পৌরবিজ্ঞানের ছাত্র সংখ্যা = 4

শুধু গার্হস্থ্য অর্থনীতির ছাত্র সংখ্যা = 5

সুতরাং এক বা একাধিক বিষয়ের মোট ছাত্র সংখ্যা = 3 + 7 + 10 + 2 + 4 + 5 =31 জন

12. বন্টন সূত্রটি ভেনচিত্রের মাধ্যমে প্রমাণ:

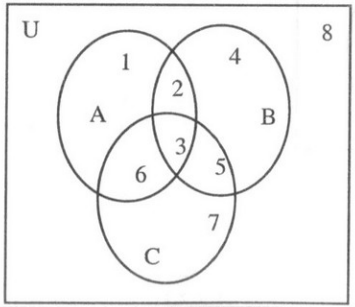
যেখানে ই = {১,২,৩,৬}, ঈ = {২,৩,৫} এবং উ = {৩,৫,৬,৭}

সমাধান :

A, B, C যেকোন সেট হলে বন্টন সূত্রটি হবে

(a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

প্রমাণ : একটি আয়তক্ষেত্র দ্বারা সার্বিক সেট U এবং তিনটি পরস্পরচ্ছেদী বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা A, B ও C সেট চিহ্নিত করি। এতে সার্বিক সেট 8টি এলাকায় বিভক্ত হলো যাদের 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ও 8 দ্বারা চিহ্নিত করা হলো



সেট	যে যে এলাকা নিয়ে গঠিত	মন্তব্য
U	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	সার্বিক
A	1, 2, 3, 6,	
B	2, 3, 4, 5	
C	3, 5, 6, 7	

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১৩৩

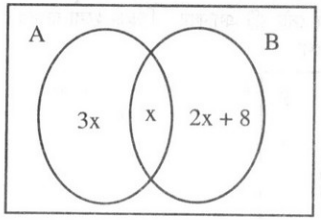
$A \cap C$	3, 5	$B \cap C = \{x : x \notin B$ এবং $x \notin C\}$
$A \cup (B \cap C)$	1, 2, 3, 5, 6	$A \cup (B \cap C) = \{x :$ $x \notin A$ অথবা $x \notin (B \cap C)\}$
$A \cup B$	1, 2, 3, 4, 5, 6	$A \cup B = \{x : x \notin A$ অথবা $x \notin B\}$
$A \cup C$	1, 2, 3, 5, 6, 7,	$A \cup C = \{x : x \notin A$ অথবা $x \notin C\}$
$(A \cup B) \cup (A \cup C)$	1, 2, 3, 5, 6	$(A \cup B) \cap (A \cup C)$ $= \{x : x \notin (A \cup B)$ এবং $x \notin (A \cup C)\}\}$

সুতরাং চিত্র হতে দেখা যায় যে,

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (প্রমাণিত)

13. ভেনচিত্রে A এবং B সেটের উপাদানগুলো দেখানো হয়েছে। যদি n(A) = n(B) হয়, তবে নির্ণয় কর:

(i) x এর মান (b) $n(A \cup B)$ এবং $n(A \cap B)$



সমাধান :

(i) চিত্র হতে পাই,

$n(A) = 3x + x$,

$n(B) = x + 2x + 8$

প্রশ্নমতে, $n(A) = n(B)$

বা, $3x + x = x + 2x + 8$

বা, $4x = 3x + 8$

বা, $4x - 3x = 8$

$\therefore x = 8$

(ii) $n(A \cup B) = 3x + x + (2x + 8)$

$= 4x + 2x + 8$

$= 6x + 8$

$= 6 \times 8 + 8$ [$\therefore x = 8$]

$= 56$

এবং $n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(B)$

[এখানে, $n(U) = n(A \cup B)$]

$= \{3x + x + (2x + 8)\} - \{x + (2x + 8)\}$

$= 6x + 8 - 3x - 8$

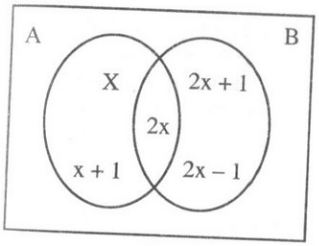
$= 3x$

$= 3 \times x$ [$\therefore x = 8$]

$= 24$

$\therefore$ $n(A \cup B) = 56$ এবং $n(A \cap B) = 24$.

14. ভেনচিত্রে A এবং B সেটদ্বয়ের প্রত্যেকের উপাদানগুলো দেখানো হয়েছে।



(i) x এর মান

(ii) n(A) এবং n(B)

(iii) $n(A' \cap B')$ নির্ণয় কর।

সমাধান:

(i) $n(U) = 25$

চিত্র হতে পাই, $n(A) = x + x + 1 + 2x$

$= 4x + 1$

$n(B) = 2x + 2x + 1 + 2x - 1 = 6x$

$n(A \cup B) = x + x + 1 + 2x + 2x + 1 + 2x - 1$

$= 8x + 1$

$n(A \cap B) = 2x$

শর্তমতে, $n(U) = n(A \cup B)$

বা, $25 = 8x + 1$

বা, $8x + 1 = 25$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $8x = 25 - 1$

বা, $8x = 24$

বা, $x = \frac{24}{x}$

$\therefore x = 3$

(ii) যেহেতু $x = 3$ সুতরাং A উপাদানগুলো হলো,

$A = \{3, 4, 6\}$

$\therefore \quad n(A) = 3$

এবং B এর উপাদানগুলো হলো,

$B = \{5, 6, 7\}$

$\therefore \quad n(B) = 3$

(iii) (ii) হতে প্রাপ্ত,

$A = \{3, 4, 6\}$

$B = \{5, 6, 7\}$

চিত্র হতে প্রাপ্ত,

$U = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এবার, $A = U - A$

$= \{3, 4, 5, 6, 7\} - (3, 4, 6\}$

$= \{5, 7\}$

এবং $B = U - B$

$= \{3, 4, 5, 6, 7\} - (5, 6, 7\}$

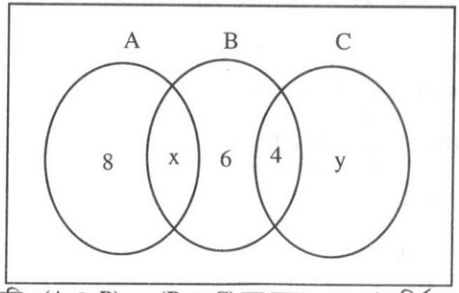
$= \{3, 4\}$

সুতরাং $A' \cap B; = \{5, 7\} \cap \{3, 4\}$

$= \{\ \}$

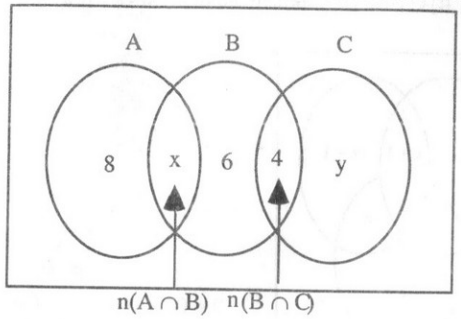
$\therefore \quad n(A' \cap B'\} = 0$

15. ভেনচিত্রে সার্বিক সেট খ এবং উপসেট ই, ঈ, উ এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।



(a) যদি $n(A \cap B) = n(B \cap C)$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:



দেওয়া আছে, $n(A \cap B) = n(B \cap C)$

$\therefore x = 4$, [ভেনচিত্র হতে]

অতএব, x এর নির্ণেয় মান, 4

(b) যদি $nn(A \cap B) = n(B \cap C)$ হয়, তবে y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে $A' = U - A$

এবং $C' = U - C$

দেওয়া আছে, $n(A' \cap B') = n(B' \cap C')$

$\therefore 6 + S = Y + 4$ [ভেনচিত্র হতে]

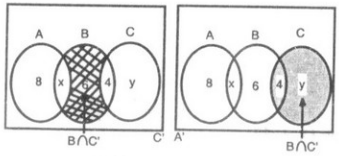
বা, $6 + 4 = y + 4$ [$\therefore x = 4$]

বা, $y = 10 - 4$

বা, $y = 6$

$\therefore$ y এর মান নির্ণয় মান 6

ব্যাখ্যা :



(c) n(U) এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: $n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$

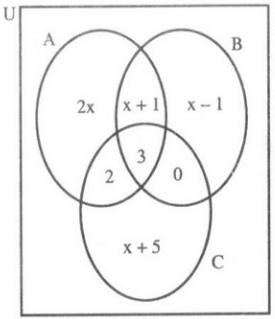
$= 8 + 4 + 6 + 6$ [$\therefore x = 4, y = 6$]

$= 28$

$\therefore$ n(U) এর নির্ণয় মান 28.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

16. ভেনচত্রে A, B, C সেটের উপাদনগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে, যেন, U = A ∪ B ∪ C.



(a) যদি n(U) = 50 হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, n(U) = 50

∴ 2x + (x + 1) + 3 + 2 + (x – 1) + 0 + x + 5 = 50

বা, 2x + x + 1 + 3 + 2 + x – 1 + x + 5 = 50

বা, 5x + 10 = 50

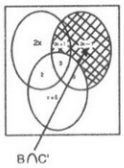
বা, 5x = 50 – 10

বা, x = 8

∴ x এর নির্ণেয় মান 8.

((b) n(B ∩ C') এবং n(A' ∩ B) এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান:



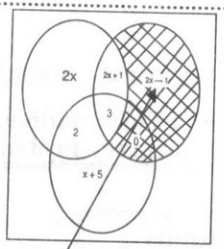
এখন, n(B ∩ C') = (x – 1) + (x + 1)

= x – 1 + x + 1 এখানে,

= 2x C' = U – C

= 2 × x [∴ x = 8] এবং A' = U A

= 16



A'∩ B

এবং n(A' ∩ B) = (x – 1) + 0

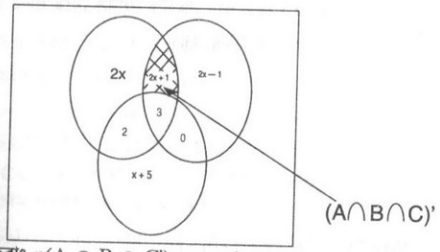
= x –1

= 8 – 1 [∴ x = 8]

= 7

(c) n(A ∩ B ∩ C) এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে C' = U – C



সুতরাং n(A ∩ B ∩ C') = x + 1

= x + 1 [∴ x = 8]

= 9

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

গণনার মূলনীতি : বিন্যাস ও সমাবেশ, সম্ভব্যতা

Counting Principles : Permutations and Combinations, Elementary Probability

বিন্যাস Permutations

তিনটি অক্ষর a, b, c এর মধ্যে থেকে দুইটি করে নিয়ে পর পর সাজালে পাওয়া যায় ab, ac, ba, bc, ca, cb।

আবার, তিনটি করে নিয়ে পর পর সাজানো হলে পাওয়া যায়, abc, acb, bac, bca, cab, cba

উপরেরপ্রাপ্ত প্রত্যেকটিকে বলা হয় এক একটি বিন্যাস (Permutation)

কতগুলো জিনিস থেকে কয়েকটি বা সব কয়টি একবারে নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায় (অর্থাৎ ভিন্ন ভিন্ন সারি গঠন করা যায়।) তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলা হয়।

n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r ($r \le n$)– সংখ্যক জিনিস নিয়ে প্রাপ্ত বিন্যাস সংখ্যাকে সাধারণ সংক্ষেপে ${}^{n}p_{r}$ বা p(n,r) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

একনজরে :

$\therefore \quad {}^{n}p_{r} = n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)$

$= \frac{n!}{(n-1)!}$

$\therefore \quad {}^{n}p_{r} = \lfloor n$ বা n!

এখানে, $n! = n(n-1)(n\,2)\ldots(n-r+1)(n-r)!$

$O! = 1$

n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে একবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যেখানে যে কোন জিনিসের r সংখ্যক বার পুনরাবৃত্তি ঘটতে পারে।

এই ক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা = n^r

১। **প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার নিয়ে ৮, ৯, ৭, ৬, ৩, ২ অঙ্কগুলো দ্বারা তিন অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়?**

Solve: যেহেতু অঙ্কগুলো বিভিন্নভাবে সাজালে ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা হয়, সুতরাং ৬টি জিনিসের মধ্যে থেকে ৩ টিকে একবারে নিয়ে যে বিন্যাস সংখ্যা তা হল মোট সংখ্যার সমান।

$\therefore$ নির্ণেয় মোট সংখ্যা = ${}^{6}P_{3} = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = 120$

২। **'Courage' শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে?**

Solve: 'Courage' শব্দটিতে/৭টি অক্ষর যার মধ্যে চারটি স্বরবর্ণ (o, u, a, e) আছে। মনে করি, এদের যে কোন একটি স্বরবর্ণ (o) কে প্রথম স্থানে রাখা হল। তাহলে বাকি ৬টি অক্ষর দ্বারা অবশিষ্ট স্থানগুলো 6! উপায়ে পূরণ করা যায়।

$\therefore$ 0 কে প্রথমে রেখে বিন্যাস সংখ্যা = $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

তদ্রূপ অপর স্বরবর্ণগুলো প্রথমে রাখলে প্রত্যেক ক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা = 720.

$\therefore$ নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $4 \times 720 = 2880$

৩। **স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে 'Daughter' শব্দটির অক্ষরগুলো কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়?**

Solve: শব্দটিতে মোট ৪টি অক্ষর আছে। এ অক্ষরগুলো সবই ভিন্ন ভিন্ন। সুতরাং সবগুলো অক্ষর

একবারে নিয়ে ৪টি অক্ষরকে ${}^{8}P_{8}$ সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।

এখন স্বরবর্ণ a, u, e কে একক অক্ষর ধরে d, g, h, t, r, (aue) অর্থাৎ ৬টি অক্ষরের সবগুলো একবারে নিয়ে ${}^{6}P_{6}$ সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়। এখানে ক্রমানুসারে (aue) স্বরবর্ণগুলোকে একক অক্ষর ধরা হয়েছে। কিন্তু এ 3টি স্বরবর্ণকে নিজেদের মধ্যে 3! অর্থাৎ, 6 সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি রেখে অক্ষরগুলোকে ${}^{6}P_{6} \times 6$ সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস সংখ্যা

$= {}^{8}P_{8} - {}^{6}P_{6} \times 6$

$= 8! - 6! \times 6 = 40320 - 720 \times 6 = 36000.$

৪। **'Calculus' শব্দটির বর্ণগুলোর সবগুলো একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় যেন প্রথম ও শেষ অক্ষর 'u' থাকে?**

Solve: শব্দটির মধ্যে ৮টি অক্ষর আছে। এদের মধ্যে দুইটি c, দুইটি *l* এবং দুইটি u আছে; অবশিষ্ট অক্ষরগুলো বিভিন্ন রকমের।

শর্তানুযায়ী প্রথম ও শেষে u থাকবে। সুতরাং অবশিষ্ট 6টি স্থান বাকি 6টি অক্ষর দ্বারা পূরণ করতে হবে।

যেহেতু বাকি 6টি অক্ষরের মধ্যে 2টি c, 2টি *l* এবং অন্যগুলো ভিন্ন ভিন্ন, সুতরাং 6টি অক্ষরের সবগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{6!}{2!2!} = 180.$

$\therefore$ প্রদত্ত শর্ত অনুযায়ী অক্ষরগুলোকে 180 প্রকারে সাজানো যাবে।

৫। **0, 1, 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলো দ্বারা ছয় অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যায়? (প্রত্যেক অঙ্ক কেবল একবার নিয়ে একটি সংখ্যা ব্যবহার করে)**

সমাধান : ছয় অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা গঠনের জন্য প্রদত্ত 6টি অঙ্কই ব্যবহার করতে হবে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ 6টি অঙ্ক একবারে নিয়ে মোট সংখ্যা = ${}^6P_6 = 720$

যে সংখ্যার সর্ববামে 0 থাকবে তা ছয় অঙ্কবিশিষ্ট অর্থপূর্ণ সংখ্যা হবে না। সর্ববামের স্থানটি 0 এর জন্য নির্দিষ্ট রেখে বাকি ৫টি অঙ্ককে নিজেদের মধ্যে 5! অর্থাৎ, 120 উপায়ে সাজানো যায়।

সুতরাং, 120টি সংখ্যার সর্ববামে 0 থাকবে।

∴ ছয় অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = 720 – 120 = 600.

৬। **একজন সংকেত প্রদানকারীর 6টি পতাকা আছে যার মধ্যে 1টি সাদা, 2টি সবুজ এবং ৩টি লাল। তিনি 5টি পতাকা সারিতে (in a row) ব্যবহার করে কতটি বিভিন্ন সংকেত দিতে পারবেন?**

সমাধান : পাঁচটি পতাকার সম্ভাব্য নির্বাচন নিম্নরূপঃ

	সাদা(১টি)	সবুজ(২টি	লাল(৩টি)
(a)	1	2	2
(b)	1	1	3
(c)	0	2	3

(a) এর জন্য বিন্যাস সংখ্যা, অর্থাৎ সংকেত সংখ্যা

$$= \frac{5!}{2!2!} = 30$$

(b) " " " " " $= \frac{5!}{3!} = 20$

(c) " " " " " " $= \frac{5!}{2!3!} = 10$

∴ নির্ণেয় মোট সংকেত সংখ্যা = 30 + 20 + 10 = 60.

৭। **4, 5, 6, 7, 8 এর প্রত্যেকটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে চার অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়? এ সংখ্যাগুলোর কয়টিতে একই অঙ্ক একাধিবার থাকবে?**

সমাধান : এখানে 5টি অঙ্ক থেকে প্রতিবারে 4টি অঙ্ক (একই অঙ্ক একাধিবারে নিয়েও) পর পর সাজালেই চার অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা পাওয়া যাবে। অর্থাৎ 5টি জিনিস থেকে প্রতিবারে 4টি জিনিস (যেখানে একই জিনিসের 4 সংখ্যক বার পুনরাবৃত্তি ঘটতে পারে) নিয়ে বিন্যাস সংখ্যাই হল মোট সংখ্যা।

∴ চার অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = 5^4 = ৬২৫.

আবার ৫টি অঙ্ক থেকে 4টি অঙ্ক (প্রত্যেকটি কেবল একবার) নিয়ে চার অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^5P_4 = 120$

∴ প্রত্যেকটি সংখ্যায় একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে এরূপ মোট সংখ্যা = 625 – 120 = 505. সমাবেশ।

৮। **SCIENCE শব্দটির স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে সব কয়টি বর্ণকে সম্ভাব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা হচ্ছে –**

সমাধান :

SCIENCE

7 বর্ণের 3টি স্বরবর্ণ

তাদের একটি ধরে 5 টি বর্ণের সাজানো উপায়

$$= \frac{\lfloor 5}{\lfloor 2} \text{ [C দুটি]} = 5.4.3$$

স্বরবর্ণের মধ্যে সাজানো যায় $= \frac{\lfloor 3}{\lfloor 2}$ (E দুটি)

$= 3.$

∴ মোট সাজানো যায় = $60 \times 3 = 180$ বার।

৯। **2, 3, 4, 5, 6, 7 ও 8 এই অংকগুলোর প্রতিটি সংখ্যা একবার করে নিয়ে চার অংকের কতগুলো পৃথক সংখ্যা গঠন করা যায়?**

সমাধান ঃ

যেহেতু অংকগুলো বিভিন্ন সাজানো ব্যবস্থায় বিভিন্ন হয়। অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা 7টি বিভিন্ন বস্তুর 4টিকে নিয়ে একবারে বিন্যাসের সংখ্যার সমান।

নির্ণেয় সংখ্যা = $7_{P_4} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$

১০। **স্বরবর্ণগুলোকে পাশাপাশি না রেখে triangle শব্দটির অক্ষরগুলো কত রকমে সাজানো যায়?**

সমাধান ঃ

শব্দটিতে মোট ভিন্ন 8টি অক্ষর যার 3টি স্বরবর্ণ। সবগুলো একত্রে নিয়ে মোট, $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$ রকমে সাজানো যায়।

স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি রেখে, মোট $6! \times 3! = 720 \times 6 = 4320$ প্রকারে সাজানো যায়।

∴ স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি না রেখে মোট (40320 – 4320) = 36000 প্রকারে সাজানো যায়।

১১। **CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ?**

সমাধান ঃ

AMERICA এর ক্ষেত্রে $P_2 = \frac{\lfloor 7}{\lfloor 2} = 2520$

CALCUTTA এর ক্ষেত্রে $P_1 = \frac{\lfloor 8}{\lfloor 2 \lfloor 2 \lfloor 2}$

$= 5040$

$\therefore \frac{P_1}{P_2} = \frac{5040}{2520} = 2$

১২। **3, 4, 5, 3, 4, 5, 6 অংকগুলোর বিজোড় অংকগুলো সর্বদাই বিজোড় স্থানে রেখে সাত অংকের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?**

সমাধান ঃ

4টি বিজোড় অংকের মধ্যে 2টি 4 এবং 2টি 5 আছে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

4টি বিজোড় স্থানে 4টি বিজোড় অংক দ্বারা $\frac{\lfloor 4}{\lfloor 2 \lfloor 2} = 6$ উপায়ে সাজানো যায়।

3টি জোড় স্থানে 2টি জোড় অংক দ্বারা $\frac{\lfloor 3}{\lfloor 2} = 3$ উপায়ে সাজানো যায়।

$\therefore$ মোট গঠিত সংখ্যা $= 6 \times 3 = 18$

১৯। 90টি উপন্যাসের মধ্যে 2টি বিশেষ উপন্যাস একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায়?

সমাধান ঃ

দুটি বিশেষ উপন্যাসকে নিয়ে মোট উপন্যাস পাওয়া যায় 8টি। 8টি উপন্যাসকে নিজেদের মধ্যে $\lfloor 8$ আকারে সাজানো যায়।

আবার 2টি বিশেষ উপন্যাস নিজেদের মধ্যে $\lfloor 2$ আকারে সাজানো যায়।

$\therefore$ মোট সাজানো সংখ্যা $= \lfloor 8 \times \lfloor 2$

$= 40320 \times 2$

$= 80640$

সমাবেশ (Combinations)

তনজন লোক M_1M_2, M_1M_3, M_2M_3

আবার তিনজনের সবাইকে নিয়ে দল গঠন করলে সম্ভাব্য দলটি হবে $M_1M_2M_3$

সম্ভাব্য দলগুলোর প্রত্যেকটিকে বলা হয় এক একটি সমাবেশ (Combination)। কতগুলো জিনিস থেকে কয়েকটি বা সবকয়টি একবারে নিয়ে যত প্রকারে নির্বাচন বা দল (ক্রম বর্জন করে) গঠন করা যায় তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি সমাবেশ বলা হয়।

n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে প্রাপ্ত সমাবেশ সংখ্যাকে সংক্ষেপে সাধারণত ${}^nc_r$ বা, c (n, r) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\therefore \quad {}^nc_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

× সমাবেশ ও বিন্যাস সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক :

${}^np_r = {}^nc_r \times r!$

${}^nc_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{n!o!} = 1$

সম্পূরক সমাবেশ :

${}^nc_r = {}^nc_{n-r}$

যেমন, ${}^4c_1 = {}^4c_{4-1} = 4$

${}^nc_r + {}^nc_{r-1} = {}^{n+1}c_r$

1. 16 বাহুবিশিষ্ট একটি বহুভুজের কৌণিক বিন্দুর সংযোগ রেখা দ্বারা কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়? এ বহুভুজের কতগুলো কর্ণ আছে?

সমাধান :

বহুভুজের 16টি কৌণিক বিন্দু আছে। বহুভুজটির কৌণিক বিন্দুগুলোর যে কোন তিনটি বিন্দু দ্বারা একটি ত্রিভুজ গঠিত হয়। এ 3টি বিন্দু ${}^{16}C_3$ সংখ্যক উপায়ে নির্বাচন করা যায়।

$\therefore$ নির্ণেয় ত্রিভুজের সংখ্যা ${}^{16}C_3 = 560$

আবার 16টি বিন্দুর যে কোন 2টি নিয়ে যোগ করলে একটি রেখা পাওয়া যায়।

$\therefore$ রেখার মোট সংখ্যা $= {}^{16}C_2 = 120.$

কিন্তু এ রেখাগুলোর মধ্যে ১৬টি রেখা বহুভুজের বাহু।

$\therefore$ নির্ণেয় কর্ণের সংখ্যা $= 120 - 16 = 104.$

2. 16 জন ক্রিকেট খেলোয়াড়ের মধ্যে 5 জন ভাল বোলার, 3 জন উইকেরক্ষক এবং বাকি কয়জন সাধারণ মানের বোলার হলেও উইকেটরক্ষক নন। এদের মধ্য থেকে 11 জন খেলোয়াড় নিয়ে কয়টি দল গঠন করা যায় কমপক্ষে 4 জন ভাল বোলার ও 2 জন উইকেটরক্ষক থাকবে?

সমাধান :

একটি দল গঠন করতে সম্ভাব্য নির্বাচন হবে নিম্নরূপঃ

	ভাল বোলার (৫)	উইকেটরক্ষক (৩)	অন্যান্য (৪)
(a)	4	2	5
(b)	4	3	4
(c)	5	2	4
(d)	5	3	3

(a) এর জন্য ভাল বোলার, উইকেটরক্ষক ও অন্যান্য খেলোয়ার নির্বাচন করা যায় যথাক্রমে ${}^5C_4$, ${}^3C_2$, ${}^8C_5$ উপায়।

$\therefore$ (a) এর জন্য নির্বাচনের উপায়ের মোট সংখ্যা

$= {}^5C_4 \times {}^3C_2 \times {}^8C_5$

অর্থাৎ 4 জন ভাল বোলার, 2 জন উইকেটরক্ষক ও (11 – 4 + 2) বা 5 জন অন্যান্য খেলোয়াড় নিয়ে 840টি সম্ভাব্য দল গঠন করা যায়।

তদ্রূপ (b) এর জন্য $({}^5C_4 \times {}^3C_3 \times {}^8C_4)$, বা 350টি দল;

(c) এর জন্য $({}^5C_5 \times {}^3C_2 \times {}^8C_4)$, বা 210টি দল;

(d) এর জন্য $({}^5C_5 \times {}^3C_3 \times {}^8C_3)$, বা 56টি দল।

$\therefore$ নির্ণেয় দলের সংখ্যা $= 840 + 350 + 210 + 56 = 1456.$

3. 12 জন ছাত্রের মধ্য থেকে 3টি কমিটি (প্রত্যেক কমিটিতে 4জন ছাত্র নিয়ে) গঠন করতে হবে। কত উপায়ে ঐ কমিটিগুলো গঠন করা যায়?

সমাধান :

12 জন ছাত্রের মধ্য থেকে 4 জন নিয়ে প্রথম কমিটি ${}^{12}C_4$ উপায়ে গঠন করা যায়। প্রথম কমিটি গঠন করার পর দ্বিতীয় কমিটি (12 – 4) জন বা 8 জন ছাত্রের মধ্য থেকে

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

${}^8C_4$ উপায়ে গঠন করা যায়। আবার প্রত্যেকটি প্রথম কমিটির প্রেক্ষিতে দ্বিতীয় কমিটির সংখ্যা ${}^8C_4$. অতএব প্রথম ও দ্বিতীয় কমিটি ${}^{12}C_4 \times {}^8C_4$ উপায়ে গঠন করা যেতে পারে। ${}^{12}C_4 \times {}^8C_4$ উপায়ে প্রথম ও দ্বিতীয় কমিটি গঠনের একটি উপায়ে প্রেক্ষিতে অবশিষ্ট (12 – 8) জন বা 4 জন ছাত্রের মধ্য থেকে তৃতীয় কমিটি ${}^4C_4$ বা 1 উপায়ে গঠন করা যায়।

তিনটি কমিটি গঠনের মোট উপায় (Total number of ways) = ${}^{12}C_4 \times {}^8C_4 \times 1$
$= 495 \times 70 \times 1 = 34650.$

4. 'Permutations' শব্দটির বর্ণগুলো থেকে ১টি স্বরবর্ণ ও ২টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলো শব্দ গঠন করা সম্ভব যেন স্বরবর্ণটি সব সময় মাঝখানে থাকে?

সমাধান :

Permutations' শব্দের ব্যঞ্জনবর্ণগুলো ও স্বরবর্ণগুলো হচ্ছে যথাক্রমে (p, r, m, t, t, n, s) এবং (e, u, a, i, o).

এখানে একটি 't' বাদ দিয়ে বাকি 6টি ব্যঞ্জনবর্ণ (প্রত্যেকে ভিন্ন) থেকে 2টি করে নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা ${}^6C_2 = 15$

আবার ৫টি স্বরবর্ণ থেকে 1টি করে নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা = ${}^5C_1 = 5$

∴ সব বর্ণ নিয়ে 3টি বর্ণের (2টি ব্যঞ্জনবর্ণ ও 1টি স্বরবর্ণ) মোট সমাবেশ সংখ্যা = $15 \times 5 = 75.$

এখন প্রত্যেকটি সমাবেশের বর্ণগুলো সাজালে শব্দ গঠিত হবে। শর্তানুযায়ী স্বরবর্ণটি মাঝখানে থাকবে। সুতরাং ব্যঞ্জনবর্ণ দুইটি নিজেদের মধ্যে ${}^2C_2$ বা, 2 উপায়ে সাজানো যায়।

∴ শব্দের মোট সংখ্যা = $75 \times 2 = 150.$

আবার ব্যঞ্জনবর্ণগুলো থেকে 2টি 't' ও স্বরবর্ণ থেকে 1টি নিয়েও শব্দ গঠন করা যায়।

∴ 2টি 't' ও 1টি স্বরবর্ণ সম্বলিত শব্দের সংখ্যা

$= {}^2C_2 \times {}^5C_1 \times 1$[∵ 2টি 't' নিজেদের মধ্যে 1 উপায়ে সাজানো যায়]

$= 1 \times 5 \times 1 = 5$

∴ নির্ণেয় শব্দের মোট সংখ্যা = $150 + 5 = 155.$

5. 12টি বাহু বিশিষ্ট একটি সমতল ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোগ রেখা দ্বারা কতগুলো ত্রিভুজ গঠন করা যায়?

সমাধান :

সমতলটি 12টি কৌণিক বিন্দুর থেকে 3টি রেখা দিয়ে একটি ত্রিভুজ আকা যায়।

∴ ত্রিভুজ সংখ্যা = ${}^{12}C_3 = \dfrac{12 \times 11 \times 10}{1 \times 2 \times 3} = 220$

6. Degree শব্দটির অক্ষরগুলো থেকে যেকোন 4টি অক্ষর প্রতিবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

সমাধান :

4টি বর্ণই ভিন্ন এক্ষেত্রে, ${}^4C_4 = 1$

2টি বর্ণ অভিন্ন 2টি ভিন্ন, এক্ষেত্রে, $1 \times {}^3C_2 = 3$

3টি অভিন্ন 1টি ভিন্ন, এক্ষেত্রে, ${}^3C_3 \times {}^3C_1 = 3$

∴ মোট সংখ্যা = $(1 + 3 + 3) = 7$

7. একজন ব্যক্তির 12 জন বন্ধু আছে যাদের মধ্যে 8 জন আত্মীয়। তিনি কত প্রকারে 7 জন বন্ধুকে দাওয়াত দিতে পারেন যাদের মধ্যে 5 জন আত্মীয় থাকবেন?

সমাধান :

8 জন আত্মীয় হতে 5 জনকে ${}^8C_5$ উপায়ে সাজানো যায়।

আবার, 4জন অনাত্মীয় হতে আরও $(7 - 5) = 2$ জনকে নিয়ে ${}^4C_2$ উপায়ে সাজানো যায়।

∴ মোট সাজানো সংখ্যা = ${}^8C_5 \times {}^4C_2 = 336$

8. LOGARITHMS শব্দটির বর্ণগুলো হতে 3টি Consonant ও 2টি Vowel কত প্রকারে বাছাই করা যায়?

সমাধান:

৪7টি Consonant হতে 3টি করে বেছে নেওয়ার সংখ্যা = ${}^7C_3$

3টি Vowel হতে 2টি করে বেছে নেওয়ার সংখ্যা = ${}^3C_2$

∴ মোট বাছাই সংখ্যা = ${}^7C_3 \times {}^3C_2 = 105$

সম্ভাবনা
Elementary Probability

দৈনন্দিন জীবনে আমরা সচরাচর সম্ভাবনা শব্দটি ব্যবহার করি। যেমন– আজ বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা নেই; দিনের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাওয়ার সম্ভাবনা আছে, বিশ্বকাপে ব্রাজিলের জেতার সম্ভবনা বেশি ইত্যাদি। অর্থাৎ কোনো ঘটনা ঘটার নিশ্চয়তা এবং অনিশ্চয়তা সম্পর্কে কিছু বলার জন্য সম্ভবনা শব্দটি ব্যবহার করি। নিম্নে কিছু উদাহরণ দেওয়া হলো যা অনিশ্চয়তার ইঙ্গিত বহন করে।

i) আগামীকালের ক্রিকেট ম্যাচে ভারত ও পাকিস্তানের মধ্যে ভারতের জয়ের সম্ভবতা কত?

ii) হেপাটাইটিস–বি ভাইরাস প্রতিরোধে উদ্ভাবিত নতুন টীকার কার্যকারিতা কতটুকু?

বেশিরভাগ ক্ষেত্রেই আমরা দৈনন্দিন জীবনে উল্লেখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর পাই, "ভালো সম্ভাবনা" "যথেষ্ট কার্যকরী" "খুব নগন্য" "প্রায় নিশ্চিত" ইত্যাদি।

এগুলো হলো গুণবাচক উত্তর এবং এ উত্তর গুলো তাদের তুলনামুলক গুরুত্ব অনুধাবনের জন্য যথেষ্ট নয়। উত্তরগুরোর তুলনামুলক গুরুত্ব অনুধাবনের জন্য উত্তরগুলো সংখ্যামানে প্রকাশ করা

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

যৌক্তিক। যেমন– ধরাযাক প্রয়োজনীয় তথ্যের ভিত্তিতে পরিমাপ করা হলো যে, আগামীকালের ক্রিকেট ম্যাচে ভারতের জয়ের সম্ভাবনা ৫০%।

ঘটনা (Event): কোনো পরীক্ষার ফলাফল বা ফলাফলের সমাবেশকে ঘটনা বলে। উদাহরণ স্বরূপ একটা ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষায় "ও" পাওয়া একটি ঘটনা। আবার জোড় সংখ্যা পাওয়া ও একটি ঘটনা।

নিশ্চিত ঘটনা (Sure Event) : কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা অবশ্যই ঘটবে একে নিশ্চিত ঘটনা বলে। নিশ্চিত ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার মান 1 হয়। যেমন– আগামীকাল সূর্য পূর্বে দিক থেকে উঠার সম্ভবনা 1। রাতের বেলায় সূর্য দেখা যাবে না এর সম্ভাবনা 1।

অসম্ভব ঘটনা (Impossible Event) : কোনো পরীক্ষায় যে ঘটনা কখনো ঘটবে না অর্থাৎ ঘটতে পারে না একে অসম্ভব ঘটনা বলে। অসম্ভব ঘটনার সম্ভবনা সব সময় শূন্য হয়। যেমন– আগামীকাল সূর্য পশ্চিম দিক থেকে উঠবে অথবা সূর্য পূর্ব দিকে অস্ত যাবে এর সম্ভাবনা শূন্য। একই ভাবে একটা ছক্কা নিক্ষেপে 7 আসার সম্ভাবনাও শূন্য। এখানে প্রত্যেকটি ঘটনার অসম্ভব ঘটনা।

ছক্কা নিক্ষেপ এর নমুনা ক্ষেত্র $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

পরীক্ষায় ৪ আসার সম্ভাব $\frac{1}{6} = \frac{\text{অনুকূল ঘটনা}}{\text{মোট ঘটনা}}$

1. মনে করি একটা নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলো। 5 আসার সম্ভাবনা কত?

সমাধান :

একটা ছক্কা নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হচ্ছে : 1, 2, 3, 4, 5, 6। ছক্কাটি নিরপেক্ষ হলে ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য হবে। অর্থাৎ যেকোনো ফলাফল আসার সম্ভাবনা সমান। অতএব যেকোনো একটা ফলাফল আসার সম্ভাবনা ছয়ভাগের একভাগ। সুতরাং 5 আসার সম্ভাবনা $\frac{1}{6}$। আমরা এটাকে $P(5) = \frac{1}{6}$ এইভাবে লেখি।

2. একটা নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত?

সমাধান :

ছক্কা নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হচ্ছে : 1, 2, 3, 4, 5, 6. এদের মধ্যে 2, 4, 6 এই 3টি জোড় সংখ্যা। এই তিনটির যেকোনো একটা আসলে জোড় সংখ্যা হবে অর্থাৎ জোড় সংখ্যার অনুকূল ফলাফল 3 টা।

যেহেতু ফলাফলগুলো সমসম্ভাব্য, তাই জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা হবে $\frac{3}{6}$।

$\therefore$ P (জোড়সংখ্যা) $= \frac{3}{6}$.

3. একটা থলেতে 4টা লাল, 5টা সাদা ও 6টা কালো বল আছে। দৈবভাবে একটা বল নেয়া হলো। বলটি (i) লাল (ii) সাদা ও (iii) কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান :

থলেতে মোট বলের সংখ্যা $4 + 5 + 6 = 15$টি

দৈবভাবে একটা বল নেয়া হলে 15টি বলের যেকোনো একটি আসতে পারে। সুতরাং সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল = 15

(i) ধরি লাল বল হওয়ার ঘটনা R। থলেতে মোট 4টা লাল বল আছে। এদের যেকোনো একটি আসলেই লাল বল হবে। সুতরাং লাল বলের অনুকূল ফলাফল = 4.

$$\therefore P(R) = \frac{\text{লাল বলের অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{4}{15}$$

(ii) বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা W ধরি। যেহেতু থলেতে 5টা সাদা বল আছে এবং এদের থেকে একটা বল আসলে সাদা বল হবে, সুতরাং সাদা বলের অনুকূল ফলাফল 5.

$$\therefore P(W) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

(iii) বলটি কালো হওয়ার ঘটনা B ধরি। থলেতে মোট 6টা কালো বল আছে এবং এদের থেকে একটা বল আসলেই কালো বল হবে। সুতরাং কালো বলের অনুকূল ফলাফল 6.

$$\therefore P(B) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

4. আবহাওয়া দপ্তর থেকে পাওয়া রিপোর্ট অনুযায়ী জুলাই মাসে ঢাকা শহরে 21 দিন বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে ৪ই জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান :

যেহেতু জুলাই মাস 31 দিন এবং জুলাই মাসে 21 দিন বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে যেকোনো একদিন বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{21}{31}$। অতএব ৪ জুলাই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{21}{31}$.

5. কোনো একটি নির্দিষ্ট এলাকায় জরিপে দেখা গেল 65 জন প্রথম আলো, 40 জন ভোরের কাগজ, 45 জন জনকণ্ঠ, 52 জন যুগান্তর পত্রিকা পড়ে। এদের মধ্য হতে একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করলে তিনি যুগান্তর পত্রিকা পড়েন এর সম্ভাবনা কত? তিনি প্রথম আলো পড়েন না এর সম্ভাবনাও কত?

সমাধান:

এখানে পত্রিকা পড়েন মোট $(65 + 40 + 45 + 52) = 202$ জন।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

যুগান্তর পত্রিকা পড়েন 52 জন।

সুতরাং ঐ ব্যক্তির যুগান্তর পত্রিকা পড়ার সম্ভাবনা $\frac{52}{202}$.

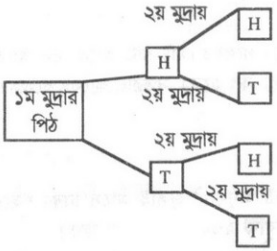
প্রথম আলো পত্রিকা পড়েন 65 জন। সুতরাং প্রথম আলো পত্রিকা পড়েন না (202 – 65) = 137 জন।

∴ প্রথম আলো পত্রিকা পড়েন না এর সম্ভাবনা $=\frac{137}{202}$.

6. মনে করি, দুইটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একসাথে একবার নিক্ষেপ করা হলো। নমুনা ক্ষেত্রটি তৈরি করতে হবে। প্রথম মুদ্রায় H এবং দ্বিতীয় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধান :

দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষাকে দুইধাপ হিসেবে বিবেচনা করা যায়। প্রথম ধাপে একটা মুদ্রা নিক্ষেপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। দ্বিতীয় ধাপে অপর মুদ্রা নিক্ষেপও 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। তাই পরীক্ষার মোট ফলাফলকে Probability tree এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো হয়।



সম্ভাব্য নমুনা বিন্দুগুলো HH, HT, TH, TT.

তাহলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে {HH, HT, TH, TT}. এখানে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা 4 এবং প্রতিটি নমুনা বিন্দুর আসার সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$। তাই প্রথম মুদ্রায় H ও দ্বিতীয় মুদ্রায় T আসার সম্ভাবনা হবে $P(HT)=\frac{1}{4}$.

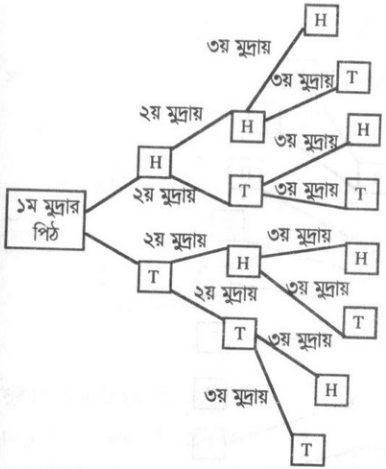
7. মনে করি একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলো। তিন নিরপেক্ষ মুদ্রা একসাথে একবার নিক্ষেপ করা হলে, Probability tree তৈরি করে নমুনা ক্ষেত্রটি দেখাও। তা হতে নিচের ঘটনাগুলোর সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

সমাধান :

প্রথম মুদ্রা তিনটিকে নিধাপ হিসেবে বিবেচনা করা এবং প্রতিধাপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। সুতরাং মোট ফলাফলকে Probability tree–এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো যায় :

তাহলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে : {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

এখানে মোট নমুনা বিন্দু 8টি এবং এদের যেকোনো একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা $\frac{1}{8}$.



(i) একটি টেল পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো {THH, HHT, HTH} = 3 টি

∴ $P(1T)=\frac{3}{8}$ (কেননা প্রতিটি নমুনা বিন্দুর ঘটার সম্ভাবনা $\frac{1}{8}$)

(ii) তিনটিই হেড (H) পাওয়ার অনুকূল ঘটনা {HHH} = 1টি

∴ $P(HHH)=\frac{1}{8}$.

(iii) কমপক্ষে 1T পাওয়ার অনুকূল ঘটনাগুলো {HHT, HTH, THH, HTT, TTH, TTT} = 7টি

∴ $P[\text{কমপক্ষে } 1T]=\frac{7}{8}$

8. একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো। Probability tree তৈরি করে নমুনা ক্ষেত্রটি লিখ :

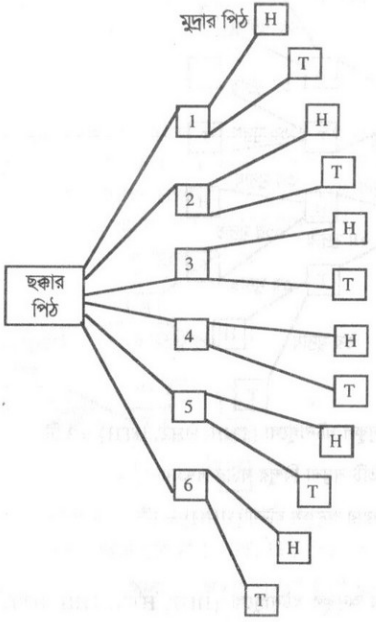
সমাধান :

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা নিক্ষেপ পরীক্ষাকে দুইধাপ হিসেবে বিবেচনা করি। প্রথম ধাপে ছক্কা নিক্ষেপে 6টি ফলাফল {1, 2, 3, 4, 5, 6} আসতে পারে। দ্বিতীয় ধাপে মুদ্রা নিক্ষেপে 2টি ফলাফল {H অথবা T} আসতে পারে। তাই পরীক্ষায় মোট ফলাফলকে Probability tree–এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো যাবে।

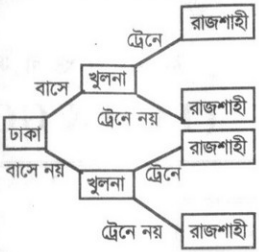
তাহলে নমুনা ক্ষেত্রটি হবে : {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}

এখানে মোট নমুনা বিন্দু 12টি।

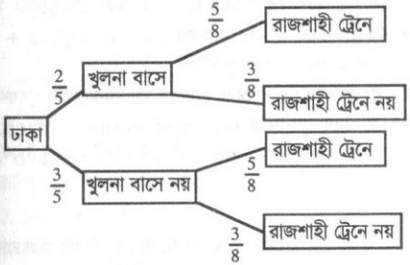


সুতরাং ছক্কায় 5 এবং মুদ্রায় H আসার সম্ভাবনা $P(5H) = \frac{1}{12}$.

9. একজন লোক ঢাকা হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{3}$ এবং খুলনা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$। লোকটি খুলনায় বসে এবং রাজশাহী ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা কত? Probability tree ব্যবহার করে দেখাও।



সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree হবে



সুতরাং লোকটির খুলনায় বাসে এবং রাজশাহীতে ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা

$P[\text{খুলনা বাস, রাজশাহী ট্রেনে নয়}] = \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ল.সা.গু ও গ.সা.গু
(LCM & GCD)

গ.সা.গু.

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ. সা. গু.) :

যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক তাকে উক্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলা হয়; যেমন— a হল ab এবং ac এর সাধারণ গুণনীয়ক, তদ্রূপ (a + b) হল $(a^2 - b^2)$ এবং $(a^3 + b^3)$ উভয় রাশির সাধারণ গুণনীয়ক।

দুই বা ততোধিক রাশির অন্তর্গত বৃহত্তম সংখ্যক সম্ভাব্য সাধারণ গুণনীয়কগুলোর গুণফলকে ঐ রাশিদ্বয় বা রাশিসমূহের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (Highest common factor) বা সংক্ষেপে গ. সা. গু. (H. C. F.) বলা হয়। যেমন, $a^2b^3c^2$, $a^4b^2c^2$ এবং $a^3b^4c^2$ এই রাশি তিনটির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক $a^2b^2c^2$.

গ. সা. গু. নির্ণয়ের প্রণালী ঃ

গুণনীয়ক বা উৎপাদকের সাহায্যে এবং ভাগ প্রণালীর সাহায্যে গ. সা. গু. নির্ণয় করা যায়।

প্রদত্ত রাশিগুলোর সংখ্যাসূচক সহগগুলোর পাটীগণিতীয় গ. সা. গু. নির্ণয়ের নিয়ম অনুসারে গ. সা. গু. নির্ণয় করা হয়। তারপর অবশিষ্ট অংশগুলোর সম্ভাব্য সাধারণ উৎপাদক বের করে গ. সা. গু. নির্ণয় করা হয়। এখন সহগগুলোর গ. সা.গু. এবং অবশিষ্টাংশের গ. সা. গু.-র গুণফলই প্রদত্ত রাশিগুলোর নির্ণেয় গ. সা. গু.।

সাধারণ আলোচনা :

- ❖ গ.সা.গু. = গরিষ্ঠ সাধারণ গুনিয়ক।
- ❖ গ.সা.গু. হলো দুই বা ততোধিক রাশির মৌলিক উৎপাদকগুলোর সাধারণ (common) উৎপাদকটিই হলো রাশিগুলোর গসাগু।
- ❖ রাশিগুলোর সাথে সংখ্যা যুক্ত থাকলে প্রথমে সংখ্যাগুলোর গ.সা.গু. নির্ণয় করে নিতে হবে।
- ❖ উদাহরণ : $x^2 + x$ ও $x^2 + 2x + 1$ এর গ.সা.গু. হলো :

  ১ম রাশি = $x^2 + x = x(x + 1)$

  ২য় রাশি = $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$

  রাশি দুটির মধ্যে common factor হলো $(x + 1)$

  ∴ গসাগু = $(x + 1)$

গাণিতিক অনুশীলন :

1. $4a^2 - 1$, $2a^3 + a - 1$

সমাধান ঃ

$4a^2 - 1$, $2a^3 + a - 1$

১ম রাশি

$= 4a^2 - 1$

$= (2a)^2 - (1)^2$

$= (2a + 1)(2a - 1)$

২য় রাশি

$= 2a^3 + a - 1$

$= 2a^3 + 2a - a - 1$

$= 2a(a + 1) - 1(a + 1)$

$= (a + 1)(2a - 1)$

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(2a - 1)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = $2a - 1$

Ans. : $2a - 1$

2. $(a + 2)^2$, $a^2 + 2a$, $a^2 + 5a + 6$

সমাধান ঃ

$(a + 2)^2$, $a^2 + 2a$, $a^2 + 5a + 6$

১ম রাশি

$= (a + 2)^2 = (a + 2)(a + 2)$

২য় রাশি

$= a^2 + 2a = a(a + 2)$

৩য় রাশি

$= a^2 + 5a + 6$

$= a^2 + 3a + 2a + 6$

$= a(a + 3) + 2(a + 3)$

$= (a + 3)(a + 2)$

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(a + 2)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = $a + 2$

Ans. : $a + 2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

3. $a^2b(a^3 - b^3)$, $a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$, $(a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4)$

সমাধান ঃ

$a^2b(a^3 - b^3)$,
$a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$
$(a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4)$

১ম রাশি

$= a^2b(a^3 - b^3)$
$= a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

২য় রাশি

$= a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$
$= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2.a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2\}$
$= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\}$
$= a^2b^2(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

৩য় রাশি

$= (a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4)$
$= ab^2(a^2 + ab + b^2)$

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক

$= ab(a^2 + ab + b^2)$
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু $= ab(a^2 + ab + b^2)$

Ans. : $ab(a^2 + ab + b^2)$

4. $6a^3+5a^2b+ ab^2$, $8a^3+12a^2b+ 6ab^2+ b^3$, $4a^3- 4a^2b- 3ab^2$

সমাধান ঃ

$6a^3+ 5a^2b + ab^2$,
$8a^3+ 12a^2b+ 6ab^2+ b^3$,
$4a^3 - 4a^2b - 3ab^2$

১ম রাশি

$= 6a^3 + 5a^2b + ab^2$
$= a(6a^2 + 5ab + b^2)$

$= a\{(6a^2 + 3ab + 2ab + b^2)\}$
$= a\{3a(2a + b) + b(2a + b)\}$
$= a(2a + b)(3a + b)$

২য় রাশি

$= 8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$,
$= (2a)^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$
$= (2a)^3 + 3.(2a)^2b + 3.2a.b^2 + (b)^3$
$= (2a + b)^3$
$=(2a + b)(2a + b)(2a + b)$

৩য় রাশি

$= 4a^3 - 4a^2b - 3ab^2$
$= a(4a^2 - 4ab - 3b^2)$
$= a(4a^2 - 6ab + 2ab - 3b^2)$
$= a\{2a(2a - 3b) + b(2a - 3b)\}$
$= a(2a + b)(2a - 3b)$

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(2a + b)$

$\therefore$ নর্ণেয় গ.সা.গু $=2a + b$

Ans. : $2a + b$

5. $x^2 - 2x - 3, x^2 + 5x + 4, x^2 + 7x + 6$

সমাধান ঃ

$x^2 - 2x - 3, x^2 + 5x + 4, x^2 + 7x + 6$

১ম রাশি

$= x^2 - 2x - 3$
$= x^2 - 3x + x - 3$
$= x(x - 3) + 1(x - 3)$
$= (x - 3)(x + 1)$

২য় রাশি

$= x^2 + 5x + 4$
$= x^2 + x + 4x + 4$
$= x(x + 1) + 4(x + 1)$
$= (x + 1)(x + 4)$

৩য় রাশি

$= x^2 + 7x + 6$
$= x^2 + x + 6x + 6$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= x(x + 1) + 6(x + 1)$
$= (x + 1)(x + 6)$
রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(x + 1)$
∴ নির্ণেয় গ.সা.গু $= (x + 1)$
Ans. : $(x + 1)$

6. $a^3 - 3a^2 - 10a$;
$a^3 + 6a^2 + 8a$;
$a^4 - 5a^3 - 14a^2$

সমাধান ঃ
$a^3 - 3a^2 - 10a$;
$a^3 + 6a^2 + 8a$;
$a^4 - 5a^3 - 14a^2$

১ম রাশি
$= a^3 - 3a^2 - 10a$
$= a(a^2 - 3a - 10)$
$= a\{a^2 - 5a + 2a - 10\}$
$= a\{a(a - 5) + 2(a - 5)\}$
$= a(a - 5)(a + 2)$

২য় রাশি
$= a^3 + 6a^2 + 8a$
$= a(a^2 + 6a + 8)$
$= a(a^2 + 4a + 2a + 8)$
$= a\{a(a + 4) + 2(a + 4)\}$
$= a(a + 4)(a + 2)$

৩য় রাশি
$= a^4 - 5a^3 - 14a^2$
$= a^2(a^2 - 5a - 14)$
$= a^2(a^2 - 7a + 2a - 14)$
$= a^2\{a(a - 7) + 2(a - 7)$
$= a^2(a - 7)(a + 2)$
রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $= a(a + 2)$
∴ নির্ণেয় গ. সা. গু $= a(a + 2)$
Ans. : $a(a + 2)$

7. $2(a^2 + b^2 - c^2 + 2ab)$,
$3(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc)$,
$6(a^2 - b^2 + c^2 - 2ca)$

সমাধান ঃ
$2(a^2 + b^2 - c^2 + 2ab)$,
$3(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc)$,
$6(a^2 - b^2 + c^2 - 2ca)$

১ম রাশি
$= 2(a^2 + b^2 - c^2 + 2ab)$
$= 2(a^2 + b^2 + 2ab - c^2)$
$= 2\{(a + b)^2 - (c)^2\}$
$= 2(a + b + c)(a + b - c)$

২য় রাশি
$= 3(a^2 - b^2 - c^2 + 2bc)$
$= 3\{a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc)\}$
$= 3\{(a)^2 - (b - c)^2\}$
$= 3(a + b - c)(a - b + c)$

৩য় রাশি
$= 6(a^2 - b^2 + c^2 - 2ca)$
$= 2.3\{(a^2 - 2ca + c^2) - b^2\}$
$= 2.3\{(a - c)^2 - (b)^2\}$
$= 2.3\ (a - c + b)(a - c - b)$
রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(a + b - c)$
∴ নির্ণেয় গ. সা. গু $= a + b - c$
Ans. : $a + b - c$

8. $x^4 - 3x^3 + 2x^2$,
$3x^3 - 2x^2 - 8x$,
$2x^5 - 9x^4 + 10x^3$

সমাধান ঃ
$x^4 - 3x^3 + 2x^2$,
$3x^3 - 2x^2 - 8x$,
$2x^5 - 9x^4 + 10x^3$

১ম রাশি
$= x^4 - 3x^3 + 2x^2$
$= x^2(x^2 - 3x + 2)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= x^2(x^2 - 2x - x + 2)$
$= x^2\{x(x - 2) - 1(x - 2)\}$
$= x^2(x - 2)(x - 1)$

২য় রাশি

$= 3x^3 - 2x^2 - 8x$
$= x(3x^2 - 2x - 8)$
$= x(3x^2 - 6x + 4x - 8)$
$= x\{3x(x - 2) + 4(x - 2)\}$
$= x(x - 2)(3x + 4)$

৩য় রাশি

$= 2x^5 - 9x^4 + 10x^3$
$= x^3(2x^2 - 9x + 10)$
$= x^3(2x^2 - 4x - 5x + 10)$
$= x^3\{2x(x - 2) - 5(x - 2)\}$
$= x^3(x - 2)(2x - 5)$

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $= x(x - 2)$

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু $= x(x - 2)$

Ans. : $x(x - 2)$

9. $5(a^4 + 2a^2 + 1)$, $3(a^6 + a^4 - a^2 - 1)$, $15(a^4 - 1)$

সমাধান ঃ

$5(a^4 + 2a^2 + 1)$,
$3(a^6 + a^4 - a^2 - 1)$,
$15(a^4 - 1)$

১ম রাশি

$= 5(a^4 + 2a^2 + 1)$
$= 5\{(a^2)^2 + 2.a^2.1 + (1)^2\}$
$= 5(a^2 + 1)^2$
$= 5(a^2 + 1)(a^2 + 1)$

২য় রাশি

$= 3(a^6 + a^4 - a^2 - 1)$
$= 3\{a^4(a^2 + 1) - 1(a^2 + 1)\}$
$= 3(a^2 + 1)(a^4 - 1)$
$= 3(a^2 + 1)\{(a^2)^2 - (1)^2\}$

$= 3(a^2 + 1)(a^2 + 1)(a^2 - 1)$
$= 3(a^2 + 1)(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$

৩য় রাশি

$= 15(a^4 - 1)$
$= 3.5(a^2)^2 - (1)^2$
$= 3.5(a^2 + 1)(a^2 - 1)$
$= 3.5(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $= (a^2 + 1)$

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু $= a^2 + 1$

Ans. : $a^2 + 1$

10. $3m^2 + 6m - 45$, $3m^2 + 18m + 15$, $210 + 12m - 6m^2$

সমাধান ঃ

$3m^2 + 6m - 45$,
$3m^2 + 18m + 15$,
$210 + 12m - 6m^2$

১ম রাশি

$= 3m^2 + 6m - 45$
$= 3(m^2 + 2m - 15)$
$= 3(m^2 + 5m - 3m - 15)$
$= 3\{m(m + 5) - 3(m + 5)\}$
$= 3(m + 5)(m - 3)$

২য় রাশি

$= 3m^2 + 18m + 15$
$= 3(m^2 + 6m + 5)$
$= 3(m^2 + m + 5m + 5)$
$= 3\{m(m + 1) + 5(m + 1)\}$
$= 3(m + 1)(m + 5)$

৩য় রাশি

$= 210 + 12m - 6m^2$
$= 6(35 + 2m - m^2)$
$= 6(35 + 7m - 5m - m^2)$
$= 6\{7(5 + m) - m(5 + m)\}$
$= 2.3(m + 5)(7 - m)$

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $= 3(m + 5)$

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু $= 3(m + 5)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

Ans. : 3(m + 5)

11. $2x^3 - 16y^3$
$4x^2 - 16xy + 16y^2$
$2x^2 - 8y^2$

সমাধান ঃ

$2x^3 - 16y^3$
$4x^2 - 16xy + 16y^2$
$2x^2 - 8y^2$

১ম রাশি
$= 2x^3 - 16y^3$
$= 2(x^3 - 8y^3)$
$= 2\{(x)^3 - (2y)^3\}$
$= 2(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$

২য় রাশি
$= 4x^2 - 16xy + 16y^2$
$= 4(x^2 - 4xy + 4y^2)$
$= 4\{x^2 - 2.x.2y + (2y)^2\}$
$= 4\ (x - 2y)^2$
$= 2.2(x - 2y)(x - 2y)$

৩য় রাশি
$= 2x^2 - 8y^2$
$= 2(x^2 - 4y^2)$
$= 2\{(x)^2 - (2y)^2\}$
$= 2(x + 2y)(x - 2y)$
রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক = 2(x − 2y)
∴ নির্ণেয় গ. সা. গু = 2(x − 2y)

Ans. : 2(x − 2y)

12. $3(ax^3 - 9ax)$,
$12(ax^3 + ax^2 - 12ax)$,
$6(a^2x^5 - 27a^2x^2)$

সমাধান ঃ

$3(ax^3 - 9ax)$,
$12(ax^3 + ax^2 - 12ax)$,
$6(a^2x^5 - 27a^2x^2)$

১ম রাশি
$= 3(ax^3 - 9ax)$
$= 3xa(x^2 - 9)$
$= 3xa\{(x)^2 - (3)^2\}$
$= 3xa(x + 3)(x - 3)$

২য় রাশি
$= 12(ax^3 + ax^2 - 12ax)$
$= 12ax(x^2 + x - 12)$
$= 12ax\{x^2 + 4x - 3x - 12\}$
$= 12ax\{x(x + 4) - 3(x + 4)\}$
$= 4.3ax(x + 4)(x - 3)$

৩য় রাশি
$= 6(a^2x^5 - 27a^2x^2)$
$= 2.3a^2x^2\{x^3 - 27\}$
$= 2.3a^2.x^2\{(x)^3 - (3)^3\}$
$= 2.3a^2.x^2(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$
রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক = 3ax(x − 3)
∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = 3ax(x − 3)

Ans. : 3ax(x − 3)

13. $a^2 - b^2 - c^2 - 2bc$, $b^2 - c^2 - a^2 - 2ca$, $c^2 - a^2 - b^2 - 2ab$

সমাধান ঃ

$a^2 - b^2 - c^2 - 2bc$, $b^2 - c^2 - a^2 - 2ca$, $c^2 - a^2 - b^2 - 2ab$

১ম রাশি,
$a^2 - b^2 - c^2 - 2bc$
$= a^2 - (b^2 + 2bc + c^2)$
$= a^2 - (b + c)^2$
$= (a + b + c)\ (a - b - c)$

২য় রাশি,
$b^2 - c^2 - a^2 - 2ca$,
$= b^2 - (c^2 + 2ca + a^2)$
$= (b^2) - (c + a)^2$
$= (b + c + a)\ (b - c - a)$
$= (a + b + c)\ (b - c - a)$

৩য় রাশি,
$c^2 - a^2 - b^2 - 2ab$
$= c^2 - (a^2 + 2ab + b^2)$
$= c^2 - (a + b)^2$
$= (a + b + c)\ (c - a - b)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক =(a + b + c)

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু = (a + b + c)

Ans. : (a + b + c)

14. $a^2 + 3a + 2, a^2 - 1, a^2 - a - 2$

সমাধান ঃ

$a^2 + 3a + 2, a^2 - 1, a^2 - a - 2$

১ম রাশি,

$a^2 + 3a + 2$

$= a^2 + 2a + a + 2$

$= a(a + 2) + 1(a + 2)$

$= (a + 2)(a + 1)$

২য় রাশি,

$a^2 - 1$

$= a^2 - 1^2$

$= (a + 1)(a - 1)$

৩য় রাশি,

$a^2 - a - 2$

$= a^2 - 2a + a - 2$

$= a(a - 2) + 1(a - 2)$

$= (a + 1)(a - 2)$

রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক =(a + 1)

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু = (a + 1)

Ans. : (a + 1)

15. $3x^2y + 6xy^2, 9x^4y^2 - 36x^2y^4$ এবং $9x^2y^2(x^2 + 6xy + 8y^2)$

সমাধান ঃ

$3x^2y + 6xy^2, 9x^4y^2 - 36x^2y^4$ এবং $9x^2y^2(x^2 + 6xy + 8y^2)$

১ম রাশি

$= 3x^2y + 6xy^2$

$= 3xy(x + 2y)$

২য় রাশি

$= 9x^4y^2 - 36x^2y^4$

$= 9x^2y^2(x^2 - 4y^2)$

$= 9x^2y^2(x + 2y)(x - 2y)$

$= 3xy \times 3xy\,(x + 2y)\,(x - 2y)$

৩য় রাশি

$= 9x^2y^2(x^2 + 6xy + 8y^2)$

$= 9x^2y^2(x^2 + 4xy + 2xy + 8y^2)$

$= 9x^2y^2\{x(x + 4y) + 2y(x + 4y)\}$

$= 9x^2y^2(x + 4y)(x + 2y)$

$= 3xy \times 3xy\,(x + 4y)\,(x + 2y)$

অতএব, নির্ণেয় গ.সা.গু = $3xy(x + 2y)$ Ans.

16. $x^2 - 11x + 30, x^3 - 4x^2 - 2x - 15$

সমাধান ঃ

১ম রাশি

$= x^2 - 11x + 30$

$= x^2 - 6x - 5x + 30$

$= x(x - 6) - 5(x - 6)$

$= (x - 6)(x - 5)$

২য় রাশি

$= x^3 - 4x^2 - 2x - 15$

ধরি,

$f(x) = x^3 - 4x^2 - 2x - 15$

এখানে,

$x = 5$ বসালে পাই,

∴ $f(5) = (5)^3 - 4(5)^2 - 2(5) - 15$

$= 125 - 100 - 10 - 15$

$= 125 - 125 = 0$

∴ $(x - 5)$, $f(x)$ এর একটি সাধারণ উৎপাদক।

এখন,

২য় রাশি

$= x^3 - 4x^2 - 2x - 15$

$= x^3 - 5x^2 + x^2 - 5x + 3x - 15$

$= x^2(x - 5) + x(x - 5) + 3(x - 5)$

$= (x - 5)(x^2 + x + 3)$

এখানে, সাধারণ গুণনীয়ক = $(x - 5)$

অতএব, নির্ণেয় গ.সা.গু = $(x - 5)$ **Ans.**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

17. $x^2 + px + q$ এবং $x^2 + p'x + q'$ এর গ. সা. গু $(x + a)$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $(p - p')\, a = q - q'$

সমাধান ঃ

ধরি,

$f(x) = x^2 + px + q$ .....(i)

এবং $g(x) = x^2 + p'x + q'$ .....(ii)

যেহেতু গ. সা. গু $= x + a$

$\therefore$ (i) নং হইতে পাই, $f(-a) = a^2 - ap + q = 0$ .....(iii)

(ii) নং হইতে পাই, $g(-a) = a^2 - ap' + q' = 0$ .....(iv)

প্রশ্নানুসারে,

$a^2 - ap + q = a^2 - ap' + q'$

বা, $a^2 - ap + ap' - a^2 = q' - q$

বা, $-ap + ap' = q' - q$

বা, $-a(p - p') = -(q - q')$

বা, $(p - p')\, a = q - q'$ **(প্রমাণিত)**

ল.সা.গু

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল. সা. গু.) :

কোন রাশি অপর একটি রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের গুণিতক (multiple) বলা হয়। যেমন, x^2yz, xz-এর একটি গুণিতক।

যদি কোন একটি রাশি অপর দুই বা ততোধিক রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয়, তবে ভাজ্যকে ভাজকগুলোর সাধারণ গুণিতক (common multiple) বলা হয়।

যেমন, x^2y^2z রাশিটি x, y, z, xy, yz, z^2x ইত্যাদি রাশি দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং x^2y^2z রাশিটি x, y, z, xy, yz, x^2x ইত্যাদি রাশি দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং x^2y^2z রাশিটি x, y, z, xy, yz, z^2x ইত্যাদি রাশিগুলোর সাধারণ গুণিতক।

দুই বা ততোধিক রাশির যে সাধারণ গুণিতকে রাশিগুলোর ন্যূনতম সংখ্যক সম্ভাব্য সাধারণ উৎপাদক বর্তমান থাকে তাকে ঐ রাশিগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (Least common multiple) বা সংক্ষেপে ল. সা. গু. (L. C. M) বলা হয়।

ল. সা. গু. নির্ণয় :

প্রথমে প্রদত্ত রাশিগুলোর সংখ্যাসূচক সহগগুলোর ল. সা. গু. নির্ণয় করা হয়। তারপর অবশিষ্টাংশের সম্ভাব্য সাধারণ উৎপাদক বের করে ল. সা. গু. নির্ণয় করা হয়। এখন সহগগুলোর ল. সা. গু. এবং অবশিষ্টাংশের সম্ভাব্য সাধারণ উৎপাদকের ল. সা. গু.-র গুণফলই প্রদত্ত রাশিগুলোর নির্ণেয় ল. সা. গু.।

গাণিতিক অনুশীলন :

1. $x^2 + 3x + 2,\ x^2 - 1,\ x^2 + x - 2$

সমাধান ঃ

$x^2 + 3x + 2,\ x^2 - 1,\ x^2 + x - 2$

১ম রাশি

$= x^2 + 3x + 2$

$= x^2 + x + 2x + 2$

$= x(x + 1) + 2(x + 1)$

$= (x + 1)(x + 2)$

২য় রাশি

$= x^2 - 1$

$= (x)^2 - (1)^2$

$= (x + 1)(x - 1)$

৩য় রাশি

$= x^2 + x - 2$

$= x^2 + 2x - x - 2$

$= x(x + 2) - 1(x + 2)$

$= (x + 2)(x - 1)$

নির্ণেয় ল.সা.গু

$= (x + 1)(x + 2)(x - 1)$

$= (x + 1)(x - 1)(x + 2)$

$= (x^2 - 1)(x + 2)$

Ans. $(x^2 - 1)(x + 2)$

2. $2x^2 - 6x + 4,\ 2(x^2 + x - 6)$

সমাধান ঃ

$2x^2 - 6x + 4,\ 2(x^2 + x - 6)$

১ম রাশি

$= 2x^2 - 6x + 4$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= 2x^2 - 2x - 4x + 4$
$= 2x(x - 1) - 4(x - 1)$
$= (x - 1)(2x - 4)$
$= 2(x - 1)(x - 2)$

২য় রাশি

$= 2(x^2 + x - 6)$
$= 2(x^2 + 3x - 2x - 6)$
$= 2\{x(x + 3) - 2(x + 3)\}$
$= 2(x + 3)(x - 2)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু $= 2(x - 1)(x - 2)(x + 3)$

Ans. $2(x - 1)(x - 2)(x + 3)$

3. $3a^2 - a - 14, 3a^2 - 13a + 14$

সমাধান ঃ

$3a^2 - a - 14, 3a^2 - 13a + 14$

১ম রাশি

$= 3a^2 - a - 14$
$= 3a^2 + 6a - 7a - 14$
$= 3a(a + 2) - 7(a + 2)$
$= (a + 2)(3a - 7)$

২য় রাশি

$= 3a^2 - 13a + 14$
$= 3a^2 - 6a - 7a + 14$
$= 3a(a - 2) - 7(a - 2)$
$= (a - 2)(3a - 7)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল. সা. গু $= (a + 2)(3a - 7)(a - 2)$
$= (a + 2)(a - 2)(3a - 7)$

Ans. $(a + 2)(a - 2)(3a - 7)$

4. $x^2 - 4, x^2 + 4x + 4, x^3 - 8$.

সমাধান ঃ

$x^2 - 4, x^2 + 4x + 4, x^3 - 8.$

১ম রাশি

$= x^2 - 4$
$= (x)^2 - (2)^2$
$= (x + 2)(x - 2)$

২য় রাশি

$= x^2 + 2.x.2 + (2)^2$
$= (x + 2)^2$
$= (x + 2)(x + 2)$

৩য় রাশি

$= x^3 - 8$
$= (x)^3 - (2)^3$
$= (x - 2)\{(x)^2 + x.2 + (2)^2\}$
$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল. সা. গু $= (x + 2)(x - 2)(x + 2)(x^2 + 2x + 4)$
$= (x + 2)^2(x^3 - 8)$

Ans. $(x + 2)^2(x^3 - 8)$

5. $6x^2 - x - 1, 3x^2 + 7x + 2, 2x^2 + 3x - 2$

সমাধান ঃ

$6x^2 - x - 1, 3x^2 + 7x + 2, 2x^2 + 3x - 2$

১ম রাশি $= 6x^2 - x - 1$
$= 6x^2 - 3x + 2x - 1$
$= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1)$
$= (2x - 1)(3x + 1)$

২য় রাশি $= 3x^2 + 7x + 2$
$= 3x^2 + 6x + x + 2$
$= 3x(x + 2) + 1(x + 2)$
$= (x + 2)(3x + 1)$

৩য় রাশি $= 2x^2 + 3x - 2$
$= 2x^2 + 4x - x - 2$
$= 2x(x + 2) - 1(x + 2)$
$= (x + 2)(2x - 1)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল. সা. গু $= (2x - 1)(3x + 1)(x + 2)$
$= (x + 2)(2x - 1)(3x + 1)$

Ans. $(x + 2)(2x - 1)(3x + 1)$

6. $a^3 - 3a^2 - 10a$,
$a^3 + 6a^2 + 8a$,
$a^4 - 3a^3 - 10a^2$.

সমাধান ঃ

$a^3 - 3a^2 - 10a$,
$a^3 + 6a^2 + 8a$,
$a^4 - 3a^3 - 10a^2$.

১ম রাশি

$= a^3 - 3a^2 - 10a$

ওরাকল বিসিএস টেক্সট গণিত - ৮৯

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= a(a^2 - 3a - 10)$
$= a(a^2 - 5a + 2a - 10)$
$= a\{a(a - 5) + 2(a - 5)\}$
$= a(a - 5)(a + 2)$

২য় রাশি
$= a^3 + 6a^2 + 8a$
$= a(a^2 + 6a + 8)$
$= a(a^2 + 2a + 4a + 8)$
$= a\{a(a + 2) + 4(a + 2)\}$
$= a(a + 2)(a + 4)$

৩য় রাশি
$= a^4 - 3a^3 - 10a^2$
$= a^2(a^2 - 3a - 10)$
$= a^2(a^2 - 5a + 2a - 10)$
$= a^2\{a(a - 5) + 2(a - 5)\}$
$= a^2(a - 5)(a + 2)$

নির্ণেয় ল. সা. গু $= a(a - 5)(a + 2)(a + 4) \times a$
$= a^2(a + 2)(a + 4)(a - 5)$

Ans. $a^2(a + 2)(a + 4)(a - 5)$

7. $4x^2 - 9y^2$, $3x^2 - xy - 2y^2$, $6x^2 - 5xy - 6y^2$

সমাধান ঃ

$4x^2 - 9y^2$,
$3x^2 - xy - 2y^2$,
$6x^2 - 5xy - 6y^2$

১ম রাশি
$= 4x^2 - 9y^2$
$= (2x)^2 - (3y)^2$
$= (2x + 3y)(2x - 3y)$

২য় রাশি
$= 3x^2 - xy - 2y^2$
$= 3x^2 - 3xy + 2xy - 2y^2$
$= 3x(x - y) + 2y(x - y)$
$= (x - y)(3x + 2y)$

৩য় রাশি
$= 6x^2 - 5xy - 6y^2$
$= 6x^2 - 9xy + 4xy - 6y^2$
$= 3x(2x - 3y) + 2y(2x - 3y)$
$= (2x - 3y)(3x + 2y)$
$\therefore$ নির্ণেয় ল. সা. গু $= (2x + 3y)(2x - 3y)(x - y)(3x + 2y)$
$= (x - y)(3x + 2y)(4x^2 - 9y^2)$

Ans. $(x - y)(3x + 2y)(4x^2 - 9y^2)$

8. $x^3 + a^3$, $x^3 - a^3$, $x^4 + a^2x^2 + a^4$, $x^2 - ax + a^2$

সমাধান ঃ

$x^3 + a^3$, $x^3 - a^3$, $x^4 + a^2x^2 + a^4$, $x^2 - ax + a^2$

১ম রাশি
$= x^3 + a^3$
$= (x)^3 + (a)^3$
$= (x + a)(x^2 - xa + a^2)$

২য় রাশি
$= x^3 - a^3$
$= (x)^3 - (a)^3$
$= (x - a)(x^2 + xa + a^2)$

৩য় রাশি
$= x^4 + a^2x^2 + a^4$
$= (x^2)^2 + 2x^2a^2 + (a^2)^2 - x^2a^2$
$= (x^2 + a^2)^2 - (xa)^2$
$= (x^2 + xa + a^2)(x^2 - xa + a^2)$

নির্ণেয় ল.সা.গু $= (x + a)(x^2 - xa + a^2)(x - a)(x^2 + xa + a^2)$
$= (x^3 + a^3)(x^3 - a^3)$
$= (x^3)^2 - (a^3)^2$
$= x^6 - a^6$

Ans. $x^6 - a^6$

9. $3a^2 - 15a + 18$, $2a^2 + 2a - 20$, $4a^2 + 36a + 80$

সমাধান ঃ

$3a^2 - 15a + 18$,
$2a^2 + 2a - 20$,
$4a^2 + 36a + 80$

১ম রাশি
$= 3a^2 - 15a + 18$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= 3(a^2 - 5a + 6)$
$= 3(a^2 - 3a - 2a + 6)$
$= 3\{a(a - 3) - 2(a - 3)\}$
$= 3(a - 3)(a - 2)$

২য় রাশি
$= 2a^2 + 2a - 20$
$= 2(a^2 + a - 10)$

৩য় রাশি
$= 4a^2 + 36a + 80$
$= 4(a^2 + 9a + 20)$
$= 4(a^2 + 5a + 4a + 20)$
$= 4\{a(a + 5) + 4(a + 5)\}$
$= 4(a + 5)(a + 4)$
$= 2.2(a + 5)(a + 4)$

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু $= 3(a-3)(a-2) \times 2.2(a+5)(a+4)(a^2+a-10)$
$= 12(a-2)(a-3)(a+4)(a+5)(a^2+a-10)$

Ans. $12(a-2)(a-3)(a+4)(a+5)(a^2+a-10)$

10. $a^3 - 1, a^3 + 1, a^4 + a^2 + 1$

সমাধান ঃ

$a^3 - 1, a^3 + 1, a^4 + a^2 + 1$

১ম রাশি
$= a^3 - 1$
$= (a)^3 - (1)^3$
$= (a - 1)(a^2 + a + 1)$

২য় রাশি
$= a^3 + 1$
$= (a)^3 + (1)^3$
$= (a + 1)(a^2 - a + 1)$

৩য় রাশি
$= a^4 + a^2 + 1$
$= (a^2)^2 + 2a^2.1 + (1)^2 - a^2$
$= (a^2 + 1)^2 - (a)^2$
$= (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু $= (a - 1)(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)(a + 1)$
$= (a^3 + 1)(a^3 - 1)$

$= (a^3)^2 - (1)^2$
$= a^6 - 1$

Ans. $a^6 - 1$

11. $a^2 - b^2 - c^2 - 2bc$,
$b^2 - c^2 - a^2 - 2ca$,
$c^2 - a^2 - b^2 - 2ab$

সমাধান ঃ

$a^2 - b^2 - c^2 - 2bc$,
$b^2 - c^2 - a^2 - 2ca$,
$c^2 - a^2 - b^2 - 2ab$

১ম রাশি
$= a^2 - b^2 - c^2 - 2bc$
$= a^2 - (b^2 + c^2 + 2bc)$
$= (a)^2 - (b + c)^2$
$= (a + b + c)(a - b - c)$

২য় রাশি
$= b^2 - c^2 - a^2 - 2ca$
$= b^2 - (c^2 + a^2 + 2ca)$
$= (b)^2 - (c + a)^2$
$= (b + c + a)(b - c - a)$

৩য় রাশি
$= c^2 - a^2 - b^2 - 2ab$
$= c^2 - (a^2 + b^2 + 2ab)$
$= (c)^2 - (a + b)^2$
$= (c + a + b)(c - a - b)$

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু $= (a + b + c)(a - b - c)(b - c - a)(c - a - b)$

Ans. $(a + b + c)(a - b - c)(b - c - a)(c - a - b)$

12. $2x^2y^2(2x^2 - xy - 6y^2)$
$5x^2y^3(3x^2 - 10xy + 8y^2)$

সমাধান ঃ

$2x^2y^2(2x^2 - xy - 6y^2)$
$5x^2y^3(3x^2 - 10xy + 8y^2)$

১ম রাশি
$= 2x^2y^2(2x^2 - xy - 6y^2)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= 2x^2y^2\{2x^2 - 4xy + 3xy - 6y^2\}$
$= 2x^2y^2\{2x(x - 2y) + 3y(x - 2y)\}$
$= 2x^2y^2(x - 2y)(2x + 3y)$

২য় রাশি
$= 5x^2y^3(3x^2 - 10xy + 8y^2)$
$= 5x^2y^3(3x^2 - 6xy - 4xy + 8y^2)$
$= 5x^2y^3\{3x(x - 2y) - 4y(x - 2y)\}$
$= 5x^2y^3(x - 2y)(3x - 4y)$
$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু $= 2x^2y^2 \times 5y(x - 2y)(2x + 3y)(3x - 4y)$
$= 10x^2y^3(x - 2y)(2x + 3y)(3x - 4y)$
Ans. : $10x^2y^3(x - 2y)(2x + 3y)(3x - 4y)$

13. $\mathbf{xy(x^2 - 4x + 3)}$
$\mathbf{x^2y(x^2 - 3x + 2)}$
$\mathbf{x^3y(x^2 - 5x + 6)}$

সমাধান ঃ
$xy(x^2 - 4x + 3)$,
$x^2y(x^2 - 3x + 2)$,
$x^3y(x^2 - 5x + 6)$

১ম রাশি
$= xy(x^2 - 4x + 3)$
$= xy(x^2 - x - 3x + 3)$
$= xy\{x(x - 1) - 3(x - 1)\}$
$= xy(x - 1)(x - 3)$

২য় রাশি
$= x^2y(x^2 - 3x + 2)$
$= x^2y(x^2 - x - 2x + 2)$
$= x^2y\{x(x - 1) - 2(x - 1)\}$
$= x^2y(x - 1)(x - 2)$

৩য় রাশি
$= x^3y(x^2 - 5x + 6)$
$= x^3y(x^2 - 3x - 2x + 6)$
$= x^3y\{x(x - 3) - 2(x - 3)\}$
$= x^3y(x - 3)(x - 2)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু $= x^3y(x - 1)(x - 3)(x - 2)$
$= x^3y(x - 1)(x - 2)(x - 3)$
Ans. $x^3y(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

14. $\mathbf{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$
$\mathbf{a^4 - a^3b + ab^3 - b^4}$
$\mathbf{a^3 - a^2b - ab^2 + b^3}$

সমাধান ঃ
$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$a^4 - a^3b + ab^3 - b^4$
$a^3 - a^2b - ab^2 + b^3$

১ম রাশি
$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$= (a - b)^3$
$= (a - b)(a - b)(a - b)$

২য় রাশি
$= a^4 - a^3b + ab^3 - b^4$
$= a^3(a - b) + b^3(a - b)$
$= (a - b)(a^3 + b^3)$
$= (a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

৩য় রাশি
$= a^3 - a^2b - ab^2 + b^3$
$= a^2(a - b) - b^2(a - b)$
$= (a - b)(a^2 - b^2)$
$= (a - b)(a + b)(a - b)$
$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু $= (a - b)(a - b)(a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$= (a - b)^3(a^3 + b^3)$
Ans. $(a - b)^3(a^3 + b^3)$

15. $\mathbf{x^2 - x(a - c) - ac}$
$\mathbf{x^2 - x(a + c) + ac}$
$\mathbf{ax^3 - a^3x}$

সমাধান ঃ
$x^2 - x(a - c) - ac$
$x^2 - x(a + c) + ac$
$ax^3 - a^3x$

১ম রাশি
$= x^2 - x(a - c) - ac$
$= x^2 - xa + xc - ac$
$= x(x - a) + c(x - a)$
$= (x - a)(x + c)$

২য় রাশি
$= x^2 - x(a + c) + ac$
$= x^2 - xa - xc + ac$
$= x(x - a) - c(x - a)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= (x - a)(x - c)$

৩য় রাশি

$= ax^3 - a^3x$

$= ax(x^2 - a^2)$

$= ax(x + a)(x - a)$

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু $= (x - a)(x + c)(x - c) \times ax(x + a)$

$= ax(x^2 - a^2)(x^2 - c^2)$

Ans. $ax(x^2 - a^2)(x^2 - c^2)$

16. $x^3 - 1, x^3 + 1, x^4 + x^2 + 1$

সমাধান ঃ

$x^3 - 1, x^3 + 1, x^4 + x^2 + 1$

১ম রাশি,

$x^3 - 1$

$= x^3 - 1^3$

$= (x - 1)(x^2 + x.1 + 1^2)$

$= (x - 1)(x^2 + x + 1)$

২য় রাশি,

$x^3 + 1$

$= x^3 + 1^3$

$= (x + 1)(x^2 - x.1 + 1^2)$

$= (x + 1)(x^2 - x + 1)$

৩য় রাশি,

$x^4 + x^2 + 1$

$= (x^2)^2 + 2.x^2.1 + 1^2 - x^2$

$= (x^2 + 1)^2 - (x)^2$

$= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$

$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

∴ নির্ণেয় ল. সা. গু $= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)$

$= (x^3 - 1)(x^3 + 1)$

$= x^6 - 1$

Ans. $x^6 - 1$

17. $2a^2b + 4ab^2, 4a^3b - 16ab^3$ এবং $5a^3b^2(a^2 + 4ab + 4b^2)$ এর ল.সা.গু নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

$2a^2b + 4ab^2, 4a^3b - 16ab^3$ এবং $5a^3b^2(a^2 + 4ab + 4b^2)$

১ম রাশি

$= 2a^2b + 4ab^2$

$= 2ab(a + 2b)$

২য় রাশি

$= 4a^3b - 16ab^3$

$= 4ab(a^2 - 4b^2)$

$= 4ab(a + 2b)(a - 2b)$

৩য় রাশি

$= 5a^3b^2(a^2 + 4ab + 4b^2)$

$= 5a^3b^2\{(a)^2 + 2.a.2b + (2b)^2\}$

$= 5a^3b^2(a + 2b)^2$

এখানে,

(i) 2, 4 এবং 5 এর ল.সা. গু = 20

(ii) ab, ab এবং a^3b^2 এর ল. সা. গু $= a^3b^2$

(iii) অন্য রাশিগুলো $(a + 2b), (a + 2b)(a - 2b)$ এবং $(a + 2b)^2$ এর ল.সা. গু $= (a + 2b)^2(a - 2b)$

অতএব, নির্ণেয় ল. সা. গু $= 20a^3b^2(a + 2b)^2(a - 2b)$ **Ans.**

18. $x^2 + 3x + 2, x^2 - 1, x^2 + x - 2$ এর ল. সা. গু নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

১ম রাশি

$= x^2 + 3x + 2$

$= x^2 + 2x + x + 2$

$= (x + 2)(x + 1)$

২য় রাশি

$= x^2 - 1$

$= (x + 1)(x - 1)$

৩য় রাশি

$= x^2 + x - 2$

$= x^2 + 2x - x - 2$

$= (x + 2)(x - 1)$

অতএব, নির্ণেয় ল. সা. গু $= (x + 1)(x - 1)(x + 2)$

$= (x^2 - 1)(x + 2)$ **Ans.**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

19 $x^3 - 1,\ x^3 + 1,\ x^4 + x^2 + 1$ এর ল. সা. গু নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

১ম রাশি

$= x^3 - 1$

$= (x)^3 - (1)^3$

$= (x - 1)(x^2 + x + 1)$

২য় রাশি

$= x^3 + 1$

$= (x)^3 + (1)^3$

$= (x + 1)(x^2 - x + 1)$

৩য় রাশি

$= x^4 + x^2 + 1$

$= (x^2)^2 + 2.x^2.1 + (1)^2 - x^2$

$= (x^2 + 1)^2 - (x)^2$

$= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$

$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

অতএব, নির্ণেয় ল. সা. গু

$= (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)$

$= (x^3 + 1)(x^3 - 1)$

$= (x^3)^2 - (1)^2$

$= x^6 - 1$ **Ans.**

20. $x^2 - x(a - c) - ac,\ x^2 - x(a + c) + ac,\ ax^3 - a^3x$

সমাধান ঃ

১ম রাশি

$= x^2 - x(a - c) - ac$

$= x^2 - xa + cx - ca$

$= x(x - a) + c(x - a)$

$= (x - a)(x + c)$

২য় রাশি

$= x^2 - x(a + c) + ac$

$= x^2 - ax - cx + ac$

$= x(x - a) - c(x - a)$

$= (x - a)(x - c)$

৩য় রাশি

$= ax^3 - a^3x$

$= ax(x^2 - a^2)$

$= ax(x + a)(x - a)$

অতএব, নির্ণেয় ল. সা. গু $= ax(x + a)(x - a)(x + c)(x - c)$

$= ax(x^2 - a^2)(x^2 - c^2)$ Ans.

21. $x^3 - x^2 - 3x - 9,\ x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ এর ল. সা. গু নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

১ম রাশি

$= x^3 - x^2 - 3x - 9$

ধরি,

$f(x) = x^3 - x^2 - 3x - 9$

এখন,

$x = 3$ বসালে পাই,

$f(3) = (3)^3 - (3)^2 - 3 \times 3 - 9$

$= 27 - 9 - 9 - 9$

$= 27 - 27$

$= 0$

$\therefore$ $(x - 3)$ রাশিটির $(f(x)$ একটি সাধারণ উৎপাদক।

$\therefore$ ১ম রাশি $= x^3 - x^2 - 3x - 9$

$= x^3 - 3x^2 + 2x^2 - 6x + 3x - 9$

$= x^2(x - 3) + 2x(x - 3) + 3(x - x)$

$= (x - 3)(x^2 + 2x + 3)$

২য় রাশি

$= x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

ধরি,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

এখন,

$x = 3$ বসালে পাই,

$f(3) = (3)^3 - 2.(3)^2 - 2 \times 3 - 3$

$= 27 - 18 - 6 - 3$

$= 27 - 27 = 0$

$\therefore (x - 3)$ রাশিটির $f(x)$ একটি সাধারণ উৎপাদক।

$\therefore$ ২য় রাশি $= x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

$= x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x + x - 3$

$= x^2(x - 3) + x(x - 3) + 1(x - 3)$

$= (x - 3)(x^2 + x + 1)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল. সা. গু $= (x - 3)(x^2 + 2x + 3)(x^2 + x + 1)$ **Ans.**

22. $4x^2 + 8x - 12, 9x^2 - 9x - 54, 6x^4 - 30x^2 + 24$

সমাধান ঃ

১ম রাশি

$= 4x^2 + 8x - 12$

$= 4(x^2 + 2x - 3)$

$= 4(x^2 + 3x - x - 3)$

$= 4(x + 3)(x - 1)$

২য় রাশি

$= 9x^2 - 9x - 54$

$= 9(x^2 - x - 6)$

$= 9(x^2 - 3x + 2x - 6)$

$= 9\{x(x - 3) + 2(x - 3)\}$

$= 9(x - 3)(x + 2)$

৩য় রাশি

$= 6x^4 - 30x^2 + 24$

$= 6(x^4 - 5x^2 + 4)$

$= 6(x^4 - 4x^2 - x^2 + 4$

$= 6\{x^2(x^2 - 4) - 1(x^2 - 4)\}$

$= 6(x^2 - 4)(x^2 - 1)$

$= 6(x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1)$

4, 9 ও 6 এর ল.সা. গু $= 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$

$\therefore$ নির্ণেয় ল. সা. গু $= 36(x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)(x + 3)(x - 3)$

$= 36(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9)$ **Ans.**

23. $x(4 - x^2), x^4 + 6x^3 + 8x^2, x^2 + 2x - 8$

সমাধান ঃ

১ম রাশি

$= x(4 - x^2)$

$= x(2 + x)(2 - x)$

$= -x(x + 2)(x - 2)$

২য় রাশি

$= x^4 + 6x^3 + 8x^2$

$= x^2(x^2 + 6x + 8)$

$= x^2(x^2 + 4x + 2x + 8)$

$= x^2(x + 4)(x + 2)$

৩য় রাশি

$= x^2 + 2x - 8$

$= x^2 + 4x - 2x - 8$

$= x(x + 4) - 2(x + 4)$

$= (x + 4)(x - 2)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল. সা. গু $= -x^2(x + 2)(x - 2)(x + 4) = x^2(x + 2)(2 - x)(x + 4)$ **Ans.**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অনুপাত–সমানুপাত
Ratio and Proportion

সাধারণ আলোচনা :

১. অনুপাতকে $\frac{p}{q}$ আকারে অথবা p ঃ q আকারে লেখা যায়।

২. p-কে পূর্ব রাশি এবং q-কে উত্তর রাশি বলে।

৩. অনেকগুলো অনুপাতের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল এবং উত্তর রাশিগুলোর গুনফল দ্বারা যে অনুপাত পাওয়া যায় তা মিশ্র অনুপাত। যেমন :

৩ ঃ ৫, ৪ ঃ ৫; ৫ ঃ ৬ এই অনুপাতগুলোর মিশ্র অনুপাত (৩ × ৪ × ৫) ঃ (৫ × ৫ × ৬) = ৬০ ঃ ১৫০ = ২ ঃ ৫

অনুপাতের রূপান্তর :

(১) a ঃ b = c ঃ d হলে, b ঃ a = d ঃ c [ব্যস্তকরণ (invertendo)]

(২) a ঃ b = c ঃ d হলে, a ঃ c = b ঃ d. [একান্তরকরণ (alternendo)]

(৩) a ঃ b = c ঃ d হলে, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ [যোজন (componendo)]

(৪) a ঃ b = c ঃ d হলে, $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ [বিয়োজন (divinendo)]

(৫) a ঃ b = c ঃ d হলে, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

[যোজন- বিয়োজন (componendo-divinendo)]

(৬) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ হলে, তাদের প্রত্যেকটি $\frac{a+c+e+g}{b+d+f+h}$

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

১। যদি $x = b + c - a$, $y = c + a - b$ এবং $z = a + b - c$ হয় তবে দেখান যে, $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$. [৩৪তম বিসিএস]

সমাধান :

$x = b + c - a$ ..... (i)
$y = c + a - b$ ..... (ii)
$z = a + b - c$ ..... (iii)

(i) + (ii) + (iii) নং যোগ করে পাই,
$x + y + z = b + c - a + c + a - b + a + b - c = a + b + c$

(i) নং – (ii) নং
$x - y = b + c - a - c - a + b = 2(b - a)$

(ii) নং – (iii) নং
$x - z = c + a - b - a - b + c$
$= 2(c - b)$

(iii) নং – (i) নং
$z - x = a + b - c - b - c + a$
$= 2(a - c)$

$\therefore$ L.H.S $= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

$= \frac{1}{2}(x + y + z)(2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx)$

$= \frac{1}{2}(x + y + z)\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\}$

$= \frac{1}{2}(a + b + c)\{4(b - c)^2 + 4(c - b)^2 + 4(a - c)^2\}$ মান বসিয়ে]

$= \frac{1}{2} . 4(a + b + c)\{(b - a)^2 + (c - b)^2 + (a - c)^2\}$

$= \frac{1}{2} . 2 . 4(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$= 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S **(Proved)**

গাণিতিক অনুশীলন :

1. $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = p$ হলে প্রমাণ করুন যে, $p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$

সমাধান ঃ

$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = p$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = \frac{p}{1}$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})} = \frac{p+1}{p-1}$ [যোজন বিয়োজন দ্বারা]

বা, $\frac{2\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x}} = \frac{p+1}{p-1}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = \frac{p+1}{p-1}$

বা, $\frac{1+x}{1-x} = \frac{(p+1)^2}{(p-1)^2}$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে,]

আবার যোজন বিয়োজন করে,

$\frac{1+x+1-x}{1+x-1+x} = \frac{(p+1)^2+(p-1)^2}{(p+1)^2-((p-1)^2)}$

বা, $\frac{2}{2x} = \frac{p^2+2p+1+p^2-2p+1}{p^2+2p+1-p^2+2p-1}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{2p^2+2}{4p}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{2(p^2+1)}{4p}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{p^2+1}{2p}$

বা, $x(p^2+1) = 2p$

বা, $p^2 + 1 = \frac{2p}{x}$

$\therefore p^2 - \frac{2p}{x} + 1 = 0$ (প্রমাণিত)

2. $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ হলে প্রমাণ করুন, $c = a$ অথবা $a + b + c + d = 0$

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$

$\therefore$ $(a + b)(d + a) = (b + c)(c + d)$

বা, $ad + a^2 + bd + ab = bc + bd + c^2 + cd$

বা, $ad + a^2 + bd + ab - bc - bd - c^2 - cd = 0$

বা, $ad + a^2 + ab - bc - c^2 - cd = 0$

বা, $a^2 - c^2 + ad - cd + ab - bc = 0$

বা, $(a + c)(a - c) + d(a - c) + b(a - c) = 0$

বা, $(a - c)(a + c + d + b) = 0$

বা, $(a - c)(a + b + c + d) = 0$

$\therefore$ $a - c = 0$ অথবা $a + b + c + d = 0$

$\therefore$ $a = c$ অথবা $a + b + c + d = 0$. (প্রমাণিত)

3. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

ধরি,

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = K$

$\therefore$ $c = dk$

$b = ck = dk.k = dk^2$

$a = bk = dk^2.k = dk^3$

এখন ,

বামপক্ষ $= (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$

$= \{(dk^3)^2 + (dk^2)^2 + (dk)^2\}\{(dk^2)^2 + (dk)^2 + d^2\}$

$= (d^2k^6 + d^2k^4 + d^2k^2)(d^2k^4 + d^2k^2 + d^2)$

$= \{d^2k^2(k^4 + k^2 + 1)\}\{d^2(k^4 + k^2 + 1)\}$

$= \{d^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2$

ডানপক্ষ $= (ab + bc + cd)^2$

$= (dk^3.\ dk^2 + dk^2.\ dk + dk.\ d)^2$

$= (d^2k^5 + d^2k^3 + d^2k)^2$

$= \{d^2k(k^4 + k^2 + 1)\}^2$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

4. $\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$ হলে, প্রমাণ করুন যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে,

$\frac{a^3 + b^3}{a - b + c} = a(a + b)$

বা, $\frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{(a + b)(a - b + c)} = a$

বা, $a^2 - ab + b^2 = a(a - b + c)$ [$\because a + b \neq 0$]

ওরাকল বিসিএস টেক্সট গণিত (সমাধান)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + ca$

বা, $a^2 - ab + b^2 - a^2 + ab = ca$

বা, $b^2 = ac$

বা, $b.b = ac$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

$\therefore$ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী (প্রমাণিত)

5. $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

সমাধান ঃ

ধরি,

$\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c} = k$

সুতরাং, $\frac{bz-cy}{a} = k$ বা, $bz - cy = ak$ .... (i)

এবং $\frac{cx-az}{b} = k$ বা, $cx - az = bk$ .... (ii)

এবং $\frac{ay-bx}{c} = k$ বা, $ay - bx = ck$ .... (iii)

(i) নং সমীকরণকে a এবং (ii) নং সমীকরণকে b দ্বারা গুণ করে,

$abz - acy = a^2k$ ... ... (i)

$bcx - abz = b^2k$ ... ... (ii)

(যোগ করে) $bcx - acy = a^2k + b^2k$ ... ... (iv)

আবার,

$acy - bcx = c^2k$ [পুনরায় (iii) কে c দ্বারা গুণ করে]

(যোগ করে) $0 = a^2k + b^2k + c^2k$

বা, $k(a^2 + b^2 + c^2) = 0$

কিন্তু x বর্জিত বলে, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

$\therefore$ $k = 0$

অতএব,

$\frac{bz - cy}{a} = k = 0$

বা, $bz - cy = 0$

বা, $bz = cy$

$\therefore$ $\frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

আবার,

$\frac{cx - az}{b} = k = 0$

বা, $cx - az = 0$

বা, $cx = az$

$\therefore$ $\frac{x}{a} = \frac{z}{c}$

অতএব, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ (প্রমাণিত)

6. $\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc}$ এবং $x + y + z \neq 0$ হলে, দেখান যে প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{1}{a+b+c}$

সমাধান ঃ

ধরি,

$\frac{x}{xa+yb+zc} = \frac{y}{ya+zb+xc} = \frac{z}{za+xb+yc} = k$

$\therefore$ $x = k(xa + yb + cz)$ ... ... (i)

$y = k(ya + zb + xc)$ ... ... (ii)

$z = k(za + xb + yc)$ ... ... (iii)

(i), (ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,

$x + y + z = k(xa + yb + zc + ya + zb + xc + za + xb + yc)$

বা, $x + y + z = k\{x(a + b + c) + y(a + b + c) + z(a + b + c)$

বা, $x + y + z = k(a + b + c)(x + y + z)$

$\therefore$ $k = \frac{1}{a+b+c}$

অতএব, প্রতিটি অনুপাতের মান $= \frac{1}{(a+b+c)}$

(দেখানো হল।)

7. $x = \frac{3}{5}$ হলে, $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$x = \frac{3}{5}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{3}{5}}$ [বিপরীত করে]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৩১৩১০৩

বা, $\frac{1}{x} = \frac{5}{3}$

বা, $\frac{1+x}{1-x} = \frac{5+3}{5-3}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{1+x}{1-x} = 4$

বা, $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = \sqrt{4}$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = \pm 2$

বা, $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = \frac{2+1}{2-1}$ অথবা, $\frac{-2+1}{-2-1}$

[আবার যোজন-বিয়োজন করে]

বা, $\frac{\sqrt{!+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = \frac{3}{1}$ বা, $\frac{-1}{-3}$

∴ $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = 3$ বা, $\frac{1}{3}$

∴ নির্ণেয় মান 3 বা, $\frac{1}{3}$ **Ans.**

Ans. : 3 অথবা, $\frac{1}{3}$

8. $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ **হলে, প্রমাণ করুন যে, a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী।**

সমাধান :

$\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$

বা, $\frac{(a+b)^2}{(b+c)^2} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

বা, $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} = \frac{(b+c)^2}{b^2+c^2}$

বা, $\frac{(a+b)^2-(a^2+b^2)}{a^2+b^2} = \frac{(b+c)^2-(b^2+c^2)}{b^2+c^2}$ [বিয়োজন]

বা, $\frac{2ab}{a^2+b^2} = \frac{2bc}{b^2+c^2}$

বা, $\frac{2ab}{2bc} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

বা, $\frac{a}{c} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$

বা, $\frac{a-c}{c} = \frac{(a^2+b^2)-(b^2+c^2)}{b^2+c^2}$ [বিয়োজন]

বা, $\frac{a-c}{c} = \frac{a^2+b^2-b^2-c^2}{b^2+c^2}$

বা, $\frac{a-c}{c} = \frac{a^2-c^2}{b^2+c^2}$

বা, $\frac{a-c}{c} = \frac{(a+c)(a-c)}{b^2+c^2}$

বা, $\frac{1}{c} = \frac{a+c}{b^2+c^2}$

বা, $b^2+c^2 = ac+c^2$

বা, $b^2 = ac$

∴ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

∴ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতি **(প্রমাণিত)**

9. $x = \frac{4}{5}$ **হলে,** $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ **এর মান কত?**

সমাধান :

$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$

$= \frac{1+x+1-x+2\sqrt{1-x^2}}{(\sqrt{1+x})^2-(\sqrt{1-x})^2}$ [লব ও হরের সাথে $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$ গুণ করে]

$= \frac{2+2\sqrt{1-x^2}}{1+x-1+x}$

$= \frac{2+2\sqrt{1-x^2}}{2x} = \frac{2(1+\sqrt{1-x^2})}{2x} = \frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}$

$= \frac{1+\sqrt{1-\frac{16}{25}}}{\frac{4}{5}} = \frac{1+\sqrt{\frac{9}{25}}}{\frac{4}{5}} = \frac{1+\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{4}{5}}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{8}{5} \times \frac{5}{4} = 2$

Ans. : 2

10. $\frac{b + x + \sqrt{b^2 - x^2}}{b + x - \sqrt{b^2 - x^2}} = \frac{b}{x}$ **হলে, x এর মান কত?**

সমাধান :

$$\frac{b + x + \sqrt{b^2 - x^2} + b + x - \sqrt{b^2 - x^2}}{b + x + \sqrt{b^2 - x^2} - b - x + \sqrt{b^2 - x^2}} = \frac{b + x}{b - x}$$

[যোজন বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2b + 2x}{2\sqrt{(b^2 - x^2)}} = \frac{b + x}{b - x}$

বা, $\frac{b + x}{\sqrt{(b^2 - x^2)}} = \frac{b + x}{b - x}$

বা, $\frac{b + x}{b + x} = \frac{\sqrt{b^2 - x^2}}{b - x}$

বা, $1 = \frac{\sqrt{b^2 - x^2}}{b - x}$

বা, $b - x = \sqrt{b^2 - x^2}$

বা, $(b - x)^2 = (\sqrt{b^2 - x^2})^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $b^2 - 2bx + x^2 = b^2 - x^2$

বা, $x^2 + x^2 = b^2 - b^2 + 2bx$

বা, $2x^2 = 2bx$

বা, $2x^2 - 2bx = 0$

বা, $2x(x - b) = 0$

হয় $2x = 0 \quad \therefore x = 0$ [x = 0, গ্রহণযোগ্য নয়]

বা, $x - b = 0 \quad \therefore x = b$

$\therefore x = b$

Ans : $x = b$

11. $x = \frac{\sqrt[3]{m + 1} + \sqrt[3]{m - 1}}{\sqrt[3]{m + 1} - \sqrt[3]{m - 1}}$ **হলে, প্রমাণ করুন যে,** $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$.

সমাধান :

$$\frac{x + 1}{x - 1} = \frac{\sqrt[3]{m + 1} + \sqrt[3]{m - 1} + \sqrt[3]{m + 1} - \sqrt[3]{m - 1}}{\sqrt[3]{m + 1} + \sqrt[3]{m - 1} - \sqrt[3]{m + 1} + \sqrt[3]{m - 1}}$$

[যোজন বিয়োজন করে]

বা, $\frac{x + 1}{x - 1} = \frac{2\sqrt[3]{m + 1}}{2\sqrt[3]{m - 1}} = \frac{\sqrt[3]{m + 1}}{\sqrt[3]{m - 1}}$

বা, $\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{m + 1}}{\sqrt[3]{m - 1}}\right)^3$ [উভয় দিকে ঘন করে]

বা, $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \frac{m + 1}{m - 1}$

আবার যোজন বিয়োজন করে,

বা, $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1}$

$= \frac{m + 1 + m - 1}{m + 1 - m + 1}$

বা, $\frac{2x^3 + 6x}{6x^2 + 2} = \frac{2m}{2}$

বা, $\frac{x^3 + 3x}{3x^2 + 1} = \frac{m}{1}$

বা, $x^3 + 3x = 3mx^2 + m$ (বজ্রগুণন করে)

$\therefore x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$ (প্রমাণিত)

12. $\frac{x}{2a - b - c} = \frac{y}{2b - c - a} = \frac{z}{2c - a - b}$ **হলে, প্রমাণ করুন যে,** $x + y + z = 0$

সমাধান :

মনে করি,

$$\frac{x}{2a - b - c} = \frac{y}{2b - c - a} = \frac{z}{2c - a - b} = k$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

তাহলে, $x = k(2a - b - c)$
$y = k(2b - c - a)$
$z = k(2c - a - b)$
যোগ করে, $x + y + z = k(2a - b - c + 2b - c - a + 2c - a - b)$
বা, $x + y + z = k(0)$
$\therefore \quad x + y + z = 0$ (প্রমাণিত)

13. $\backslash f(a + b, x + y) = \backslash f(b + c, y + z) = \backslash f(c + a, z + x)$ হলে, প্রমাণ করুন যে, প্রত্যেকটি অনুপাত, $\frac{a+b+c}{x+y+z}$

সমাধান :

মনে করি,

$$\frac{a+b}{x+y} = \frac{b+c}{y+z} = \frac{c+a}{z+x} = k$$

তাহলে, $a + b = k(x + y)$
$b + c = k(y + z)$
$c + a = k(z + x)$
যোগ করে, $2(a + b + c) = 2k(x + y + z)$
$\frac{a+b+c}{x+y+z} = \frac{2k}{2} = k$
যেহেতু, $\frac{a+b}{x+y} = \frac{b+c}{y+z} = \frac{c+a}{z+x} = k = \frac{a+b+c}{x+y+z}$ সুতরাং
প্রত্যেকটি অনুপাত $= \frac{a+b+c}{x+y+z}$ (প্রমাণিত)

14. $\frac{x}{3x-y-z} = \frac{y}{3y-z-x} = \frac{z}{3z-x-y}$ এবং $x + y + z \neq 0$ হলে, প্রমাণ করুন যে, প্রত্যেকটি অনুপাত = 1.

সমাধান :

$$\frac{x}{3x-y-z} = \frac{y}{3y-z-x} = \frac{z}{3z-x-y} = k \text{ ধরি}$$

$\therefore \quad x = k(3x - y - z)$
$y = k(3y - z - x)$
$z = k(3z - x - y)$
যোগ করে, $x + y + z = k(x + y + z)$
$\therefore \quad k = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$ (যখন $x + y + z \neq 0$.)

যেহেতু $k = 1$ এবং প্রত্যেকটির অনুপাত k ধরা হয়েছে। সুতরাং প্রত্যেকটি অনুপাত = 1 (প্রমাণিত)।

15. যদি $\frac{x^2-yz}{a} = \frac{y^2-zx}{b} = \frac{z^2-xy}{c} \neq 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $(a + b + c)(x + y + z) = ax + by + cz$.

সমাধান:

প্রদত্ত মান হতে,
ধরি,

$$\frac{x^2-yz}{a} = \frac{y^2-zx}{b} = \frac{z^2-xy}{c} = k \quad [\text{এখানে } k \neq 0]$$

অতএব, $\frac{x^2-yz}{a} = k$
বা, $x^2 - yz = ak$
$\therefore \quad x^3 - xyz = axk$ ..... (i)
এবং, $\frac{y^2-zx}{b} = k$
বা, $y^2 - zx = bk$
$\therefore \quad y^3 - xyz = byk$ ..... (ii)
এবং, $\frac{z^2-xy}{c} = k$
বা, $z^2 - xy = ck$
$\therefore \quad z^3 - xyz = czk$ ..... (iii)

(i), (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই–

$x^3 - xyz + y^3 - xyz + z^3 - xyz = axk + byk + czk$
বা, $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = k(ax + by + cz)$
বা, $(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = k(ax + by + cz)$
বা, $(x + y + z)\{(x^2 - yz) + (y^2 - zx) + (z^2 - xy)\} = k(ax + by + cz)$
বা, $(x + y + z)(ak + bk + ck) = k(ax + by + cz)$
বা, $(x + y + z)k(a + b + c) = k(ax + by + cz)$
$\therefore \quad (a + b + c)(x + y + z) = (ax + by + cz)$ (Showed)

16. যদি, $(a + b + c)(ab + bc + ca) = abc$ হয়, তবে দেখাও যে, $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3$.

সমাধান:

প্রদত্ত মান হতে,
$(a + b + c)(ab + bc + ca) = abc$
বা, $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc = 0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $a^2b + abc + ca^2 + ab^2 + b^2c + abc + abc + bc^2 + c^2a - abc = 0$

বা, $a^2b + ab^2 + abc + b^2c + ca^2 + abc + c^2a + bc^2 = 0$

বা, $ab(a + b) + bc(a + b) + ca(a + b) + c^2(a + b) = 0$

বা, $(a + b)(ab + bc + ca + c^2) = 0$

বা, $(a + b)(ab + ca + bc + c^2) = 0$

বা, $(a + b)\{a(b + c) + c(b + c)\} = 0$

বা, $(a + b)(b + c)(a + c) = 0$

এখন, বামপক্ষ $= (a + b + c)^3$

$= \{a + (b + c)\}^3$

$= a^3 + (b + c)^3 + 3.a(b + c)(a + b + c)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3bc(b + c) + 3a(b + c)(a + b + c)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(b + c)\{bc + a(a + b + c)\}$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(b + c)(bc + a^2 + ab + ac)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + a(b + c)(a^2 + ab + ac + bc)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(b + c)\{a(a + b) + c(a + b)\}$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(b + c)(a + b)(a + c)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$

$= a^3 + b^3 + c^3 + 3 \times 0$ [$\because (a + b)(b + c)(c + a) = 0$]

$= a^3 + b^3 + c^3$

= ডানপক্ষ।

সুতরাং বামপক্ষ = ডানপক্ষ।

বিবিধ

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ :

১. নিম্নলিখিত অসমতাটি $(x + 2)(2x + 3) > 0$ x-এর মানসমূহের যে ব্যবধানের জন্য বলবৎ থাকে তাহা নির্ণয় করুন। [১৩তম বিসিএস]

সমাধান :

$(x + 2)(2x + 3) > 0$

এখানে, $x+2 > 0$ হলে, $2x+3 < 0$ হবে। সুতরাং,

$\therefore x > -2$ এবং $x < \frac{-3}{2}$ এর জন্য

$(x + 2)(2x + 3) = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় ব্যবধান, $-2 < x < -\frac{3}{2}$

২. a –এর কোন্ কোন্ মানের জন্য $a^2 + 1 < 2a + 4$ হবে? [১১তম বিসিএস]

সমাধান :

$a^2 + 1 < 2a + 4$

$\Rightarrow a^2 - 2a - 3 < 0$

$\Rightarrow a^2 - 3a + a - 3 < 0$

$\Rightarrow a(a - 3) + 1(a - 3) < 0$

$\Rightarrow (a - 3)(a + 1) < 0$

এখানে, $a-3 < 0$ হলে, $a+1 > 0$ হবে। সুতরাং, $a < 3$ এবং $a > -1$

$\therefore -1 < a < 3$

উত্তর ঃ $-1 < a < 3$`

৩. x -এর কোন্ কোন্ মানের জন্য $x^2 - 7x + 12 > 0$ হবে? [

[১০–তম বিসিএস]

সমাধান :

$x^2 - 7x + 12 > 0$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 4x + 12 > 0$

$\Rightarrow x(x - 3) - 4(x - 3) > 0$

$\Rightarrow (x - 3)(x - 4) > 0$

$\therefore$ x এর মান $x < 4$ এবং $x > 3$ হলে, $x^2 - 7x + 12 > 0$ হবে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

গাণিতিক অনুশীলন :

1. কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সঙ্গে 3 যোগ করলে সমষ্টি 8 অপেক্ষা বড় হয়।

সমাধান :

মনে করি,

x-এরূপ একটি সংখ্যা।

প্রশ্নানুসারে,

$2x + 3 > 8$ হতে হবে। এখন, $2x + 3 > 8$

যদি ও কেবল যদি $2x > 5$, বা, $x > \frac{5}{2}$ হয়;

সুতরাং, $x > \frac{5}{2}$ হলে, $2x + 3 > 8$ হয়।

2. একটি জেট প্লেনের গতি প্রতি সেকেন্ডে সর্বোচ্চ 250 মিটার। 10 কিলোমিটার উড়তে প্লেনটির কমপক্ষে কত সময় লাগবে তা একটি অসমতার মাধ্যমে প্রকাশ করুন।

সমাধান :

250 মিটার যেতে প্লেনটির লাগে কমপক্ষে 1 সেকেন্ড;

$\therefore$ 10 কিলোমিটার যেতে প্লেনটির লাগে কমপক্ষে $\frac{10000}{250}$ সেকেন্ড = 40 সেকেন্ড= t সেকেন্ড (ধরি)

$\therefore$ 10 কিলোমিটার যেতে প্রকৃত সময় t সেকেন্ড হলে, $t \geq 40$

অতএব, নির্ণেয় সঅসমতা ঃ $t \geq 40$ সেকেন্ড।

3. সমাধান করুন ঃ $|x + 3| < 7$.

সমাধান :

$|x + 3| < 7$

$\Rightarrow \pm (x + 3) < 7$

$\Rightarrow (x + 3) < 7$ { '+' নিয়ে}

$\therefore$ $x < 4$

আবার, $-(x + 3) < 7$ { '–' নিয়ে}

$\Rightarrow (x + 3) > -7$

$\therefore$ $x > -10$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $-10 < x < 4$

এবং সমাধান সেট $S = \{ x \in N : -10 < x < 4 \}$

4. সমাধান করুন ঃ $|3x + 2| < 7$.

সমাধান :

$|3x + 2| < 7$

$\Rightarrow -7 < 3x + 2 < 7$ $\quad [|x| < a \Rightarrow -a < x < a]$

$\Rightarrow -7 - 2 < 3x + 2 - 2 < 7 - 2$

$\Rightarrow -9 < 3x < 5$

$\Rightarrow -\frac{9}{3} < x < \frac{5}{3}$

$\therefore$ $-3 < x < \frac{5}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $-3 < x < \frac{5}{3}$

এবং সমাধান সেট $S = \{ x \in \text{I} : -3 < x < \frac{5}{3} \}$

5. সরল করুন ঃ $\sqrt{1 + (\frac{x^4 - 1}{2x^2})^2}$

সমাধান :

$$\sqrt{1 + (\frac{x^4 - 1}{2x^2})^2}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{(x^4)^2 - 2x^4 + (1)^2}{4x^4}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{x^8 - 2x^4 + 1}{4x^4}} = \sqrt{\frac{4x^4 + x^8 - 2x^4 + 1}{4x^4}}$$

$$= \sqrt{\frac{x^8 + 2x^4 + 1}{4x^4}} = \sqrt{(\frac{x^4 + 1}{2x^2})^2} = \frac{x^4 + 1}{2x^2}$$

$$= \frac{x^4}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2}$$

Ans. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2}$

6. সরল করুন ঃ $2 + \sqrt{2} + \frac{1}{2 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 2}$

সমাধান :

$$2 + \sqrt{2} + \frac{1}{2 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 2}$$

$$= 2 + \sqrt{2} + \frac{1 \times (2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} + \frac{1 \times (\sqrt{2} + 2)}{(\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} + 2)}$$

$$= 2 + \sqrt{2} + \frac{2 - \sqrt{2}}{4 - 2} + \frac{\sqrt{2} + 2}{2 - 4}$$

$$= 2 + \sqrt{2} + \frac{2 - \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2} + 2}{-2}$$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= 2 + \sqrt{2} + \frac{2}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{2} = 2 + \sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{2}$

$= 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} = 2$

Ans. 2

7. $4^x - 4^{x-1} = 24$ হলে, $(2x)^x$-এর মান কত?

সমাধান :

$4^x - 4^{x-1} = 24$

বা, $4^x - \frac{4^x}{4} = 24$

বা, $4^x (1 - \frac{1}{4}) = 24$

বা, $4^x (\frac{4-1}{4}) = 24$

বা, $4^x \frac{3}{4} = 24$

বা, $4^x = \frac{24 \times 4}{3}$

বা, $4^x = 32$

বা, $(2^2)^x = (2)^5$

বা, $(2)^{2x} = (2)^5$

বা, $2x = 5$

$\therefore \quad x = \frac{5}{2}$

এখন $(2x)^x = (5)^{\frac{5}{2}} = \sqrt{(5)^5} = \sqrt{(5^2)^2.5}$

$= (5)^2 \sqrt{5} = 25\sqrt{5}$

Ans. $25\sqrt{5}$

8. $x^2 + b^2 = (a - x)^2$ হলে, x-এর মান কত? (যখন $a \neq 0$)?

সমাধান :

$x^2 + b^2 = (a - x)^2$

বা, $x^2 + b^2 = a^2 - 2ax + x^2$

বা, $x^2 + 2ax - x^2 = a^2 - b^2$

বা, $2ax = a^2 - b^2$

$\therefore \quad x = \frac{a^2 - b^2}{2a}$ Ans.

$\therefore$ নির্ণেয় মান $x = \frac{a^2 - b^2}{2a}$.

9. বর্গ করুন ঃ $5 - \sqrt{y^2 - 25}$

সমাধান :

$(5 - \sqrt{(y^2 - 25)^2}$

$= (5)^2 + (\sqrt{y^2 - 25})^2 - 2.5 \sqrt{y^2 - 25}$

$= 25 + y^2 - 25 - 10\sqrt{y^2 - 25}$

$= y^2 - 10\sqrt{y^2 - 25}$

Ans. : $y^2 - 10\sqrt{y^2 - 25}$

10. যদি $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ হয়, তবে দেখান যে, $-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$.

সমাধান :

প্রত্যেক সংখ্যার বর্গ অঋণাত্মক অর্থাৎ ধনাত্মক বলে

$(a + b + c)^2 > 0$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) > 0$

বা, $1 + 2(ab + bc + ca) > 0$

বা, $2(ab + bc + ca) > -1$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $ab + bc + ca > -\frac{1}{2}$ অর্থাৎ, $-\frac{1}{2} < ab + bc + ca$

আবার, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ হওয়ায়

$a^2 + b^2 + c^2 > -\frac{1}{2}$

সুতরাং, $-\frac{1}{2} < ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$ (প্রমাণিত)

11. যদি $x + \frac{1}{x} = 3$ হয়, তবে $\frac{3x}{(x-1)^2}$ এর মান কত?

সমাধান : $x + \frac{1}{x} = 3$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = 3$

বা, $x^2 + 1 = 3x$ ..... (১)

বা, $x^2 - 2x + 1 = x$

বা, $x - 1)^2 = x$ ..... (২)

এখন $\frac{3x}{(x-1)^2}$ এ (২) নং এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{3x}{(x-1)^2} = \frac{3x}{x} = 3$

Ans. : 3

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

12. সরল করুন ঃ $1 - \dfrac{1}{1 + \dfrac{a}{1-a}}$

সমাধান :

$$1 - \frac{1}{1 + \frac{a}{1-a}} = 1 - \frac{1}{\frac{1-a+a}{1-a}} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{(1-a)}} = 1 - (1-a)$$
$$= 1 - 1 + a = a$$

Ans. a

13. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

(ক) $x^4 + 4$

(খ) $x^4 - 4$

(গ) $6x^2 - 5x - 6$

(ঘ) $x^4 + 2x^2 + 9$

সমাধান :

(ক) $x^4 + 4$

$= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 2 + (2)^2 - 4x^2$

$= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2$

$= (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$

$= (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

Ans. : $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

(খ) $x^4 - 4$

$= (x^2)^2 - (2)^2$

$= (x^2 + 2)(x^2 - 2)$

$= (x^2 + 2)\{x^2 - (\sqrt{2})^2\}$

$= (x^2 + 2)(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

Ans. : $(x^2 + 2)(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

(গ) $6x^2 - 5x - 6$

$= 6x^2 - 9x + 4x - 6$

$= 3x(2x - 3) + 2(2x - 3)$

$= (2x - 3)(3x + 2)$ Ans.

(ঘ) $x^4 + 2x^2 + 9$

$= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 3 + (3)^2 - 4x^2$

$= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2$

$= (x^2 + 3 + 2x)(x^2 + 3 - 2x)$

$= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$

Ans. : $(x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$

14. যদি $y = x + \dfrac{1}{x}$ **হয়, তবে দেখান যে,** $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$ **কে লেখা যায়** $x^2(y^2 + y - 6) = 0$.

সমাধান :

যেহেতু $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$ কে লেখা যায় $x^2(y^2 + y - 6) = 0$

সুতরাং $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = x^2(y^2 + y - 6)$ প্রমাণ করতে হবে।

এখন, $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$ ধরে নিই।

তাহলে $\dfrac{1}{x^2}(x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1) = 0 \times \dfrac{1}{x^2}$

[উভয় পক্ষকে $\dfrac{1}{x^2}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\dfrac{1}{x^2}(x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1) = 0$

বা, $x^2 + x - 4 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$

বা, $x^2 + 2 + \dfrac{1}{x^2} + x + \dfrac{1}{x} - 6 = 0$

বা, $(x + \dfrac{1}{x})^2 + (x + \dfrac{1}{x}) - 6 = 0$

বা, $y^2 + y - 6 = 0$

এখন $\dfrac{1}{x^2}(x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1) = (y^2 + y - 6)$ হলে,

$x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = x^2(y^2 + y - 6)$ (প্রমাণিত)

15. একটি ত্রিভুজের A কোণ B কোণের দ্বিগুণ এবং C কোণ A এবং B কোণের যোগফলের সমান। ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণ নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি, B কোণ = $x°$

তাহলে A কোণ = $2x°$

এবং C কোণ = $x° + 2x° = 3x°$

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি = $180°$

শর্তানুসারে, $x° + 2x° + 3x° = 180°$

বা, $6x° = 180°$

$\therefore \quad x° = \dfrac{180°}{6} = 30°$

B কোণ $30°$, A কোণ $(30° \times 2)$ বা $60°$ এবং C কোণ $(3 \times 30°)$ বা $90°$

Ans : $60°, 30°, 90°$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

16. A, B এবং C এর মধ্যে 179 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দিন যেন A, B এর দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 টাকা বেশি পায় এবং C, A এর দ্বিগুণ অপেক্ষা 5 টাকা কম পায়।

সমাধান :

মনে করি,

B পায় = x টাকা

তাহলে A পায় = (2x + 10) টাকা।

এবং C পায় = 2(2x + 10) – 5

= 4x + 20 – 5

= (4x + 15) টাকা।

শর্তানুসারে, 2x + 10 + x + 4x + 15 = 179

বা, 7x = 179 – 10 – 15

বা, 7x = 154

$\therefore \quad x = \frac{154}{7} = 22$

B পায় = 22 টাকা, A পায় = (2 × 22 + 10) = 44 + 10 = 54 টাকা।

C পায় = (4 × 22 + 15) = 88 + 15 = 103 টাকা।

Ans. A–54 টাকা, B–22 টাকা, C–103 টাকা।

17. n সংখ্যক সংখ্যার যোগফল S. যদি প্রত্যেক সংখ্যার সঙ্গে 20 যোগ করা হয় এবং অতঃপর তাদের পাঁচ দিয়ে গুণ করা হয় এবং সবশেষে তাদের প্রত্যেক সংখ্যা থেকে 20 বিয়োগ করা হয়, তবে তাদের যোগফল পরিশেষে কত দাঁড়াবে?

সমাধান :

n-সংখ্যক সংখ্যার যোগফল = S

প্রত্যেক সংখ্যার সাথে 20 যোগ করলে n সংখ্যক সংখ্যার সাথে

মোট যোগ করা হয় = 20n

তাহলে যোগফল হবে = S + 20n

5 দ্বারা গুণ করলে হবে –

= (S + 20n)5

= 5S + 100n

প্রতি সংখ্যা হতে 20 বিয়োগ করলে n সংখ্যক সংখ্যা হতে বিয়োগ হবে = 20n

বিয়োগ ফল বাদ দিলে সর্বশেষ সমষ্টি দাঁড়ায় –

= 5S + 100n - 20n

= 5S + 80n

Ans :55 + 80n

১৮. একটি মই–এর প্রান্ত ভূমি থেকে ১৫ মিটার উঁচু ঘরের জানালা বরাবর পৌঁছায় এবং অপর প্রান্ত ঘর থেকে ৮ মিটার দূরে থাকে। মই–এর দৈর্ঘ্য কত?

[১৩তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি,

A জানালার অবস্থান এবং AB দেয়াল।

AC = মই এর দৈর্ঘ্য,

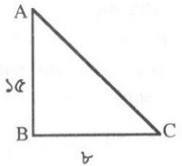
কাজেই, AB = 15 মি.

BC = 8 মি.

ABC সমকোণী ত্রিভুজে

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= (15)^2 + 8^2$



$= 225 + 64 = 289 = 17^2$

$\therefore$ AC = 17 মিটার

$\therefore$ মইটির দৈর্ঘ্য = 17 মিটার

উত্তর : 17 মিটার

১৯. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ মনেকরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = y মিটার

১ম শর্তানুসারে, 2y — x = 10 ..... (i)

২য় শর্তানুসারে, xy = 600 ..... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই, 2y = 10 + x

বা, $y = \frac{10 + x}{2}$

সমীকরণ (ii) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{x(10 + x)}{2} = 600$

বা, $\frac{10x + x^2}{2} = 600$

বা, $10x + x^2 = 1200$

বা, $x^2 + 10x - 1200 = 0$

বা, $x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$

বা, $x(x + 40) - 30(x + 40) = 0$

বা, $(x + 40)(x - 30) = 0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ হয়, $x + 40 = 0$ অথবা, $x - 30 = 0$

বা, $x = -40$ বা, $x = 30$

কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না; তাই $x = -40$ গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ $x = 30$

অর্থাৎ, দৈর্ঘ্য = 30 মিটার। **(উত্তর)**

২০. দুই অঙ্ককবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 3. সংখ্যাটির সাথে 18 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দশক স্থানীয় অঙ্ক = x

এবং একক স্থানীয় অঙ্ক = y

∴ সংখ্যাটি = $10x + y$

প্রথম শর্তানুসারে, $\frac{10x + y}{xy} = 3$

∴ $10x + y = 3xy$ ..... (i)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে, $10x + y + 18 = 10y + x$

বা, $9x - 9y + 18 = 0$

∴ $y = x + 2$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) এ $y = x + 2$ বসিয়ে পাই,

$10x + x + 2 = 3.x(x + 2)$

বা, $11x + 2 = 3x^2 + 6x$

বা, $3x^2 - 5x - 2 = 0$

বা, $3x^2 - 6x + x - 2 = 0$

বা, $3x(x - 2) + 1(x - 20) = 0$

বা, $(x - 2)(3x + 1) = 0$

সুতরাং $x - 2 = 0$ অথবা, $3x + 1 = 0$

∴ $x = 2$ বা, $3x = -1$

বা, $x = -\frac{1}{3}$

কিন্তু সংখ্যার অঙ্ক ঋণাত্মক বা ভগ্নাংশ হতে পারে না। সুতরাং $x = 2$ গ্রহণযোগ্য মান। এখন, $x = 2$ (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = 2 + 2$

∴ $y = 4$

∴ নির্ণেয় সংখ্যা $= 10.2 + 4$

$= 20 + 4$

$= 24$

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যা = 24 **(উত্তর)**

২১. দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 181 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 90. সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর নির্ণয় করুন।

সমাধান :

ধরি,

সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y

তাহলে, ১ম শর্তানুসারে,

$x^2 + y^2 = 181$ ..... (i)

এবং ,২য় শর্তানুসারে ,

$xy = 90$

বা, $2xy = 90 \times 2$

∴ $2xy = 180$ ..... (ii)

এখন, (i) এবং (ii) যোগ করে পাই,

$x^2 + y^2 + 2xy = 181 + 180$

বা, $(x + y)^2 = 361$

∴ $x + y = \pm 19$ ..... (iii)

আবার, (i) এবং (ii) বিয়োগ করে পাই,

$x^2 + y^2 - 2xy = 181 - 180$

বা, $(x + y)^2 = 1$

∴ $x - y = \pm 1$ ..... (iv)

(iii) ও (iv) গুণ করে পাই,

$(x + y)(x - y) = (\pm 19).(\pm 1)$

বা, $x^2 - y^2 = 19$

অতএব, সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর 19 **(উত্তর)**

২২. একটি আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 23 মিটার বেশি। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গ মিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি,

আয়ত ক্ষেত্রটির প্রস্থ = x মিটার

এবং দৈর্ঘ্য = y মিটার।

প্রশ্নমতে,

দর্ঘ্য + 23 = 2x

বা, দৈর্ঘ্য = (2x – 23) মিটার

বা, y = (2x – 23) মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = x × y

= x(2x – 23)

= $2x^2 - 23x$ বর্গ মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

শর্তানুসারে,

$2x^2 - 23x = 600$

বা, $2x^2 - 23x - 600 = 0$

বা, $2x^2 - 48x + 25x - 600 = 0$

বা, $2x(x - 24) + 25(x - 24) = 0$

বা, $(2x + 25)(x - 24) = 0$

হয়, $x - 24 = 0$ অথবা, $2x + 25 = 0$

$\therefore$ $x = 24$ অথবা, $2x = -25$

$\therefore$ $x = -\frac{25}{2}$

কান ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore$ $x = 24$

সুতরাং, $y = (2x - 23)$ মিটার $= (2 \times 24 - 23)$ মিটার

$= (48 - 23)$ মিটার

$= 25$ মিটার

$\therefore$ $y = 25$ মিটার

অতএব, দৈর্ঘ্য 25 মিটার ও প্রস্থ 24 মিটার **(উত্তর)**

২৩. একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা 8 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি,

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং " প্রস্থ = y মিটার

আমরা জানি,

আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য,

(কর্ণের দৈর্ঘ্য)^২ = (দৈর্ঘ্য)^২ + (প্রস্থ)^২

$= x^2 + y^2$

$\therefore$ কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2 + y^2}$

যেহেতু, উভয় কর্ণের দৈর্ঘ্য সমান।

$\therefore$ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $= 2\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$= 2(x + y)$

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

$= xy$

এখানে ১ম শর্তানুসারে, $xy = 48$ ..... (i)

২য় শর্তানুসারে, $2(x + y) = 2\sqrt{x^2 + y^2} + 8$

বা, $x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$ [2দ্বারা ভাগ করে]

বা, $(x + y) - 4 = \sqrt{x^2 + y^2}$

বা, $\sqrt{x^2 + y^2} = (x + y) - 4$ ..... (ii)

এখন, (ii) নং সমীকরণের উভয় পক্ষকে বর্গ করে পাই,

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2(x + y).4 + 4^2$

বা, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 8(x + y) + 16$

বা, $8(x + y) = x^2 + y^2 + 2xy + 16 - x^2 - y^2$

বা, $8(x + y) = 2xy + 16$

বা, $8(x + y) = 2 \times 48 + 16$ [(i) নং এর সাহায্যে]

বা, $8(x + y) = 96 + 16$

বা, $8(x + y) = 112$

বা, $8(x + y) = \frac{112}{8}$

$\therefore$ $x + y = 14$ ..... (iii)

এখন, (i) নং থেকে পাই, $x = \frac{48}{y}$ ..... (iii) অক্কদ্বয়

x-এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$\frac{48}{y} + y = 14$

বা, $48 + y^2 = 14y$

বা, $y^2 - 14y + 48 = 0$

বা, $y^2 - 8y - 6y + 48 = 0$

বা, $(y - 8)(y - 6) = 0$

হয়, $y - 8 = 0$ অথবা, $y - 6) = 0$

বা, $y = 8$ বা, $y = 6$

এখন, $y = 8$ হলে, $x = \frac{48}{8} = 6$

এবং $y = 6$ হলে, $x = \frac{48}{6} = 8$

যেহেতু, x দৈর্ঘ্য এবং y প্রস্থ

সুতরাং, $x = 8, y = 6$

অতএব, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = 8 মিটার

এবং " প্রস্থ = 6 মিটার **(উত্তর)**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২৪. দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অঙ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 2; সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি,

সংখ্যাটির এককের অঙ্ক x এবং দশকের অঙ্ক y

∴ সংখ্যাটি = $10 \times y + x$
$= 10y + x$

১ম শর্তানুসারে,

$\frac{10y + x}{xy} = 2$

∴ $x + 10y = 2xy$ ..... (i)

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি = $10 \times x + y = 10x + y$

২য় শর্তানুসারে,

$10y + x + 27 = 10x + y$

বা, $-9x + 9y = -27$

বা, $-9(x - y) = -27$

বা, $x - y = \frac{27}{9}$

∴ $x = 3 + y$ ..... (ii)

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$(y + 3) + 10y = 2(y + 3)\, y$

বা, $y + 3 + 10y = 2y^2 + 6y$

বা, $2y^2 - 5y - 3 = 0$

বা, $2y^2 - 6y + y - 3 = 0$

বা, $2y(y - 3) + 1(y - 3) = 0$

বা, $(2y + 1)(y - 3) = 0$

বা, $2y + 1 = 0$ অথবা, $y - 3 = 0$

বা, $2y = -1$ ∴ $y = 3$

বা, $y = \frac{1}{2}$

এক্ষেত্রে, y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 3 + 3$

∴ $x = 6$

∴ সংখ্যাটি = $10y + x$
$= 10.3 + 6$
$= 30 + 6 = 36$

অতএব, নির্ণেয় সংখ্যাটি = 36 **(উত্তর)**

২৫. একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার এবং একটি কর্ণ 20 মিটার। ঐ বাগানের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান :

ধরি,

আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং " " প্রস্থ = y মিটার

আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
$= 2(x + y)$

আয়তাকার ক্ষেত্রের কর্ণ

(কর্ণ)^2 = দৈর্ঘ্য^2 + প্রস্থ^2

১ম শর্তে,

$2(x + y) = 56$

∴ $x + y = 28$ ..... (i)

২য় শর্তে, $x^2 + y^2 = (20)^2$

∴ $x^2 + y^2 = 400$ ..... (ii)

আমরা জানি,

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

বা, $(28)^2 = 400 + 2xy$ [(i) ও (ii) এর সাহায্যে]

বা, $784 = 400 + 2xy$

বা, $2xy = 784 - 400$

বা, $2xy = 384$

বা, $xy = \frac{384}{2}$

∴ $xy = 192$

অর্থাৎ, আয়তাকার বাগানটির ক্ষেত্রফল, $xy = 192$

এখানে, শর্তানুসারে আমরা লিখতে পারি যে,

আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 192 বর্গমিটার।

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বাহু)^2

∴ (বাহু)^2 = 192

∴ বাহু = $\sqrt{192}$
$= \sqrt{8 \times 8 \times 3}$
$= \sqrt{8^2 \times 3}$
$= 8\sqrt{3}$

অতএব, বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য = $8\sqrt{3}$ মিটার। **(উত্তর)**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২৬. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 300 বর্গ মিটার এবং অর্ধ পরিসীমা একটি কর্ণ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান :

মনে করি,

আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং " " প্রস্থ y মিটার

১ম শর্তানুসারে,

$xy = 300$ .... (i)

আমরা জানি,

আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$\therefore$ পরিসীমা = $2(x + y)$

$\therefore$ অর্ধ পরিসীমা = $\frac{2(x+y)}{2} = (x + y)$

২য় শর্তানুসারে,

অর্ধপরিসীমা = একটি কর্ণ + 10

বা, $x + y$ = একটি কর্ণ + 10

$\therefore$ কর্ণ = $x + y - 10$

আয়তক্ষেত্রের একটি কর্ণ আয়তক্ষেত্রকে দু'টি সমান সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত করে.

সুতরাং, $x^2 + y^2 = (\text{কর্ণ})^2$

বা, $x^2 + y^2 = (x + y - 10)^2$

বা, $x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + (-10)^2 + 2.x \cdot y + 2 \cdot y \cdot (-10) + 2.(-10).x$

বা, $x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 100 + 2xy - 20y - 20x$

বা, $20x + 20y - 2xy = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 + 100$

বা, $20x + 20y - 2.300 = 100$ [$xy = 300$]

বা, $20x + 20y - 600 = 100$

বা, $20x + 20y = 600 + 100$

বা, $20(x + y) = 700$

$\therefore$ $x + y = 35$ ..... (ii)

(i) নং হতে পাই, $xy = 300$

$\therefore$ $x = \frac{300}{y}$

x এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{300}{y} + y = 35$

বা, $y^2 + 300 = 35y$

বা, $y^2 - 35y + 300 = 0$

বা, $y^2 - 20y - 15y + 300 = 0$

বা, $y(y - 20) - 15(y - 20) = 0$

বা, $y(y - 20)(y - 15) = 0$

হয়, $y - 20 = 0$ অথবা, $y - 15 = 0$

$\therefore$ $y = 20$ অথবা, $y = 15$

এখন, $y = 20$ হলে, $x = \frac{300}{y} = \frac{300}{20} = 15$

এবং, $y = 15$ হলে, $x = \frac{300}{y} = \frac{300}{15} = 20$

যেহেতু, আমরা জানি, দৈর্ঘ্য > প্রস্থ

অতএব, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার। **(উত্তর)**

২৭. এক মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে p ঘণ্টায় x কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার q ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান ঃ

স্রোতের প্রতিকূলে p ঘণ্টায় যায় x কি. মি. পথ

$\therefore$ স্রোতের প্রতিকূলে 1 ঘন্টায় যায় $\frac{x}{p}$ কি. মি. পথ।

স্রোতের অনুকূলে q ঘণ্টায় যায় x কি.মি. পথ

$\therefore$ স্রোতের অনুকূলে 1 ঘণ্টায় যায় $\frac{x}{q}$ কি. মি. পথ।

মনে করি,

স্রোতের বেগ ঘণ্টায় n কি.মি. এবং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘন্টায় m কি.মি.

প্রশ্নমতে,

$m + n = \frac{x}{q}$ .....(i)

এবং $m - n = \frac{x}{p}$ .....(ii)

এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2m = \frac{x}{q} + \frac{x}{p}$

বা, $2m = x\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right)$

$\therefore$ $m = \frac{x}{2}\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right)$

আবার,

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$2n = \frac{x}{q} - \frac{x}{p}$

বা, $2n = x\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore \quad n = \frac{x}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$

অতএব, নৌকার বেগ ঘণ্টায় $\frac{x}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$ কি. মি.

এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় $\frac{x}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$ কি. মি. **(উত্তর)**

২৮. বিক্রয়মূল্যের উপর t% বিক্রয় কর প্রদেয় হলে এবং বিক্রেতা r% লাভ করতে ইচ্ছুক হলে, যে দ্রব্যের ক্রয়মূল্য a টাকা, তার উপর বিক্রয় কর এবং করসহ বিক্রয়মূল্য নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি,

দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 100 টাকা

$\therefore$ r% লাভে বিক্রয়মূল্য $(100 + r)$ টাকা

$\therefore$ দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয় মূল্য $(100 + r)$ টাকা

" " 1 " " " " $\frac{100 + r}{100}$ টাকা

" " a " " " " $\frac{(100 + r)a}{100}$ টাকা

আবার,

বিক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয় কর t টাকা।

" 1 " " " " $\frac{t}{100}$ টাকা

" $\frac{(100 + r)a}{100}$ " " " $\frac{t}{100} \times \frac{(100 + r)a}{100}$ টাকা

$= \frac{at(100 + r)}{10000}$ টাকা

$\therefore$ বিক্রয়মূল্য $\frac{(100 + r)a}{100}$ টাকা

এবং বিক্রয় কর $\frac{at(100 + r)}{10000}$ টাকা

$\therefore$ করসহ বিক্রয়মূল্য = বিক্রয় মূল্য + বিক্রয় কর

$= \frac{(100 + r)a}{100} + \frac{at(100 + r)}{10000}$

$= \frac{(100 + r)a}{100}\left(1 + \frac{t}{100}\right)$

$= \frac{a(100 + r)(100 + t)}{10000}$ টাকা **(উত্তর)**

২৯. শতকরা বার্ষিক 4 টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা 15 বছরে সবৃদ্ধিমূল 1040 টাকা হবে?

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$S = P(1 + nr)$

এখানে, S = সরল মুনাফায় সবৃদ্ধিমূল = 1040 টাকা

n = মোট সময় = 15 বৎসর

S = শতকরা মুনাফার হার 4 টাকা

$r = \frac{S}{100} = \frac{4}{100}$

P = মূলধন = ?

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $1040 = P\left(1 + 15 \times \frac{4}{100}\right)$

$= P\left(1 + \frac{60}{100}\right)$

$= P\left(\frac{160}{100}\right)$

$\therefore \quad P = 1040 \times \frac{100}{160}$

$= 26 \times 25$

$= 650$ টাকা

$\therefore$ নির্ণেয় মূলধন 650 টাকা **(উত্তর)**

৩০. বার্ষিক শতকরা ৫ টাকা হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১০০০ টাকার ২ বছরের সবৃদ্ধিমূল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$C = P(1 + r)^n$ [যেখানে C চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে সবৃদ্ধিমূল]

এখানে, বিনিয়োগ কাল, n = 2 বছর

মুনাফার হার, $r = 5\% = \frac{5}{100}$

$\therefore \quad C = 1000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$

$= 100\left(\frac{105}{100}\right)^2$

$= 1000 \times (1.05)^2$

$= 1000 \times (1.05 \times 1.05)$

$= 1000 \times 1.1025 = 1102.5$

$\therefore$ সবৃদ্ধিমূল = (1102.5 – 1000) টাকা = 102.50 টাকা। **(উত্তর)**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩১. x টাকায় x% হার সরল মুনাফায় 4 বছরে মুনাফা x টাকা হলে, x- এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

100 টাকায় 1 বছরের মুনাফা x টাকা

$\therefore$ 1 " 1 " " $\frac{x}{100}$

$\therefore$ x " 4 " " $\frac{x.x.4}{100} = \frac{4x^2}{100}$ টাকা

প্রশ্নমতে,

$\therefore \frac{4x^2}{100} = x$

বা, $4x^2 = 100x$

বা, $4x = 100$ [উভয় পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x = \frac{100}{4}$

$\therefore x = 25$

অতএব, x - এর নির্ণেয় মান = 25 টাকা **(উত্তর)**

৩২. কোন শহরের লোক সংখ্যা 70 লক্ষ। এ শহরে জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে 30 হলে, 3 বছর পরে ঐ শহরের লোকসংখ্যা কত হবে?

সমাধান ঃ

চক্রবৃদ্ধির সূত্রানুযায়ী $C = P(1+r)^n$

এখানে, ৩ বছর পর লোকসংখ্যা, = C

বর্তমান লোকসংখ্যা P = 70,00,000

জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার, $r = \frac{30}{1000} = \frac{3}{100}$

মোট সময়, n = 3 বছর।

$\therefore C = 70,00,000 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^3$

$= 70,00,000 \left(\frac{100+3}{100}\right)^3$

$= 70,00,000 \left(\frac{103}{100}\right)^3$

$= 70,00,000 \times \frac{103 \times 103 \times 103}{1000000}$

$= 7 \times 103 \times 103 \times 103 = 7649089$

অতএব, ঐ শহরের লোকসংখ্যা হবে 7649089 **(উত্তর)**

৩৩. 5% হার মুনাফায় ৫০০ টাকায় ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত?

সমাধান ঃ

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, সরল মুনাফা I হলে, আমরা জানি,

$I = Pnr$

এখানে,

মূলধন, P = 500 টাকা

বিনিয়োগ সময়, n = 3 বছর

মুনাফার হার, $r = 5\% = \frac{5}{100}$

$\therefore I = Pnr = 500 \times 3 \times \frac{5}{100} = 75$ টাকা।

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে C সবৃদ্ধি মূলধন হলে,

$C = P(1+r)^n$

$= 500 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$

$= 500 \left(\frac{100+5}{100}\right)^3$

$= 500 \left(\frac{105}{100}\right)^3$

$= 500 (1.05)^3$

$= 500 \times 1.05 \times 1.05 \times 1.05$

$= 578.8125$

$= 578.8125$ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = সবৃদ্ধি মূলধন – মূলধন

= 578.8125 – 500

= 78.8125 টাকা

$\therefore$ মুনাফার পার্থক্য = 78.8125 – 75

= 3.8125 টাকা

অতএব, মুনাফার নির্ণেয় পার্থক্য 3.8125 টাকা **(উত্তর)**

৩৪. 4% হার মুনাফায় কোন টাকার 2 বছরের মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান ঃ

ধরি,

মূলধন = 100 টাকা

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে আমরা জানি,

$I = Pnr$

এখানে,

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বিনিয়োগ কাল, $n = 2$ বছর,

মূলধন, $P = 100$ টাকা

মুনাফার হার, $r = 4\% = \frac{4}{100}$

$\therefore \quad I = 100 \times 2 \times \frac{4}{100} = 8$

চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে C সবৃদ্ধি মূলধন হলে,

$C = P(1 + r)^n$

$= 100\left(1 + \frac{4}{100}\right)^2$

$= 100\left(\frac{100 + 4}{100}\right)^2$

$= 100\left(\frac{104}{100}\right)^2$

$= 100 \times (1.04)^2$

$= 100 \times 1.04 \times 1.04$

$= 104 \times 1.04$

$= 108.16$

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = সবৃদ্ধি মূলধন − মূলধন

$= (108.16 - 100.00)$ টাকা

$= 8.16$ টাকা

$\therefore$ মুনাফার পার্থক্য $= (8.16 - 8.00)$ টাকা

$= 0.16$ টাকা

এখন, মুনাফার পার্থক্য 0.16 টাকা হলে মূলধন = 100 টাকা

" " " 1 " " " $= \frac{100}{0.16}$ "

$= \frac{100 \times 100}{16}$ "

$= 625$ টাকা

অতএব, নির্ণেয় মূলধন = 625 টাকা **(উত্তর)**

৩৫. এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূল 650 টাকা এবং দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূল 676 টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে মূলধন P হলে চক্রবৃদ্ধি মূল $C = P(1 + r)^n$

এক বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূল,

$650 = P(1 + r)$ .....(i)

2 বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূল, $676 = P(1 + r)^2$ .....(ii)

এখন, (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{676}{650} = \frac{P(1 + r)^2}{P(1 + r)}$

বা, $\frac{26}{25} = (1 + r)$

$\therefore \quad (1 + r) = \frac{26}{25}$

এখন,

$P(1 + r) = 650$

বা, $P\left(\frac{26}{25}\right) = 650 \quad \left[\because (1 + r) = \frac{26}{25}\right]$

বা, $26P = 650 \times 25$

$\therefore \quad P = \frac{650 \times 25}{26}$

$= 625$

অতএব, নির্ণেয় মূলধন = 625 টাকা **(উত্তর)**

৩৬. 5 টাকায় 2টি করে কমলা কিনে 35 টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করলে x % লাভ হবে?

সমাধান ঃ

5 টাকায় ক্রয় করে 2 টি কমলা

$\therefore$ 1 " " " $\frac{2}{5}$ " "

$\therefore$ 35 " " " $\frac{2 \times 35}{5}$ " "

$= 14$

আবার, ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে x% লাভে বিক্রয় মূল্য $= (100 + x)$ টাকা

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয় মূল্য $= (100 + x)$ টাকা

$\therefore$ " 1 " " " " $= \frac{100 + x}{100}$ "

$\therefore$ " 35 " " " " $= \frac{(100 + x) \times 35}{100}$ "

$= \frac{7(100 + x)}{20}$ টাকা

এখন,

$\frac{7 \times (100 + x)}{20}$ টাকায় বিক্রয় করে 14 টি কমলা

$\therefore$ 1 " " " $\frac{14 \times 20}{7 \times (100 + x)}$ "

$\therefore$ 35 " " " $\frac{14 \times 20 \times 35}{7 \times (100 + x)}$ " "

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{1400}{100 + x}$ " "

অতএব, কমলার নির্ণেয় সংখ্যা $= \frac{1400}{100 + x}$ **(উত্তর)**

৩৭. একটি খাসি x% ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায় 2x% লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে $\frac{27x}{2}$ টাকা বেশি পাওয়া, খাসিটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, খাসিটির ক্রয়মূল্য = 100 টাকা

তাহলে x% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (100 – x) টাকা

আবার, 2x% লাভে বিক্রয় মূল্য = (100 + 2x) টাকা

∴ অধিক বিক্রয়মূল্য = {(100 + 2x) – (100 – x)} টাকা

= 100 + 2x – 100 + x "

= 3x টাকা।

এখন,

বিক্রয়মূল্য 3x টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য 100 টাকা

" 1 " " " " $\frac{100}{3x}$ টাকা

" $\frac{27x}{2}$ " " " " $\frac{100 \times 27x}{3x \times 2}$ টাকা = 450 টাকা

অতএব, খাসিটির নির্ণেয় ক্রয়মূল্য = 450 টাকা **(উত্তর)**

৩৮. টাকায় n-টি লেবু বিক্রয় করায় r% ক্ষতি হয়। s% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি লেবু বিক্রয় করতে হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,

ক্রয়মূল্য 100 টাকা

∴ r% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য (100 – r) টাকা

এখন,

1 টাকায় বিক্রয় করে n টি লেবু

∴ (100 – r) " " " n(100 – r) " "

আবার,

100 টাকা ক্রয়মূল্য হলে s% লাভে বিক্রয়মূল্য (100 + s) টাকা

শর্তানুসারে,

(100 + s) টাকায় বিক্রয় করে n(100 – r) টি লেবু

∴ 1 " " " $\frac{n(100 - r)}{100 + s}$ " "

∴ টাকায় $\frac{n(100-r)}{100 + s}$ –টি লেবু বিক্রয় করতে হবে। **(উত্তর)**

৩৯. টাকায় ১২টি লেবু বিক্রয় করলে x% ক্ষতি হয়। 11x% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি লেবু বিক্রয় করতে হবে?

সমাধান ঃ

মনে করি,

লেবুর ক্রয়মূল্য = 100 টাকা

তাহলে, x% ক্ষতিতে লেবুর বিক্রয়মূল্য = (100 – x) টাকা

এখন,

বিক্রয়মূল্য (100–x) টাকা হলে ক্রয়মূল্য = 100 টাকা

∴ " 1 " " " $= \frac{100}{100-x}$ "

∴ 12 টি লেবুর ক্রয়মূল্য $= \frac{100}{100 - x}$ টাকা

আবার,

11x% লাভে 100 টাকার লেবুর বিক্রয়মূল্য = (100 + 11x) টাকা

এখন,

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য = (100 + 11x) টাকা

∴ " 1 " " " $= \frac{100 + 11x}{100}$ "

∴ $\left(\frac{100}{100-x}\right)$ " " " $= \frac{(100 + 11x) \times 100}{100 \times (100 - x)}$

$= \frac{100 + 11x}{100 - x}$ "

এখন,

$\frac{100 + 11x}{100 - x}$ টাকায় বিক্রয় করতে হবে 12 টি লেবু

∴ 1 " " " " $= \frac{12(100 - x)}{100 + 11x}$ টি লেবু

অতএব, টাকায় $= \frac{12(100 - x)}{100 + 11x}$ টি লেবু বিক্রয় করতে হবে। **(উত্তর)**

৪০. ক একটি কাজ করে p দিনে এবং খ 2p দিনে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েক দিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকী কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে। কাজটি কতদিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান ঃ

মনে করি,

সম্পূর্ণ কাজের পরিমাণ = 1

এখন,

খ 2p দিনে করে 1 টি কাজ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

∴ খ 1 " " $\frac{1}{2p}$ অংশ "

∴ খ r " " $\frac{1 \times r}{2p}$ " "

বা, $\frac{r}{2p}$ " "

তাহলে, বাকি $\left(1 - \frac{r}{2p}\right)$ অংশ কাজ ক ও খ একত্রে করেছিল।

আবার,

ক p দিনে করে 1 টি কাজ

∴ ক 1 দিনে করে $\frac{1}{p}$ অংশ "

∴

ক ও খ একত্রে 1 দিনে করে কাজের $\left(\frac{1}{2p} + \frac{1}{p}\right)$ অংশ কাজ

$= \frac{1+2}{2p}$ " " $= \frac{3}{2p}$ " "

এখন,

ক ও খ $\frac{3}{2p}$ অংশ কাজ করে 1 দিনে

∴ ক ও খ 1 " " " $\frac{1 \times 2p}{3}$ "

∴ ক ও খ $\left(1 - \frac{r}{2p}\right)$ " " " $\frac{1 \times 2p \times \left(1 - \frac{r}{2p}\right)}{3}$ "

$= \frac{2p}{3}\left(1 - \frac{r}{2p}\right)$ "

অতএব, কাজটি $\left\{r + \frac{2p}{3}\left(1 - \frac{r}{2p}\right)\right\}$ দিনে শেষ হয়েছিল। (উত্তর)

৪১. ক ও খ এই দুই স্থানের দূরত্ব d কি.মি.। একই সময়ে আশিক ও রাজীব যথাক্রমে ক ও খ থেকে পরস্পরের দিকে রওয়ানা হয়ে t_1 ঘণ্টা পরে উভয়ে মিলিত হল। মিলিত হওয়ার t_2 ঘণ্টা পরে আশিক খ-তে পৌঁছল। উভয়ের গতিবেগ কত?

সমাধান ঃ

মনে করি,

আশিকের গতিবেগ ঘন্টায় v কি.মি.

আশিক সম্পূর্ণ পথ অতিক্রম করে $(t_1 + t_2)$ ঘণ্টায়।

সুতরাং, দূরত্ব d = বেগ × সময়

$= v \times (t_1 + t_2)$

∴ $v = \frac{d}{t_1 + t_2}$ কি.মি.

আশিক মিলিত হওয়ার পর t_2 ঘন্টায় খ-তে পৌঁছে।

সুতরাং t_2 ঘণ্টায় আশিক যায় $= vt_2$

$= \frac{dt_2}{t_1 + t_2}$ [v এর মান বসিয়ে]

এখন,

আশিক t_2 ঘন্টায় যতদূর যায় রাজীবও t_1 ঘন্টায় ততদূর অতিক্রম করে মিলিত হয়।

সুতরাং, রাজীব t_1 ঘণ্টায় যায় $\frac{dt_2}{t_1 + t_2}$ কি.মি.

∴ " 1 " " $\frac{dt_2}{(t_1 + t_2)t_1}$ কি.মি.

আশিকের গতিবেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{t_1 + t_2}$ কি. মি.

এবং রাজীবের গতিবেগ ঘন্টায় $\frac{dt2}{(t_1 + t_2)t_1}$ কি. মি. **(উত্তর)**

৪২. টেলিফোনের কলের সংখ্যা 173, প্রতিকলের মূল্য 1.70 টাকা, তার ভাড়া 150 টাকা এবং ভ্যাট 15% হলে, টেলিফোন বিলের ও ভ্যাটের পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ দেওয়া আছে,

প্রতি কলের মূল্য 1.70 টাকা

∴ 173 " " (173 × 1.70) "

= 294.10 "

আবার,

টেলিফোনের ভাড়া = 150 টাকা

∴ টেলিফোনের ভাড়াসহ বিল = (294.10 + 150) টাকা

= 444.10 টাকা

এখন, 00 টাকায় ভ্যাট দিতে হয় 15 টাকা

∴ 1 " " " " $\frac{15}{100}$ "

∴ 444.10 " " " " $\frac{15 \times 444.10}{100}$ " $= 15 \times 4.4410$ "

$= 66.6150$ "

$= 66.62$ " (প্রায়)

∴ ভ্যাটসহ টেলিফোন বিলের পরিমাণ = (444.10 + 66.62) টাকা

= 510.72 টাকা

অতএব, নির্ণেয় টেলিফোন বিল = 510.72 টাকা

এবং ভ্যাট = 66.62 টাকা **(উত্তর)**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৪৩. বনভোজনে যাওয়ার জন্য 2400 টাকায় বাস ভাড়া করা হল এবং প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে ঠিক করল। 10 জন যাত্রী না আসায় মাথা পিছু ভাড়া 8 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কত জন যাত্রী গিয়েছিল?

সমাধান ঃ মনে করি,

প্রথমে বাসের যাত্রীর সংখ্যা ছিল x জন

বাস ভাড়া 2400 টাকা হলে x জন যাত্রীর মাথা পিছু ভাড়া $=\frac{2400}{x}$ টাকা।

আবার, 10 জন যাত্রী না আসায় মোট যাত্রী = $(x-10)$ জন।

$\therefore$ $(x-10)$ জন যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া $=\frac{2400}{x-10}$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $\frac{2400}{x-10}-\frac{2400}{x}=8$

বা, $2400\left(\frac{1}{x-10}-\frac{1}{x}\right)=8$

বা, $\frac{x-x+10}{x(x-10)}=\frac{8}{2400}$

বা, $\frac{10}{x^2-10x}=\frac{1}{300}$

বা, $x^2-10x=3000$

বা, $x^2-10x-3000=0$

বা, $x^2-60x+50x-3000=0$

বা, $x(x-60)+50(x-60)=0$

বা, $(x-60)(x+50)=0$

বা, $x-60=0$ $\quad (x+50\neq 0)$

$\therefore$ $x=60$

অতএব, বাসে যাত্রী গিয়েছিল $(60-10)$ জন বা, 50 জন।

এবং ভাড়ার পরিমাণ $=\frac{2400}{50}$ টাকা $=48$ টাকা।

উত্তর ঃ যাত্রী 50 জন এবং ভাড়া 48 টাকা।

৪৪. এক মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে t_1 ঘণ্টায় d কি. মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার t_2 ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান ঃ এখানে, মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে t_1 ঘণ্টায় যায় d কি.মি.

$\therefore$ " " " 1 " " $\frac{d}{t_1}$ কি. মি.

আবার, মাঝি স্রোতের অনুকূলে t_2 ঘণ্টায় যায় d কি.মি.

$\therefore$ " " " 1 " " $\frac{d}{t_2}$ কি.মি.

মনে করি,

স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘন্টায় m কি. মি. এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় n কি.মি.।

প্রশ্নমতে, $m+n=\frac{d}{t_2}$ .....(i)

এবং $m-n=\frac{d}{t_1}$ .....(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2m=\frac{d}{t_2}+\frac{d}{t_1}$

বা, $2m=d\left(\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_1}\right)$

$\therefore$ $m=\frac{d}{2}\left(\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_1}\right)$

আবার, সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$2n=\frac{d}{t_2}-\frac{d}{t_1}$

বা, $2n=d\left(\frac{1}{t_2}-\frac{1}{t_1}\right)$

$\therefore$ $n=\frac{d}{2}\left(\frac{1}{t_2}-\frac{1}{t_1}\right)$

অতএব, নৌকার বেগ ঘন্টায় $\frac{d}{2}\left(\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_1}\right)$ কি.মি.

স্রোতের বেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{2}\left(\frac{1}{t_2}-\frac{1}{t_1}\right)$ কি.মি. **(উত্তর)**

৪৫. যদি $x\sqrt[3]{a}+y\sqrt[3]{b}+z\sqrt[3]{c}=0$ এবং $a^2=bc$ হয় তবে দেখাও যে, $ax^3+by^3+cz^3=3axyz$.

সমাধান:

দেওয়া আছে, $x\sqrt[3]{a}+y\sqrt[3]{b}+z\sqrt[3]{c}=0$ এবং $a^2=bc$

এখানে, $x\sqrt[3]{a}+y\sqrt[3]{b}+z\sqrt[3]{c}=0$

বা, $x\sqrt[3]{a}=-\left(y\sqrt[3]{b}+z\sqrt[3]{c}\right)$

বা, $\left(x\sqrt[3]{a}\right)^3=\left\{-\left(y\sqrt[3]{b}+z\sqrt[3]{c}\right)\right\}^3$

বা, $x^3\left(\frac{1}{a^3}\right)^3=-y^3\left(\frac{1}{b^3}\right)^3-z^3\left(\frac{1}{c^3}\right)^3-3y\sqrt[3]{b}\,z\sqrt[3]{c}\left(y\sqrt[3]{b}+z\sqrt[3]{c}\right)$

বা, $ax^3=-by^3-cz^3-3yz\sqrt[3]{bc}\left(-x\sqrt[3]{a}\right)$

বা, $ax^3+by^3+cz^3=3xyz\left(a^2\right)^{1/3}.a^{1/3}$ $\quad [\because a^2=bc]$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3xyz.a^{2/3+1/3}$

$\therefore$ $ax^3 + by^3 + cz^3 = 3axyz$ **(Showed)**

৪৬. যদি $a^2+2=3^{\frac{2}{3}}+3^{-\frac{2}{3}}$ এবং $a \geq 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $3a^3+9a=8$

সমাধান:

দেওয়া আছে, $a^2 + 2 = 3^{2/3} + 3^{-2/3}$

বা, $a^2 = \left(3^{1/3}\right)^2 + \left(3^{-1/3}\right)^2 - 2$

বা, $a^2 = \left(3^{1/3}\right)^2 + \left(3^{-1/3}\right)^2 - 2.3^{1/3}.3^{-1/3}$

বা, $a^2 = \left(3^{1/3} - 3^{-1/3}\right)^2$

বা, $a = 3^{1/3} - 3^{-1/3}$

বা, $a^3 = \left(3^{1/3} - 3^{-1/3}\right)^3$

বা, $a^3 = \left(3^{1/3}\right)^3 - \left(3^{-1/3}\right)^3 - 3.3^{1/3}.3^{-1/3}\left(3^{1/3} - 3^{-1/3}\right)$

বা, $a^3 = 3 - 3^{-1} - 3.a$ $[\because 3^{1/3} - 3^{-1/3} = a]$

বা, $a^3 = 3 - \frac{1}{3} - 3a$

বা, $3a^3 = 9 - 1 - 9a$

বা, $3a^3 + 9a = 8$ **(Showed).**

৪৭. যদি $b = 1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{1/3}$ হয় তবে দেখাও যে, $b^3 - 3b^2 - 6b - 4 = 0$

সমাধান: এখানে, $b = 1 + 3^{\frac{2}{3}} + 3^{1/3}$

বা, $b - 1 = 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}$

বা, $(b-1)^3 = \left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}}\right)^3$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = \left(3^{\frac{2}{3}}\right)^3 + \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 + 3.3^{2/3}.3^{1/3}\left(3^{2/3} + 3^{1/3}\right)$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = 3^2 + 3 + 3.3\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right)(b-1)$

বা, $b^3 - 2b^2 + 3b - 1 = 12 + 3.3^1(b-1)$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 = 12 + 9b - 9$

বা, $b^3 - 3b^2 + 3b - 1 - 12 - 9b + 9 = 0$

$\therefore$ $b^3 - 3b^2 - 6b - 4 = 0$. **(Showed)**

জ্যামিতি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রাথমিক আলোচনা

বিন্দু : যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ভেদ, উচ্চতা কিছুই নেই শুধুমাত্র অবস্থিতি আছে তাকে বিন্দু বলে। চিত্রে, A একটি বিন্দু।

. A

রেখা : বিন্দুর চলার পথকে রেখা বলে।

A ——— B

সরল রেখা : একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছতে যদি কোন প্রকার দিক পরিবর্তন না হয় তবে তাকে সরল রেখা বলে।

A ——— B

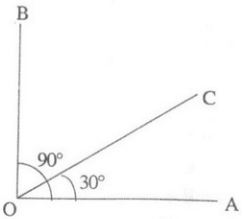
বক্ররেখা : একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছতে যদি দিক পরিবর্তন হয় তবে তাকে বক্ররেখা বলে।

সমান্তরাল রেখা : দুটি রেখা যদি পরস্পরের মধ্যে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রেখে চলতে থাকে তবে তাকে সমান্তরাল রেখা বলে।

A ——— B
C ——— D

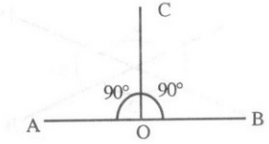
কোণ

সূক্ষ্মকোণ (Acute angle) : এক সমকোণ (90°) অপেক্ষা ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ বলে।



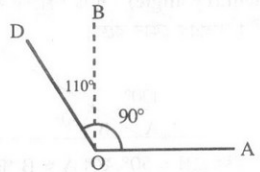
চিত্রে, ∠AOC সূক্ষ্মকোণ

সমকোণ (Right angle) : একটি সরল রেখার উপর অন্য একটি সরল রেখা লম্ব টানলে এবং লম্বের দুপাশে অবস্থিত ভূমি সংলগ্ন কোণ দুটি সমান হলে, প্রতিটি কোণকে সমকোণ বলে। এক সমকোণ = 90° অর্থাৎ 90°'র সমান কোণকে সমকোণ বলে।



চিত্রে, ∠AOC = ∠BOC = 90° = এক সমকোণ

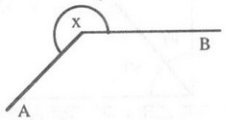
স্থূলকোণ (Obtuse angle) : এক সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু দুই সমকোণ অপেক্ষা ছোট কোণকে স্থূলকোণ বলে।



চিত্রে, ∠AOD একটি স্থূলকোণ

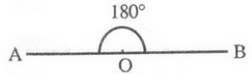
প্রবৃদ্ধ কোণ (Reflex angle) : দুই সমকোণ অপেক্ষা বড় কিন্তু চার সমকোণ অপেক্ষা ছোট কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে।

অর্থাৎ 360° > x > 180° হলে x একটি প্রবৃদ্ধ কোণ।



চিত্রে, ∠AxB একটি প্রবৃদ্ধ কোণ

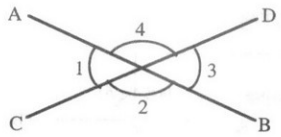
সরল কোণ (Straight angle) : দুটি সরল রেখা পরস্পর সম্পূর্ণ বিপরীত দিকে গমন করলে রেখাটির দু'পাশে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে সরলকোণ বলে। সরলকোণ দুই সমকোণের সমান বা 180°.



চিত্রে ∠AOB = 180° = সরলকোণ

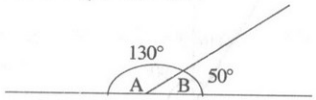
শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বিপ্রতীপ কোণ (Vertically Opposite angle) : দু'টি সরল রেখা পরস্পর ছেদ করলে যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় এদের যে কোন একটিকে তার বিপরীত কোণের বিপ্রতীপ কোণ বলে।



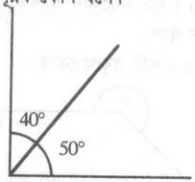
চিত্রে : $\angle 1$ এবং $\angle 3$ এক যুগল বিপ্রতীপ কোণ বা AB এবং CD রেখাদ্বয়ের ছেদের ফলে উৎপন্ন হয়েছে। একইভাবে চিত্রে $\angle 2$ এবং $\angle 4$ আরেক যুগল বিপ্রতীপ কোণ এবং একই সরল রেখা দ্বারা উৎপন্ন।

সম্পূরক কোণ (Supplementary angle) : দু'টি কোণের সমষ্টি 180° বা দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে।



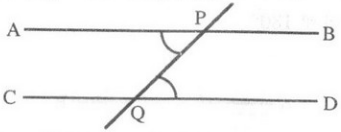
চিত্রে, $\angle A = 130°$ এবং $\angle B = 50°$ হলে A ও B পরস্পর সম্পূরক কোণ।

পূরক কোণ (Complementary angle) : দু'টি কোণের সমষ্টি এক সমকোণ বা 90° হলে একটিকে অপরটির পূরক কোণ বলে।



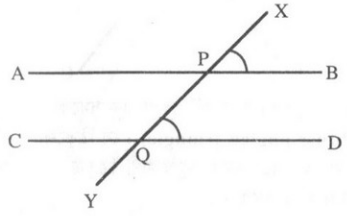
চিত্রে, $\angle A = 50°$ এবং $\angle B = 40°$ হলে A ও B পরস্পর পূরক কোণ

একান্তর কোণ : দু'টি সমান্তরাল রেখাকে অপর একটি রেখা তির্যকভাবে ছেদ করলে ছেদক রেখার বিপরীত পাশে সমান্তরাল রেখা যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে একান্তর কোণ বলে। একান্তর কোণগুলো পরস্পর সমান হয়।



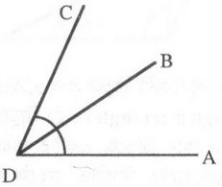
চিত্রে, $\angle APQ$ এবং $\angle DQP$ পরস্পর একান্তর কোণ

অনুরূপ কোণ : দু'টি সমান্তরাল সরল রেখাকে অপর একটি সরল রেখা ছেদ করলে ছেদকের একই পাশে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে অনুরূপ কোণ বলে। অনুরূপ কোণগুলো পরস্পর সমান হয়।



চিত্রে, $\angle XPB$ এবং $\angle PQD$ পরস্পর অনুরূপ কোণ

সন্নিহিত কোণ : যদি দু'টি কোণের একটি সাধারণ বাহু থাকে তবে একটি কোণকে অপর কোণের সন্নিহিত কোণ বলে।

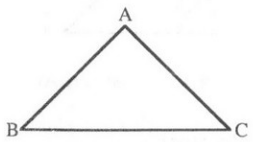


চিত্রে, $\angle ADB$ এবং $\angle BDC$ এর সাধারণ বাহু BD.

$\therefore \angle BDC$ কে $\angle ADB$ এর সন্নিহিত কোণ বলে।

ত্রিভুজ

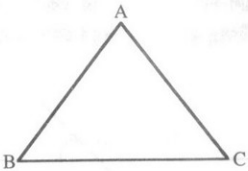
ত্রিভুজ (Triangle) : তিনটি সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।



চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ।

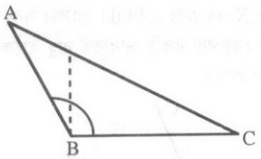
সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (Acute angled triangle) : যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই এক সমকোণ (90°) এর চেয়ে ছোট তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩



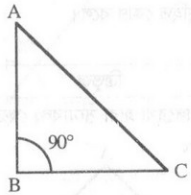
চিত্রে, ABC ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণের চেয়ে ছোট।

স্থূলকোণী ত্রিভুজ (Obtuse angled triangle) : যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ বা এক সমকোণ অপেক্ষা বড় তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে। কোণ ত্রিভুজের একের অধিক স্থূলকোণ থাকতে পারে না।



চিত্রে, ABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ এবং ∠ABC একটি স্থূলকোণ।

সমকোণী ত্রিভুজ (Right angled triangle) : যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে। কোন ত্রিভুজে একটির অধিক সমকোণ থাকতে পারে না। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ এবং সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের একটিকে ভূমি এবং অপরটিকে লম্ব বলা হয়।

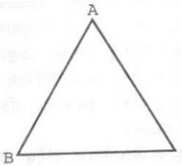


চিত্রে, ABC সমকোণী ত্রিভুজ। উহার ∠B সমকোণ, AC অতিভুজ, BC ভূমি এবং AB লম্ব।

সমবাহু ত্রিভুজ (Equilateral triangle) :

- তিনটি বাহু পরস্পর সমান।
- তিনটি কোণ সমান এবং প্রত্যেকটি কোণের মান 60°.
- মধ্যমাত্রয় পরস্পর সমান এবং বিপরীত বাহুর উপর লম্ব।

- প্রত্যকটি বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে পরিসীমা 3a এবং ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

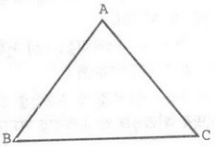


চিত্রে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ। উহার AB = BC = CA. ∠ABC = ∠BAC = ∠ACB = 60°.

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (Isosceles triangle) :

- দুটি বাহু সমান এবং দুটি মধ্যমা সমান।
- সমান সমান বাহু সংলগ্ন কোণগুলো সমান এবং সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুগুলো সমান।

b অসমান বাহু এবং a সমান বাহু হলে ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$



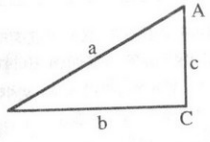
চিত্রে, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। উহার AB = AC, ∠ABC = ∠ACB.

বিষমবাহু ত্রিভুজ (Scalene triangle) :

- তিনটি বাহুই অসমান

  পরিসীমা 2s হলে ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ [a, b, c তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য]

∴ $s = \frac{a+b+c}{2}$



চিত্রে, ABC একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ। উহার AB ≠ BC ≠ AC.

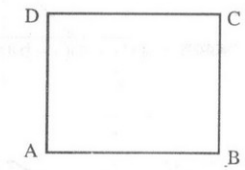
শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ত্রিভুজ সম্পর্কীয় অনুসিদ্ধান্তসমূহ

- ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180° বা দুই সমকোণ।
- ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।
- ত্রিভুজের ভূমির বিপরীত দিকের বিন্দুর নাম শীর্ষবিন্দু।
- ত্রিভুজের যে কোন এক বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।
- কোন ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে যে ছয়টি বহিঃকোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি আট সমকোণ।
- কোন সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ অন্য যে কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।
- কোন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরল রেখাকে বলে মধ্যমা। ত্রিভুজের তিনটি মধ্যমা হয়। এগুলো সমবিন্দু। মধ্যমাত্রয় পরস্পরকে 2:1 এ বিভক্ত করে।
- কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য তার পরিসীমার সমান।
- কোন ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটির সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।
- কোন ত্রিভুজের ভূমির মধ্যবিন্দু থেকে অন্য দুই বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব সমান হলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
- একই ভূমির বিপরীত পার্শ্বে অঙ্কিত দুইটি সমবাহু ত্রিভুজ সামান্তরিক গঠন করে।
- নিম্নোক্ত শর্তসাপেক্ষে ত্রিভুজ আঁকা যায়;
  (১) দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ; (২) তিনবাহু; (৩) দুই কোণ ও একটি বাহু এবং (৪) দুইবাহু ও একটি বিপরীত কোনদেয়া থাকলে।
- দুটি ত্রিভুজ সর্বসম হওয়ার শর্ত– দুইবাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ, তিনটি বাহু, দুই কোণ ও একবাহু, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও একবাহু সমান হতে হবে।

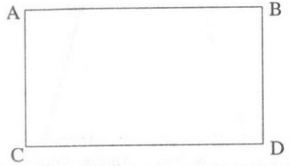
চতুর্ভুজ

❐ **বর্গক্ষেত্র (Square) :**



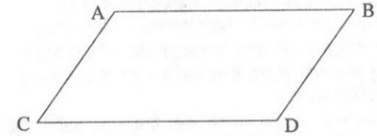
(i) চার বাহু সমান এবং কোণগুলো সমকোণ।
(ii) কর্ণদ্বয় সমান। এরা পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।
(iii) a একটি বাহুর দৈর্ঘ্য হলে পরিসীমা = 4a এবং ক্ষেত্রফল = a^2.
(iv) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করে।
(v) চারটি কোণের সমষ্টি = 360°.
(vi) প্রত্যেকটি কোণ = 90°.

❐ **আয়তক্ষেত্র (Rectangle) :**



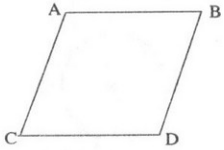
(i) বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান এবং সমান্তরাল।
(ii) কোণগুলো সমকোণ।
(iii) ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ।
(iv) পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)।
(v) আয়তক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{a^2 + b^2}$

❐ **সামান্তরিক (Parallelogram) :**



(i) বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং সমান্তরাল।
(ii) কোণগুলো সমকোণ নয়।
(iii) বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান।
(iv) ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা।
(v) পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)।

❐ **রম্বস (Rhombus) :**

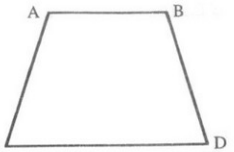


(i) চারটি বাহু সমান।
(ii) কোণগুলো সমকোণ নয়।
(iii) বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় অসমান।
(iv) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।
(v) ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × কর্ণদ্বয়ের গুণফল।
(vi) পরিসীমা = 4 × বাহুর দৈর্ঘ্য।

সোহরাব হোসেন (রিটন) ০১৭১৫ - ৫৬৯৫৬৩

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

❒ **ট্রাপিজিয়াম (Trapezium) :**



(i) দুটি বাহু সমান্তরাল কিন্তু সমান নয়, বাকি দুটি তির্যক।

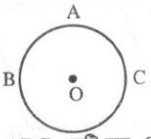
(ii) ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল) × তাদের দূরত্ব।

চতুর্ভুজ বিষয়ক অনুসিদ্ধান্ত

- বর্গক্ষেত্রের কর্ণ দুটি সমান এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।
- রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।
- সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।
- আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় সমান এবং পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।
- সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।
- নিম্নোক্ত শর্ত সাপেক্ষে চতুর্ভুজ অংকন করা যায় : ১. চারটি বাহু ও একটি কোণ; ২. চারটি বাহু ও একটি কর্ণ; ৩. তিনটি কোণ ও দুটি বাহু; ৪. তিন বাহু ও দুটি কোণ, ৫. দুটি কোণের খন্ডিত অংশসমূহ ও কর্ণদুটির অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ।
- সামান্তরিকের বিপরীত বাহু ও কোণগুলো পরস্পর সমান এবং প্রত্যেক কর্ণ সামান্তরিককে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

বৃত্ত

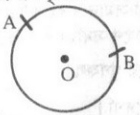
বৃত্ত : কোন সমতলে একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে সমান দূরত্ব বজায় রেখে অপর একটি বিন্দু তার চারদিকে একবার ঘুরে এলে তাকে বৃত্ত বলে।



চিত্রে, ABC একটি বৃত্ত, O কেন্দ্র।

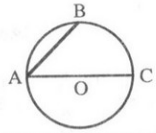
পরিধি : বৃত্তের পূর্ণ বক্ররেখার দৈর্ঘ্যকে পরিধি বলে। পরিধি = $2\pi r$

চাপ : বৃত্তের পরিধির যে কোন অংশই হল বৃত্তের চাপ।



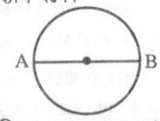
চিত্রে, AB বৃত্তের চাপ।

জ্যা : বৃত্তের পরিধির যে কোন দুই বিন্দুর সংযোজক সরল রেখাকে জ্যা বলে।



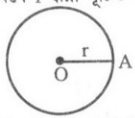
চিত্রে, AB ও AC বৃত্তের দুটি জ্যা।

ব্যাস : কেন্দ্রগামী জ্যা কে বৃত্তের ব্যাস বলে।



চিত্রে, AB বৃত্তের ব্যাস।

ব্যাসার্ধ : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে পরিধি পর্যন্ত দূরত্বকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে অর্থাৎ ব্যাসের অর্ধেকই হল ব্যাসার্ধ। ব্যাসার্ধকে r দ্বারা সূচিত করা হয়।



চিত্রে, OA বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

বৃত্ত সম্পর্কীয় অনুসিদ্ধান্তসমূহ

- বৃত্তের কোন বিন্দুতে একটি মাত্র স্পর্শক অংকন করা যায়।
- বৃত্তের স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শকের উপর অংকিত লম্ব কেন্দ্রগামী।
- অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।
- একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।
- বৃত্তের একই চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থকোণের দ্বিগুণ।
- বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।
- বৃত্তের দুটি জ্যা এর মধ্যে কেন্দ্রের নিকটতর জ্যা–টি অপর জ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর।
- বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোণ–জ্যা–এর মধ্য বিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব।
- একই সরল রেখায় অবস্থিত নয় এরূপ তিনটি বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র বৃত্ত আঁকা যায়।
- বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র এবং জ্যা দু'টি বৃত্তের ব্যাস।
- বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 (এখানে r ব্যাসার্ধ)
- বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$

গোলক

- গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$
- গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অন্যান্য

- একটি ঘনকের মোট তলের সংখ্যা ৬টি।
- পাশাপাশি অবস্থিত দুটি বৃত্ত একটি অন্যটির উপর উঠে গেলে তাদের ছেদবিন্দু হবে দুটি।
- সুষম বহুভুজের যে কোন অন্তঃকোণ= $\frac{2n-4}{n} \times 90°$ (n = বাহু)
- সুষম বহুভুজের যে কোন বহিঃকোণ = $\frac{360°}{n}$ (n = বাহুর সংখ্যা)
- বহুভুজের ক্ষেত্রে কোণ বা বাহুর সংখ্যা নির্ণয়ের বিকল্প সূত্র, $(n-2)\pi = nx$ এখানে, x = অন্তঃস্থকোণ, n = বাহু।
- কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = πrl. যেখানে, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
- উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi \times$ বড় ব্যাসার্ধ $\times$ ছোট ব্যাসার্ধ।

রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্য
Line, Angle, Triangle related theorems

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১। ABC ত্রিভুজে $\angle A$= এক সমকোণ, AC এর উপর D একটি বিন্দু। তাহলে প্রমাণ করুন যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. [৩৪তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি,

ΔABC এর $\angle A$ = এক সমকোন। D, AC - এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমান করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

প্রমাণ : সমকোণী ΔABC এর $\angle$ৎ = $\angle BAC = 90°$ ও অতিভূজ BC

∴ পীথাগোরাসে উপপাদ্য অনুসারে

$BC^2 = AB^2 + AC^2$.....(i)

আবার সমকোণী ΔABD-এ $\angle BAD = 90°$ এবং অতিভূজ BD

$BD^2 = AB^2 + AD^2$

বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$.....(ii)

(i) + (ii) নং থেকে পাই,

$BC^2 + AD^2 = AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$

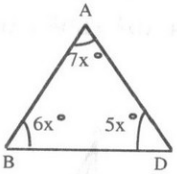
$\therefore$ $BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$ (প্রমাণিত)

২। **ABC ত্রিভুজে $\angle B = 6x$ ডিগ্রি, $\angle C = 5x$ ডিগ্রি এবং $6\angle A = 7\angle B$ হলে, x এর মান নির্ণয় করুন।** [৩৪তম বিসিএস]

সমাধান : $6\angle A = 7\angle B$

বা, $\angle A = \frac{7}{6}\angle B$

বা, $\angle A = \frac{7}{6} \times 6x = 7x$



এখন,

$7x + 6x + 5x = 7180°$

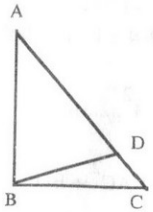
বা, $18x = 180°$

বা, $x = \frac{180°}{18}$

$\therefore$ $x = 10$

৩। **ত্রিভুজের একটি বাহু অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, প্রমাণ করুন যে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।** [৩০তম বিসিএস]

সমাধান :



বিশেষ নির্বাচন ঃ

মনে করি,

ΔABC এর $AC > AB$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC > \angle ACB$

অঙ্কন: AC থেকে AB এর সমান করে AD অংশ কাটি এবং B,D যোগ করি।

প্রমাণ: ΔABD এ $AD = AB$

$\therefore$ $\angle ABD = \angle ADB$

কিন্তু ΔABC এ বহিঃস্থ $\angle ADB > \angle BCD$

$\therefore$ $\angle ABD > \angle BCD$.

বা, $\angle ABD > \angle ACB$.

কিন্তু $\angle ABC > \angle ABD$ [$\because \angle ABD$, $\angle ABC$ এর একটি অংশ]

সুতরাং, $\angle ABC > \angle ACB$ (প্রমাণিত)

৪। **যদি কোন ত্রিভুজ ABC-এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $\angle C$ = এক সমকোণ।** [২৯তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি, ΔABC এ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হয় তবে প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle C$ = এক সমকোণ।

অংকন : DFE একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি, যার $\angle C = \angle F =$ এক সমকোণ, $DF = AC$ এবং $EF = BC$.

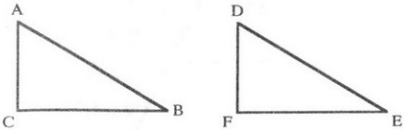
প্রমাণ : ΔDFE এ, $\angle F =$ এক সমকোণ।

সুতরাং, পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$DE^2 = DF^2 + EF^2 = AC^2 + BC^2$ (অঙ্কন অনুসারে)

$= AB^2$

$\therefore$ $DE = AB$



এখন, ΔACB এবং ΔDFE এ, $DF = AC$, $EF = BC$ এবং $DE = AB$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ $\Delta ACB \cong \Delta DFE$

$\therefore$ $\angle C = \angle F$

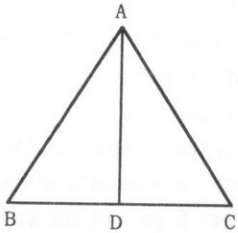
কিন্তু, $\angle F$ = এক সমকোণ।

$\therefore$ $\angle C$ = এক সমকোণ । [প্রমাণিত]

৫। ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$. [২৭তম ও ২৮তম বিসিএস]

সমাধান :

দেয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$



প্রমাণ : যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD মধ্যমা, AB = AC = CB এবং BD = CD এবং $\angle ABC = \angle ACB$.

এখন, Δ ABD এবং ΔACD-এ

$\angle ABD = \angle ACD$

$\therefore$ AB = AC

সুতরাং, ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম

$\therefore$ $\angle ADB = \angle ADC$

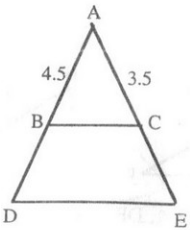
কিন্তু, কোণদ্বয় সন্নিহিত হওয়ায় উভয়ে এক সমকোণ হবে।

সুতরাং, ABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ AB যার অতিভুজ।

অতএব, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী $AB^2 = AD^2 + BD^2$ **[Proved]**

৬। ABC একটি ত্রিভুজ। BC-এর সমান্তরাল রেখা DE অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। AB = 4.5, AC = 3.5 এবং AD = 7.2 হলে, AE-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। [২৭তম বিসিএস]

সমাধান :



ΔABC এর BC বাহুর সামান্তরাল DE অর্থাৎ, BC || DE

$\therefore$ BC || DE হওয়ায় ΔABC সদৃশকোণী,

$\therefore$ $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \Rightarrow AE = \frac{AC}{AB} \times AD$

$AE = \frac{3.5}{4.5} \times 7.2 = 5.6$

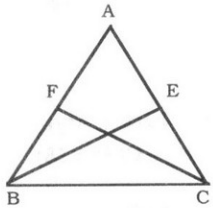
$\therefore$ AE = 5.6 [Ans]

৭। ΔABC এর B ও C শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর উপর অংকিত লম্ব যথাক্রমে BE ও CF। যদি BE = CF হয় তবে দেখান যে AB = AC

অথবা, প্রমাণ করুন ত্রিভুজের দুটি শীর্ষ বিন্দু হতে এদের বিপরীত বাহু দুইটির উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় সমান হলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু হবে। [২৫তম বিসিএস]

সমাধান :

দেওয়া আছে, ΔABC এর B ও C শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে BE ও CF, BE = CF। প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC।



প্রমাণ : ΔBFC এবং ΔBEC এর মধ্যে উভয় ত্রিভুজই সমকোণী।

BE = CF

অতিভুজ, BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\angle BEC = \angle BFC$ (BE ও CF যথাক্রমে AC ও AB এর উপর লম্ব বলে)

$\Delta BFC \cong \Delta BEC$

$\therefore$ BF = CE এবং $\angle FBC = \angle BCE$ অর্থাৎ $\angle ABC = \angle ACB$

$\therefore$ AB = AC (সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু বলে)

$\therefore$ AB = AC (প্রমাণিত)

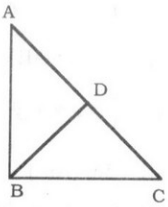
৮। ABC ত্রিভুজের $\angle B = 90°$। D অতিভুজ AC –এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করুন যে $BD = \frac{1}{2} AC$. [২৪তম বিসিএস]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান :

প্রমাণ : এখানে AD = CD

[∴ D, AC এর মধ্য বিন্দু।]



এখন ∠ABD = ∠CBD

[∴ সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয়ও পরস্পর সমান]

আবার ∠ABD+∠DBC = 1 সমকোণ = 90°

∴ 2∠CBD = 90° [∴ ∠ABD =∠CBD]

∴ ∠CBD = 45°.

অতএব BD বাহু AC বাহুর উপর লম্ব হবে। অর্থাৎ ∠ADB = ∠BDC = 1 সমকোণ।

ΔADB ও Δ BDC–এ AD = AC, BD সাধারণ বাহু এবং ∠ ADB = ∠BDC

সুতরাং ΔADB ≅ ΔBDC

অতএব ∠A = ∠C হইবে। ∴ ∠A = ∠C = 45°

এখন ∠CBD = ∠C = 45°

∴ $BD = CD = \frac{1}{2}AC$ (প্রামাণিক)।

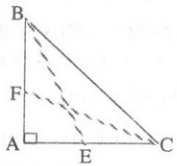
৯। ABC সমকোণী ত্রিভুজ ∠A = 90°. BE ও CF মধ্যমা। প্রমান করুন যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$ [২৪–তম বিসিএস]

সমাধান :

$BE^2 = AB^2 + AE^2$ ..... (i)

$CF^2 = AC^2 + AF^2$ ..... (ii)

(i) হতে পাই, $BE^2 = AB^2 + \left\{\frac{1}{2}(AC)\right\}^2$



$= AB^2 + \frac{AC^2}{4}$

$\Rightarrow BE^2 = \frac{4AB^2 + AC^2}{4}$

$\Rightarrow 4BE^2 = 4AB^2 + AC^2$ ..... (iii)

(ii) নং হতে $CF^2 = AC^2 + \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4}$

$4CF^2 = 4AC^2 + AB^2$ ..... (iv)

(iii) + (iv)

$4BE^2 + 4CF^2 = 5AB^2 + 5AC^2$

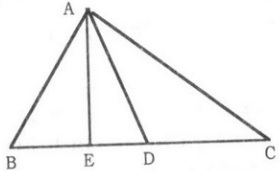
$\Rightarrow 4(BE^2 + CF^2) = 5(AB^2 + AC^2) = 5BC^2$

∴ $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$ (প্রমাণিত)

১০। ΔABC-এর AD একটি মধ্যমা। দেখান যে, $AB^2+AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$. [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

দেয়া আছে, ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$.



অঙ্কন : A বিন্দু হতে BC এর উপর AE লম্ব টানি।

প্রমাণ : ΔABD এ, ∠ADB সূক্ষ্মকোণ।

∴ $AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ ....(1)

Δ ACD-এ, ∠ADC স্থূলকোণ।

∴ $AC^2 = AD^2 + CD^2 + 2CD.DE$

বা, $AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$ ...(2)

[যেহেতু AD, BC এর উপর মধ্যমা। সুতরাং, CD = BD]

(1) নং ও (2) নং যোগ করে পাই,

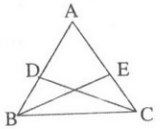
$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

বা, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ (প্রমাণিত)।

১১। ΔABC —এ AB = AC এবং BE ও CD যথাক্রমে ∠ABC ও ∠ACB কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডকদ্বয়। প্রমাণ করুন যে, Δ BDC ≅ Δ BCE. [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

ΔABC এ AB = AC এবং BE ও CD যথাক্রমে ∠ABC ও ∠ACB কোণদ্বয় সমদ্বিখন্ডক।



প্রমাণ করতে হবে যে, ΔBDC ≅ ΔBCE

প্রমাণ : ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

∴ ∠ABC ও ∠ACB এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় বিপরীত বাহুর উপর লম্ব হবে।

∴ ∠BEC = ∠BDC = এক সমকোণ এবং ∠B = ∠C

এখন ΔBDC ও ΔBCE এর মধ্যে

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\angle BEC = \angle BDC$

$\angle B = \angle C$

BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

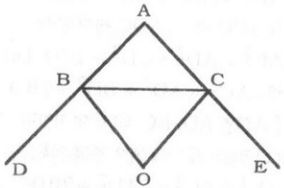
$\therefore$ $\Delta BDC \cong \Delta BCE$ (প্রমাণীত)

১২. ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুতে যে বহিঃকোণ দু'টি উৎপন্ন হয় তাদের সমদ্বিখন্ডক দু'টি O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$. [২২তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি, ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করায় B ও C বিন্দুতে দু'টি বহিঃকোণ $\angle CBD$ ও $\angle BCE$ উৎপন্ন হয় এবং তাদের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$.



প্রমাণ : ΔABC এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\therefore$ $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90°$

বহিঃস্থ $\angle CBD$ = অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle BAC + \angle ACB$

$\therefore$ $\frac{1}{2}\angle CBD = \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ACB)$

বা, $\angle CBO = \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle C$ ..... (1)

অনুরূপভাবে, $\angle BCO = \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B$ ..... (2)

ΔBOC এ, $\angle BOC + \angle CBO + \angle BCO = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle A + 90° = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle A$

বা, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$. (প্রমাণিত)

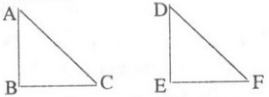
১৩. প্রমাণ করুন যে, যদি ত্রিভুজের একটি বাহুর বর্গ অন্য দু'টি বাহুর বর্গের সমষ্টির সমান হয়, তাহলে এই দু'টি বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণটি একটি সমকোণ হবে। [২২তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি, ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B$ = এক সমকোণ।

অংকন : ΔDEF আঁকি, যার $\angle E$ = এক সমকোণ এবং DE = AB ও EF = BC



প্রমাণ : ΔDEF থেকে পাই $DF^2 = DE^2 + EF^2$ (পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে)

$DF^2 = AB^2 + BC^2$

$= DF^2 = AC^2$

$\therefore$ DF = AC

ΔABC এবং ΔDEF এ

AB = DE, BC = EF এবং AC = DF

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

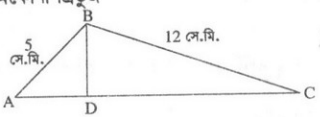
$\therefore$ $\angle B = \angle E$ কিন্তু $\angle E$ = এক সমকোণ

$\therefore$ $\angle B$ = এক সমকোণ (প্রমাণীত)

১৪. ABC ত্রিভুজ $\angle B = 90°$ AB = 5 সে. মি. ও BC = 12 সে, মি.। যদি D, শীর্ষবিন্দু B থেকে AC বাহু উপর লম্বের পাদবিন্দু হয়, তাহলে AD এর দৈর্ঘ্য কত? [২১তম বিসিএস]

সমাধান :

ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ



যার $\angle B = 90°$

AB = 5 সে. মি.

BC = 12 সে. মি.

BD, শীর্ষবিন্দু B থেকে AC এর উপর লম্ব।

AD = ?

ABC সমকোণী ত্রিভুজে থেকে পাই

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + (12)^2 = 169$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ AC = 13 সে.মি.

BD লম্ব হওয়ায় BCD ও ABD উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ

ΔBCD এ $BC^2 = CD^2 + BD^2$ ... (i)

ও ΔABD এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$ ... (ii)

(i) নং – (ii) নং করে

$BC^2 - AB^2 = CD^2 - AD^2$

$\Rightarrow 12^2 - 5^2 = (AC - AD)^2 - AD^2$

$\Rightarrow 144 - 25 = (13 - AD)^2 - AD^2$

$\Rightarrow 119 = 169 - 26AD + AD^2 - AD^2$

$\Rightarrow 50 = 26\ AD$

$\Rightarrow AD = \frac{50}{26}$

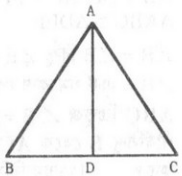
$\Rightarrow$ AD = 1.92 সে. মি.

উত্তর : 1.92 সে. মি.

১৫. ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC - এর উপর লম্ব। দেখান যে, $4AD^2 = 3AB^2$. [২১তম বিসিএস]

সমাধান :

দেয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$।



প্রমাণ : যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজে AD, BC এর উপর লম্ব।

সুতরাং, $BD = CD = \frac{1}{2}BC$.

$\therefore$ ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$.....(1)

বা, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$ [$BD = \frac{1}{2}BC$]

বা, $AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4}BC^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4}AB^2$ [$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজ]

বা, $AB^2 - \frac{1}{4}AB^2 = AD^2$

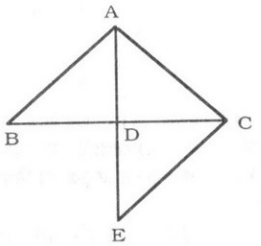
বা, $\frac{3}{4}AB^2 = AD^2$

বা, $4AD^2 = 3AB^2$ (প্রমাণিত)।

১৬. ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে প্রমাণ করুন যে, $AB + AC > 2AD$. [১৭তম ও ২০তম বিসিএস]

সমাধান :

দেয়া আছে, ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AD$.



অঙ্কন : A, D যোগ করে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন DE = AD হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ : ΔABD ও ΔCDE এর মধ্যে

BD = CD [$\because$ D, BC-এর মধ্যবিন্দু]

AD = DE [অংকনানুসারে]

$\angle ADB = \angle CDE$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta CDE$.

$\therefore$ AB = CE.

এখন, ΔACE এ,

$AC + CE > AE$

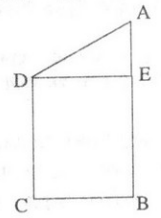
বা, $AC + AB > AD + DE$

বা, $AC + AB > AD + AD$ [{ AD = DE]

বা, $AB + AC > 2AD$. (প্রমাণিত)

১৭. একজন লোক একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে 27 কি. মি. ঠিক দক্ষিণ দিকে যায় সেখান থেকে 24 কি.মি. ঠিক পশ্চিম দিকে যায় এবং সর্বশেষ 20 কি. মি. ঠিক উত্তর দিকে যায়। যাত্রা শেষে লোকটি যাত্রা স্থান থেকে কত দূরে থাকবে? [১৩তম ও ২০তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি, A থেকে যাত্রা শুরু করে B বিন্দু পর্যন্ত গেল। AB = 27 কি.মি. এবং B থেকে দক্ষিণে C পর্যন্ত BC = 24 কি.মি. এবং C থেকে D পর্যন্ত 20 কি.মি. গেল। AD যাত্রাস্থান থেকে দূরত্ব। AB এর উপর DE লম্বটানি। ADE একটি সমকোণী ত্রিভুজ। AE = AB – CD = 27 – 20 = 7 কি.মি.



শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমকোণী ত্রিভুজ ADE এর ভূমি AE = 7 কি.মি. লম্ব DE = 24 কি. মি. এবং অতিভুজ AD = ?

$AD^2 = DE^2 + AE^2$

$= (24)^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$

AD = 25

∴ নির্ণেয় দূরত্ব 25 কি.মি.

উত্তর : 25 কি.মি.

১৮. একটি ত্রিভুজ ABC এর ভূমি BDC যেখানে BD = 4 সে মি. DC = 25 সে. মি.। AD রেখাটি BC এর উপর লম্ব এবং AD = 10 সে. মি. হলে ABC কি ধরনের ত্রিভুজ তা নির্ণয় করুন। [১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

ABC ত্রিভুজে AD, ভূমি BC এর উপর লম্ব।

AD = 10 cm. BD = 4 cm. DC = 25 cm.

∴ BC = BD + DC = (4 + 25) cm = 29 cm.

যেহেতু, ABD ত্রিভুজটি সমকোণী সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$= (10)^2 + (4)^2$

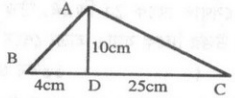
$= 100 + 16 = 116 = 4 \times 29$

আবার, ত্রিভুজ ADC সমকোণী হওয়ায়–

$AC^2 = AD^2 + DC^2$

$= (10)^2 + (25)^2$

$= 100 + 625 = 725 = 25 \times 29$



এক্ষেত্রে, $AB^2 + AC^2 = 4 \times 29 + 25 \times 29$

$= 29 (4+25) = 29 \times 29$

$= (29)^2 = BC^2$

∴ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

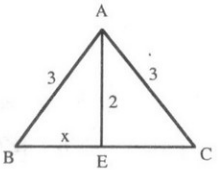
এ থেকে প্রমাণিত হয় ত্রিভুজ ABC ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার ∠A সমকোণ।

১৯. ABC ত্রিভুজের AB = AC = 3 ইঞ্চি। যদি ∠A এর সমদ্বিখন্ডক কে E বিন্দুতে ছেদ করে এবং AE = 2 ইঞ্চি হয় তবে BC = ? [১৭তম বিসিএস]

সমাধান :

মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যায় AB ও AC বাহু দুটি পরস্পর সমান। অর্থাৎ, AB = AC = 3 ইঞ্চি। এখন, ∠A এর সমদ্বিখন্ডককে E বিন্দুতে ছেদ করে এবং AE = 2 ইঞ্চি। ΔABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে AE রেখা BC কে সমদ্বিখন্ডিত

করে।



∴ E, BC রেখার মধ্যবিন্দু হলে, $BE = EC = \frac{1}{2} BC$.

এখন, AEC সমকোণি ত্রিভুজে $AC^2 = AE^2 + CE^2$

$\Rightarrow 3^2 = 2^2 + (\frac{1}{2} BC)^2$

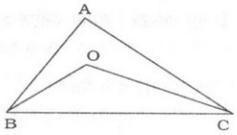
$\Rightarrow 9 = 4 + \frac{1}{4} BC^2$

$\Rightarrow 5 = \frac{1}{4} BC^2$

∴ $BC^2 = 20 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$ ইঞ্চি

২০. ABC ত্রিভুজের ∠B এবং ∠C এর অন্তর্দ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে ∠BOC = কত? [১৭তম ও ১৫তম বিসিএস]

সমাধান :



ΔABC - এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

∴ $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90°$

আবার, ΔBOC-এ

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - \frac{1}{2}\angle B - \frac{1}{2}\angle C$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $\angle BOC = \angle A + \angle B + \angle C - \frac{1}{2}\angle B - \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle A + \left(\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C\right)$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle A + 90°$

বা, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore$ $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

Ans : $90° + \frac{1}{2}\angle A$

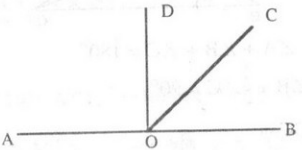
জ্যামিতিক অনুশীলন

১. একটি রশ্মির প্রান্তবিন্দুতে অপর একটি সরলরেখাতে মিলিত হলে যে দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি দুই সমকোণ।

সমাধান :

মনেকরি, OC রশ্মি তার প্রান্তবিন্দু O তে AB রেখা মিলিত হয়ে $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ এই দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC + \angle BOC$ = দুই সমকোণ।

অঙ্কন : AB রেখার O বিন্দুতে OD লম্ব আঁকি।



প্রমাণ : $\angle AOC + \angle BOC = (\angle AOD + \angle DOC) + \angle BOC$

$= \angle AOD + (\angle DOC + \angle BOC)$

$= \angle AOD + \angle BOD$

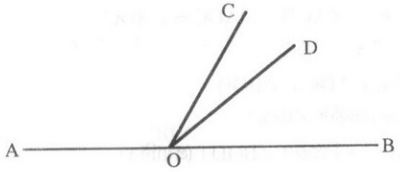
= এক সমকোণ + এক সমকোণ [যেহেতু $OD \perp AB$]

$\therefore$ $\angle AOC + \angle BOC$ = দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

২. দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান হলে, এদের বহিঃস্থ বাহুদ্বয় একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান :

মনেকরি, $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ দুটি সন্নিহিত কোণ এবং এদের সমষ্টি দুই সমকোণ। এখানে কোণ দুটির সাধারণ বাহু OC এবং OA ও OB তাদের বহিঃস্থ বাহু। প্রমাণ করতে হবে যে OA ও OB একই সরলরেখায় অবস্থিত।



প্রমাণ : OA ও OB একই সরলরেখায় অবস্থিত না হলে মনেকরি, OA রেখাকে বর্ধিত করলে OD রেখা উৎপন্ন করে অর্থাৎ OA ও OD একই রেখায় অবস্থিত। তাহলে $\angle AOC + \angle COD$ = দুই সমকোণ। কিন্তু $\angle AOC + \angle BOC$ = দুই সমকোণ।

আমরা পাই,

$\angle AOC + \angle COD = \angle AOC + \angle BOC$

বা, $\angle AOC + \angle COD - \angle AOC = \angle BOC$

বা, $\angle COD = \angle BOC$

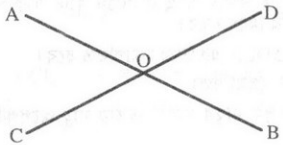
কিন্তু তা অসম্ভব, কারণ, $\angle COD$, $\angle BOC$ এর একটি অংশ

$\therefore$ OA ও OD একই রেখায় অবস্থিত হতে পারে না সুতরাং OA ও OB একই রেখায় অবস্থিত। **(প্রমাণিত)**

৩. দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে, উৎপন্ন বিপ্রতীপ কোণগুলো পরস্পর সমান।

সমাধান :

মনেকরি, AB ও CD রেখাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD$ = বিপ্রতীপ $\angle BOC$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এবং $\angle AOC$ = বিপ্রতীপ $\angle BOD$

প্রমাণ : AO রেখা CD রেখার সাথে O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

$\therefore$ $\angle AOC + \angle AOD$ = দুই সমকোণ

আবার, CO রেখা AB রেখার সাথে O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

$\therefore$ $\angle AOC + \angle BOC$ = দুই সমকোণ

আমরা পাই, $\angle AOC + \angle AOD = \angle AOC + \angle BOC$

বা, $\angle AOC + \angle AOD - \angle AOC = \angle BOC$

বা, $\angle AOD = \angle BOC$

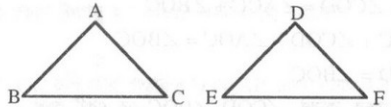
অনুরূপভাবে, $\angle AOC = \angle BOD$

$\therefore$ $\angle AOD$ = বিপ্রতীপ $\angle BOC$

এবং $\angle AOC$ = বিপ্রতীপ $\angle BOD$। **(প্রমাণিত)**

৪. যদি দুটি ত্রিভুজের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমান হয় এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হবে।

সমাধান : মনেকরি, ΔABC ও ΔDEF এ AB = DE, AC = DF এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle A$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle D$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.



প্রমাণ : ΔABC কে ΔDEF এর উপর এমনভাবে স্থাপন করি যেন A বিন্দু D বিন্দুর উপর, AB বাহু DE বাহু বরাবর এবং DE রেখার যে পাশে F আছে, C বিন্দু যেন সে পাশে পড়ে।

এখন, AB = DE বলে B বিন্দু অবশ্যই E বিন্দুর উপর পড়বে। আবার, যেহেতু AB বাহু DE বাহুর উপর পড়ে এবং $\angle A = \angle D$, সেহেতু AC বাহু DF বাহু বরাবর পড়বে। এখন AC = DF বলে C বিন্দু অবশ্যই F বিন্দুর উপর পড়বে।

B বিন্দু E বিন্দুর উপর এবং C বিন্দু F বিন্দুর উপর পড়ে বলে BC বাহু অবশ্যই EF বাহুর সাথে পুরোপুরি মিলে যাবে।

অতএব, ΔABC, ΔDEF এর উপর সমাপতিত হবে।

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$. **(প্রমাণিত)**

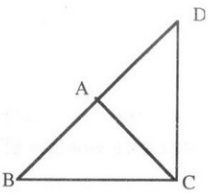
৫. ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান :

মনেকরি, ABC একটি ত্রিভুজ। ΔABC এর BC বাহু AB ও AC বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

অতএব, BC বাহু বৃহত্তম বাহু। তাহলে AB + AC > BC প্রমাণ করাই যথেষ্ট।

অঙ্কন : BA কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন AD = AC হয়। C, D যোগ করি।



প্রমাণ : ΔADC-এ AD = AC

$\therefore$ $\angle ACD = \angle ADC$

কিন্তু $\angle BCD > \angle ACD$ [কারণ $\angle ACD$, $\angle BCD$ এর একটি অংশ]

$\therefore$ $\angle BCD > \angle ACD$

অর্থাৎ ΔBCD-এ $\angle BCD > \angle BDC$

$\therefore$ BD > BC

বা, AB + AD > BC

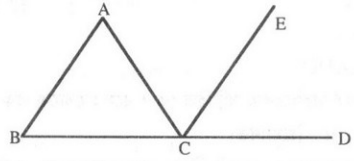
বা, AB + AC > BC [যেহেতু, AC = AD]

$\therefore$ AB + AC > BC. **(প্রমাণিত)**

৬. ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান।

সমাধান :

মনেকরি, ABC একটি ত্রিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB$ = দুই সমকোণ।



অঙ্কন : BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করি ও C বিন্দু দিয়ে BA এর সমান্তরাল CE অঙ্কন করি।

প্রমাণ : যেহেতু BA ও CE সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক, অতএব $\angle BAC = \angle ACE$ (একান্তর কোণ)

আবার, যেহেতু BA ও CE সমান্তরাল এবং BCD তাদের ছেদক, অতএব $\angle ABC = \angle ECD$ (অনুরূপ কোণ)

$\therefore$ আমরা পাই,

$\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD$

বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$

বা, $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = \angle ACD + \angle ACB$ [উভয়দিকে $\angle ACB$ যোগ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

করে]

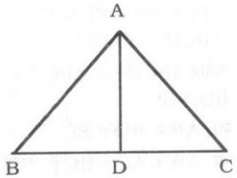
কিন্তু $\angle ACD + \angle ACB$ = দুই সমকোণ।

$\therefore$ $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB$ = দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

৭. প্রমাণ করুন যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণের সমদ্বিখণ্ডক ভূমিকেও সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং ভূমির উপর লম্ব হয়।

সমাধান :

মনেকরি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ইহার AB = AC এবং AD, শিরঃকোণ $\angle BAC$-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে, BD = CD এবং $AD \perp BC$.

প্রমাণ : ΔABD এবং ΔACD এর মধ্যে

AB = AC (দেওয়া আছে)

$\angle BAD = \angle CAD$ [$\because$ AD, $\angle BAC$-এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং AD উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore$ $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।

$\therefore$ BD = CD এবং $\angle ADB = \angle ADC$

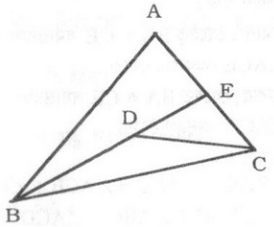
কিন্তু ইহারা একই সরলরেখায় সন্নিহিত কোণ বলে প্রত্যেকে এক সমকোণ।

সুতরাং $AD \perp BC$. **(প্রমাণিত)**

৮. ΔABC এর অভ্যন্তরে D একটি বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, AB+AC>BD+DC.

সমাধান :

দেয়া আছে, ΔABC- এর অভ্যন্তরে D একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > BD + DC



অঙ্কন : B, D যোগ করে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ : ΔABE এ

AB + AE > BE ..... (1)

আবার ΔCDE এ,

DE + EC > DC ..... (2)

(1) নং ও (2) নং যোগ করি,

AB + AE + DE + EC > BE + DC

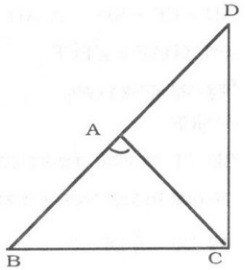
বা, AB + AE + EC + DE > BD + DE + DC

বা, AB + AC > BD + DC [$\because$ AE + EC = AC. এবং উভয়পক্ষ হতে DE বিয়োগ করি।] **(প্রমাণিত)**।

৯. ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে, A শীর্ষবিন্দু এবং BA বাহুকে D পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করা হল যেন, BA = AD. প্রমাণ করুন যে, $\angle BCD$ একটি সমকোণ।

সমাধান :

মনেকরি, ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে AB = AC। এর শীর্ষবিন্দু A এবং BA বাহুকে D পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করা হল যেন BA = AD হয়। C, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BCD$ = এক সমকোণ।



প্রমাণ : ΔABC এ AB = AC

$\therefore$ $\angle ABC = \angle ACB$

আবার, BA = AD = AC

ΔACD এ AC = AD

$\therefore$ $\angle ADC = \angle ADC$

$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB$ = দুই সমকোণ

বা, $\angle ADC + \angle ACD + \angle ACB + \angle ACB$ = দুই সমকোণ

$\therefore$ $\angle BAC = \angle ADC + \angle ACD$ এবং $\angle ABC = \angle ACB$]

বা, $\angle ACD + \angle ACD + 2\angle ACB$ = দুই সমকোণ

বা, $2\angle ACD + 2\angle ACB$ = দুই সমকোণ

বা, $\angle ACD + \angle ACB$ = এক সমকোণ

[উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

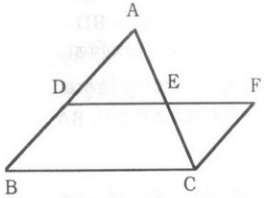
বা, $\angle BCD$ = 1 সমকোণ। **(প্রমাণিত)**।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০. প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক।

সমাধান :

মনেকরি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E



প্রমাণ করতে হবে যে,

$DE \| BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন : D, E যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন EF = DE হয় এবং F, C যোগ করি।

প্রমাণ : ΔADE এবং ΔCEF এর মধ্যে

DE = EF, AE = CE এবং

$\angle AED = \angle CEF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ $\Delta ADE \cong \Delta CEF$

$\therefore$ AD = CF = BD $[\because AD = BD]$

এবং $\angle DAE = \angle ECF$

কিন্তু এরা একান্তর কোণ

$\therefore$ AD||CF

$\therefore$ BD, CF এর সমান এবং সমান্তরাল।

$\therefore$ DF রেখা BC-এর সমান এবং সমান্তরাল।

কিন্তু $DE = \frac{1}{2} DF$.

$\therefore$ $DE = \frac{1}{2} BC$

$\therefore$ $DE \| BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$. (প্রমাণিত)

১১. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ। BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5\,BC^2$

প্রমাণ : $BE^2 = AB^2 + AE^2$

এবং $CF^2 = AC^2 + AF^2$

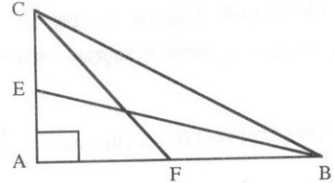
$\therefore$ $4(BE^2 + CF^2) = 4(AB^2 + AE^2 + AC^2 + AF^2)$

$= 4(AB^2 + AC^2) + 4AE^2 + 4AF^2$

$= 4BC^2 + (2AE)^2 + (2AF)^2$

$= 4BC^2 + AC^2 + AB^2$

$= 4BC^2 + BC^2 = 5BC^2$



১২. ΔABC এ AB > AC এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করুন যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

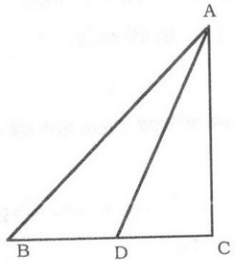
সমাধান :

মনেকরি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর AB > AC এবং $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD রেখা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB$ একটি স্থূল কোণ।

প্রমাণ : ΔABD এর $\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$

ΔADC এর $\angle ADC + \angle DAC + \angle ACD = 180^\circ$

$\therefore$ $\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = \angle ADC + \angle DAC + \angle ACD$



বা, $\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = \angle BAD + \angle ADC + \angle ACD$ $[\because \angle BAD = \angle DAC]$

বা, $\angle ABD + \angle ADB = \angle ADC + \angle ACD$. [$\because$ উভয়পক্ষ হতে $\angle BAD$ বাদ দিয়ে]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ΔABC এর $AB > AC$

$\therefore$ $\angle ACB > \angle ABC$

$\angle ADB > \angle ADC$ এরা সন্নিহিত কোণ।

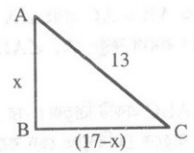
কিন্তু $\angle ADB + \angle ADC = 180°$

$\therefore$ $\angle ADB$ একটি স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**

১৩. যদি ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 13 cm এবং অতিভুজ ও পরিধির পার্থক্য 17 cm হলে, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান :

ধরি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের AB = x cm, AC = 13 cm এবং BC = (17–x) cm.



এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$x^2 + (17 - x)^2 = (13)^2$

$\Rightarrow x^2 + 289 - 34x + x^2 = 169$

$\Rightarrow 2x^2 - 34x + 120 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 17x + 60 = 0$

$\Rightarrow (x - 12)(x - 5) = 0$

$\Rightarrow x = 12$ Or, 5

$\therefore$ $17 - x = 5$ Or 12 (x-এর মান 12 ও 5 বসিয়ে)

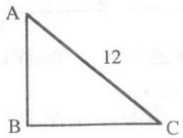
$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ বর্গ সে.মি.

Ans : 30 বর্গ সে.মি.

১৪. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ 12cm হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান :

ধরি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের একটি বাহু 'a' এবং অতিভুজ AC = 12 cm.



চিত্র হতে আমরা পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow 144 = AB^2 + AB^2$ [ΔABC সমদ্বিবাহু]

$\Rightarrow AB^2 = 72$

$\therefore$ $AB = 6\sqrt{2} = BC$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

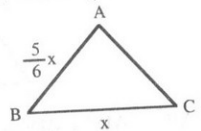
$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$

$= 36$ বর্গ সে.মি.।

Ans : 36 বর্গ সে.মি.

১৫. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 16 cm। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ হলে। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি = x মিটার।



$\therefore$ $AB = AC = \frac{5x}{6}$

প্রশ্নানুসারে, $x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{6} = 16$

বা, $16x = 96$ বা, $x = 6$

অতএব, BC = 6 মিটার এবং AB = AC

$\therefore$ $AC = \frac{5 \times 6}{6}$ মি. = 5 মিটার।

ধরি, a = 6 মিটার, b = 5 মিটার, c = 5 মিটার।

Δ-ক্ষেত্র ABC এর পরিসীমা $2s = (6 + 5 + 5)$ মিটার = 16 মিটার।

$\therefore$ $s = 8$ মিটার।

Δ ক্ষেত্রে ABC এর ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ মিটার।

$= \sqrt{8(8-6)(8-5)(8-5)}$

$= \sqrt{8 \times 2 \times 3 \times 3}$

$= \sqrt{144} = 12$ বর্গ মিটার।

Ans : 12 বর্গ মিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

পীথাগোরাসের উপপাদ্য
Theorem of Pythagoras

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

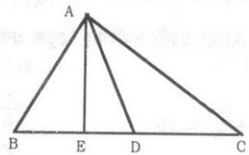
১. ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। দেখান যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$ [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

দেয়া আছে, ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$.

অঙ্কন : A বিন্দু হতে BC এর উপর AE লম্ব টানি।

প্রমাণ : ΔABD এ, $\angle ADB$ সূক্ষ্মকোণ।



$\therefore$ $AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ ....(1)

ΔACD-এ, $\angle ADC$ স্থূলকোণ।

$\therefore$ $AC^2 = AD^2 + CD^2 + 2CD.DE$

বা, $AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$ ...(2)

[যেহেতু AD, BE এর উপর মধ্যমা। সুতরাং, CD = BD]

(1) নং ও (2) নং যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2$

বা, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ (প্রমাণিত)।

জ্যামিতিক অনুশীলন

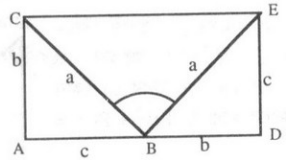
১. পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি বর্ণনা করুন ও প্রমাণ করুন।

অথবা, প্রমাণ করুন যে, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

সমাধান :

মনেকরি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ, BC = a, AB = c, ও AC = b. প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = AC^2 + AB^2$ অর্থাৎ, $a^2 = b^2 + c^2$

অঙ্কন : AB বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন BD = AC = b হয়। D বিন্দুতে AD রেখাংশের উপর লম্বভাবে DE রেখাংশ আঁকি যেন DE = AB = c হয়। C, E ও B, E যোগ করি।



প্রমাণ : এখন, ΔABC ও ΔDEB এ

AB = DE = c, AC = DB = b [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle EDB$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DEB$

$\therefore$ BC = EB = a এবং $\angle BCA = \angle EBD$

এখন যেহেতু CA $\perp$ AD এবং ED $\perp$ AD, সুতরাং CA $\parallel$ ED.

অতএব, CADE একটি ট্রাপিজিয়াম।

আবার, $\angle ABC + \angle BCA$ = এক সমকোণ।

$\therefore$ $\angle ABC + \angle EBD$ = এক সমকোণ।

কিন্তু, $\angle ABC + \angle CBE + \angle EBD$ = দুই সমকোণ

$\therefore$ $\angle CBE$ = এক সমকোণ।

এখন, CADE ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র CAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র CBE এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র EBD এর ক্ষেত্রফল।

$\therefore$ $\frac{1}{2} AD\,(AC + DE) = \frac{1}{2} bc + \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} bc$

বা, $\frac{1}{2} (c + b)(b + c) = bc + \frac{1}{2} a^2$

বা, $\frac{1}{2} (b + c)^2 = bc + \frac{1}{2} a^2$

বা, $\frac{1}{2} (b^2 + 2bc + c^2) = bc + \frac{1}{2} a^2$

বা, $\frac{1}{2} b^2 + bc + \frac{1}{2} c^2 = bc + \frac{1}{2} a^2$

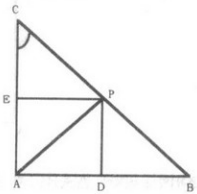
শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $\frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2 = \frac{1}{2}a^2$

∴ $b^2 + c^2 = a^2$ (প্রমাণিত)

২. ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC -এর অতিভুজ এবং P, BC এর উপর যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

সমাধান :



দেয়া আছে, ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ যার AB = AC, ∠A = এক সমকোণ এবং BC অতিভুজ। P, BC এর উপর যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

অংকন : P হতে AB এবং AC এর উপর PD, PE লম্ব আঁকি। AP যোগ করি।

প্রমাণ : ADP সমকোণী ত্রিভুজে, $PA^2 = AD^2 + PD^2$.....(1)

AEP সমকোণী ত্রিভুজে, $PA^2 = AE^2 + PE^2$.....(2)

CEP সমকোণী ত্রিভুজে $PC^2 = CE^2 + PE^2$.....(3)

BDP সমকোণী ত্রিভুজে, $PB^2 = PD^2 + BD^2$.....(4)

ADPE একটি আয়তক্ষেত্র।

∴ AD = EP = CE [∴ ∠C = 45°= ∠CPE]

এবং AE = PD = BD [∴ ∠B = 45° =∠BPD]

(3) নং ও (4) নং যোগ করে, $PB^2 + PC^2 = PD^2 + BD^2 + CE^2 + PE^2$

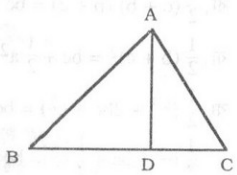
$= PD^2 + PD^2 + AD^2 + AD^2$

$= 2(PD^2 + AD^2)$

$= 2PA^2$ **(প্রমাণিত)।**

৩. চিত্রে, ΔABC এর ∠C সূক্ষ্মকোণ, AD, BC এর উপর লম্ব। দেখান যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$

সমাধান :



দেওয়া আছে, ΔABC এর ∠C সূক্ষ্মকোণ, AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$.

প্রমাণ : ACD সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^2 = AD^2 + CD^2$.....(1)

ABD সমকোণী ত্রিভুজে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

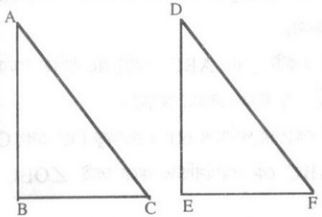
বা, $AB^2 = AD^2 + (BC - CD)^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + BC^2 + CD^2 - 2BC.CD$.

বা, $AB^2 = AD^2 + CD^2 + BC^2 - 2BC.CD$.

∴ $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ [(1) নং থেকে (প্রমাণিত)।

৪. যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুইটি বাহুর ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হয়, তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত কোণটি সমকোণ হবে।



মনে করি, ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, ∠B = এক সমকোণ।

অঙ্কন : DEF একটি ত্রিভুজ আঁকি, যার ∠E = এক সমোকণ, DE = AB এবং EF = BC.

প্রমাাণ : ΔDEF এর ∠E এক সমকোণ,

সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

$= AB^2 + BC^2$. [অঙ্কন অনুসারে]

$= AC^2$ [দেওয়া আছে]

∴ DF = AC

এখন, ΔABC এবং ΔDEF এ, AB = DE, BC = EF. [অঙ্কন অনুসারে]

এবং AC = DF

∴ ΔABC ≅ ΔDEF ∴ ∠B = ∠E

কিন্তু ∠E = এক সমকোণ।

∴ ∠B = এক সমকোণ।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বৃত্ত সম্পর্কীয় উপপাদ্য
Circle-Theorems, Corollaries

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১. **৫ ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।** [২৯তম বিসিএস]

সমাধান : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ABC একটি অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজ। OB = OC = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5 ইঞ্চি (দেওয়া আছে)।

আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ $60°$। যেহেতু OC এবং OB রেখা যথাক্রমে $\angle ACB$ এবং $\angle ABC$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে তাই $\angle OBC = \angle OCB = 30°$ হবে।

আবার, O বিন্দু হতে BC রেখার উপর OP লম্বা আঁকি যা BC রেখাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। সুতরাং BP = PC.

এখন, OBP সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই, $\sin 30° = \frac{OP}{OB} = \frac{OP}{5}$

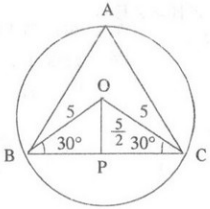
$$\therefore \quad OP = \frac{5}{2} \quad [\{ \sin 30° = \frac{1}{2}]$$

আবার, ΔOBP-এ

$$OB^2 = BP^2 + OP^2$$

$$\Rightarrow \quad 25 = BP^2 + (\frac{5}{2})^2$$

$$\Rightarrow \quad BP^2 = 25 - \frac{25}{4} = \frac{75}{4}$$



$$\Rightarrow \quad (\frac{BC}{2})^2 = \frac{75}{4}$$

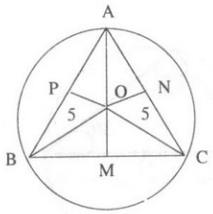
$$\Rightarrow \quad \frac{BC^2}{4} = \frac{75}{4} \Rightarrow BC^2 = 75$$

$$\therefore \quad \Delta ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 75$$

$$= 32.475 \text{ বর্গ ইঞ্চি}$$

Ans : 32.475 বর্গ ইঞ্চি

অথবা,



চিত্রে, OAB, OAC ও OBC এর সবগুলো সমদ্বিবাহু এবং এদের ক্ষেত্রফল সমান এবং এদের ক্ষেত্রফলগুলোর যোগফল ΔABC (সমবাহু) এর ক্ষেত্রফলের সমান। মনে করি, ছোট ত্রিভুজের প্রতিটির উচ্চতা h এবং ΔABC-এর প্রতিবাহু a.

প্রশ্নানুসারে, $3 \times \frac{1}{2} ah = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$$\Rightarrow \quad 3h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\therefore \quad h = \frac{\sqrt{3}}{6} a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ OMC থেকে পাই–

$$OC^2 = OM^2 + CM^2$$

$$\Rightarrow \quad (5)^2 = h^2 + (\frac{BC}{2})^2 = h^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow \quad h^2 = 25 - \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow \quad (\frac{\sqrt{3}}{6} . a)^2 = 25 - \frac{a^2}{4} \quad [\text{(1) হতে}]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3a^2}{36} = 25 - \frac{a^2}{4}$$

GD - অভিজিৎ (মোবাইল)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$\Rightarrow \quad \frac{a^2}{12}+\frac{a^2}{4}=25$$

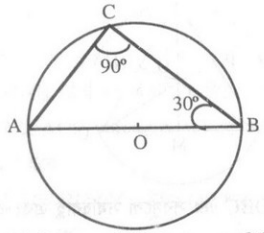
$$\Rightarrow \quad \frac{4a^2}{12}=25$$

$$\Rightarrow \quad a^2=75.$$

$$\therefore \quad \Delta ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 75=32.175 \text{ বর্গ ইঞ্চি।}$$

২. 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে যার একটি কোণ 30°। উহার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। [২৮তম বিসিএস]

সমাধান:



মনে করি, 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ ABC অন্তর্লিখিত আছে। $\angle ABC = 30^\circ$ এবং $\angle ACB = 90^\circ$ এবং অতিভুজ AB।

$\therefore \angle ACB$ = ১ সমকোণ।

$\therefore \angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। [$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ ১ সমকোণ]

$\therefore$ অতিভুজ AB হল বৃত্তটির ব্যাস।

$$\therefore AB = OA + OB = (5+5) \text{ ইঞ্চি} = 10 \text{ ইঞ্চি} \left[\because \begin{matrix}\text{ব্যাসার্ধ } OA = OB \\ = 5 \text{ ইঞ্চি}\end{matrix}\right]$$

ΔABC হতে পাই

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{AC}{10}$$

$$\Rightarrow AC = 5 \text{ ইঞ্চি}$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$$

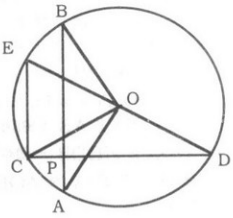
$$= \sqrt{100-25}$$

$$= \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ ইঞ্চি।}$$

$\therefore$ ত্রিভুজটির বাহু ৩টির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 ইঞ্চি, $5\sqrt{3}$ ইঞ্চি ও 5 ইঞ্চি। **(উত্তর)**

৩। O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের দুটি জ্যা AB, CD বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে। প্রমাণ করুন $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ। [২৫তম বিসিএস]

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দু'টি P বিন্দুতে পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ।

অঙ্কন : DO কে বর্ধিত করায় বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করে। E, C যোগ করি।

প্রমাণ : $\angle DCE = ৯০^\circ$ (অর্ধবৃত্তস্থ কোণ)

$\therefore$ AB ।। CE

$\therefore$ চাপ AC = চাপ BE.

$\therefore \quad \angle AOC = \angle BOE$ ..... (i)

এখন $\angle AOD + \angle BOC = \angle AOD + \angle COE + \angle BOE$

$= \angle AOD + \angle AOC + \angle COE = \angle DOE =$ ২ সমকোণ

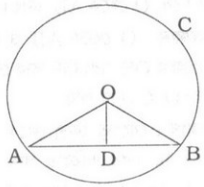
যেহেতু দুটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে।

সুতরাং $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ = সম্পূরক কোণ। **(প্রমাণিত)**

জ্যামিতিক অনুশীলন :

১. বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোন জ্যা –এর মধ্যবিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব।

সমাধান : মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং D এই জ্যা এর মধ্য বিন্দু। O ও D যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, OD রেখা AB জ্যা-এর উপর লম্ব।

অঙ্কন : O ও A এবং O ও B যোগ করি।

প্রমাণ : ΔOAD এবং ΔOBD -এ

AD = BD [D, AB এর মধ্যবিন্দু]

OA = OB [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OD সাধারণ বাহু।

$\therefore \quad \Delta OAD \cong \Delta OBD$

$\angle ODA = \angle ODB.$

যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং তাদের পরিমাপ সমান,

সুতরাং $\angle ODA = \angle ODB$ = এক সমকোণ।

অতএব, OD $\perp$ AB [প্রমাণিত]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

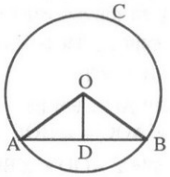
২. বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোন জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

সমাধান :

মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং কেন্দ্র O থেকে এই জ্যা এর উপর OD লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, OD, AB জ্যা-কে D বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে, অর্থাৎ, AD = BD.

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।



প্রমাণ : OD ⊥ AB হওয়ায়

∠ODA = ∠ODB = এক সমকোণ।

অতএব, ΔODA ও ΔODB উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন, ΔODA ও ΔODB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

অতিভুজ OA = অতিভুজ OB [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OD = OD [সাধারণ বাহু]

∴ ΔODA ≅ ΔODB

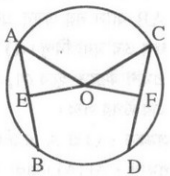
অতএব, AD = BD. (প্রমাণিত)

৩. বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।

সমাধান :

মনেকরি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে AB এবং CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : O থেকে AB ও CD জ্যা এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব রেখাংশ আঁকি। O, A এবং O, C যোগ করি।



প্রমাণ : যেহেতু কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যে কোন জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে এবং OE ⊥ AB ও OF ⊥ CD.

সুতরাং AE = BE এবং CF = DF.

∴ $AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD$.

কিন্তু AB = CD [কল্পনা]

∴ AE = CF.

এখন ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং AE = CF

∴ ΔOAE ≅ ΔOCF

∴ OE = OF.

কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে AB জ্যা এবং CD জ্যা-এর দূরত্ব।

সুতরাং, AB এবং CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**

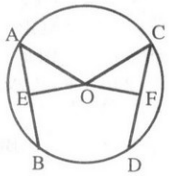
৪. বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

সমাধান :

মনেকরি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি সমদূরবর্তী জ্যা। O থেকে AB ও CD পর্যন্ত যথাক্রমে OE ও OF লম্ব এবং OE = OF.

প্রমাণ করতে হবে যে, AB = CD.

অঙ্কন : O ও A এবং O ও C যোগ করি।



প্রমাণ : যেহেতু OE ⊥ AB এবং OF ⊥ CD.

সুতরাং, ∠OEA = ∠OFC = এক সমকোণ।

এখন, ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে

অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OE = OF [সমদূরবর্তী জ্যা বলে]

∴ ΔOAE ≅ ΔOCF.

∴ AE = CF.

কিন্তু কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোন জ্যা পর্যন্ত অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

∴ $AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD$।

সুতরাং, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

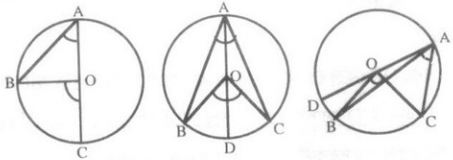
অর্থাৎ, AB = CD. [প্রমাণিত]

৫. বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

সমাধান :

মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং তার একই চাপ BC এর উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ ∠BAC এবং কেন্দ্রস্থ ∠BOC।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩



চিত্র–১ চিত্র–২ চিত্র–৩

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

প্রমাণ : (১) প্রথমে মনেকরি, AC রেখাংশ কেন্দ্র দিয়ে যায় (চিত্র–১)

এ ক্ষেত্রে ΔAOB এ

$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle OAB = \angle OBA$

কিন্তু ΔAOB এর

বহিঃস্থ $\angle BOC = \angle OAB + \angle OBA$

$= \angle OAB + \angle OAB$

$= 2\angle OAB$

$\therefore \angle OAB = \frac{1}{2}\angle BOC$

অর্থাৎ $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

(২) এখন মনেকরি, AC রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয় (চিত্র–২ চিত্র–৩)। এক্ষেত্রে A বিন্দু দিয়ে ব্যাস AD আঁকি।

এখন, CD চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle CAD$ এর AD বাহু কেন্দ্রগামী। সুতরাং

(১) অনুযায়ী $\angle CAD = \frac{1}{2}$ কেন্দ্রস্থ $\angle COD$

এখন, চিত্র–২ এ(যেখানে B ও C বিন্দু AD রেখাংশের বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত)

$\angle CAD + \angle BAD = \frac{1}{2}(\angle COD + \angle BOD)$

বা, $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

আবার, চিত্র–৩ এ (যেখানে B ও C বিন্দু AD রেখাংশের একই পার্শ্বে অবস্থিত)

$\angle CAD - \angle BAD = \frac{1}{2}(\angle COD - \angle BOD)$

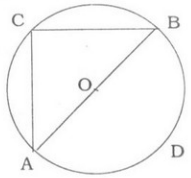
বা, $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

$\therefore$ সকল ক্ষেত্রেই

$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

৬. প্রমাণ করুন যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

সমাধান :



মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস এবং $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACB$ = এক সমকোণ।

অঙ্কন : AB-এর যে পাশে C বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু D নিই।

প্রমাণ : ADB চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle ACB$

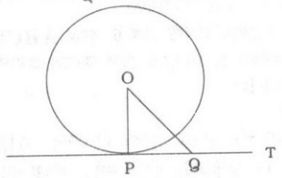
$= \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ AOB)।

কিন্তু সরলকোণ $\angle AOB$ = দুই সমকোণ।

$\angle ACB = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ। (প্রমাণিত)

৭. বৃত্তের যে কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

সমাধান :



মনেকরি O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের উপরস্থ P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক এবং OP স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PT \perp OP$.

অঙ্কন : PT স্পর্শকের উপর যেকোন একটি বিন্দু Q নিই এবং O, Q যোগ করি।

প্রমাণ : যেহেতু বৃত্তের P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক, সুতরাং ঐ P বিন্দু ব্যতীত PT-এর উপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে।

সুতরাং Q বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

OQ বৃত্তের ব্যাসার্ধ OP এর চেয়ে বড়,

অর্থাৎ, $OQ > OP$ এবং তা স্পর্শ বিন্দু P ব্যতীত PT এর উপরস্থ সব Q বিন্দুর জন্য সত্য।

$\therefore$ কেন্দ্র O থেকে PT স্পর্শকের উপর OP হল ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

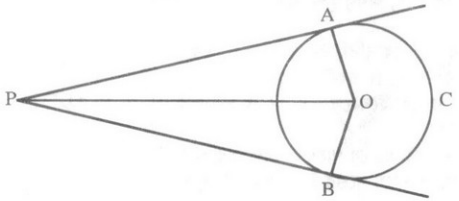
সুতরাং $PT \perp OP$. (প্রমাণিত)

৮. বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান হবে।

সমাধান :

মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রশ্মিদ্বয় বৃত্তের দুইটি স্পর্শক।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩



অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ : $\angle PAO = \angle PBO$ = এক সমকোণ।

এখন ΔPAO ও ΔPBO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে,

অতিভুজ PO = অতিভুজ PO

OA = OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore$ $\Delta PAO \cong \Delta PBO$

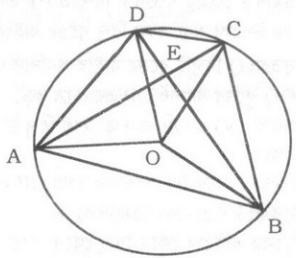
$\therefore$ PA = PB (প্রমাণিত)

৯. O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC, BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করুন যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$।

সমাধান :

মনেকরি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র। ABCD তার একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC ও BD চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ। কর্ণদ্বয় পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$.

অঙ্কন : OA, OB, OC, OD যোগ করি।



প্রমাণ : $\angle AOB = 2\angle ADB$

[$\because$ কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ].....(১)

এবং $\angle COD = 2\angle CAD$

[$\because$ কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ] ..... (২)

(১) নং ও (২) নং সমীকরণ যোগ করে,

$\angle AOB + \angle COD = 2\angle ADB + 2\angle CAD$

$= 2(\angle ADB + \angle CAD) \quad = 2(\angle ADE + \angle DAE)$

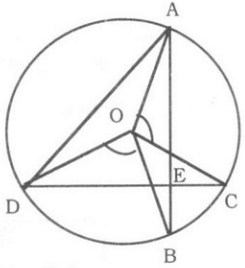
$= 2\angle AEB$ ($\therefore$ ADE এর বহিঃকোণ)

$\therefore$ $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$ **(প্রমাণিত)**

১০. চিত্রে জ্যা AB $\perp$ জ্যা CD. AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে $\angle AOC$ ও $\angle BOD$ উৎপন্ন করেছে। প্রমাণ করুন যে, $\angle AOC + \angle BOD$ = দুই সমকোণ।

সমাধান :

প্রদত্ত চিত্রে, জ্যা AB$\perp$জ্যা CD, AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে $\angle AOC$ ও $\angle BOD$ উৎপন্ন করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC + \angle BOD$ = দুই সমকোণ।



অঙ্কন : A, D যোগ করি।

প্রমাণ : একই চাপ AC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$.

$\therefore$ $\angle AOC = 2\angle ADC$

অনুরূপে, $\angle BOD = 2\angle BAD$

$\therefore$ $\angle AOC + \angle BOD = 2(\angle ADC + \angle BAD)$.....(1)

কিন্তু Δ AED এ, $\angle AED$ = এক সমকোণ।

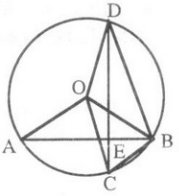
$\therefore$ $\angle ADE + \angle EAD$ = এক সমকোণ

বা, $\angle ADC + \angle BAD$ = এক সমকোণ

(1) নং হতে পাই, $\angle AOC + \angle BOD$ = দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

১১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দু'টি বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করুন যে, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$

সমাধান : O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACB বৃত্তে AB ও CD দু'টি জ্যা বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$



অঙ্কন : OA, OB, OC, OD, BC ও BD যোগ করি।

প্রমাণ : $\angle BOD = 2\angle BCD$ [$\therefore$ কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$\angle AOC = 2\angle ABC$ [$\therefore$ একই কারণে]

যোগ করে, $\angle BOD + \angle AOC \quad = 2\angle BCD + 2\angle ABC$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= 2(\angle BCD + \angle ABC)$

$= 2(\angle BCE + \angle EBC)$

[$\therefore$ $\angle BCD$, $\angle BCE$ কে এবং $\angle ABC$, $\angle EBC$ কে নির্দেশ করে]

$= 2\angle AEC$

[$\therefore$ ΔBCE এর বহিঃস্থ $\angle AEC$ = অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle BCE + \angle EBC$]

$\therefore$ $2\angle AEC = (\angle BOD + \angle AOC)$

বা, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$ **(প্রমাণিত)**

বিবিধ

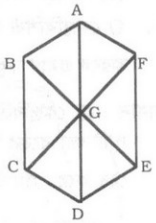
বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১. প্রমাণ করুন যে, একটি সুষম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি শীর্ষবিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমদূরবর্তী এবং এই দূরত্ব ষড়ভুজের যেকোন একটি বাহুর দৈর্ঘের সমান।

[২১তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি, ABCDEF একটি সুষম ষড়ভুজ। তার প্রতিটি শীর্ষবিন্দুকে যোগ করা হল এবং তারা পরস্পরকে G বিন্দুকে ছেদ করেছে।



এখন, ΔBCG ও ΔGEF- এর মধ্যে $\angle BGC = \angle FGE$ (বিপ্রতীপ কোণ) এবং $BC = FE$ ($\therefore$ সুষম ষড়ভুজ)

এবং $\angle BCG = \angle GFE$ (একান্তর কোণ, যেহেতু সুষম ষড়ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং সমান্তরাল।)

$\therefore$ $BCG \cong \Delta GEF$

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়,

$\Delta ABG \cong \Delta GDE$

এবং $\Delta AGF \cong \Delta GCD$

$\therefore$ $BG = GE$

$CG = GF$

এবং $AG = GD$

$\therefore$ G বিন্দু হতে প্রতিটি শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব সমান।

এবং $\angle AGB = \angle BGC = \angle CGD = \angle DGE = \angle EGF = \angle FGA$

$= \frac{360^\circ}{6^\circ} = 60^\circ$

এখন, ΔBGC এর $\angle BGC = 60^\circ$

$\therefore$ $\angle GBC + \angle GCB = (180^\circ - 60^\circ) = 120^\circ$

আবার, $\angle GCB + \angle GBC = 120^\circ/2 = 60^\circ$ ($\therefore$ $GB = GC$)

$\therefore$ ΔBGC একটি সমবাহু ত্রিভুজ

$\therefore$ $BC = CG$

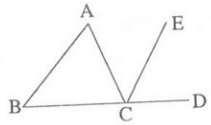
$\therefore$ একটি সুষম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমদূরবর্তী এবং এই দূরত্ব ষড়ভুজের যেকোন একটি বাহুর সমান। (প্রমাণিত)

২. প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজে একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান। [

১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি, ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো, ফলে বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ উৎপন্ন হলো।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

অংকন : $BA \parallel CE$ অংকন করি।

প্রমাণ : যেহেতু $BA \parallel CE$ এবং AC ছেদক।

সুতরাং $\angle BAC = \angle ACE$ একান্তর কোণ বলে।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

আবার, BA ∥ CE এবং BCD ছেদক সুতরাং ∠ABC = ∠ ECD অনুরূপ কোণ বলে।

∴ ∠BAC + ∠ABC = ∠ ACE + ∠ ECD

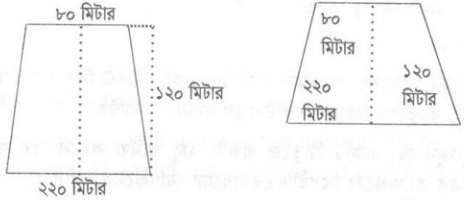
বা, ∠BAC + ∠ABC = ∠ACD

∴ বহিঃস্থ ACD = ∠BAC + ∠ABC (প্রমাণিত)

৩. সংসদ ভবনের উত্তর প্লাজার একটি স্কেচ্ পরিমাপসহ নিচে দেওয়া হল। প্রতি বর্গমিটার ১২৫ টাকা হিসাবে এতে নতুন করে ঘাস লাগাতে কত খরচ পড়বে? [১১-তম বিসিএস]

সমাধান :

চিত্রটি একটি ট্রাপিজিয়ামের।



ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ (সমান্তরাল বাহু দ্বয়ের সমষ্টি) × উচ্চতা

= $\frac{১}{২}$ (৮০ + ২২০) × ১২০ বর্গমিটার

= ৩০০ × ৬০ = ১৮০০০ বর্গমিটার

∴ মোট খরচ = ১২৫ × ১৮০০০ টাকা

= ২২,৫০,০০০ টাকা

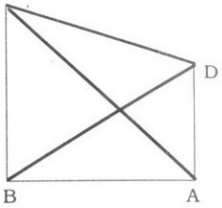
উত্তর : ২২,৫০,০০০ টাকা

জ্যামিতিক অনুশীলন

১. **ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। AC রেখা যদি ∠BAD এর সমদ্বিখন্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, BC = CD।**

সমাধান ঃ

মনেকরি, ABCD চতুর্ভুজের ∠A + ∠C = ২ সমকোণ। AC রেখা ∠BAD এর দ্বিখন্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, BC = CD.



প্রমাণ ঃ যেহেতু ∠A + ∠C = ২ সমকোণ

∴ ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ

∴ ∠BAC = ∠BDC

(একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ)

এবং ∠CAD = ∠CBD (একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ)

∴ ∠BDC = ∠CBD [∵ ∠BAC = ∠DAC)

∴ BCD সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

∴ BC = CD (প্রমাণিত)

২. ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ; AC ও AD এর দুইটি কর্ণ। প্রমান করুন যে, AC= AD.

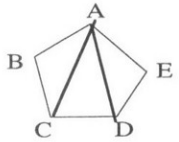
সমাধান ঃ

দেয়া আছে ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ।

তাহলে AB = AE = BC = CD = DE

AB = AE ... ... (i)

BC = DE ... ... (ii)



ABC ও AED ত্রিভুজদ্বয়ে

AB = AE [(i) হতে]

BC = DE [(ii) হতে]

এবং অন্তরবর্তী কোণ ∠ABC = ∠AED [∴ ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ।]

তাহলে ΔABC ও ΔAED সর্বসম।

∴ বাহু AC = AD

∴ AC = AD **(Proved)**

৩. প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজে একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান।

সমাধান ঃ

মনে করি ABC ত্রিভুজের BC-বাহু কে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। ফলে বহিঃস্থ কোণ ACD উৎপন্ন হল।

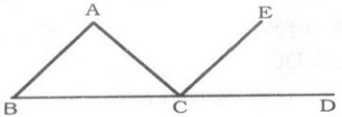
শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রমাণ করতে হবে, যে, $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

অঙ্কন ঃ C, বিন্দু দিয়ে AB-এর সমান্তরাল করে, CE রেখা টানা হল।

প্রমাণ ঃ যেহেতু, AB || CE এবং AC ছেদক,

সুতরাং $\angle BAC$ = একান্তর কোণ $\angle ACE$



$\therefore$ $\angle BAC = \angle ACE$

আবার, AB || CE এবং BC বা, BD ছেদক;

$\therefore$ $\angle ABC = \angle ECD$ (যেহেতু অনুরূপ কোণ)

$\therefore$ $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD$

অথবা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$

$\therefore$ বহিঃস্থ $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ (প্রমাণিত)

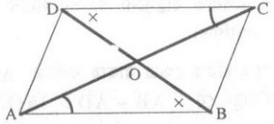
ক্ষেত্রফল সম্পর্কীয় উপপাদ্য

Area related theorems and construction

বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১. প্রমাণ করুন যে, সামন্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে। [৩৪তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি, ABCD একটি সামন্তরিক এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AO = CO এবং BO = DO

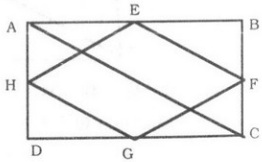


প্রমাণ : যেহেতু AB ও DC পরস্পর সমান্তরাল এবং AC ও BD তাদের দুটি ছেদক,
সেহেতু, $\angle BAC$ = একান্তর $\angle ACD$ এবং $\angle BDC$ = একান্তর $\angle ABD$
এখন, ΔAOB ও ΔCOD এর মধ্যে
$\angle OAB = \angle OCD$
$\angle OBA = \angle ODC$
এবং AB বাহু = DC বাহু
সুতরাং, $\Delta AOB \cong \Delta COD$
$\therefore$ AO = CO
অনুরূপভাবে, ΔAOD এবং ΔBOC -এ BO = DO.
অতএব, AO = CO এবং BO = DO **(প্রমাণিত)**

২. দেখান যে, চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু পর্যায়ক্রমে যোগ করলে একটি সামন্তরিক উৎপন্ন হয়। [২৫তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি, ABCD চতুর্ভুজের E, F, G, H যথাক্রমে AB, BC, CD এবং AD বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু। EF, FG, GH এবং EH যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, EFGH একটি সামন্তরিক।



অঙ্কন : AC যোগ করি।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রমাণ : ΔABC এর E, AB রেখার মধ্যবিন্দু। F, BC রেখার মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ EF রেখা AC রেখার সমান্তরাল ও অর্ধেক।

অর্থাৎ $EF \parallel AC$ এবং $EF = \frac{1}{2} AC$

আবার, ΔADC এর AD ও DC রেখার মধ্যবিন্দু যথাক্রমে H এবং G

$\therefore$ HG রেখা AC রেখার সমান্তরাল ও অর্ধেক।

অর্থাৎ $GH \parallel AC$ এবং $HG = \frac{1}{2} AC$

$\therefore$ $AC \parallel HG \parallel EF$ এবং $\frac{1}{2} AC = HG = EF$

অর্থাৎ HG এবং EF পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, EH এবং FG পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

$\therefore$ EF GH চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল বলে EFGH একটি সামন্তরিক। **(প্রমাণিত)**

৩. ABCD একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র যাহার কর্ণদ্বয় AC এবং BD, O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করুন যে, $AB + AD > 2AO$. [১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

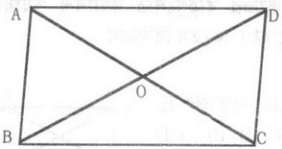
ABCD সামন্তরিকের AC এর BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AD > 2AO$

প্রমাণ : আমরা জানি, একটি সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

অর্থাৎ ABCDসামন্তরিকের $AB = CD$

$AD = BC$, $AO = OC$ এবং $BO = OD$।

আবার, ত্রিভুজের দুটি বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বড়।



$\therefore$ ABC ত্রিভুজের $AB + BC > AC$

বা, $AB + AD > AO + OC$ (যেহেতু $BC = AD$)

বা, $AB + AD > AO + AO$ (যেহেতু $AO = OC$)

$\therefore$ $AB + AD > 2AO$ (প্রমাণিত)

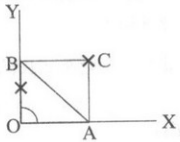
৪. এমন একটি আয়ত অঙ্কন করুন, যার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পাঁচগুণ হবে। [২৩তম বিসিএস]

সমাধান :

ধরি, একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a দেওয়া আছে, সুতরাং এর ক্ষেত্রফল a^2 এরূপ একটি আয়ত আঁকতে হবে যার কর্ণের ওপর অংকিত বর্গের ক্ষেত্রফল $5a^2$ হবে।

অংকন : যে কোন রশ্মি OX এর উপর OY লম্ব আঁকি। OX থেকে $OA = a$ এবং OY থেকে $OB = 2a$ কাটি। AB যোগ করি। A ও B ক কেন্দ্র করে যথাক্রমে 2a ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। AC ও BC যোগ করি তাহলে OACB উদ্দিষ্ট আয়তক্ষেত্র। যার কর্ণের ওপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $5a^2$ বর্গ একক হবে।

প্রমাণ : $\angle BOA = 90^\circ$



$\therefore$ ΔAOB থেকে পাই

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

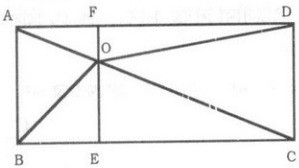
$= a^2 + (2a)^2$

$= a^2 + 4a^2$

$AB^2 = 5a^2$ (প্রমাণিত)

৫. ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$. [২২তম বিসিএস]

সমাধান :



দেয়া আছে, A B C D আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$।

অঙ্কন : O বিন্দু দিয়ে BA বা CD এর সমান্তরাল করে EF রেখা আঁকি উহা BC কে E

এবং AD কে F বিন্দুতে ছেদ করে। O,A; O,B; O,C; O,D যোগ করি।

প্রমাণ : OAF সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle AFO = 1$ সমকোণ এবং OA অতিভুজ।

$\therefore$ $OA^2 = AF^2 + FO^2$.....(1)

অনুরূপে, ODF সমকোণী ত্রিভুজে, $OD^2 = DF^2 + FO^2$.....(2)

আবার, OCE সমকোণী ত্রিভুজে $\angle CEO = 1$ সমকোণ এবং OC অতিভুজ।

$\therefore$ $OC^2 = CE^2 + EO^2$.....(3)

অনুরূপে, OBE সমকোণী ত্রিভুজে, $OB^2 = BE^2 + EO^2$.....(4)

(1) ও (3) নং যোগ করে, $OA^2 + OC^2 = AF^2 + CE^2 + FO^2 + EO^2$

$= BE^2 + DF^2 + FO^2 + EO^2$ [$\because$ AF=BE, DF=CE]

$= BE^2 + EO^2 + DF^2 + FO^2$

$= OB^2 + OD^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

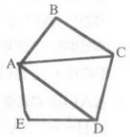
৬. ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ; AC ও AD এর দুইটি কর্ণ। প্রমান করুন যে, AC = AD. [২০তম বিসিএস]

সমাধান :

ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ

$\therefore$ AB = BC = CD = DE = AE ..... (i)

$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEA = \angle BAE$ .... (ii)



Δ ABC এবং ΔAED এর মধ্যে

AB = AE [সুষম বহুভুজের বাহু]

BC = DE [একই কারণ]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle AED$ [সুষম বাহুভুজের কোণ]

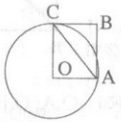
$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta AED$

$\therefore$ AC = AD (প্রমাণিত)

৭. OABC একটি বর্গক্ষেত্র যার শীর্ষ বিন্দু একটি বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু O তে অবস্থিত। যদি চাপ AC, 4 একক লম্বা হয় তাহলে বর্গক্ষেত্র OABC-এর পরিসীমা নির্ণয় করুন। [১৮তম বিসিএস]

সমাধান :

চাপ AC = OABC বর্গক্ষেত্রের কর্ণ



$\therefore$ ΔOAC এর $\angle O$ = সমকোণ

$\therefore$ $OA^2 + OC^2 = AC^2$

$\Rightarrow OA^2 + OA^2 = 4^2$ [OA = OC]

$\Rightarrow 2OA^2 = 16$

$\Rightarrow OA^2 = 8$

$\Rightarrow OA = 2\sqrt{2}$

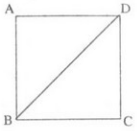
$\therefore$ $OA = AB = BC = OC = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ OABC বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 4 \times OA = 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ একক

উত্তর : $8\sqrt{2}$ একক

৮. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 5 ফুট হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল কত? [১৭তম বিসিএস]

সমাধান :



মনেকরি, ABCD বর্গক্ষেত্রের BD একটি কর্ণ; বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ ফুট হলে এর কর্ণ BD এর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

বর্গক্ষেত্রের কর্ণ $BD = \sqrt{৫^২ + ৫^২} = ৫\sqrt{২}$

কর্ণের উপর অংকিত বর্গের ক্ষেত্রফল $= ৫\sqrt{২} \times ৫\sqrt{২} = ৫০$ বর্গফুট

উত্তর : ৫০ বর্গফুট

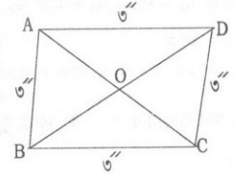
৯. ABCD রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 3 ইঞ্চি। AC এবং BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করলে $AO^2 + BO^2$ এর মান নির্ণয় করুন। [১৫তম বিসিএস]

সমাধান :

ABCD একটি রম্বস।

তার AC এর BD কর্ণদ্বয় Oবিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore$ Δ AOB একটি সমকোণী ত্রিভুজ। [রম্বসের দুটি কর্ণ পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।]



$\therefore$ Δ AOB -এ

$AO^2 + BO^2 = AB^2$

বা, $AO^2 + BO^2 = (3)^2$ [AB = 3]

'বা, $AO^2 + BO^2 = 9$

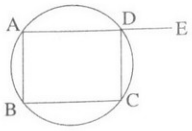
$\therefore$ $AO^2 + BO^2 = 9$ "

১০. প্রমাণ করুন যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কোন্ একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তস্থঃকোণের সমান। [১৫তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি, ABCD একটি অন্তর্লিখিত বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। AD বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC = \angle CDE$



এখন ABCD চতুর্ভুজে ,

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফল দুই সমকোণের সমান]

আবার, AD বাহু E পর্যন্ত বর্ধিত করার পর $\angle ADE = 180°$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $\angle ADC + \angle CDE = 180°$

$\therefore$ $\angle ABC + \angle ADC = \angle ADC + \angle CDE$

$\therefore$ $\angle ABC = \angle CDE$ (প্রমাণিত)

$\therefore$ $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$ **(প্রমাণিত)**

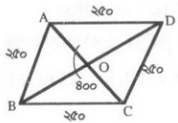
১১. একটি রম্বসের প্রত্যেকটি বাহু ২৫০ ফুট এবং একটি কর্ণ ৪০০ ফুট। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত? [১৩তম বিসিএস]

সমাধান :

ABCD রম্বসের AB = BC = CD = DA = ২৫০ ফুট

এবং একটি কর্ণ BD = ৪০০ ফুট

আমরা জানি,



$AB^2 = AO^2 + BO^2$

বা, $AO^2 = AB^2 - BO^2$

$= (২৫০)^২ - \left(\frac{৪০০}{২}\right)^২$

$= ৬২৫০০ - ৪০,০০০ = ২২৫০০$

$\therefore$ $AO = ১৫০$

$\therefore$ $AC = ২AO = ২ \times ১৫০ = ৩০০$ ফুট

রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{১}{২} \times ৩০০ \times ৪০০$

= ৬০,০০০ বর্গফুট

উত্তর : ৬০,০০০ বর্গফুট

১২. একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ৩০ সে. মি.। উহার ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ সে. মি. হলে আয়তক্ষেত্রেটির দৈর্ঘ্য কত হবে? [১৩তম বিসিএস]

সমাধান :

মনেকরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x সে.মি. এবং প্রস্থ y সে.মি

১ শর্তানুসারে, $2(x + y) = 30$ .....(i)

$x + y = 15$

২য় শর্তানুসারে, $xy = 50$.....(ii)

আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= (15)^2 - 4 \times 50$

$= 225 - 200$

$\therefore$ $x - y = \pm 5$

$x + y = 15$

$x - y = 5$

$2x = 20$

$\therefore$ $x = 10$

x এর মান (i) নং এ বসাই,

$10 + y = 15$

$y = 5$

Ans. : 10, 5

১৩. পার্শ্বের চিত্রে প্রদর্শিত তারকা সদৃশ্য সুষম পদকটির প্রত্যেক শীর্ষবিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ নির্ণয় করুন। [১১-তম সিএস]

সমাধান :

তারকা সদৃশ সুষম পদকটির মধ্যস্থলের উৎপন্ন যৌগটি একটি সুষম পঞ্চভুজ।

আমরা জানি, সুষম পঞ্চভুজের পাঁচটি কোণের সমষ্টি ৫৪০°। সুতরাং এর প্রত্যেকটি কোণ $(৫৪০ \div ৫)° = ১০৮°$ করে। উৎপন্ন ত্রিভুজের পঞ্চভুজ সংলগ্ন প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ $(১৮০° - ১০৮°) = ৭২°$

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০° এবং উৎপন্ন প্রত্যেকটি ত্রিভুজ সমদ্বিবাহু বলে প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ হবে $= ১৮০° - (৭২° + ৭২°)$

$= ১৮০° - ১৪৪° = ৩৬°$

উত্তর : প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমান ৩৬°।

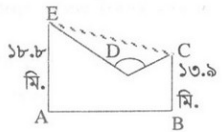
১৪. প্রদত্ত তথ্য হইতে পঞ্চভুজ – ক্ষেত্র ABCDE—এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন

AB = ১২ মিটার, BC = ১৩.৯ মিটার, CD = ৭ মিটার, DE = ১২ মিটার, AE = ১৮.৮ মিটার, $\angle EAB = \angle ABC = \angle CDE = ৯০°$ [[১০-তম বিসিএস]]

সমাধান :

মনেকরি, ABCE একটি ট্রাপিজিয়াম। উহার AE || BC এবং উচ্চতা AB

$\therefore$ ABCE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(১৮.৮ + ১৩.৯) \times ১২$



শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{১}{২}(৩২.৭) \times ১২$

$= ৩২.৭ \times ৬ = ১৯৬.২$ বর্গমিটার

আবার, ত্রিভুজ DCE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}(১২ \times ৭)$ বর্গমিটার

$= ৬ \times ৭$ " $= ৪২$ "

∴ ABCDE এর ক্ষেত্রফল $= (১৯৬.২ - ৪২)$ বর্গমিটার

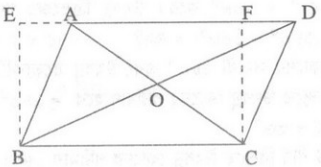
$= ১৫৪.২$ বর্গমিটার

উত্তর : ১৫৪.২ বর্গমিটার

জ্যামিতিক অনুশীলন

১. প্রমাণ করুন যে, একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান।

সমাধান : মনে করি, ABC ও DBC ত্রিভুজ ক্ষেত্রদ্বয় একই ভূমি BC–এর উপর এবং BC ও AD সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABC = Δ ক্ষেত্র DBC



অঙ্কন : BC রেখার উপর B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে BE ও CF লম্ব অঙ্কন করি। এরা AD রেখাকে বা তার বর্ধিতাংশকে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে।

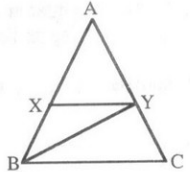
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে EBCF একটি আয়তক্ষেত্র। যেহেতু Δ ক্ষেত্র ABC এবং আয়তক্ষেত্র EBCF একই ভূমি BC–এর উপর এবং BC ও ED সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত সেহেতু Δ ক্ষেত্র $ABC = \frac{1}{2}$ (আয়তক্ষেত্রে EBCF)

অনুরূপভাবে Δ ক্ষেত্র $DBC = \frac{1}{2}$ (আয়তক্ষেত্র EBCF)

∴ Δ ক্ষেত্র ABC = Δ ক্ষেত্র DBC (প্রমাণিত)

২. প্রমাণ করুন যে, কোনো চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু চারটি পর্যায়ক্রমে সংযুক্ত করলে একটি সামন্তরিক উৎপন্ন হয়।

সমাধান : মনে করি, AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y, X ও Y যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC)।



অঙ্কন : B, Y যোগ করি।

প্রমাণ : Y, AC বাহুর মধ্যবিন্দু হওয়ায় BY, AC–এর উপর ΔABC–এর মধ্যমা।

∴ Δ-ক্ষেত্র ABY = Δ-ক্ষেত্র BCY

আবার, ΔABY–এ X, AB বাহুর মধ্যবিন্দু হওয়ায় XY, ΔABY–এর মধ্যমা।

∴ Δ-ক্ষেত্র AXY = Δ-ক্ষেত্র BXY

সুতরাং, Δ-ক্ষেত্র ABY = Δ-ক্ষেত্র AXY + Δ-ক্ষেত্র BXY

= Δ-ক্ষেত্র AXY + Δ-ক্ষেত্র AXY

= 2(Δ-ক্ষেত্র AXY)

অনুরূপ কারণে, Δ-ক্ষেত্র BCY = Δ-ক্ষেত্র ABY

= 2(Δ-ক্ষেত্র AXY)

সুতরাং, Δ-ক্ষেত্র ABC = Δ-ক্ষেত্র ABY + Δ-ক্ষেত্র BCY

= Δ-ক্ষেত্র ABY + Δ-ক্ষেত্র ABY

= 2(Δ-ক্ষেত্র ABY)

= 2 × 2 (Δ-ক্ষেত্র AXY)

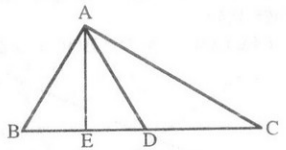
= 4(Δ-ক্ষেত্র AXY)

∴ Δ-ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC)-এর ক্ষেত্রফল। **(প্রমাণিত)**

৩. প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের যে কোন মধ্যমা ত্রিভুজ ক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দু'টি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ এবং AD তার মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD.



অঙ্কন : A বিন্দু হতে BC এর উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ : যেহেতু AD মধ্যমা। ∴ BD = CD. এখন, Δ ক্ষেত্র ABD ও Δ ক্ষেত্র ACD যথাক্রমে সমান সমান ভূমি BD ও CD এর উপর অবস্থিত এবং তাদের উভয়ের উচ্চতা AE.

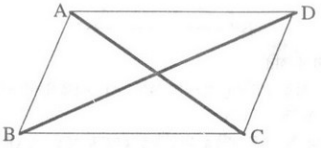
∴ Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD। **(প্রমাণিত)**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৪. **প্রমাণ করুন সামন্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো ও কোণগুলো পরস্পর সমান এবং প্রত্যেক কর্ণ সামন্তরিককে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।**

সমাধান :

মনে করি, ABCD একটি সামন্তরিক এবং AC ও BD এর দুটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে,



(ক) AB বাহু = CD বাহু এবং AD বাহু = BC বাহু

(খ) $\angle BAD = \angle BCD$ এবং $\angle ABC = \angle ADC$

(গ) $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ এবং $\Delta ABD \cong \Delta BCD$

প্রমাণ : যেহেতু AB||CD এবং AC তাদের ছেদক সেহেতু $\angle BAC = \angle ACD$ [একান্তর কোণ]

আবার যেহেতু BC||AD এবং AC তাদের ছেদক সেহেতু $\angle ACB = \angle DAC$ [একান্তর কোণ]

এখন ΔABC ও ΔADC এ

$\angle BAC = \angle ACD$, $\angle ACB = \angle DAC$ এবং AC বাহু সাধারণ

$\therefore$ ΔABC ≅ ΔADC

অতএব AB = CD, BC = AD ও $\angle ABC = \angle ADC$ অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\Delta ABD \cong \Delta BDC$

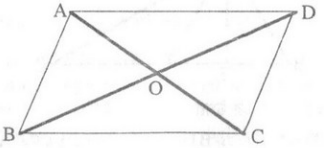
$\therefore$ $\angle BAD = \angle BCD$ **(প্রমাণিত)**

৫. **প্রমাণ করুন যে, সামন্তরিকের কর্ণদ্বয় সামন্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজে বিভক্ত করে।**

সমাধান :

মনে করি, ABCD একটি সামন্তরিক এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

Δ ক্ষেত্র AOD = Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র AOB.



প্রমাণ : যেহেতু সামন্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং AO = CO এবং BO = DO

এখন, Δ ABD-এর মধ্যমা AO $\therefore$ Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র AOD

Δ ACD-এর মধ্যমা DO $\therefore$ Δ ক্ষেত্র AOD = Δ ক্ষেত্র COD

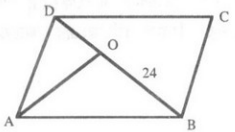
Δ BCD-এর মধ্যমা CO $\therefore$ Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র BOC

Δ ABC-এর মধ্যমা BO $\therefore$ Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র AOB

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র AOD = Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র AOB (প্রমাণিত)

৬. **একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গ সে.মি. এবং একটি কর্ণ 24 সে.মি.। বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধান :



মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিকের কর্ণ BD = 24 cm এবং BD কর্ণের উপর AO লম্ব অর্থাৎ AO $\perp$ BD.

এখন, চিত্র হতে আমরা পাই,

$2\,\Delta ABD = ABCD$

$\Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} . BD . AO = 120.$

$\Rightarrow 24\ AO = 120$

$\Rightarrow AO = 5$ cm.

Ans : 5 cm.

৭. **ABCD একটি সামন্তরিক ক্ষেত্র যাহার কর্ণদ্বয় AC এবং BD, O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করুন যে, AB + AD > 2AO.**

সমাধান :

ABCD সামন্তরিকের AC এর BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AD > 2AO

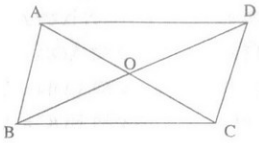
প্রমাণ : আমরা জানি, একটি সামন্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অর্থাৎ ABCDসামন্তরিকের AB = CD

AD = BC, AO = OC এবং BO = OD

আবার, ত্রিভুজের দুটি বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩



∴ ABC ত্রিভুজের AB + BC>AC

বা, AB + AD>AO + OC (যেহেতু BC = AD)

বা, AB + AD>AO + AO (যেহেতু AO = OC)

∴ AB + AD >2AO (প্রমাণিত)

৮. একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ সরলরেখার তিন ভাগের এক ভাগের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত গুণ?

সমাধান :

ধরি, সরলরেখাটি a

∴ এটার উপর অঙ্কিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল a^2 বর্গএকক।

∴ এটার $\frac{১}{৩}$ অংশের উপর অঙ্কিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{a^2}{৯}$ বর্গ একক।

∴ $\frac{a^2}{৯} \div a^2 = ৯$ গুণ।

৯. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য উহার প্রস্থের ৩ গুণ এবং ক্ষেত্রফল ৭৬৮ বর্গমিটার। বর্গক্ষেত্রের ১ বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ x মিটার এবং দৈর্ঘ্য ৩x মিটার।

∴ ক্ষেত্রফল = $x \times ৩x = ৩x^2$

শর্তমতে, $৩x^2 = ৭৬৮$

বা, $x^2 = ২৫৬$

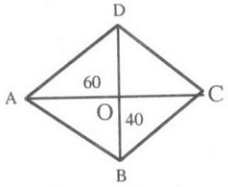
∴ x = ১৬ মিটার।

∴ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ × (১৬ + ১৬ × ৩) মিটার = ১২৮ মিটার।

বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ১২৮ ÷ ৪ = ৩২ মিটার।

উত্তর : ৩২ মিটার।

১০. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 40 cm এবং 60 cm-এর ক্ষেত্রফল পরিসীমা ও উচ্চতা নির্ণয় কর।



রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 60 \times 40$

= 1200 বর্গ সে.মি.

ABD সমকোণী ত্রিভুজ থেকে আমরা পাই,

$AB^2 = AO^2 + BO^2 = 30^2 + 20^2 = 900 + 400 = 1,300$

[যেহেতু $AO = \frac{1}{2} AC = 30$; $BO = \frac{1}{2} BD = 20$]

∴ রম্বসের বাহু $AB = \sqrt{1300}$ cm = 36.05 cm

∴ রম্বসের পরিসীমা = 4 × AB = 4 × 36.05 cm. = 144.2 cm (প্রায়) [Ans]

এবং রম্বসের উচ্চতা = (1200 ÷ 36.06) cm = 33.28 cm (প্রায়) [Ans]

১১. প্রমাণ করুন যে, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

সমাধান :

মনেকরি, ABCD রম্বসের AC এবং BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

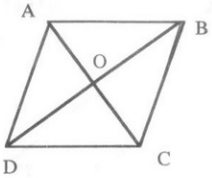
(ক) AO = CO এবং BO = DO;

(খ) ∠AOB = ∠AOD = ∠BOC = ∠COD = এক সমকোণ।

প্রমাণ : AB ও DC বাহুদ্বয় সমান্তরাল এবং AC ও BD তাদের দুটি ছেদক।

অতএব, ∠BAC = ∠ACD [একান্তর কোণ]

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩



এবং $\angle BDC = \angle ABD$ [একান্তর কোণ]

এখন, ΔAOB ও ΔCOD-এ

$\angle OAB = \angle OCD$, $\angle OBA = \angle ODC$ এবং AB = অনুরূপ DC.

সুতরাং $\Delta AOB \cong \Delta COD$

অতএব, AO = CO এবং BO = DO

এখন, ΔAOB ও ΔAOD-এ

AB = AD, BO = DO এবং AO সাধারণ বাহু।

$\therefore$ $\Delta AOB \cong \Delta AOD$

$\therefore$ $\angle AOB = \angle AOD$

আবার, $\angle AOB + \angle AOD$ = দুই সমকোণ।

অতএব, $\angle AOB = \angle AOD$ = এক সমকোণ।

আবার, $\angle COD$ = বিপ্রতীপ $\angle AOB$ = এক সমকোণ।

এবং $\angle BOC$ = বিপ্রতীপ $\angle AOD$ = এক সমকোণ।

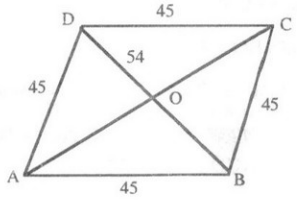
অতএব, $\angle AOB = \angle AOD = \angle BOC = \angle COD$=এক সমকোণ। (প্রমাণিত)

১২. একটি রম্বসের পরিসীমা 180 সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতর কর্ণটি 54 cm. এর অপর কর্ণ ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান :

দেওয়া আছে, পরিসীমা = 180 cm.

$\therefore$ এক বাহু = $\frac{180}{4}$ cm = 45 cm.



আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore$ AO = কর্ণ $\frac{AC}{2}$ = যা সমকোণী ত্রিভুজের উচ্চতা। AOD ত্রিভুজে,

$OD = \frac{1}{2} BD = \frac{54}{2}$ cm = 27 cm.

এখন, ΔAOD হতে,

$AD^2 = OD^2 + OA^2$

$\Rightarrow (45)^2 = (27)^2 + OA^2$

$\Rightarrow OA^2 = (45)^2 - (27)^2$

$\Rightarrow OA^2 = (45 + 27)(45 - 27)$

$\Rightarrow OA^2 = 72 \times 18 = 4 \times 18 \times 18 = 2^2 \times 18^2$

$\Rightarrow OA = 2 \times 18 = 36$

$\Rightarrow 2OA = 2 \times 36$

$\therefore$ AC = 72 [2OA = AC]

$\therefore$ ক্ষেত্রফল = রম্বসের কর্ণদ্বয়ের গুণফল $\times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} (AC \times BD)$

$= \frac{1}{2} \times 72 \times 54 = 1944$ sqr.cm.

Ans : 72cm and 1944 sqr.cm.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

পরিমিতি সরলক্ষেত্র ও ঘনবস্তু

(Mensuration Plane figures and Solids)

সরল ক্ষেত্র
Plane Figures

১. একটি আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 160 বর্গ মিটার। এর দৈর্ঘ্য 6 মিটার কম হলে ক্ষেত্রটি বর্গাকার হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = y মিটার

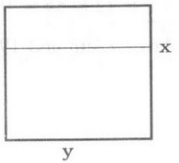
∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মি.

প্রশ্নানুসারে, $xy = 160$ ..... (1)

আবার, শর্তানুসারে, $x - 6 = y$

বা, $x = y + 6$ ..... (ii)

(ii) নং সমীকরণের x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,



$(y + 6)y = 160$

বা, $y^2 + 6y - 160 = 0$

বা, $(y + 16)(y - 10) = 0$

বা, $y = 10, -16$

∴ $y = 10$, যেহেতু $y = -16$ গ্রহণযোগ্য নয়।

[কারণ দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x = 10 + 6$

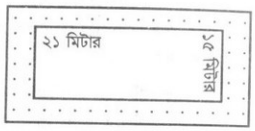
বা, $x = 16$

অতএব, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য =16 মিটার এবং প্রস্থ = 10 মিটার। (উত্তর)

২. 21 মিটার দৈর্ঘ্য এবং 15 মিটার প্রস্থ একটি বাগানের বাইরে চারদিকে 2 মিটার চওড়া একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার 25 টাকা হিসেবে পথটিতে ঘাস

লাগাতে মোট কত খরচ হবে?

সমাধান ঃ



বাগানের দৈর্ঘ্য = 21 মি.

" প্রস্থ = 15 মি.

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল= (21×15) বর্গ মি.

$= 315$ বর্গ মি.

রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য $= (21 + 4)$ মি.

$= 25$ মি.

" " প্রস্থ $= (15 + 4)$ মি. $= 19$ মি.

রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল $= (25 \times 19)$ বর্গ মি. $= 475$ বর্গ মি.

অতএব, পথের ক্ষেত্রফল $= (475 - 315)$ বর্গ . মি. $= 160$ বর্গ মি.

প্রতি বর্গমিটার ঘাস লাগাতে খরচ হয় = 25 টাকা।

∴ 160 " " " " $= (160 \times 25)$ টাকা

$= 4000$ টাকা।

∴ পথটিতে ঘাস লাগাতে খরচ হবে 4000 টাকা। (উত্তর)

৩. একটি বর্গাকার বাগানের বাইরে চারদিকে 5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল 500 বর্গ মিটার হলে, বাগানের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি, বর্গাকার বাগানের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার

∴ বর্গাকার বাগানের ক্ষেত্রফল $= x^2$ বর্গ মি.

রাস্তার ক্ষেত্রফল = 500 বর্গ মি.

অতএব, রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল $= (x^2 + 500)$ বর্গ মি. ..... (i)

আবার, রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য $= (x + 10)$ মি.

রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল $= (x + 10)^2$ বর্গ মি.

$= (x^2 + 20x + 100)$ বর্গ মি. ... (ii)

(i) ও (ii) থেকে পাই,

$x^2 + 20x + 100 = x^2 + 500$

বা, $20x = 400$

বা, $x = 20$

অতএব, বাগানের ক্ষেত্রফল $= x^2$ বর্গ মি.

$= 20^2$ বর্গ মি. $= 400$ বর্গ মিটার। (উত্তর)

৪. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিন গুণ এবং ক্ষেত্রফল 768 বর্গমিটার। প্রতিটি 40 সে. মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধাতে কতটি পাথর লাগবে?

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমাধান ঃ

মনে করি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x মি.

অতএব, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 3x মি.

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $3x^2$ বর্গ মি.

প্রশ্নানুসারে, $3x^2 = 768$

বা, $x^2 = 256$

বা, $x = 16$

অর্থাৎ, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 16 মি.

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = (3 × 16) মি. = 48 মি.

অতএব, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

= 2(48 + 16) মি.

= 128 মি.

অতএব, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 128 মিটার

∴ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = (128 ÷ 4) মি. = 32 মি.

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(32)^2$ বর্গ মি. = 1024 বর্গ মি.

একটি পাথরের ক্ষেত্রফল = $(40\text{সেমি})^2 = (0.4)^2$ বর্গ মি. = 0.16 বর্গ মি.

∴ মোট পাথর লাগবে = (1024 ÷ 0.16) = 6400 টি।

উত্তর : ৬৪০০ টি।

৫. **একটি জমির দৈর্ঘ্য 80 মিটার এবং প্রস্থ 60 মিটার। ঐ জমির মাঝে একটি পুকুর খনন করা হল। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার 4 মিটার হয়, তবে পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

দেয়া আছে, জমির দৈর্ঘ্য = 80 মিটার

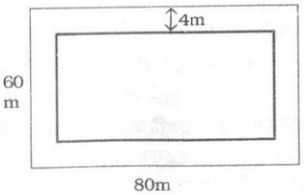
এবং প্রস্থ = 60 মিটার।

∴ জমির ক্ষেত্রফল = (80 × 60) বর্গমিটার

= 4800 বর্গমিটার।

পুকুরের পাড়ের বিস্তার = 4 মিটার।

∴ পাড় বাদে পুকুরের দৈর্ঘ্য = 80 – (2 × 4) মিটার = 72 মিটার।



পাড় বাদে পুকুরের প্রস্থ = 60 – (2 × 4) মিটার = 52 মিটার।

∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (72 × 52) বর্গমিটার। = 3744 বর্গমিটার

∴ পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল = জমির ক্ষেত্রফল – পুকুরের ক্ষেত্রফল

= (4800 – 3744) বর্গমিটার

= 1056 বর্গ মিটার

অতএব, পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল 1056 বর্গ মিটার। (উত্তর)

৬. **একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে মোড়াতে 800 টাকা খরচ হয়। যদি ঘরটির দৈর্ঘ্য 1 মিটার কম হয় তবে খরচ হয় 700 টাকা। ঘরের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

মনে করি, ঘরের দৈর্ঘ্য = x মিটার

এবং প্রস্থ = y মিটার।

∴ ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার।

∴ xy বর্গমিটারে খরচ হয় = 800 টাকা

∴ 1 " " " = $\frac{800}{xy}$ টাকা

আবার দৈর্ঘ্য 1 মিটার কম হলে ঘরের দৈর্ঘ্য হবে = (x – 1) মিটার

∴ এক্ষেত্রে ঘরের ক্ষেত্রফল = (x – 1)y বর্গমিটার।

প্রশ্নমতে,

∴ (x – 1)y বর্গমিটারে খরচ হয় = 700 টাকা

∴ 1 " " " = $\frac{700}{(x-1)y}$ টাকা

আমরা পাই,

$$\frac{800}{xy} = \frac{700}{(x-1)y}$$

বা, $\frac{8}{x} = \frac{7}{x-1}$

বা, $8x - 8 = 7x$

বা, $8x - 7x = 8$

∴ $x = 8$

∴ ঘরের দৈর্ঘ্য = 8 মিটার। (উত্তর)

৭. **একটি বাগানের দৈর্ঘ্য 40 মিটার এবং প্রস্থ 30 মিটার। বাগানের ভিতর সমান পাড় বিশিষ্ট একটি পুকুর আছে। পুকুরের ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ অংশ হলে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

দেয়া আছে,

বাগানের দৈর্ঘ্য = 40 মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এবং প্রস্থ = 30 মিটার

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = (40×30) বর্গমিটার = 1200 বর্গমিটার।

যেহেতু পুকুরের ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ অংশ।

∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{1}{2} \times 1200\right) = 600$ বর্গমিটার।

মনে করি, পুকুরের পাড়ের বিস্তার = x মিটার।

∴ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(40 - 2x)$ মিটার।

এবং " প্রস্থ = $(30 - 2x)$ মিটার।

∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = $(40 - 2x)(30 - 2x)$

প্রশ্নমতে,

$(40 - 2x)(30 - 2x) = 600$

বা, $1200 - 60x - 80x + 4x^2 = 600$

বা, $4x^2 - 140x + 1200 - 600 = 0$

বা, $4x^2 - 140x + 600 = 0$

বা, $x^2 - 35x + 150 = 0$

বা, $x^2 - 30x - 5x + 150 = 0$

বা, $x(x - 30) - 5(x - 30) = 0$

বা, $(x - 30)(x - 5) = 0$

∴ $x - 30 = 0$ অথবা, $x - 5 = 0$

$x - 30 = 0$ বা, $x = 30$, যাহা গ্রহণযোগ্য নহে।

∴ $x - 5 = 0$ বা, $x = 5$

∴ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(40 - 2 \times 5)$ মিটার = 30 মিটার

এবং প্রস্থ = $(30 - 2 \times 5)$ মিটার = 20 মিটার।

৮. **একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 10 মিটার কম হত তাহলে এটি একটি বর্গক্ষেত্র হত। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

যেহেতু আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 10 মিটার কমালে এটি একটি বর্গক্ষেত্রে পরিণত হয় অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান হয়, সুতরাং আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 10 মিটার বেশি।

মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = x মিটার।

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $(x + 10)$ মিটার।

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= $(x + 10)x$ বর্গমিটার

= $(x^2 + 10x)$ বর্গমিটার।

প্রশ্নমতে, $x^2 + 10x = 2000$

বা, $x^2 + 10x - 2000 = 0$

বা, $x^2 + 50x - 40x - 2000 = 0$

বা, $x(x + 50) - 40(x + 50) = 0$

বা, $(x + 50)(x - 40) = 0$

∴ হয় $x + 50 = 0$ বা, $x = -50$, যাহা গ্রহণযোগ্য নয়।

অথবা $x - 40 = 0$ ∴ $x = 40$

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $(40 + 10)$ মিটার = 50 মিটার এবং প্রস্থ = 40 মিটার।

৯. **একটি সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। সামান্তরিকের ভূমি 125 মি. এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

দেয়া আছে, সামন্তরিকের ভূমি = 125 মি.

এবং উচ্চতা = 5 মিটার।

∴ সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল = (125×5) বর্গ মিটার

= 625 বর্গমিটার

যেহেতু সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

∴ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 625 বর্গমিটার।

∴ বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু = $\sqrt{625}$ মিটার

= $\sqrt{(25)^2}$ মিটার

= 25 মিটার

মনে করি, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য = x মিটার

∴ ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

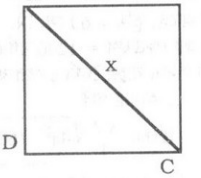
$x^2 = AB^2 + BC^2$

$= (25)^2 + (25)^2$

$= 625 + 625$

$= 1250$

∴ $x = \sqrt{1250} = 35.36$ মিটার।



∴ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = 35.36 মিটার **(উত্তর)**

১০. **একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 25 মিটার। এর একটি বাহু অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে, বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

মনে করি,

ABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BC = 25 মিটার এবং AB = x

∴ প্রশ্নমতে, $AC = \frac{3}{4}x$

এখন, সমকোণী ΔABC হতে পাই,

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $25^2 = x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2$

বা, $625 = x^2 + \frac{9x^2}{16} = \frac{16x^2 + 9x^2}{16}$

বা, $625 = \frac{25}{16}x^2$

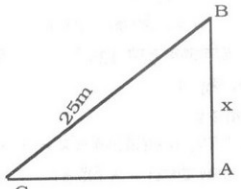
বা, $25x^2 = 625 \times 16$

বা, $x^2 = \frac{625 \times 16}{25}$

বা, $x^2 = 25 \times 16$

বা, $x^2 = (5 \times 4)^2$

$\therefore x = 5 \times 4 = 20$ মিটার



$\therefore$ একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং অপর বাহু $= \frac{3}{4} \times 20$

$= 15$ মিটার। (উত্তর)

১১। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 60 সে. মি.। এর ক্ষেত্রফল 1200 বর্গ সে. মি. হলে সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

আমরা জানি, একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি বা অসমান বাহু b এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক

দেয়া আছে, ভূমি $= 60$ সে. মি.

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 1200$ বর্গ সে. মি.

সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য a বের করতে হবে।

$\therefore$ আমরা পাই,

$1200 = \frac{60}{4}\sqrt{4a^2 - (60)^2}$

বা, $1200 = 15\sqrt{4a^2 - 3600}$

বা, $\sqrt{4a^2 - 3600} = \frac{1200}{15}$

বা, $\sqrt{4a^2 - 3600} = 80$

বা, $4a^2 - 3600 = 6400$

বা, $4a^2 = 6400 + 3600$

বা, $4a^2 = 10000$

বা, $a^2 = 2500$

বা, $a^2 = (50)^2$

$\therefore a = 50$

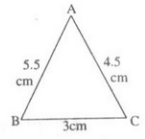
$\therefore$ সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 50 সে. মি. (উত্তর)

১২। 3 সে. মি. 4.5 সে. মি. 5.5 সে মি. বাহু বিশিষ্ট কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [২০তম বিসিএস]

সমাধান : ধরি, $BC = a = 3$ সে.মি.

$AC = b = 4.5$ ”

$AB = c = 5.5$ ”



ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

এখানে অর্ধপরিসীমা $S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3 + 4.5 + 5.5}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{6.5(6.5-3)(6.5-4.5)(6.5-5.5)}$

$= \sqrt{6.5 \times 3.5 \times 2 \times 1}$

$= 6.745 = 6.75$

১৩। একটি বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির পার্থক্য 60 সে. মি. হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

মনে করি, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= r$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাস $= 2r$ এবং বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

প্রশ্নমতে,

$2\pi r - 2r = 60$

বা, $2r(\pi - 1) = 60$

বা, $r = \frac{60}{2(\pi - 1)}$

$= \frac{60}{2\left(\frac{22}{7} - 1\right)}$ $\left[\{\pi = \frac{22}{7}\right]$

$= \frac{60}{2 \times \frac{(22-7)}{7}}$

$= \frac{60}{\frac{2 \times 15}{7}}$

$= 60 \times \frac{7}{2 \times 15}$

$= \frac{60 \times 7}{30} = 2 \times 7 = 14$ সে. মি.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে. মি.।

উত্তর : 14 সে. মি.।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৪। একটি চাকার ব্যাস 4·2 মিটার। চাকাটি 330 মিটার পথ অতিক্রম করতে কতবার ঘুরবে?

সমাধান ঃ

মনে করি, চাকার ব্যাসার্ধ = r মিটার

$\therefore$ ব্যাস = $2r = 4{\cdot}2$ মিটার

চাকাটি একবার ঘুরলে পথ অতিক্রম করে $= 2\pi r$

$= 4{\cdot}2 \times \pi$

$= 4{\cdot}2 \times \frac{22}{7}$

$= \frac{4{\cdot}2 \times 22}{7}$ মিটার

$= 13.2$ মিটার

$\therefore$ 13.2 মিটার পথ অতিক্রম করে = 1 বার ঘুরলে

$\therefore$ 1 " " " " $= \frac{1}{13.2}$ " "

$\therefore$ 330 " " " " $= \frac{1 \times 330}{13.2}$ " "

$= 25$ বার

অতএব, চাকাটি 25 বার ঘুরবে

উত্তর : 25 বার।

১৫। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে. মি.। একটি বর্গের ক্ষেত্রফল উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান। বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 14$ সে. মি.

$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ সে. মি.

$= 3{\cdot}14 \times (14)^2$ বর্গ সে. মি. $[\because \pi = 3.14]$

$= 615{\cdot}44$ বর্গ সে. মি.

$\therefore$ বর্গের ক্ষেত্রফল = 615·44 বর্গ সে. মি.

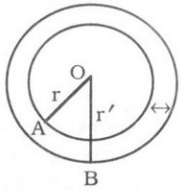
$\therefore$ বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{615{\cdot}44}$ সে. মি.

$= 24{\cdot}81$ সে. মি.

উত্তর : 24·81 সে. মি. (প্রায়)

১৬। একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ভিতরের পরিধি অপেক্ষা বাইরের পরিধি 44 মিটার বড়। রাস্তাটির চওড়া নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ



মনে করি, বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ, $OA = r$

রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ, $OB = r'$

$\therefore$ রাস্তার চওড়া $= AB = (OB - OA) = r' - r$

বৃত্তাকার মাঠের পরিধি $= 2\pi r$

রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের পরিধি $= 2\pi r'$

প্রশ্নমতে,

$2\pi r' - 2\pi r = 44$

বা, $2\pi (r' - r) = 44$

$\therefore r' - r = \frac{44}{2\pi}$

$= \frac{44}{2 \times \frac{22}{7}}$

$= 44 \times \frac{7}{2 \times 22}$

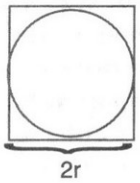
$= 7$

$\therefore$ রাস্তাটি চওড়া 7 মিটার

উত্তর : 7 মিটার

১৭। 44 সে. মি পরিধিবিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় করুন।

সমাধান :



গোলকের পরিধি $= 2\pi r$

$\therefore 2\pi r = 44$

$\Rightarrow r = \frac{44}{2\pi} = 7.0028175$

যেহেতু গোলকটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। সুতরাং ঘনকের বাহু হবে গোলকের ব্যাসের সমান।

$\therefore$ ঘনকের আয়তন $= (2r)^3$

$= (2 \times 7.0028175)^3$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= 2747.3147$

গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi\ (7.0028175)^3 = 1438.4906$

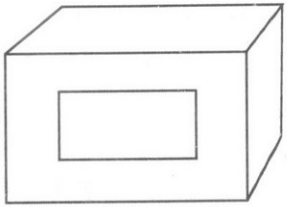
$\therefore$ অনধিকৃত অংশের আয়তন $= 2747.3147 - 1438.4906$

$= 1308.8241 = 1308.82$ ঘন সে. মি. (প্রায়)।

উত্তর : $= 1308.82$ ঘন সে. মি. (প্রায়)

১৮। **একটি ঢাকনাযুক্ত কাঠের বাক্সের বাহিরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 1.6, 1.2, .8 মিটার এবং এর কাঠ 3 সে. মি. পুরু। বাক্সটির ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার 14.44 টাকা হিসাবে বাক্সের ভিতরটি রং করতে কত খরচ হবে?**

সমাধান ঃ



বাহিরের দৈর্ঘ্য, $= 1.6$ মি. হলে

ভিতরের দৈর্ঘ্য, $a = (1.6 - 2 \times 0.03)$ মি. $= 1.54$ মি.

যেহেতু কাঠের পুরুত্ব $= 3$ সে. মি. $= 0.03$ মি.

$\therefore$ ভিতরের প্রস্থ, $b = (1.2 - 2 \times 0.03)$ মি. $= 1.14$ মি.

$\therefore$ ভিতরের উচ্চতা $c = (0.8 - 2 \times 0.03)$ মি. $= 0.74$ মি.

$\therefore$ ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল

$= 2\ (ab + bc + ca)$

$= 2\ (1.54 \times 1.14 + 1.14 \times 0.74 + 0.74 \times 1.54)$

$= 7.4776 = 7.48$ বর্গ মি. (প্রায়)।

প্রতি বর্গমিটার খরচ হয় 14.44 টাকা

$\therefore$ 7.48 বর্গ মিটার খরচ হয় 4.44×7.48

$= 108.0112$

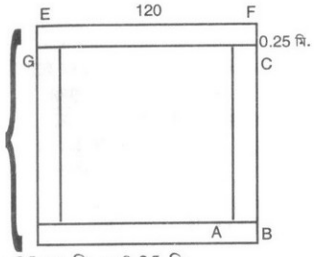
$= 108.01$ টাকা প্রায়

উত্তর : তলের ক্ষেত্রফল 7.40 বর্গ. মি. প্রায়।

এবং টাকার পরিমান 108.01 টাকা (প্রায়)।

১৯। **120 মিটার দৈর্ঘ্য ও 90 মি. প্রস্থ (বর্হিমাপ) বিশিষ্ট আয়তাকার বাগানের চতুর্দিকে 2 মি. উচ্চ ও 25 সে. মি. পুরু প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে. মি. দৈর্ঘ্য, 12.5 সে. মি. প্রস্থ এবং 8 সে. মি. বেধবিশিষ্ট কতগুলো ইট লাগবে?**

সমাধান ঃ



প্রাচীরের পুরুত্ব $= 25$ সে. মি. $= 0.25$ মি.

EFCG-এর ক্ষেত্রফল $= 120 \times 0.25 = 30$ বর্গ. মি.

ABCD-এর ক্ষেত্রফল $= (90 - 2 \times 0.25) \times 0.25$

$= 22.375$ বর্গ. মি.

$\therefore$ মোট প্রাচীরের ক্ষেত্রফল $= (30 + 22.375) \times 2 = 104.75$ বর্গ. মি.

$\therefore$ প্রাচীরের আয়তন $= 104.75 \times 2$ ঘন মি. $= 209.5$ ঘন মি.

25 সে. মি. $= 0.25$ মি. ; 12.5 সে. মি. $= 0.125$.; 8 সে. মি. $= 0.08$ মি.

একটি ইটের আয়তন $= 0.25 \times 0.125 \times 0.08$ ঘন মি. $= 0.0025$ ঘন মি.

$\therefore$ প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা $= \frac{\text{প্রাচীরের আয়তন}}{\text{একটি ইটের আয়তন}}$

$= \frac{209.5}{0.0025} = 83800$

উত্তর : 83800 টি ইট লাগবে।

২০। **একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং এর আয়তন 2304 ঘন সে. মি.। প্রতি বর্গসেন্টিমিটারে 10 পয়সা হিসেবে ঐ বস্তুর তলায় সীসার প্রলেপ দিতে 19.20 টাকা খরচ হলে, ঐ বস্তুর মাত্রাগুলো নির্ণয় করুন।**

সমাধান ঃ

আয়তকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3

মনে করি, দৈর্ঘ্য $= 4x$ এবং প্রস্থ $= 3x$

এখানে x একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।

ধরি, উচ্চতা c সে. মি.

$\therefore 4x \times 3x \times c = 2304$ [আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা]

$\Rightarrow 12x^2c = 2304$ ..... (i)

10 পয়সা বা 0.10 টাকা খরচ হয় 1 বর্গ সে. মি.-এ

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$\therefore$ 19.20 টাকা খরচ হয় $\frac{19.20}{0.10}$ বর্গ সে. মি.-এ = 192 বর্গ সে. মি.

$\therefore$ ঐ বস্তুর তলার ক্ষেত্রফল = 192 বর্গ সে. মি.

$\therefore 4x \times 3x = 192$

$\Rightarrow 12x^2 = 192$

$\Rightarrow x^2 = 16$

$\therefore x = 4$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য $4x = 4 \times 4 = 16$ সে. মি.,

প্রস্থ $3x = 3 \times 4 = 12$ সে. মি.।

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$12 \times 4^2 \times c = 2304$

$\Rightarrow 12 \times 16 \times c = 2304$

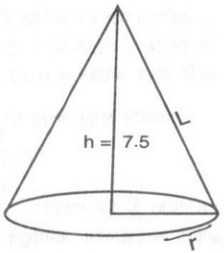
$\Rightarrow c = \frac{2304}{12 \times 16} = 12$ সে. মি.।

উত্তর : বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা যথাক্রমে 16 সে. মি., 12 সে. মি. এবং 12 সে.মি.

২১। কোণক আকারের একটি তাঁবুর উচ্চতা 7.50 মিটার। এই তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘিরতে চাইলে কি পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে?

সমাধান ঃ

তাবু দ্বারা 2000 বর্গ. মি. জমি ঘিরতে চাইলে কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল হবে 2000 বর্গ মি.।



ভূমির ক্ষেত্রফল,

$\pi r2 = 2000$

$\Rightarrow r = 25.231325$

ক্যানভাস লাগবে কোণকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সমান

$\therefore$ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $\pi rl = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \pi \times 25.231325 \sqrt{7.5^2 + (25.231325)^2}$

$= 3.1416 \times 25.231325 \sqrt{(7.5)^2 + (25.231325)^2}$

$= 79.26673 \sqrt{692.86976}$

$= 79.26673 \times 26.322419$

$= 2086.4872 = 2086.49$ বর্গ মি. (প্রায়)

উত্তর : ক্যানভাসের পরিমাণ 2086.49 বর্গ. মি. (প্রায়)।

২২। একটি চাকা ০.88 কিলোমিটার পথ যেতে 20 বার ঘোরে। চাকাটির ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান ঃ

আমরা জানি, 1 কি.মি. = 1000 মিটার

$\therefore$ .88 কিলোমিটার = $(.88 \times 1000)$ মিটার

= 880 মিটার।

$\therefore$ চাকাটি 20 বার ঘোরে 880 মিটার পথ যেতে

$\therefore$ চাকাটি 1 বার ঘোরে $\frac{880}{20}$ মিটার পথ যেতে

বা, 44 মিটার পথ যেতে।

অর্থাৎ চাকাটির পরিধি 44 মিটার।

আমরা জানি, কোন বৃত্তের পরিধি $2\pi r$ [$\therefore$ r = চাকার ব্যাসার্ধ]

বা, $2 \times 3.1416 \times r = 44$

বা, $r = \frac{44}{2 \times 3.1416}$

$= 7.00280112 = 7$ (প্রায়)

অতএব, চাকাটির ব্যাসার্ধ = 7 মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

২৩। একটি চাকা 1.75 কিলোমিটার পথ যেতে 40 বার ঘোরে। চাকাটির ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান ঃ

1.75 কিলোমিটার = (1.75×1000) মিটার = 1750 মিটার

$\therefore$ চাকাটি 40 বার ঘোরে 1750 মিটার পথ যেতে

$\therefore$ চাকাটি 1 বার ঘোরে $\frac{1750}{40}$ মিটার পথ যেতে

বা, 43.75 মিটার পথ যেতে।

অর্থাৎ চাকাটির পরিধি 43.75 মিটার।

আমরা জানি, কোন বৃত্তের পরিধি = $2\pi r = 43.75$ [$\therefore$ r = চাকার ব্যাসার্ধ]

অতএব, $2\pi r = 43.75$

বা, $2 \times 3.1416 \times r = 43.75$

বা, $r = \frac{43.75}{2 \times 3.1416}$

$= 6.9630124$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

$= 7$ (প্রায়)

অতএব, চাকাটির ব্যাসার্ধ = 7 মিটার (প্রায়)। **(Ans)**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২৪। একটি গাড়ির চাকার ব্যাস .56 মি. এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 7 বার ঘোরে। গাড়িটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত?

সমাধান ঃ

এখানে, চাকার ব্যাস .56 মি.

∴ চাকার ব্যাসার্ধ $r = \frac{.56}{2}$ মি. = .28 মি.।

∴ চাকার পরিধি $= 2\pi r$

$= 2 \times 3.1416 \times .28$ মি. [$\pi = 3.1416$ ধরে]

$= 2 \times 3.1416 \times .28$ মি.।

যেহেতু, চাকাটি 1 বার ঘুরলে তা পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে;

অতএব, গাড়িটি 1 সেকেন্ডে যায় $2 \times 3.1416 \times .28 \times 7$ মি.।

অতএব, 1 ঘণ্টা বা (60×60) সেকেন্ডে যায়

$= 2 \times 3.1416 \times .28 \times 7 \times 60 \times 60$ মি.

$= \frac{2 \times 3.1416 \times .28 \times 7 \times 60 \times 60}{1000}$ কি.মি.

$= \frac{44334.2592}{1000}$ কি. মি.

$= 44.3342592$ কি. মি. $= 44.33$ কি.মি. (প্রায়)।

∴ গতিবেগ ঘণ্টায় 44.33 কিলোমিটার (প্রায়) **(Ans)**

২৫। একটি গাড়ির চাকার ব্যাস .70 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 7 বার আবর্তিত হয়। গাড়িটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত তা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

এখানে, গাড়ির চাকার ব্যাস .70 মিটার

∴ গাড়ির চাকার ব্যাসার্ধ $r = \frac{.70}{2}$ মি. = .35 মি.।

আমরা জানি, চাকার পরিধি $2\pi r$ [∴ চাকা বৃত্তাকার]

$= 2 \times 3.1416 \times .35$ মি. $= 2.19912$ মি.।

অর্থাৎ চাকাটি 1 বার আবর্তিত হলে 2.19912 মি. যায়

∴ চাকাটি 7 বার আবর্তিত হলে (2.19912×7) মি. $= 15.39384$ মি. যায়।

যেহেতু, চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 7 বার আবর্তিত হয়, সেহেতু চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 15.39384 মি. যায়।

∴ 1 ঘণ্টা বা (60×60) সেকেন্ডে যায় $= 15.39384 \times 60 \times 60$ মি.

$= \frac{15.39384 \times 60 \times 60}{100}$ কি. মি.

$= 55.417824$ কি.মি.

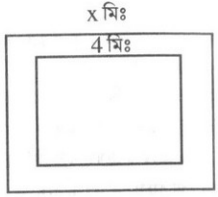
$= 55.42$ কি.মি. (প্রায়)

অতএব, গাড়িটির গতিবেগ ঘণ্টায় 55.42 কিলোমিটার (প্রায়) **(Ans)**

২৬। বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল 1 হেক্টর (10,000 বর্গমিটার) হয়, তবে রাস্তা বাদে ভিতরের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য x মিটার।



তাহলে, মাঠের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গমিটার।

রাস্তাবাদে মাঠের দৈর্ঘ্য $= x - (4 + 4)$

$= (x - 8)$ মিটার

∴ রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল

$= (x - 8)^2$ বর্গমিটার।

$= (x^2 - 16x + 64)$ বর্গমিটার

সুতরাং, রাস্তার ক্ষেত্রফল = (মাঠের ক্ষেত্রফল) – (রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল)

$= x^2 - (x^2 - 16x + 64)$

$= x^2 - x^2 + 16x - 64$

$= (16x - 64)$ বর্গমিটার।

প্রশ্নমতে, $16x - 64 = 10000$

বা, $16x = 10000 + 64$

বা, $16x = 10064$

বা, $x = \frac{10064}{16} = 629$

∴ রাস্তাসহ ক্ষেত্রফল = (629)2 বর্গমিটার

= 395641 বর্গমিটার

∴ রাস্তাবাদে ভিতরের ক্ষেত্রফল

= 395641 – রাস্তার ক্ষেত্রফল

= 395641 – 10000

= 385641 বর্গমিটার

$= \frac{385641}{10000}$ হেক্টর

= 38.5641 হেক্টর।

Ans : 38.56 হেক্টর (প্রায়)

অথবা, 38 হেক্টর 56 এয়র 41 বর্গমিটার।

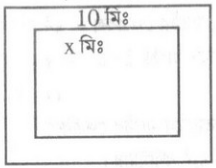
শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

২৭। একটি বর্গাকার বাগানের বাইরে চারদিকে 10 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল 1600 বর্গ মিটার হলে, বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, বর্গকার বাগানের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = x মিটার

তাহলে ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মিটার।



রাস্তাসহ বাগানের এক বাহুর দৈর্ঘ্য

= x + 10 + 10

= (x + 20) মিটার

∴ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = $(x + 20)^2$

= $(x^2 + 40x + 400)$ বর্গ মিটার।

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = x2 + 40x + 400 – x2

= 40x + 400

প্রশ্নমতে, 40x + 400 = 1600

বা, 40x = 1600 – 400

বা, 40x = 1200

বা, $x = \frac{1200}{40} = 30$ মিটার

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল $(30)^2 = 900$ বর্গ মিটার।

Ans : 900 বর্গ মিটার।

২৮। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ। এর ক্ষেত্রফল 578 বর্গ মিটার হলে পরিসীমা কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, বিস্তার = x মিটার।

তাহলে দৈর্ঘ্য = 2x মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = $2x^2$ বর্গ মিটার।

প্রশ্নমতে, $2x^2 = 578$

বা, $x^2 = \frac{578}{2} = 289$

বা, $x = \sqrt{289} = 17$

∴ বিস্তার 17 মিটার

এবং দৈর্ঘ্য 17 মিটার × 2 = 34 মিটার।

পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + বিস্তার)

= 2 × (34 + 17) মিটার

= 2 × 51 = 102 মিটার

Ans : 102 মিটার।

২৯। একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্র 30° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 126 সে.মি. হলে, চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

বৃত্তের চাপের ডিগ্রি পরিমাপ (x) = 30°

বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{\text{ব্যাস}}{2} = \frac{126}{2}$ সে.মি. = 63 সে.মি.

মনে করি, চাপের পরিমাপ = (s) সে.মি.

আমরা জানি, $s = \frac{\pi r x}{180}$

চাপ $s = \frac{3.1416 \times 63 \times 30}{180}$

বা, $s = \frac{3.1416 \times 21}{2}$

= 1.5708 × 21

= 32.9868

= 32.987 সে.মি. (প্রায়)

Ans : 32.987 সে.মি.।

৩০। প্রতি মিনিটে 66 মিটার বেগে $1\frac{1}{2}$ মিনিটে একটি ঘোড়া কোন বৃত্তাকার মাঠ ঘুরে এল। ঐ মাঠের ব্যাস কত? [আলোচনা ঃ (১) বৃত্তাকার পথ ঘোরার অর্থ হল পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করা। (২) বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক হলে ব্যাস = 2r একক]

সমাধান ঃ

1 মিটার যায় 66 মিনিটে

∴ $1\frac{1}{2}$ মিনিট বা $\frac{3}{2}$ মিনিটে যায় $\frac{66 \times 3}{2}$ মিটার

= 99 মিটার।

বৃত্তের ব্যাসার্ধ r মিটার হলে ব্যাস = 2r মিটার

এবং পরিধি = $2\pi r$ মিটার।

শর্তানুসারে, $2\pi r = 99$

বা, $2r = \frac{99}{\pi} = \frac{99}{3.1416}$

= 31.512605 = 31.513 মিটার (প্রায়)

Ans : 31.513 মিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩১। **211 মিটার 20 সে.মি. যেতে দুটি চাকা যথাক্রমে 32 এবং 48 বার ঘুরল। চাকা দুটির ব্যাসার্ধের অন্তর কত?**

সমাধান ঃ

211 মিটার 20 সে.মি. = 211.20 মিটার।

মনে করি, প্রথম চাকার ব্যাসার্ধ = R মিটার

এবং দ্বিতীয় চাকার ব্যাসার্ধ = r মিটার

তাহলে প্রথম চাকার পরিধি = $2\pi R$ মিটার

এবং দ্বিতীয় চাকার পরিধি = $2\pi r$ মিটার

এখন, প্রথম চাকার পরিধি = $\frac{211.20}{32}$ মিটার

= 6.6 মিটার

এবং দ্বিতীয় চাকার পরিধি = $\frac{211.20}{48}$ মিটার

= 4.4 মিটার।

শর্তানুসারে, $2\pi R - 2\pi r = 6.6 - 4.4$

বা, $2\pi (R - r) = 2.2$

বা, $R - r = \frac{2.2}{2\pi} = \frac{1.1}{\pi} = \frac{1.1}{3.1416}$

বা, $R - r = 0.35014$ মিটার

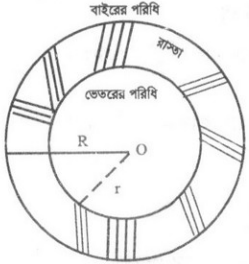
= 0.35 মিটার (প্রায়)

৩২। **একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ভিতরের পরিধি অপেক্ষা বাইরের পরিধি 44 মি. বড়। রাস্তাটির চওড়া নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ

মনে করি,

বাইরের পরিধির ব্যাসার্ধ = (R) মি. এবং ভেতরের পরিধির ব্যাসার্ধ = r মিটার।



তাহলে, রাস্তাটির বিস্তার = (R – r) মি.

R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি = $2\pi R$ মি.

এবং r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ মি.

প্রশ্নমতে, $r\pi R - 2\pi r = 44$

বা, $2\pi (R - r) = 44$

বা, $R - r = \frac{44}{2\pi} = \frac{44}{2 \times 3.1416}$

বা, $R - r = \frac{22}{3.1416}$

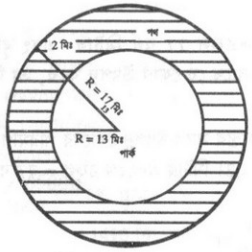
= 7.0028011

= 7.003 মিটার (প্রায়)

Ans : রাস্তাটি চওড়া 7.003 মিটার।

৩৩। **একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস 36 মিটার। পার্কটিকে বেষ্টন করে বাইরে 2 মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। পথটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ



বৃত্তাকার পার্কের ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{26}{2}$ মি. = 13 মি.।

রাস্তাসহ ব্যাসার্ধ (R) = (13 + 2) মি. = 15 মি.।

পথ বাদে পার্কের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = \pi (13)^2$

$= \pi \times 169$

$= 169\pi$ বর্গ মি.।

∴ পথের ক্ষেত্রফল = $(225\pi - 169\pi)$ বর্গ মি.

$= 56\pi$ বর্গ মি.

$= 56 \times 3.1416$ বর্গ মি.

= 175.926 বর্গ. মি.

= 175.930 বর্গ মিটার (প্রায়।)

Ans : 175.93 বর্গ মিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৩৪। **একটি তৃণক্ষেত্রের 3850 বর্গ মিটার পরিমাণ স্থানের ঘাস খেতে পারে এরূপভাবে একটি সরু দড়ি দিয়ে বাঁধা আছে। ঐ দড়িটির দৈর্ঘ্য কত?**

[আলোচনা ঃ গরু যে পরিমাণ স্থানের ঘাস খেতে পারে তা বৃত্তাকার এবং দড়ির দৈর্ঘ্য হল বৃত্তাকার স্থানের ব্যাসার্ধ]

সমাধান ঃ

যেহেতু দড়ির দৈর্ঘ্য বৃত্তাকার স্থানের ব্যাসার্ধ,
সুতরাং, মনে করি ব্যাসার্ধ (r) = দড়ির দৈর্ঘ্য।
আমরা জানি, বৃত্তাকার স্থানের ক্ষেত্রফল = πr^2
প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 3850$

বা, $r^2 = \frac{3850}{\pi} = \frac{3850}{3.1416}$

বা, $r^2 = 1225.4901$

$\therefore r = \sqrt{1225.4901} = 35.007$ মি.

Ans : 35.007 মি.।

৩৫। **একটি বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল 77 বর্গ মিটার এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 21 মিটার। বৃত্তকলাটি কেন্দ্রের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে, তা নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ

মনে করি, বৃত্তকলাটি কেন্দ্রের সাথে উৎপন্ন কোণের পরিমাপ = θ^o
এখানে বৃত্তের ব্যাসার্ধ r = 21 মিটার এবং ক্ষেত্রফল = 77 বর্গমিটার।
আমরা জানি,

বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল = $\frac{\theta}{360}\pi r^2$

বা, $77 = \frac{\theta}{360} \times 3.1416 \times (21)^2$

বা, $77 = \frac{\theta}{360} \times 3.1416 \times 441$

বা, $\theta = \frac{77 \times 360}{3.1416 \times 441} = \frac{11 \times 360}{3.1416 \times 63}$

বা, $\theta = \frac{3960}{197.9208} = 20.008003$

$\therefore$ নির্ণেয় কোণের পরিমাপ = 20.008° [Ans]

৩৬। **একটি পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস 12 সে.মি, 14 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের লোহার ওজন কত?**

সমাধান ঃ

পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ (R) = $\frac{14}{2} = 7$ সে.মি.

এবং পাইপের ভেতরের ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{12}{2} = 6$ সে.মি.

উচ্চতা (h) = 5 মিটার = 5×100 সে.মি.
= 500 সে.মি.

পাইপ বেলন আকৃতির হওয়ায়,
সমগ্র পাইপের আয়তন = $\pi R^2 h$
$= \pi \times (7)^2 \times 500$
$= \pi \times 49 \times 500$
$= 24500\,\pi$ ঘন সে.মি.।

পাইপের ভেতরের বা ফাঁপা অংশের আয়তন
$= \pi R^2 h$
$= \pi \times (6)^2 \times 500$
$= \pi \times 36 \times 500$
$= 18000\,\pi$ ঘন সে.মি.।

অতএব, পাইপের লোহার আয়তন
$= 24500\,\pi - 18000\pi = 6500\,\pi$ ঘন সে.মি.।
এখন, 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন = 7.2 গ্রাম
$\therefore 6500\,\pi$ ঘন সে.মি. লোহার ওজন
$= 7.2 \times 6500\,\pi$ গ্রাম
$= \frac{7.2 \times 6500\pi}{1000}$ কি. গ্রাম
$= 7.2 \times 6.5 \times 3.1416$ কি. গ্রাম
= 147.02688 কি.গ্রাম
= 147.027 কি. গ্রাম।

Ans : 147.027 কি.গ্রাম।

৩৭। **একটি কুয়ার গভীরতা 14 মিটার এবং ব্যাস 28 মিটার। প্রতি ঘন মিটার 5 টাকা হিসেবে ঐ কুয়ার মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?**

সমাধান ঃ

কুয়া বেলন আকৃতির।
কুয়ার গভীরতা বা উচ্চতা (h) = 14 মিটার এবং
ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{28}{2} = 14$ মিটার।
আমরা জানি, কুয়ার আয়তন
$= \pi r^2 h$
$= 3.1416 \times (14)^2 \times 14$
$= 3.1416 \times 196 \times 14$
= 8620.5504 ঘন মি.।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

1 ঘন মিটার খনন করতে খরচ = 5 টাকা।

∴ 8620.5504 ঘন মিটার খনন করতে খরচ

= 8620.5504 × 5 টাকা

= 43102.752 টাকা।

Ans : 43102.75 টাকা।

৩৮। **6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বেলনের আকারে একটি নিরেট দণ্ডে পরিণত করা হল। দণ্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ

গোলকের ব্যাসার্ধ $(r) = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

আমরা জানি, গোলকের আয়তন

$= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times (3)^3$

$= \frac{4\pi \times 27}{3} = 36\pi$ ঘন সে.মি.।

মনে করি, বেলনের উচ্চতা বা দৈর্ঘ্য = h সে.মি.

বেলনের ব্যাসার্ধ (R) = 6 সে.মি.

∴ বেলনের আয়তন $= \pi R^2 h = \pi \times 6^2 \times h$

$= 36\,\pi h$ ঘন সে.মি.

শর্তানুসারে, $36\,\pi h = 36\,\pi$ বা, $h = \frac{36\pi}{36\pi} = 1$

Ans : 1 সে.মি.।

[দ্রষ্টব্য : ধাতুর গোলকটি 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট হলে উচ্চতা হবে 8 সে.মি.।]

৩৯। **একটি কুয়ার গভীরতা 14 মিটার এবং ব্যাস 35 মিটার। প্রতি ঘন মিটার 7 টাকা হিসেবে ঐ কুয়ার মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?**

সমাধান : কুয়া বেলন আকৃতির হওয়ায়,

কুয়ার আয়তন $= \pi r^2 h$

এখানে উচ্চতা (h) = 14 মিটার

ব্যাসার্ধ $(r) = \frac{35}{2}$ মিটার = 17.5 মিটার।

অতএব আয়তন $= \pi r^2 h$

$= 3.1416 \times (17.5)^2 \times 14$ ঘন মি

[$\pi = 3.1416$ মান বসিয়ে]

$= 3.1416 \times 306.25 \times 14$ ঘন মি.

= 13469.61 ঘন মিটার।

প্রতি ঘন মিটার 7 টাকা হলে মোট খরচ

= 13469.61 × 7 টাকা

= 94287.27 টাকা।

Ans : 94287.27 টাকা।

৪০। **একটি কুয়ার গভীরতা 7 মিটার এবং ব্যাস 12 মিটার। প্রতি ঘন মিটার 4 টাকা দরে ঐ কুয়ার মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?**

সমাধান ঃ

এখানে কুয়ার গভীরতা (h) = 7 মিটার

কুয়ার ব্যাসার্ধ $(r) = \frac{12}{2}$ মিটার = 6 মিটার।

কুয়া বেলন আকৃতির। সুতরাং কুয়ার আয়তন

$= \pi r^2 h$

$= 3.1416 \times (6)2 \times 7$ ঘন মিটার

$= 3.1416 \times 36 \times 7$ ঘন মিটার

= 791.6832 ঘন মিটার।

প্রতি ঘন মিটার 4 টাকা দরে মোট খরচ

= 791.6832 × 4 টাকা

= 3166.7328 টাকা

= 3166.73 টাকা (আসন্ন)

Ans : 3166.73 টাকা।

[দ্রষ্টব্য : $\pi = \frac{22}{7}$ ধরলে আয়তন হবে 792 ঘন মিটার এবং খরচ = 3168 টাকা।]

ঘনবস্তু (Solids)

১. **ভূমির ওপর অবস্থিত 2.5 মি. দৈর্ঘ্য ও 1.0 মি. প্রস্থবিশিষ্ট (অভ্যন্তরীণ পরিমাপ) একটি আয়তাকার জলাধারের উচ্চতা 0.4 মিটার হলে এর আয়তন এবং অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

সমাধান : দেওয়া আছে,

আয়তাকার জলাধারের দৈর্ঘ্য, a = 2.5 মিটার

" জলাধারের প্রস্থ, b = 1.0 মিটার

" জলাধারের উচ্চতা, c = 0.4 মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

আয়তাকার জলাধারের আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

= (2.5 × 1.0 × 0.4) ঘন মিটার

= 1 ঘন মিটার।

∴ আয়তাকার জলাধারের অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল

= 2(ab + bc + ca)

= 2(2.5 × 1.0 + 1.0 × 0.4 + 0.4 × 2.5) বর্গমিটার

= 2(2.5 + 0.4 + 1) বর্গমিটার

= 2 × 3.9 = 7.8 বর্গমিটার

∴ জলাধারের আয়তন 1 ঘনমিটার এবং অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল 7.8 বর্গমিটার।

২. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো 5 সে.মি., 4 সে.মি., 3 সে.মি. হলে, এর কর্ণের সমান ধারবিশিষ্ট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি,

আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, a = 5 সে.মি.

" ঘনবস্তুর প্রস্থ, b = 4 সে.মি.

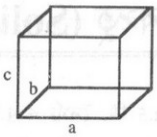
" ঘনবস্তুর উচ্চতা, c = 3 সে.মি.

∴ আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$= \sqrt{(5)^2 + (4)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{25 + 16 + 9} = \sqrt{50}$

ঘনকের ধার, $x = \sqrt{50}$ সে.মি.



∴ ঘনকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 6x^2$

$= 6.(\sqrt{50})^2$ বর্গ সে.মি.

= (6 × 50) বর্গ সে.মি.

= 300 বর্গ সে.মি.

∴ অতএব ঘনকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল 300 বর্গ সে.মি.।

৩. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে,

কোণকের উচ্চতা, h = 8 সে.মি.

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, r = 6 সে.মি.

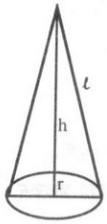
ধরি, কোণকের হেলান ধার = ℓ সে.মি.

∴ $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{64 + 36}$

$= \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$ সে.মি.



∴ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= \pi r(r + \ell)$

$= \pi.6(6 + 10)$

$= \pi.6 \times 16 = 3.1416 \times 96$

= 301.6 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (6)^2 \times 8$

$= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 36 \times 8$

= 301.6 ঘন সে.মি. (প্রায়)

∴ কোণকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 301.6 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন 301.6 ঘন সে.মি. (প্রায়)।

৪. একটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। এর লোহা থেকে 8 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 6 সে.মি. ব্যাসের কয়টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ, r = 6 সে.মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

নিরেট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(6)^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 216$

$= 288\,\pi$ ঘন সে.মি.।

প্রস্তুতকৃত নিরেট সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{6}{2}$ সে.মি. = 3 সে.মি.

এবং উচ্চতা, h = 8 সে.মি.

∴ 1টি নিরেট সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r_1^2 h$

$= \pi \times (3)^2 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= \pi \times 9 \times 8$ ঘন সে.মি.

$= 72\pi$ ঘন সে.মি.

মনে করি,

নিরেট সিলিন্ডারের সংখ্যা = nটি

∴ n সংখ্যক নিরেট সিলিন্ডারের আয়তন $= 72\pi \times n$ ঘন সে.মি.

শর্তমতে,

বা, $72\pi\, n = 288\pi$

বা, $n = \frac{288\pi}{72\pi}$

বা, n = 4

∴ 4টি নিরেট সিলিন্ডার তৈরি করা যাবে।

৫. $\frac{22}{\pi}$ সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাক্সে ঠিকভাবে এঁটে যায়। বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

গোলকের ব্যাসার্ধ $r = \frac{22}{\pi}$ সে.মি. = 7.0028 সে.মি.

এখানে গোলকের ব্যাস = ঘনকের এক বাহু দৈর্ঘ্য

∴ ঘনকের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = (2×7.0028) সে.মি.

= 14.0056 সে.মি.

গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi \times (7.0028)^3$ ঘন সে.মি.

= 1438.48 ঘন সে.মি.

ঘনকের আয়তন = $(\text{বাহু})^3$

$= (14.0056)^3$ ঘন সে.মি.

= 2747.294 ঘন সে.মি.

∴ বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন

= (2747.294 – 1438.48) ঘন সে.মি.

= 1308.81 ঘন সে.মি.

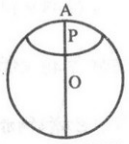
∴ বাক্সটির অনধিকৃত অংশের আয়তন 1308.81 ঘন সে.মি.।

৬. 13 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের কেন্দ্র থেকে 12 সে.মি. দূরবর্তী কোনো বিন্দুর মধ্য দিয়ে ব্যাসের উপর লম্ব সমতল গোলকটিকে ছেদ করে। উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, গোলকের ব্যাসার্ধ, r = 13 সে.মি.

দূরত্ব, h = 12 সে.মি.



উৎপন্ন সমতলের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{r^2 - h^2}$

$= \sqrt{(13)^2 - (12)^2}$

$= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25}$

= 5 সে.মি.

সমতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= \pi(5)^2 = 3.1416 \times 25$

= 78.54 বর্গ সে.মি.

∴ উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল 78.54 বর্গ সে.মি.।

৭. একটি ঢাকনাযুক্ত কাঠের বাক্সের বাইরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 1.6, 1.2 ও উচ্চতা 0.8 মিটার এবং এর কাঠ 3 সে.মি. পুরু। বাক্সটির ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার 14.44 টাকা হিসাবে বাক্সের ভেতরটি রং করতে কত খরচ হবে?

সমাধান :

বাক্সের বাহিরের দৈর্ঘ্য = 1.6 মিটার = 160 সে.মি.

বাক্সের ভিতরের দৈর্ঘ্য, a $= (160 - 2 \times 3)$ সে.মি.

= 154 সে.মি.

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বাক্সের বাহিরের প্রস্থ = 1.2 মিটার = 120 সে.মি.

বাক্সের ভিতরের প্রস্থ, b = $(120 - 2 \times 3)$ সে.মি.

= 114 সে.মি.

বাক্সের বাহিরের উচ্চতা = 0.8 মিটার

= 80 সে.মি.

বাক্সের ভিতরের উচ্চতা, c = $(80 - 2 \times 3)$ সে.মি.

= 74 সে.মি.

∴ বাক্সের ভিতরের তলের মোট ক্ষেত্রফল

= $2(ab + bc + ca)$

= $2(154 \times 114 + 114 \times 74 + 74 \times 154)$ বর্গ সে.মি.

= $2(17556 + 8436 + 11396)$ বর্গ সে.মি.

= 2×37388 বর্গ সে.মি.

= 74776 = 7.4776 = 7.48 বর্গমিটার (প্রায়)

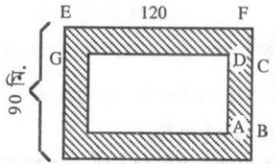
বাক্সটি রং করতে খরচ হবে = (7.48×14.44) টাকা

= 108.01 টাকা

∴ বাক্সটির ভেতরের তলের ক্ষেত্রফল 7.48 বর্গমিটার (প্রায়) এবং খরচ হবে 108.01 টাকা।

৮. 120 মিটার দৈর্ঘ্য ও 90 মি. প্রস্থবিশিষ্ট (বহির্মাপ) আয়তাকার বাগানের চতুর্দিকে 2 মি. উচ্চ ও 25 সে.মি. পুরু প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য, 12.5 সে.মি. প্রস্থ এবং 8 সে.মি. বেধবিশিষ্ট কতগুলো ইট লাগবে?

সমাধান :



প্রাচীরের পুরুত্ব = 25 সে.মি. = 0.25 মি.

প্রতি পাশের দৈর্ঘ্য বরাবর প্রাচীরের ক্ষেত্রফল বা EFCG−এর ক্ষেত্রফল = (120×0.25) বর্গ মি.

= 30 বর্গ মি.

প্রতি পাশের প্রস্থ বরাবর প্রাচীরের ক্ষেত্রফল বা ABCD−এর ক্ষেত্রফল

= $\{90 - (2 \times 0.25)\} \times 0.25$ বর্গ মি.

= 22.375 বর্গ মি.

∴ মোট প্রাচীরের ক্ষেত্রফল = $\{(30 + 22.375) \times 2\}$ বর্গ মি.

= 104.75 বর্গ মি.

∴ প্রাচীরের আয়তন = (104.75×2) ঘন মি.

= 209.5 ঘন মি.

ইটের দৈর্ঘ্য = 25 সে.মি. = 0.25 মি.;

ইটের প্রস্থ = 12.5 সে.মি. = 0.125 মি.;

ইটের বেধ = 8 সে.মি. = 0.08 মি.

∴ একটি ইটের আয়তন = $(0.25 \times 0.125 \times 0.08)$ ঘন মি.

= 0.0025 ঘন মি.

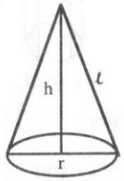
∴ প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা = $\frac{\text{প্রাচীরের আয়তন}}{\text{একটি ইটের আয়তন}}$

= $\frac{209.5}{0.0025}$ টি = 83800 টি

৯. সমবৃত্তভূমিক কোণক আকারের একটি তাঁবুর উচ্চতা 7.5 মিটার। এই তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘিরতে চাইলে কী পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে?

সমাধান : ধরি, তাঁবুর ভূমির ব্যাসার্ধ = r

∴ ভূমির ক্ষেত্রফল = πr^2



দেওয়া আছে,

কোণক আকারের তাঁবুর উচ্চতা,

h = 7.5 মিটার

এবং ভূমির ক্ষেত্রফল = 2000 বর্গমিটার

শর্তমতে,

$\pi r^2 = 2000$

বা, $r^2 = \frac{2000}{\pi}$

বা, $r^2 = \frac{2000}{3.1416}$

বা, $r^2 = 6.36.6183$

বা, r = 25.23

বা, r = 25.23 মিটার

এখন, তাঁবুর হেলানো তলের দৈর্ঘ্য ℓ হলে

∴ $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

= $\sqrt{(7.5)^2 + (25.23)^2}$

= $\sqrt{56.25 + 636.5529)}$

= $\sqrt{692.8029}$ = 26.321 মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

আমরা জানি,

বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r l$

$= 3.1416 \times 25.23 \times 26.321$

$= 2086.27$ বর্গমিটার (প্রায়)

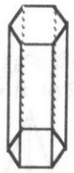
নির্ণেয় প্রয়োজনীয় ক্যানভাস 2086.27 বর্গমিটার (প্রায়)।

১০. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা 5 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

সুষম ষড়ভুজাকার একটি প্রিজমের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি.

উচ্চতা $h = 5$ সে.মি.



সমগ্রতলের তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

প্রিজমটির ভূমির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2$

$= 41.569$ বর্গ সে.মি.

প্রিজমটির পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল $= 6 \times a \times h$

$= 6 \times 4 \times 5$

$= 120$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2 (ভূমির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

$= 2(41.569) + 120$ বর্গ সে.মি.

$= 203.138$ বর্গ সে.মি.

আয়তন : প্রিজমের আয়তন $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times h$ ঘন সে.মি.

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4)^2 \times 5$ ঘন সে.মি.

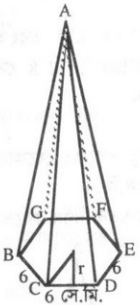
$= 207.85$ ঘন সে.মি.

নির্ণেয় প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 203.138 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 207.85 ঘন সে.মি.।

১১. 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের ওপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, সুষম ষড়ভুজাকৃতির একটি পিরামিডের, প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 6$ সে.মি.

এবং উচ্চতা $h = 10$ সে.মি.



সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

পিরামিডটি ভূমির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গ সে.মি.

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (6)^2 = 93.53$ বর্গ সে.মি.।

ভূমির কেন্দ্র থেকে প্রতি বাহুর দূরত্ব r = কেন্দ্র হতে বাহুগুলোর লম্ব দূরত্ব

$= \sqrt{6^2 - \left(\frac{1}{2} \times 6\right)^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27}$ সে.মি.

$\therefore$ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{10^2 + (\sqrt{27^2})}$ সে.মি.

$= \sqrt{100 + 27} = 11.27$ সে.মি.

এখন সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল,

= (ভূমির ক্ষেত্রফল) + $\frac{1}{2}$ × (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}(6)^2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 11.27$

$= (93.53 + 202.85)$ বর্গ সে.মি.

$= 296.39$ সে.মি.

আয়তন :

পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 93.53 \times 10$

$= 311.77$ ঘন সে.মি.

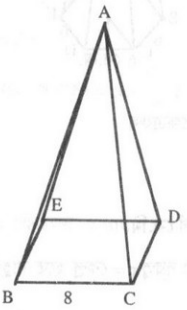
∴ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 30 সে.মি. এবং আয়তন 311.77 ঘন সে.মি.।

১২. একটি সুষম চতুস্তলকের ধারের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে, ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, একটি সুষম চতুস্তলকের যেকোনো ধারের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি., অর্থাৎ দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = 8 সে.মি.।

ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করতে হবে।



সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

চতুস্তলকের ভূমির ক্ষেত্রফল $= (8)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 64$ বর্গ সে.মি.।

যেহেতু সুষম চতুস্তলকের যেকোনো ধারের দৈর্ঘ্য = 8 সে.মি.।

∴ উচ্চতা, h = 8 সে.মি. এবং ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব $r = \frac{8}{2}$ সে.মি. = 4 সে.মি.

অতএব, ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা

$= \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{8^2 + 4^2}$ সে.মি.

$= \sqrt{64 + 16}$ সে.মি.

$= \sqrt{80} = 8.94$ সে.মি.

∴ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \frac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি $\times$ হেলানো উচ্চতা)

$= \left\{ 64 + \frac{1}{2}(4 \times 8 \times 8.94) \right\}$ বর্গ সে.মি.

$= (64 + 143.04)$ বর্গ সে.মি.

$= 207.04$ বর্গ সে.মি.

আয়তন : আমরা জানি,

আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 64 \times 8$

$= 170.67$ ঘন সে.মি.।

১. (ক) আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল (Area of the whole surface)

= ছয়টি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গএকক

(খ) আয়তন (Volume) = abc ঘনএকক

(গ) কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

ঘনক

২. ঘনকের ক্ষেত্রে, a = b = c. অতএব

(ক) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(a^2 + a^2 + a^2) = 6a^2$ বর্গএকক

(খ) আয়তন $= a.\ a.\ a = a^3$ ঘনএকক

(গ) কর্ণ $= \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$ একক।

একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 4 : 3 : 2 এবং তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 468 বর্গমিটার হলে, তার কর্ণ ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 4x, 3x, 2x মিটার।

তাহলে, $2(4x.3x + 3x.2x + 2x.4x) = 468$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $52x^2 = 468$ বা, $x^2 = 9$ $\therefore x = 3$

$\therefore$ ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 12 মি., প্রস্থ 9 মি. এবং উচ্চতা 6 মি.

ইহার কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{12^2 + 9^2 + 6^2} = \sqrt{144 + 81 + 36} = \sqrt{261}$ মিটার = 16.16 মিটার (প্রায়)

এবং আয়তন $= 12 \times 9 \times 6 = 648$ ঘনমিটার।

প্রিজম

(ক) প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

= 2 (ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

খ) আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

১. একটি ত্রিভুজাকার প্রিজমের ভূমির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 8 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

প্রিজমের ভূমির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 সে.মি.।

যেহেতু $3^2 + 4^2 = 5^2$, ইহার ভূমি একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2 \times 6 + \frac{1}{2}(3 + 4 + 5) \times 8$

$= 12 + 48 = 60$ বর্গ সে.মি.

এবং ইহার আয়তন $= 6 \times 8 = 48$ ঘন সে.মি.

অতএব প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 60 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 48 ঘন সে.মি.।

পিরামিড

ক) পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

কিন্তু পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে,

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল $+ \frac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)

পিরামিডের উচ্চতা, h, ভূমিক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা ℓ হলে,

$\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

খ) আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

১. 10 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার ভূমির উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 12 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব $r = \frac{10}{2}$ সে.মি. = 5 সে.মি., পিরামিডের উচ্চতা 12 সে.মি.। অতএব ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা

$= \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ সে.মি.

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 10 \times 10 + \frac{1}{2}(4 \times 10) \times 13 = 100 + 260 = 360$ বর্গ সে.মি.

এবং ইহার আয়তন $= \frac{1}{3} \times (10 \times 10) \times 12 = 10 \times 10 \times 4 = 400$ ঘন সে.মি.

অতএব পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 360 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 400 ঘন সে.মি.।

সমবৃত্তভূমিক কোণ

কোণকের উচ্চতা = h, ভূমির ব্যাসার্ধ = r এবং হেলানো উচ্চতা = ℓ হলে

(ক) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times \ell = \pi r\ell$ বর্গএকক

(খ) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ভূমিতলের ক্ষেত্রফল

$= \pi r\ell + \pi r^2 = \pi r(r + \ell)$ বর্গএকক।

(গ) আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক।

১. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 12 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাস 10 সে.মি. হলে তার হেলানো উচ্চতা, বক্রতলের ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

ভূমির ব্যাসার্ধ $r = \frac{10}{2}$ সে.মি. = 5 সে.মি.

হেলানো উচ্চতা $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ সে.মি.

বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\ell = \pi \times 5 \times 13 = 204.2035$ ব. সে.মি.

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(\ell + r) = \pi \times 5(13 + 5) = 282.7433$ ব. সে.মি.

আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 = 314.1593$ ঘ. সে.মি.।

ওরাকল (বিসিএস) গণিত - ৬৭

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

গোলক

(ক) গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গএকক।

(খ) আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক।

(গ) h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন ব্যাসার্ধ $= \sqrt{r^2 - h^2}$ একক।

১. 4 সে.মি. ব্যাসের একটি লৌহ গোলককে পিটিয়ে $\frac{3}{2}$ সে.মি. পুরু একটি বৃত্তাকার লৌহপাত প্রস্তুত করা হলো। ঐ পাতের ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান :

লৌহ গোলকের ব্যাসার্ধ $= \frac{4}{2} = 2$ সে.মি.। $\therefore$ তার আয়তন $= \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32}{3}\pi$ ঘন সে.মি.।

মনে করি,

পাতের ব্যাসার্ধ $= r$ সে.মি.। পাতটি $\frac{2}{3}$ সে.মি. পুরু।

$\therefore$ পাতের আয়তন $= \pi r^2 \times \frac{2}{3}$ ঘ. সে.মি. $= \frac{2}{3}\pi r^2$ ঘ. সে.মি.।

শর্তানুসারে, $\frac{2}{3}\pi r^2 = \frac{32}{3}\pi$ বা, $r^2 = 16$ বা, $r = 4$

$\therefore$ পাতের ব্যাসার্ধ $= 4$ সে.মি.।

২. সমান উচ্চতা বিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক, একটি অর্ধ গোলক ও একটি সিলিন্ডার সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত। দেখাও যে, তাদের আয়তনের অনুপাত 1 : 2 : 3

সমাধান :

মনে করি,

সাধারণ উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে h এবং r একক। যেহেতু অর্ধ গোলকের উচ্চতা ও ব্যাসার্ধ সমান।

$\therefore$ $h = r$

তাহলে কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

অর্ধ গোলকের আয়তন $= \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{2}{3}\pi r^3$ ঘন একক এবং সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h = \pi r^3$

$\therefore$ নির্ণেয় অনুপাত $= \frac{1}{3}\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^3 = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1 = 1 : 2 : 3$

৩. একটি আয়তাকার লৌহ ফলকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10, 8 ও $5\frac{1}{2}$ সে.মি.। এই ফলকটিকে গলিয়ে $\frac{1}{2}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কতগুলো গোলাকার গুলি প্রস্তুত করা যাবে?

সমাধান :

লৌহ ফলকের আয়তন $= 10 \times 8 \times 5\frac{1}{2}$ সে.মি. $= 440$ ঘ. সে.মি.

মনে করি,

গুলির সংখ্যা $= n$

$\therefore$ n সংখ্যক গুলির আয়তন $= n \times \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{n\pi}{6}$ ঘ. সে.মি.

প্রশ্নানুসারে,

$\frac{n\pi}{6} = 440$ $\therefore$ $n = \frac{440 \times 6}{\pi} = 8403$

$\therefore$ নির্ণেয় গুলির সংখ্যা 840 টি।

৪. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের আয়তন V, বক্রতলের ক্ষেত্রফল S, ভূমির ব্যাসার্ধ r, উচ্চতা h এবং অর্ধ শীর্ষকোণ α হলে দেখাও যে,

(i) $S = \frac{\pi h^2 \tan\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\pi r^2}{\sin\alpha}$ বর্গএকক

(ii) $V = \frac{1}{3}\pi h^3 \tan^2\alpha = \frac{\pi r^3}{3\tan\alpha}$ ঘনএকক

সমাধান :

পাশের চিত্রে, কোণকের উচ্চতা $OA = h$, হেলানো উচ্চতা $AC = \ell$, ভূমির ব্যাসার্ধ $OC = r$ এবং অর্ধ শীর্ষকোণ $\angle OAC = \alpha$.

হেলানো উচ্চতা $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

চিত্র হতে দেখা যায় যে, $\tan\alpha = \frac{r}{h}$

$\therefore$ $r = h\tan\alpha$ বা, $h = \frac{r}{\tan\alpha} = r\cot\alpha$

এখন (i) $S = \pi r\ell = \pi r\sqrt{h^2 + r^2} = \pi r\sqrt{h^2 + h^2\tan^2\alpha}$

$= \pi rh\sqrt{1 + \tan^2\alpha} = \pi rh\sqrt{\sec^2\alpha}$

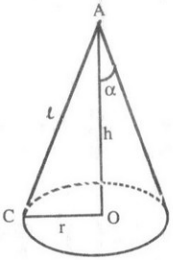
$= \pi rh\sec\alpha = \frac{\pi r}{\cos\alpha}.r\cot\alpha$

$= \frac{\pi r^2}{\cos\alpha} \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\pi r^2}{\sin\alpha}$ বর্গএকক

(ii) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{2}\pi(h\tan\alpha)^2 h = \frac{1}{3}\pi h^3 \tan^2\alpha$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{\tan\alpha}\right)^3 \tan^2\alpha = \frac{\pi r^3}{3\tan\alpha}$ ঘনএকক



৫. একটি ক্যাপসুলের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি.। ইহার সিলিন্ডার আকৃতির অংশের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক্যাপসুলের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 15 সে.মি.। যেহেতু ক্যাপসুলের দুই প্রান্ত অর্ধগোলকাকৃতির, সেহেতু ইহার সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য $\ell = 15 - (3+3) = 9$ সে.মি.।

সুতরাং ক্যাপসুলের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= দুই প্রান্তের অর্ধগোলাকৃতি অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল + সিলিন্ডার আকৃতির অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

$= 2 \times \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + 2\pi r\ell = 4\pi(3)^2 + 2\pi \times 3 \times 9$ [$\because$ r = 3 সে.মি.]

$= 90\pi = 282.74$ বর্গ সে.মি.

এবং ক্যাপসুলটির আয়তন $= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 \ell$

$= \frac{4}{3}\pi(3)^3 + \pi(3)^3 + \pi(3)^2 \times 9 = 117\pi$

= 367.57 ঘন সে.মি.।

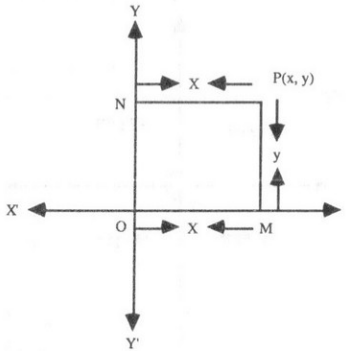
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি
Cartesian Geometry

দূরত্ব Distance

আয়তকার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক (Rectangular Cartesian Coordinates)

একটি টেবিলের উপরিভাগ, ঘরের মেঝে, বই-এর উপরিভাগ এমন কী কি যে কাগজের উপর লেখা হয় তাদের প্রত্যেকেই সমতল। একটি ফুটবলের উপরিভাগ বা একটি বোতলের উপরিভাগ হরো বক্রতল। এই অংশে সমতলে অবস্থিত কোনো বিন্দুর সঠিক অবস্থান নির্ণয়ের কৌশল আলোচনা করা হবে। সমতলে অবস্থিত কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুর সঠিক অবস্থান নির্ণয়ের জন্য ঐ সমতলে অঙ্কিত দুইটি পরস্পরছেদী সরলরেখা হতে নির্দিষ্ট বিন্দুর দূরত্ব জানা প্রয়োজন। এর কারণ হিসেবে বলা যায় পরস্পরছেদী দুইটি সরলরেখা হতে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে কেবলমাত্র একটি বিন্দুই থাকতে পারে।

কোনো সমতলে পরস্পর সমকোণে ছেদ করে এরূপ দুইটি সরলরেখা XOX′ এবং YOY′ আঁকলে XOX′ কে x অক্ষ (x – axis), YOY′ কে অক্ষ (y – axis) এবং ছেদ বিন্দু 'O' কে মূলবিন্দু (Orinin) বলা হয়।



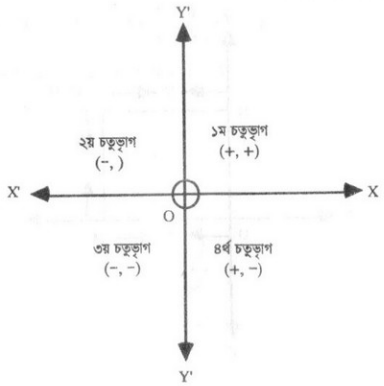
শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখন ধরে নিই অক্ষদ্বয়ের সমতলে যেকোনো বিন্দু P। উক্ত P বিন্দু থেকে XOX′ অর্থাৎ, x অক্ষ এবং YOY′ অর্থাৎ y অক্ষের উপর লম্ব যথাক্রমে PM এবং PN। তাহলে y অক্ষ হতে P বিন্দু দূরত্ব NP = OM = x কে P বিন্দুর ভূজ (abscissa) বা x স্থানাঙ্ক (x – coordinate) বলে। আবার x অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব = MP = ON = y কে P বিন্দুর কোটি (Ordinate) বা y স্থানাঙ্ক (y – coordinate) বলা হয়। ভুজ ও কোটিকে এক সাথে স্থানাঙ্ক বলা হয়। সুতরাং চিত্রে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক বলতে y অক্ষ ও x অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব বোঝায় এবং তাদেরকে x ও y দ্বারা নির্দেশ করে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক P(x, y) প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়। বিন্দুর স্থানাঙ্ক সূচক (x, y) একটি ক্রমজোড় বুঝায় যার প্রথমটি ভুজ ও দ্বিতীয়টি কোটি নির্দেশ করে। তাই (x, y) ও (y, x) দ্বারা দুইটি ভিন্নি বিন্দু বুঝায়। সুতরাং পরস্পর সমকোণে ছেদ করে এরূপ একজোড়া অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ককে আয়তাকার কার্তেশীয় স্থানাঙ্ক বলা হয়। বিন্দুটি y অক্ষের ডানে থাকলে ভুজ ধনাত্মক ও বামে থাকলে ভুজ ঋণাত্মক হবে। আবার বিন্দুটি x অক্ষের উপরে থাকলে কোটি ধনাত্মক এবং নীচে থাকলে কোটি ঋণাত্মক হবে। x অক্ষের উপর কোটি শূন্য এবং y অক্ষের উপর ভুজ শূন্য হবে।

সুতরাং কোনো বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে OX ও OY বরাবর বা তাদের সমান্তরাল দিকে থাকবে। একইভাবে ঋণাত্মক ভুজ বা কোটি OX′ ও OY′ বরাবর যা তাদের সমান্তরাল দিকে থাকবে।

কার্তেসীয় স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয় দ্বারা সমতল XOY, YOX′, X′OY′, Y′OY এই চারটি ভাগে বিভক্ত হয়। এদের প্রত্যেকটিকে চতুর্ভাগ (Quadrant) বলা হয়।

XOY চতুর্ভাগকে প্রথম ধরা হয় এবং ঘড়ির কাঁটার আবর্তনের বিপরীত দিকে পর্যায়ক্রমে দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ চতুর্ভাগ ধরা হয়। কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্কের চিহ্ন অনুসারে বিন্দুর অবস্থান বিভিন্ন চতুর্ভাগে থাকে।



১. দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব (Distance between two Points)

মনে করি,

$P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ একটি সমতলে বস্থিত দুইটি বিন্দু। P ও Q বিন্দু থেকে x অক্ষের উপর লম্ব PM ও QN আঁকি। আবার P বিন্দু থেকে QN এর উপর লম্ব PR আঁকি।

এখন P বিন্দু ভুজ = $OM = x_1$

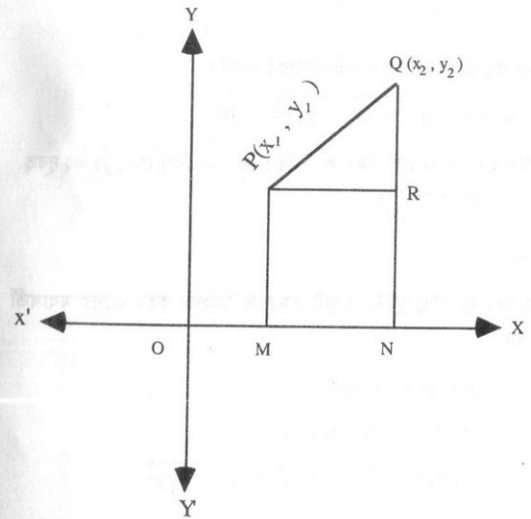
এবং P বিন্দুর কোটি = $MP = y_1$

Q বিন্দুর ভুজ = $ON = x_2$ ও কোটি $NQ = y_2$

∴ চিত্র হতে আমরা পাই–

$PR = MN = ON - OM = x_2 - x_1$

$QR = NQ - NR = NQ - MP = y_2 - y_1$



অঙ্কন অনুসারে, PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং PQ ত্রিভুজের অতিভুজ। তাই পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$PQ^2 = PR^2 + QR^2$

বা $PQ = \pm\sqrt{PR^2 + QR^2}$

$\therefore \quad PQ = \pm\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\therefore$ P বিন্দু হতে Q বিন্দুর দূরত্ব

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

যেহেতু দূরত্ব সবসময় অঋণাত্মক হয় সেহেতু ঋণাত্মক মান পরিহার করা হয়েছে।

আবার Q বিন্দু হতে P বিন্দুর দূরত্ব একই নিয়মে

$QP = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\therefore \quad PQ = QP.$

P বিন্দু হতে Q বিন্দু বা Q বিন্দু হতে P বিন্দুর দূরত্ব সমান।

অর্থাৎ, $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = QP.$

অনুসিদ্ধান্ত : মূলবিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যে কোন বিন্দু P(x, y) এর দূরত্ব

$PQ = \sqrt{(x - o)^2 + (y - o)^2}$

$= \sqrt{x^2 + y^2}$

২. (১, ১) এবং (২, ২) বিন্দু দুইটি একটি সমতলে চিহ্নিত কর। এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

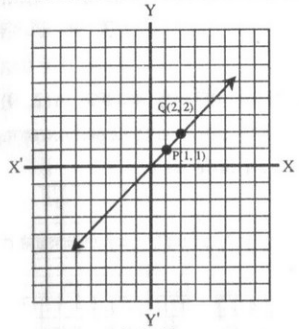
ধর, P(1, 1) এবং Q(2, 2) প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়।

চিত্রে, xy সমতলে বিন্দুদ্বয়কে চিহ্নিত করা হলো।

বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(2-1)^2 + (2-2)^2}$ একক।

$= \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ একক।



৩. মূলবিন্দু O(0, 0) এবং অপর দুইটি বিন্দু P(3, 0) ও Q(0,3) সমতলে চিহ্নিত কর। প্রত্যেকের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। তিনটি বিন্দু যোগ করলে যে জ্যামিতি চিত্র অংকিত হয় তার নাম কী এবং কেন?

সমাধান : O(0,0), P(3, 0) ও Q(0,3) বিন্দু তিনটির অবস্থান xy সমতলে দেখানো হলো :

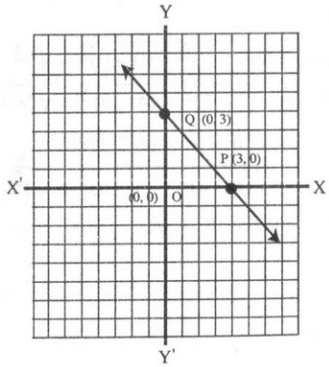
দূরত্ব $OP = \sqrt{(3-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{3^2 + 0^2} = \sqrt{3^2} = 3$ একক।

দূরত্ব $OQ = \sqrt{(0-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{3^2} = 3$ একক।

দূরত্ব $PQ = \sqrt{(3-0)^2 + (0-3)^2}$ একক।

$= \sqrt{y^2 + y^2} = \sqrt{9+9}$ একক।

$= \sqrt{18} = \sqrt{2.9} = 3\sqrt{2}.$ একক।



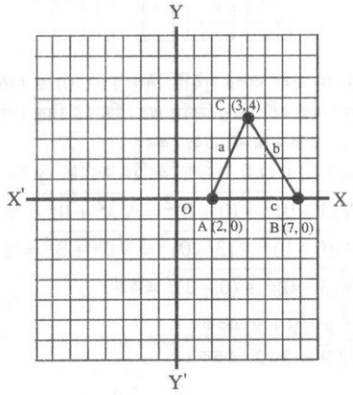
শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

জ্যামিতিক চিত্রটির নাম সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কারণ এর দুই বাহু OP এবং OQ এর দূরত্ব সমান।

৪. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে A(2, 0) B(7, 0) S C(3, 4)। সমতলে এদের অবস্থান দেখাও এবং ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ত্রিভুজটি পরিসীমা পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান :

xy সমতলে A(2, 0), B(7, 0) ও C(3, 4) এর অবস্থান দেখানো হলো :



ABC ত্রিভুজের

AB বাহুর দৈর্ঘ্য (c) $= \sqrt{(7-2)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{5^2} = 5$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য (a) $= \sqrt{(3-7)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 4^2}$

$= \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য (b) $= \sqrt{(3-2)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$

$\therefore$ ত্রিভুজটির পরিসীমা $= AB + BC + AC$

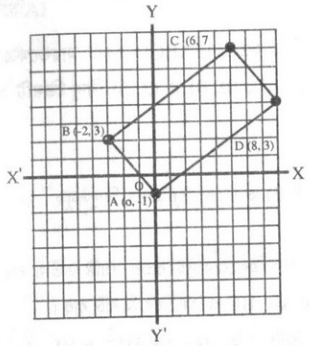
$= (a + b + c)$

$= (5 + 4\sqrt{2} + \sqrt{17})$ একক

$= 14.77996$ একক (প্রায়)

৫. দেখাও যে, (0, – 1), (– 2, 3), (6, 7) এবং (8, 3) বিন্দুগুলো একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষবিন্দু।

মনে করি, A(0, – 1), B(– 2, 3), C(6, 7) এবং D(8, 3) প্রদত্ত বিন্দুসমূহ। xy সমতলে এদের অবস্থান দেখানো হলো :



AB বাহুর দের্ঘ্য $= \r((-2-0)^2 + \{3-(-1)\})^2 = \r((-2)^2 + (4)^2) =$

$\sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ একক।

CD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ একক।

$\therefore$ AB বাহুর দৈর্ঘ্য = CD বাহুর দৈর্ঘ্য

আবার,

AD বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-0)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ একক।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\{6-(-2)\}^2 + (7-2)^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ একক।

$\therefore$ AD বাহুর দৈর্ঘ্য = BC বাহুর দৈর্ঘ্য

$\therefore$ বিপরীত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান।

সুতরাং বলা যায়, ABCD একটি সামান্তরিক আয়তক্ষেত্র।

BD কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-(-2))^2 + (3-3)^2} = \sqrt{(10)^2 + (0)^2}$

$= \sqrt{100} = 10$ একক।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

এখন, $BD^2 = 100$, $AB^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$, $AD^2 = (4\sqrt{5})^2 = 80$

$\therefore$ $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 20 + 80 = 100$

$\therefore$ $BD^2 = AB^2 + AD^2$

$\therefore$ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle BAD$ সমকোণ।

সুতরাং এ দ্বারা প্রমাণিত হলো যে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র।

৬. দেখাও যে, (– 3, – 3), (0, 0) ও (3, 3) বিন্দু তিনটি দ্বারা কোন ত্রিভুজ তৈরি করা যায় না।

সমাধান : ধরি,

A(–3, – 3), B(0, 0) ও C(3, 3) প্রদত্ত বিন্দুসমূহ। xy সমতলে তাদের অবস্থান দেখানো হলো :

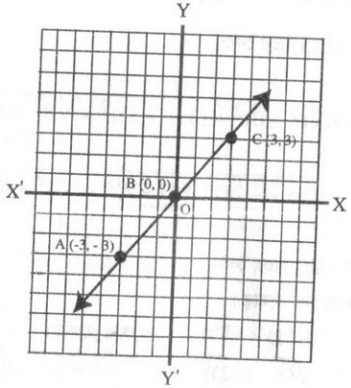
আমরা জানি, যেকোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বড়। ধরে নিই ABC একটি ত্রিভুজ AB, BC ও AC এর তিনটি বাহু।

এখন, AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\{0-(-3)\}^2 + \{0-(-3)\}^2} = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(3-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ একক

AC বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(3+3)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ একক



দেখা যাচ্ছে, $AB + BC = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} = AC$

অর্থাৎ দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান।

$\therefore$ বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থান করে এবং এদের দ্বারা কোনো ত্রিভুজ গঠন সম্ভব নয়।

৭. প্রমাণ কর যে, (1, 2), (– 3, 1), (–2, – 3) এবং (2, – 2) বিন্দুগুলো একটি বর্গক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু।

বিন্দুগুলো স্থাপন করে ABCD চিত্রটি আঁকা হল।

এখন $AB^2 = (1+3)^2 + (2-1)^2 = 17$

$BC^2 = (-3+2)^2 + (1+3)^2 = 17$

$CD^2 = (-2-2)^2 + (-3+2)^2 = 17$

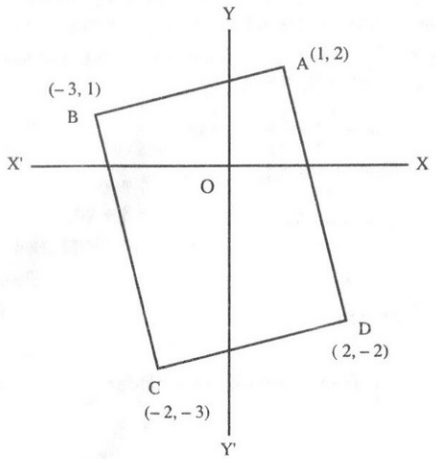
$DA^2 = (2-1)^2 + (-2-2)^2 = 17$

এবং $AC^2 = (1+2)^2 + (2+3)^2 = 34$

$\therefore$ $AB = BC = CD = DA$

এখানে চারটি বাহু সমান বলে ABCD চতুর্ভুজটি বর্গ বা রম্বস হতে পারে। কিন্তু $AC^2 = AB^2 + BC^2$, সুতরাং $\angle ABC$ সমকোণ।

$\therefore$ ABCD একটি বর্গক্ষেত্র।



শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

উদাহরণ: 5. x অক্ষ ও (–5, – 7) থেকে (4, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে k এর মান নির্ণয় কর।

x অক্ষ থেকে (4, k) বিন্দুটির দূরত্ব = k

(– 5, – 7) থেকে (4, k) এর দূরত্ব = $\sqrt{\{(-5-4)^2+(-7-k)^2\}}$

$= \sqrt{\{81+49+14k+k^2\}}$

$= \sqrt{\{130+14k+k^2\}}$

শর্তানুসারে $k^2 + 14k + 130 = k^2$

বা, $14k + 130 = 0$

বা, $k = -\frac{65}{7}$

সরলরেখা Straight Line

দুইটি বিন্দু দিয়ে গমনকারী অক্ষরেখার সমান্তরাল নয়, এমন সরলরেখার সমীকরণ:

মনে করি বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক (x_1, y_1) ও (x_2, y_2), এখানে $x_2 \neq x_1$, $y_2 \neq y_1$

y অক্ষের সমান্তরাল নয় এরূপ একটি সরলরেখার সমীকরণ, মনে করি,

$y = mx = c$ ..... (1)

যেহেতু, রেখাটি (x_1, y_1) বিন্দু দিয়ে যায়, আমরা পাই,

$y_1 = mx_1 + c$ ..... (2)

(2)নং সমীকরণটিকে (1)নং থেকে বিয়োগ করে পাই,

$y - y_1 = m(x - x_1)$ ..... (3)

যেহেতু, (3)নং রেখাটি (x_2, y_2) দিয়ে যায়, অতএব,,

$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1) \therefore m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ..... (4)

(3)নং সমীকরণে m এর মান প্রতিস্থাপন করে পাই,

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ ..... (5)

বা, $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$ ..... (6)

দ্রষ্টব্য : (i) সরলরেখাটির ঢাল $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

(ii) মূলবিন্দু (0, 0) এবং (x_1, y_1) বিন্দুর সংযোগকারী রেখার সমীকরণ $\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1}$ অথবা, $y = \frac{y_1}{x_1}x$.

মূল বিন্দু থেকে কোন সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 3 একক এবং তা x অক্ষের সাথে 150° কোণ উৎপন্ন করে। সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ এই সূত্র ব্যবহার করে সমীকরণটি হবে,

$x\cos 150° + y\sin 105° = 3$ অর্থাৎ, $x, \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + y.\frac{1}{2} = 3$

বা, $-\sqrt{3}x + y = 6$ বা, $y = \sqrt{3}x + 6$

গাণিতিক অনুশীলন

1. 3x – 4y – 12 = 0 রেখার ঢাল এবং অক্ষ দুইটি থেকে খণ্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর।

$3x - 4y - 12 = 0$ বা, $4y = 3x - 12$ বা, $y = \frac{3}{4}x - 3$

অতএব, রেখাটির ঢাল $= \frac{3}{4}$

$3x - 4y = 12$ বা, $\frac{3x}{12} - \frac{4y}{12} = 1$ বা, $\frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1$

অক্ষ দুইটি থেকে খণ্ডিত অংশের পরিমাণ 4 ও – 3.

2 দেখাও যে, 5x + 6y + 8 = 0 রেখাটি (6, – 1) ও (– 2, – 5) বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রদত্ত বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখার মধ্য বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x', y') হলে,

$x' = \frac{6-2}{2} = 2, y' = \frac{-1-5}{2} = -3$

মধ্য বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, – 3)

এখন $5x + 6y = 5 \times 2 + 6(-3) = 10 - 18 = -8$

$\therefore 5x + 6y + 8 = -8 + 8 = 0$

অতএব, রেখাটি প্রদত্ত বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

3. একটি সরলরেখা (– 1, 3) এবং (4, – 2) বিন্দু দিয়ে যায়। তার সমীকরণ নির্ণয় কর এবং অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশটুকুর দৈর্ঘ্য বের কর।

নির্ণেয় সমীকরণ $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$ বা, $\frac{x+1}{-1-4} = \frac{y-3}{3+2}$

বা, $\frac{x+1}{-5} = \frac{y-3}{5}$ বা, $-x - 1 = y - 3$

বা, $x + y = 2$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

সমীকরণটিকে $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$ আকারেও লেখা যায়।

রেখাটি অক্ষ দুইটির যে অংশ কর্তন করে তা ২ এবং ২।

সুতরাং, রেখাটির অক্ষ দুইটির মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশ $=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

4. এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (3, 2) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে, যেন OA – OB = 2 হয়, যখন O মূল বিন্দু।

মনে করি সরলরেখাটির সমীকরণ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

তাহলে, OA = a, OB = b এবং a – b = 2

যেহেতু, (3, 2) বিন্দু ঐ রেখার উপর অবস্থিত,

$\therefore \frac{3}{a}+\frac{2}{b}=1$

বা, $\frac{3}{2+b}+\frac{2}{b}=1$

বা, $b^2-3b-4=0$

বা, $(b-4)(b+1)=0$

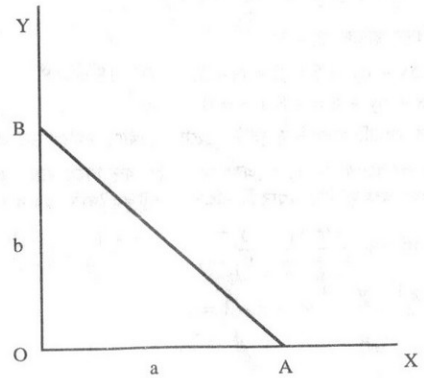
$\therefore b=4,-1$; তখন, $a=6,1$

নির্ণেয় সরলরেখা, $\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1$

বা, $2x+3y=12$

এবং $x+\frac{y}{-1}=1$

বা, $x-y=1$



5. $5x+4y-20=0$ সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশকে সমান তিন ভাগে ভাগ করে এরূপ বিন্দু দুটির সাথে মূল বিন্দু সংযোজক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

প্রদত্ত সরলরেখাটি

$5x+4y-20=0$

বা, $\frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1$

অতএব, A বিন্দু (4, 0) এবং B বিন্দু (0, 5)

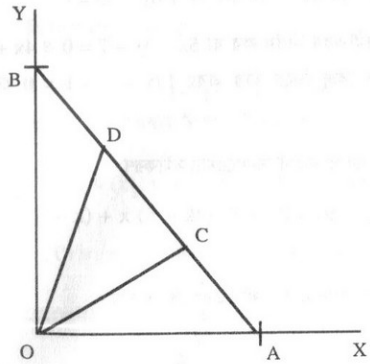
C এবং D বিন্দু দুটি AB সরলরেখার সমত্রিখণ্ডক বিন্দু।

অতএব, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{1\times0+2\times4}{3},\frac{1\times5+2\times0}{2}\right)=\left(\frac{8}{3},\frac{5}{3}\right)$

অতএব, OC এর সমীকরণ, $y=\frac{5/3}{8/3}x$ বা, $y=\frac{5x}{8}$ বা, $5x-8y=0$

D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{2\times0+1\times4}{3},\frac{2\times5+1\times0}{3}\right)=\left(\frac{4}{3},\frac{10}{3}\right)$

অতএব, OD এর সমীকরণ, $y=\frac{10/3}{4/3}x$ বা, $y=\frac{5x}{2}$ বা, $5x-2y=0$



6. y অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x-3y+4=0$ ও $3x+3y-5=0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

প্রদত্ত রেখা দুইটির ছেদ বিন্দুগামী যে কোন সরলরেখার সমীকরণ $2x-3y+4+k(3x+3y-5)=0$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

অথবা $x(2 + 3k) - 3y(1 - k) + 4 - 5k = 0$

রেখাটি y অক্ষের সমান্তরাল $\therefore$ y এর সহগ শূন্য হবে। অর্থাৎ $3(1 - k) = 0$

$\therefore k = 1$

অতএব, সরলরেখার সমীকরণ $5x - 1 = 0$

7. এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $2x + 3y + 4 = 0$ এবং $3x + 4y - 5 = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং $6x - 7y + 8 = 0$ রেখার উপর লম্ব হয়।

$2x + 3y + 4 = 0$

$3x + 4y - 5 = 0$

প্রদত্ত রেখা দুইটির ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$2x + 3y + 4 + k(3x + 4y - 5) = 0$, বা, $(3k + 2)x + (4k + 3)y + 4 - 5k = 0$ ..... (i)

ইহা $6x - 7y + 8 = 0$ রেখার উপর লম্ব হওয়ার শর্ত

$6(3k + 2) - 7(4k + 3) = 0$, বা, $-10k = 9$ $\therefore k = -\frac{9}{10}$

(i)নং সমীকণে k এর মান বসিয়ে সরল করে পাই $7x + 6y - 85 = 0$

8. এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $5x - 3y - 7 = 0$ ও $4x + y - 9 = 0$ রেখা দুইটির ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $13x - y - 1 = 0$ রেখার সমান্তরাল হয়।

প্রদত্ত রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ

$5x - 3y - 7 + k(4x + y - 9) = 0$, অথবা $(4k + 5)x + (k - 3)y - 9k - 7 = 0$ ..... (i)

উহা $13x - y - 1 = 0$ এর সমান্তরাল হবে যদি এবং কেবল যদি

$\frac{4k + 5}{13} = \frac{k - 3}{-1}$ হয়

বা, $13k - 39 = -4k - 5$ বা $17k = 34$ $\therefore k = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সররেখা, $13x - y - 25 = 0$

9. দেখাও যে, k এর সব মানের জন্য একগুচ্ছ সরলরেখা $(3 + 2k)x + 5ky - 3 = 0$ একটি নির্দিষ্ট বিন্দুগামী। বিন্দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

প্রদত্ত সমীকরণ,

$(3 + 2k)x + 5ky - 3 = 0$

বা, $3x - 2kx + 5ky - 3 = 0$

বা, $3x - 3 + k(2x + 5y) = 0$

(1) নং সরলরেখাটি k এর সব মানের জন্য $3x - 3 = 0$, বা, $x - 1 = 0$

এবং $2x + 5y = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়া যায়

$x - 1 = 0$ $\therefore x = 1$

অতএব, $2x + 5y = 0$ থেকে পাই,

বা, $2 + 5y = 0$, বা, $y = \frac{-2}{5}$

নির্দিষ্ট বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $\left(1, -\frac{2}{5}\right)$

10. 6. মূল বিন্দু ও (x_1, y_1) বিন্দুর সংযোগ রেখা, (b, 0) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ সরলরেখার উপর লম্ব হলে প্রমাণ কর যে, $x_1x_2 + y_1y_2 = bx_1$.

মূল বিন্দু ও (x_1, y_1) বিন্দুর সংযোগ রেখার ঢাল $= \frac{y_1 - 0}{x_1 - 0} = \frac{y_1}{x_1}$

(b, 0) ও (x_2, y_2) বিন্দুর সংযোগ রেখার ঢাল $= \frac{y_2 - 0}{x_2 - b} = \frac{y_2}{x_2 - b}$

যেহেতু সরলরেখা দুটি পরস্পর লম্ব, অতএব,

$\frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2 - b} = -1$

বা, $y_1y_2 = -x_1(x_2 - b)$

বা, $y_1y_2 = -x_1x_2 + bx_1$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

বা, $y_1y_2 + x_1x_2 = bx_1$

$\therefore$ $x_1x_2 + y_1y_2 = bx_1$ (প্রমাণিত)

11. 7. $4x - 2y + 7 = 0$ সরলরেখার উপর এমন একটি বিন্দু নির্ণয় কর যা (2, 3), (– 2, 4) বিন্দু দুইটি থেকে সমদূরবর্তী।

মনে করি

(x, y) বিন্দুটি (2, 3) এবং (– 2, 4) বিন্দু দুইটি থেকে সমদূরবর্তী

$\therefore$ $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = (x + 2)^2 + (y - 4)^2$

বা, $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = x^2 + 4x + 4 + y^2 - 8y + 16$

বা, $8x - 2y + 7 = 0$

অন্য দিকে $4x - 2y + 7 = 0$ কেননা নির্দিষ্ট বিন্দুটি ঐ রেখার উপর অবস্থিত।

বিয়োগ করে $4x = 0$ $\therefore$ $x = 0$ আবার, $-2y + 7 = 0$ $\therefore$ $y = \frac{7}{2}$ নির্ণেয় বিন্দু $\left(0, \frac{7}{2}\right)$

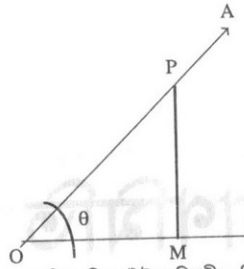
ত্রিকোণমিতি

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

প্রাথমিক আলোচনা

● Trigonometric Ratio of an Acute Angle (সূক্ষ্ম কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত)

➥ 0° ও 90° এর মাঝের সব কোণকে সূক্ষ্ম কোণ বলে। যেমন— 10°, 5°, 75° ইত্যাদি।



মনে করি, OX রশ্মি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরে OA অবস্থানে গেল। OA এর উপর যে-কোন বিন্দু P নিয়ে OX এর উপর PM লম্ব আঁকি। মনে করি, $\angle POM = \theta$
এখন সমকোণী ত্রিভুজ POM-এ θ কোণের ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত হল—

1. $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{PM}{OP}$
2. $\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{OP}{PM}$
3. $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{OM}{OP}$
4. $\sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{OP}{OM}$
5. $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{PM}{OM}$
6. $\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{OM}{PM}$

উপরোক্ত ছয়টি অনুপাত থেকে গৃহীত সিদ্ধান্ত—

(a) $\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\,\theta}$
(b) $\text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$
(c) $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$
(d) $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
(e) $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
(f) $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

● Chart of Trigonometric Ratios (0° – 90°) & the Preparing Process of it.

(০° – ৯০° পর্যন্ত ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর তালিকা এবং ইহার প্রস্তুত প্রণালী)

ব্যবহারের সুবিধার্থে 0°, 30°, 45°, 60° & 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান ছক আকারে নিচে তুলে ধরা হল—

কোণ	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
cosec	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

প্রাথমিক সমস্যা

১। প্রমাণ করুন ঃ $\frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} = \sin A + \cos A$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A}$

$= \frac{\cos A}{1-\frac{\sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{1-\frac{\cos A}{\sin A}}$

$= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A}$

$= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A}$

$= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos A - \sin A}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A - \sin A)}$$

$= \cos A + \sin A =$ ডানপক্ষ।

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

২। **প্রমাণ করুন ঃ $\tan\theta\sqrt{1-\sin^2\theta} = \sin\theta$**

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \tan\theta\sqrt{1-\sin^2\theta} = \tan\theta\sqrt{\cos^2\theta}$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \times \cos\theta$$

$= \sin\theta =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ। (প্রমাণিত)

৩। **দেখান যে $\frac{\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta - 1}{\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + 1} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$**

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \frac{\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta - 1}{\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + 1}$

$$= \frac{\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta - (\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta)}{\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + 1}$$

$$= \frac{(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta) - (\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)}{\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + 1}$$

$$= \frac{(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)(1 - \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)}{(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + 1)}$$

$$= \frac{(\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta)(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + 1)}{(\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta + 1)}$$

$= \cot\theta + \operatorname{cosec}\theta$

$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{1}{\sin\theta}$$

$$= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} =$$ ডান পক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ। (দেখানো হলো)

৪। **$\tan A + \sin A = m$ এবং $\tan A - \sin A = n$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$**

সমাধান ঃ

ডানপক্ষ $= 4\sqrt{mn}$

$= 4\sqrt{(\tan A + \sin A)(\tan A - \sin A)}$

$= 4\sqrt{\tan^2 A - \sin^2 A}$

$$= 4(\tan^2 A\left(1 - \frac{\sin^2 A}{\tan^2 A}\right))$$

$$= 4\sqrt{(\tan^2 A)(1 - \cos^2 A)} \qquad \left[\because \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}\right]$$

$= 4\sqrt{(\tan^2 A \sin^2 A)}$

$= 4\tan A \sin A$

$= (\tan A + \sin A)^2 - (\tan A - \sin A)^2$

$[\because 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2]$

$= m^2 - n^2 =$ বামপক্ষ

$\therefore m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ **(প্রমাণিত)**

বিকল্প:

বামপক্ষ $= m^2 - n^2$

$= (\tan A + \sin A)^2 - (\tan A - \sin A)^2$

$= 4\tan A.\sin A$

$= 4\sqrt{\tan^2 A \sin^2 A}$

$= 4\sqrt{\tan^2 A - (1 - \cos^2 A)}$

$$= 4\sqrt{\tan^2 A - (1 - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A})}$$

$= 4\sqrt{\tan^2 A - \sin^2 A}$

$= 4\sqrt{(\tan A + \sin A)(\tan A - \sin A)}$

$= 4\sqrt{mn} =$ ডানপক্ষ **(প্রমাণিত)**

৫। **$\sin A + \cos A = a$ এবং $\sec A + \operatorname{cosec} A = b$ হলে প্রমাণ করুন যে, $b(a^2 - 1) = 2a$.**

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= b(a^2 - 1)$

$= (\sec A + \operatorname{cosec} A)\{(\sin A + \cos A)^2 - 1\}$

$$= \left(\frac{1}{\cos A} + \frac{1}{\sin A}\right)(\sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A \cos A - 1)$$

$$= \frac{\sin A + \cos A}{\sin A \cos A}.(1 + 2\sin A.\cos A - 1)$$

$$= \frac{\sin A + \cos A}{\sin A \cos A}.2\sin A \cos A$$

$= 2(\sin A + \cos A)$

$= 2a =$ ডানপক্ষ

$\therefore b(a^2 - 1) = 2a$. (Proved)

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

৬। $\cos A + \sin A = \sqrt{2}\cos A$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $\cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A$

সমাধান ঃ

$\cos A + \sin A = \sqrt{2}\cos A$

বা, $\sin A = (\sqrt{2} - 1)\cos A$

বা, $\cos A = \frac{\sin A}{\sqrt{2} - 1} = \frac{(\sqrt{2} + 1)\sin A}{2 - 1}$

বা, $\cos A = (\sqrt{2} + 1)\sin A$

$\therefore \cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A$ (পক্ষান্তর করে)।

(প্রমাণিত)

৭। $\frac{\sec A + \tan A}{\text{cosec } A + \cot A} = \frac{\text{cosec } A - \cot A}{\sec A - \tan A}$ - প্রমাণ করুন।

সমাধান ঃ

$\frac{\sec A + \tan A}{\text{cosec } A + \cot A} = \frac{\text{cosec } A - \cot A}{\sec A - \tan A}$

বা, $(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)$

$= (\text{cosec } A + \cot A)(\text{cosec } A - \cot A)$

বা, $\sec^2 A - \tan^2 A = \text{cosec}^2 A - \text{cto}^2 A$

বা, $1 + \tan^2 A - \tan^2 A = 1 + \cot^2 A - \cot^2 A$

বা, $1 = 1$ (প্রমাণিত)

৮। দেখান যে, $\frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A} = 2\sec^2 A$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A}$

$= \frac{1 - \sin A + 1 + \sin A}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}$

$= \frac{2}{1 - \sin^2 A}$

$= \frac{2}{\cos^2 A}$ $[\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A]$

$= 2\sec^2 A$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডান পক্ষ (দেখানো হল)

৯। প্রমাণ করুন, $\frac{1}{\text{cosec } A - 1} - \frac{1}{\text{cosec } A + 1} = 2\tan^2 A$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \frac{1}{\text{cosec } A - 1} - \frac{1}{\text{cosec } A + 1}$

$= \frac{\text{cosec } A + 1 - \text{cosec } A + 1}{(\text{cosec } A + 1)(\text{cosec } A - 1)}$

$= \frac{2}{\text{cosec}^2 A - 1}$ $[\because \text{cosec}^2 A - 1 = \cot^2 A]$

$= \frac{2}{\cot^2 A}$

$= 2\tan^2 A$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১০। প্রমাণ করুন, $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2\text{ cosec } A$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$

$= \frac{\sin^2 A + (1 - \cos A)^2}{\sin A(1 - \cos A)}$

$= \frac{\sin^2 A + 1 - 2\cos A + \cos^2 A}{\sin A(1 - \cos A)}$

$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A + 1 - 2\cos A}{\sin A(1 - \cos A)}$

$= \frac{1 + 1 - 2\cos A}{\sin A(1 - \cos A)}$

$= \frac{2 - 2\cos A}{\sin A(1 - \cos A)}$

$= \frac{2(1 - \cos A)}{\sin A(1 - \cos A)}$

$= \frac{2}{\sin A}$

$= 2\text{ cosec } A$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১১। প্রমাণ করুন, $(\tan\theta + \sec\theta)^2 = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= (\tan\theta + \sec\theta)^2$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right)^2$

$= \left(\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta}\right)^2$

$= \frac{(1 + \sin\theta)^2}{\cos^2\theta}$

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

$$= \frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}$$

$$= \frac{(1+\sin\theta)(1+\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}$$

$$= \frac{(1+\sin\theta)}{(1-\sin\theta)}$$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১২। প্রমাণ করুন, $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = \sec A - \tan A$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}}$

$$= \sqrt{\frac{(1-\sin A)(1-\sin A)}{(1+\sin A)(1-\sin A)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1-\sin A)^2}{1-\sin^2 A}}$$

$$= \frac{\sqrt{(1-\sin A)^2}}{\sqrt{\cos^2 A}}$$

$$= \frac{1-\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}$$

$= \sec A - \tan A$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১৩। প্রমাণ করুন, $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}}$

$$= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)(\sec A + 1)}{(\sec A - 1)(\sec A + 1)}}$$

$$= \frac{\sqrt{(1+\sec A)^2}}{\sqrt{\sec^2 A - 1}}$$

$$= \frac{1+\sec A}{\sqrt{\tan^2 A}} \qquad [\because \sec^2 A - 1 = \tan^2 A]$$

$$= \frac{1+\sec A}{\tan A} \qquad = \frac{1}{\tan A} + \frac{\sec A}{\tan A}$$

$$= \cot A + \frac{\frac{1}{\cos A}}{\frac{\sin A}{\cos A}} \qquad = \cot A + \frac{1}{\cos A} \times \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$= \cot A + \frac{1}{\sin A} \qquad = \cot A + \operatorname{cosec} A$$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১৪। যদি $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $\tan^4 A - \tan^2 A = 1$

সমাধান ঃ

দেয়া আছে, $\sin^2 A + \sin^4 A = 1$

∴ $\sin^4 A = 1 - \sin^2 A$

$= \cos^2 A$

বামপক্ষ $= \tan^4 A - \tan^2 A$

$$= \frac{\sin^4 A}{\cos^4 A} - \tan^2 A$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\cos^4 A} - \tan^2 A \qquad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 A} - \tan^2 A$$

$= \sec^2 A - \tan^2 A$

$= 1 + \tan^2 A - \tan^2 A = 1$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১৫। সমাধান করুন ঃ $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

সমাধান ঃ $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

বা, $\frac{\cos A - \sin A + \cos A + \sin A}{\cos A - \sin A - \cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1-\sqrt{3}-1}$

[যোজন ও বিয়োজন করে]

বা, $\frac{2\cos A}{-2\sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$

বা, $\cot A = \sqrt{3} = \cot 30°$

∴ $A = 30°$ **(Solved)**

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১৬। সমাধান করুন ঃ $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$.

সমাধান ঃ

$\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0.$

বা, $\tan^2\theta - \tan\theta - \sqrt{3}\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $\tan\theta(\tan\theta - 1) - \sqrt{3}(\tan\theta - 1) = 0$

বা, $(\tan\theta - 1)(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

$\therefore \tan\theta = 1 = \tan 45°$ অর্থাৎ, $\theta = 45°$

অথবা, $\tan\theta = \sqrt{3} = \tan 60°$ অর্থাৎ $\theta = 60°$।

$\therefore \theta = 45^0$ অথবা, $60°$. **(Solved)**

১৭। দেখান যে, $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$, যদি $A = 30°$ হয়।

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= \cos 3A$

$= \cos 3.30°$

$= \cos 90° = 0$

ডানপক্ষ $= 4\cos^3 A - 3\cos A$

$= 4\cos^3 30° - 3\cos 30°$

$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3.\frac{\sqrt{3}}{2} = 4.\frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0.$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ। (দেখানো হইল)

১৮। দেখান যে, $3\tan^2 30° + \frac{1}{4}\sec 60° + 5\cot^2 45° - \frac{2}{3}\sin^2 60° = 6$

সমাধান ঃ

বামপক্ষ $= 3\tan^2 30° + \frac{1}{4}\sec 60° + 5\cot^2 45° - \frac{2}{3}\sin^2 60°$

$= 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4}\times 2 + 5\times 1 - \frac{2}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= 3\times\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 5 - \frac{2}{3}\times\frac{3}{4} = 1 + \frac{1}{2} + 5 - \frac{1}{2}$

$= 6 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (দেখানো হলো)

দূরত্ব ও উচ্চতা বিষয়ক সমস্যা : (Problems on height and distances.)

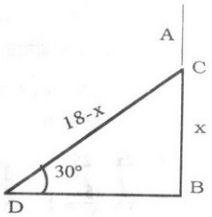
বিসিএস পরীক্ষার প্রশ্নসমূহ

১। 18 মিটার উচ্চ একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে, ভাঙ্গা অংশটি বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সঙ্গে $30°$ কোণে স্পর্শ করলো। খুঁটিটি মাটি থেকে কত উঁচুতে ভেঙ্গেছিল?

[৩৪তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য AB = 18মিটার। খুঁটিটি C বিন্দুতে বিচ্ছিন্ন হয়ে D বিন্দুতে ভূমির সাথে $\angle BDC = 30°$ উৎপন্ন করে। যদি খুঁটিটি x উচ্চতা ভেঙ্গে থাকে তবে $AC = AB - BC = 18 - x = CD$



$\therefore \Delta BCD$ -এ $\sin 30° = \frac{BC}{CD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{18 - x}$

বা, $2x = 18 - x$

বা, $3x = 18$

$\therefore x = \frac{18}{3} = 6$

$\therefore$ খুঁটিটি 6 মিটার উঁচুতে ভেঙ্গেছিল। (উত্তর)

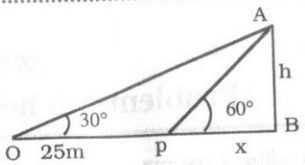
২। একটি নদীর তীরে কোন এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ $60°$. ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখল যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ $30°$ হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার নির্ণয় করুন। [৩৩তম বিসিএস, ২১তম ও ২২তম বিসিএস]

সমাধান ঃ

মনে করি, স্তম্ভটির উচ্চতা AB = h মিটার এবং নদীর প্রস্থ BP = x মিটার। এখানে, $\angle BPA = 60°$, $\angle BOA = 30°$ এবং OP = 25 মিটার।

$\therefore$ BO = (BP + PO) = (x + 25) মিটার

ওড নম্বা ০১৯১১ ৬১৩১০৩



এখন, $\tan 30° = \frac{AB}{BO}$

$= \frac{h}{x + 25}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 25}$

বা, $x + 25 = h\sqrt{3}$ ..... (i)

আবার, $\tan 60° = \frac{AB}{BP} = \frac{h}{x}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

বা, $h = x\sqrt{3}$ ..... (ii)

h এর মান (i) নং এ বসিয়ে

$x + 25 = x\sqrt{3}.\sqrt{3}$

বা, $x + 25 = 3x$

বা, $2x = 25$

বা, $x = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$

$\therefore h = x\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ স্তম্ভটির উচ্চতা $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ মিটার এবং নদীর বিস্তার $12\frac{1}{2}$ মিটার **(উত্তর)**

৩। **একটি নদীর তীরে কোন এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখল যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ 60°। ঐ স্থান থেকে 15 মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখল যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 45° হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার বের করুন।** [২৩তম বিসিএস]

সমাধান : মনেকরি, স্তম্ভটির উচ্চতা AB = h মি. ও নদীর বিস্তার BC = x মি.

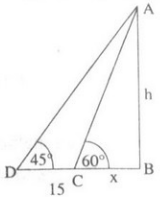
এখানে, $\angle BCA = 60°$, $\angle CDA = 45°$ এবং CD = 15 মি.

এখানে, $\tan 45° = \frac{AB}{BD}$

$\Rightarrow 1 = \frac{h}{BC + CD}$

$\Rightarrow 1 = \frac{h}{x + 15}$

$\Rightarrow h = x + 15$ ..... (i)



আবার, $\tan 60° = \frac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow h = \sqrt{3}x$ ..... (ii)

h এর মান (i) নং বসিয়ে

$\sqrt{3}x = x + 15$

$\Rightarrow \sqrt{3}x = x + 15$

$\Rightarrow \sqrt{3}x - x = 15$

$\Rightarrow x(\sqrt{3} - 1) = 15$

$\Rightarrow x = \frac{15}{\sqrt{3} - 1} = \frac{15}{1.73 - 1} = \frac{15}{0.732} = 20.49$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে

$h = \sqrt{3} \times 20.49$

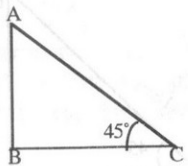
$= 1.732 \times 20.49$

$= 35.49$

উত্তর : নদীর বিস্তার 20.49 মি. ও স্তম্ভটির উচ্চতা 35.49 মি.

৪। **12.728 মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি দেয়ালের ছাদের সঙ্গে লাগানো মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে। মইটির দৈর্ঘ্য কত?** [৩০তম বিসিএস]

সমাধান :



ধরি, দেয়াল AB (12.728 মিঃ) মই AC-কে A বিন্দুতে স্পর্শ করেছে ; $\angle ACB = 45°$, AC= ?

"ABC হতে,

$\text{Sin}45° = \frac{AB}{AC}$

Or, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{12.728}{AC}$

$\therefore AC = 12.728 \times \sqrt{2} = 18.0001$

উত্তর ঃ 18.0001মিটার বা 18 মিটার

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ত্রিকোনমিতিক অনুশীলন

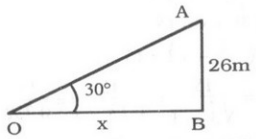
১। একটি গাছের পাদদেশ থেকে কিছু দূরে একটি স্থানে গাছটির শীর্ষের উন্নতি কোণ 30°। গাছটি 26 মিটার উঁচু হলে, ঐ স্থানটি গাছটি থেকে কত দূরে?

সমাধান ঃ

মনে করি, AB গাছটির পাদবিন্দু B, ভূতলের নির্দিষ্ট স্থান O এবং শীর্ষবিন্দু A.

ধরি, গাছটি থেকে নির্দিষ্ট স্থানের দূরত্ব BO = X মিটার।

$\therefore \angle AOB = 30^\circ$ এবং BA = 26 মিটার।



এখন, $\tan 30^\circ = \frac{AB}{OB}$

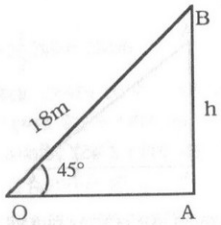
বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{26}{x}$

বা, $x = 26\sqrt{3}$

$\therefore$ গাছটি থেকে নির্দিষ্ট স্থানের দূরত্ব $= 26\sqrt{3}$ মিটার। **(উত্তর)**

২। 18 মিটার দীর্ঘ একটি মই ভূমির সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে দেওয়ালের ছাদ স্পর্শ করে। দেওয়ালটির উচ্চতা কত?

সমাধান ঃ মনে করি, ছাদের স্পর্শবিন্দু B এবং দেওয়ালের উচ্চতা AB = h মিটার। মইয়ের দৈর্ঘ্য OB = 18 মিটার এবং $\angle AOB = 45^\circ$.



$\therefore \sin 45^\circ = \frac{AB}{OB}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{18}$

বা, $h = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

$= 9\sqrt{2}$.

$\therefore$ দেওয়ালের উচ্চতা $= 9\sqrt{2}$ মিটার **(উত্তর)**

৩। সূর্যের উন্নতি কোণ 60° হলে একটি মিনারের ছায়ার দৈর্ঘ্য 240 মিটার। মিনারটির উচ্চতা কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, মিনারটির উচ্চতা AB এবং OA উহার ছায়া। O, B যোগ করে বর্ধিত করলে উহা সূর্য রশ্মি নির্দেশ করবে। ফলে $\angle BOA$-ই সূর্যের উন্নতি কোণ।

দেয়া আছে, $\angle BOA = 60^\circ$ এবং AO = 240 মিটার।

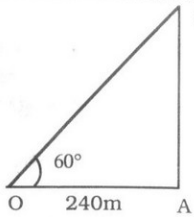
এখন, $\tan 60^\circ = \frac{AB}{OA}$

বা, $AB = OA \tan 60^\circ$

বা, $AB = 240 \times \sqrt{3}$

বা, $AB = 240 \times \sqrt{3} = 240 \times 1{\cdot}732$

$= 415{\cdot}68$ মিটার (প্রায়)



$\therefore$ মিনারের উচ্চতা= 415·68মিটার (প্রায়) **(উত্তর)**

৪। একটি মিনারের শীর্ষবিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 15 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 45° হলে, মিনারটির উচ্চতা কত?

সমাধান ঃ

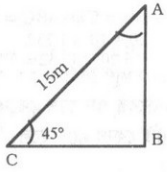
মনে করি, AB মিনারটির উচ্চতা। A বিন্দু হতে অবনতি কোণ $\angle BAC = 45^\circ$ হলে $\angle ACB = 45^\circ$, AC = 15 মিটার।

ΔABC এ, $\sin 45^\circ = \frac{AB}{AC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{15}$

বা, $AB\sqrt{2} = 15$

বা, $AB = \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$



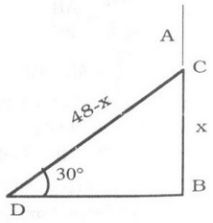
$\therefore AB = \frac{15 \times 1{\cdot}414}{2} = \frac{21{\cdot}210}{2} = 10{\cdot}61$ (প্রায়)।

$\therefore$ মিনারের উচ্চতা = 10·61 মিটার (প্রায়)।

৫। একটি 48 মিটার লম্বা খুঁটি ভেঙ্গে গিয়ে সম্পূর্ণভাবে বিচ্ছিন্ন না হয়ে ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করল। খুঁটিটি কত উঁচুতে ভেঙ্গে ছিল?

সমাধান ঃ

মনে করি, খুঁটির দৈর্ঘ্য AB = 48 মিটার। খুঁটিটি C বিন্দুতে বিচ্ছিন্ন হয়ে D বিন্দুতে ভূমির সাথে $\angle BDC = 30^\circ$ উৎপন্ন করে। যদি খুঁটিটি x উচ্চতা ভেঙ্গে থাকে তবে AC = AB − BC = 48 − x = CD



$\therefore \Delta BCD$ −এ $\sin 30^\circ = \frac{BC}{CD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{x}{48 - x}$

বা, $2x = 48 - x$

বা, $3x = 48$

$\therefore x = \frac{48}{3} = 16$

$\therefore$ ঝুঁটিটি 16 মিটার উঁচুতে ভেঙ্গেছিল। (উত্তর)

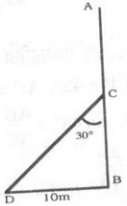
৬। **একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যে তার ভাঙ্গা অংশ দন্ডায়মান অংশের সাথে 30° কোণ করে 10 মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য কত ছিল?**

সমাধান ঃ

মনে করি, AB গাছটির দৈর্ঘ্য। C বিন্দুতে $\angle BCD = 30°$ উৎপন্ন করেছে এবং BD = 10 মিটার।

এখানে AC = CD

ΔBCD-এ $\tan 30° = \frac{BD}{BC}$ ($\therefore \angle C$-এর বিপরীত বাহু BD)



বা, $BC = 10\sqrt{3}$

আবার, $\sin 30° = \frac{BD}{CD}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{10}{CD}$

$\therefore CD = 20$

$\therefore AB = AC + BC = CD + BC = 20 + 10\sqrt{3}$
$= 20 + 10 \times 1.732$
$= 20 + 17.32 = 37.32$

$\therefore$ গাছটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য = 37.32 মিটার (প্রায়)

৭। **একটি মিনারের পাদদেশ থেকে 20 মিটার দূরে ভূতলের কোন বিন্দুতে মিনারের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর।**

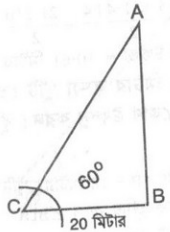
সমাধান ঃ

মনে করি, মিনারের উচ্চতা = AB

এখানে BC = 20 মিটার এবং

C বিন্দুতে উন্নতি $\angle C = 60°$

এখন, ΔABC-এ



$\tan 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{20}$ বা, $AB = 20\sqrt{3}$
$= 20 \times 1.732058$
$= 34.641016 = 34.641$

$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা AB = 34.641 মিটার। (উত্তর)

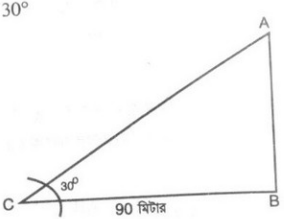
৮। **একটি লম্বা গাছের পাদদেশ থেকে 90 মিটার দূরে ভূমির একটি বিন্দুতে গাছটির শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 30°, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ

মনে করি, গাছের উচ্চতা AB। গাছের পাদদেশ B হতে BC = 90 মিটার।

C বিন্দুতে শীর্ষ A বিন্দুর উন্নতি কোণ 30°

এখন, ΔABC-এ,



$\tan 30° = \frac{AB}{BC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{90}$ বা, $\sqrt{3}\,AB = 90$

বা, $AB = \frac{90}{\sqrt{3}} = \frac{90\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

[লব ও হরকে $\sqrt{3}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $AB = \frac{90\sqrt{30}}{3} = 30\sqrt{3}$
$= 30 \times 1.732058$
$= 51.961524$
$= 51.962$ মিটার (প্রায়)

Ans : 51.962 মিটার।

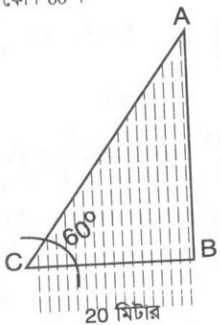
৯। **একটি নদীর এক তীরে অবস্থিত কোন বিন্দুর অপর তীরে অবস্থিত 150 মিটার উঁচু একটি গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60°; নদীটির প্রস্থ কত?**

সমাধান ঃ

মনে করি, BC নদীর প্রস্থ। এখানে গাছের উচ্চতা AB = 150 মিটার।

C বিন্দুতে গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60°।

এখানে ΔABC-এ,



$\tan 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AB}{BC}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{150}{BC}$

বা, $\sqrt{3} \cdot BC = 150$

বা, $BC = \frac{150}{\sqrt{3}} = \frac{150\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

[লব ও হরকে $\sqrt{3}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $BC = \frac{150\sqrt{3}}{3} = 50\sqrt{3}$
$= 50 \times 1.732058 = 86.60254$
$= 86.603$ (প্রায়)

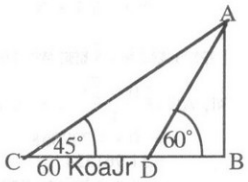
Ans : 86.603 মিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

১০। কোন স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে 60 মিটার এগিয়ে আসলে তার শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 45° থেকে 60° হয়। মিনারটির উচ্চতা কত?

সমাধান ঃ

মনে করি, AB মিনারের উচ্চতা। C বিন্দুর উন্নতি $\angle ACB = 45°$ এবং D বিন্দুর উন্নতি $\angle ADB = 60°$ মিনারের দিকে CD দূরত্ব এগিয়ে আসা হল। অর্থাৎ, CD = 60 মিটার।



এখন ΔABD-এ $\tan 60° = \frac{AB}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AB}{BD}$

বা, $BD\sqrt{3} = AB$

বা, $BD = \frac{AB}{\sqrt{3}}$

আবার, ΔABC এ $\tan 45° = \frac{AB}{BC}$

বা, $I = \frac{AB}{BD + CD}$ বা, $AB = BD + CD$

বা, $AB = \frac{AB}{\sqrt{3}} + 60$ [CD = 60 [মিটার বসিয়ে]

বা, $AB - \frac{AB}{\sqrt{3}} = 60$ বা, $\frac{\sqrt{3}AB - AB}{\sqrt{3}} = 60$

বা, $AB(\sqrt{3} - 1) = 60\sqrt{3}$

বা, $AB = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{60\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$

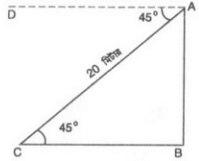
বা, $AB = \frac{60(3 + \sqrt{3})}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{60(3 + 1.732058)}{3 - 1}$

বা, $AB = \frac{60 \times 4.732058}{2} = 30 \times 4.732058$

$= 141.96174 = 141.962$ মিটার (প্রায়)

Ans : 141.962 মিটার।

১১। একটি খুঁটির শীর্ষ বিন্দুতে ঐ বিন্দু থেকে 20 মিটার দূরের ভূতলস্থ একটি বিন্দুর অবনতি কোণ 45° হলে, খুঁটির উচ্চতা নির্ণয় কর।



সমাধান ঃ

মনে করি, খুঁটির উচ্চতা AB। খুঁটির শীর্ষ বিন্দু A হতে ভূতলস্থ C বিন্দুর দূরত্ব AC = 20 মিটার। A বিন্দুতে অবনতি $\angle DAC = 45°$।

তাহলে $\angle ACB = 45°$ (একান্তর কোণ বলে)

এখন ΔABC-এ $\sin 45° = \frac{AB}{AC}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{20}$

বা, $\sqrt{2}\,AB = 20$

বা, $AB = \frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ [লব ও হরকে $\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$

$= 10 \times 1.4142135$

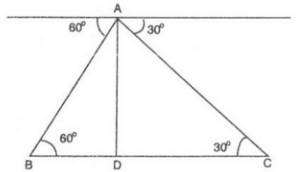
$= 14.142135$

$= 14.14$ মিটার (প্রায়)

Ans : 14.14 মিটার।

১২। দুইটি কিলোমিটার পোস্টের মধ্যবর্তী কোন স্থানের উপরে একটি হেলিকপ্টার থেকে ঐ কিলোমিটার পোস্ট দুইটি অবনতি যথাক্রমে 60° ও 30° হলে, হেলিকপ্টারটির উচ্চতা কত?

[আলোচনা : দুইটি কিলোমিটার পোস্টের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 কিলোমিটার।]



সমাধান : মনে করি, A বিন্দু হেলিকপ্টারের অবস্থান। তাহলে AD হেলিকপ্টারের উচ্চতা। এখানে BC = 1 কিলোমিটার = 1000 মিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ΔABD-এ $\tan 60° = \frac{AD}{BD}$

বা, $\sqrt{3} = \frac{AD}{BD}$

বা, $AD = BD\sqrt{3}$ বা, $BD = \frac{AD}{\sqrt{3}}$

আবার, ΔACD-এ $\tan 30° = \frac{AD}{CD}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AD}{BC - BD}$ [$\because CD = BC - BD$]

বা, $\sqrt{3}AD = BC - BD$

বা, $\sqrt{3}AD = 1000 - BD$

বা, $\sqrt{3}AD = 1000 - \frac{AD}{\sqrt{3}}$ [$BD = \frac{AD}{\sqrt{3}}$ বসিয়ে]

বা, $\sqrt{3}AD + \frac{AD}{\sqrt{3}} = 1000$

বা, $\frac{3AD + AD}{\sqrt{3}} = 1000$

বা, $4AD = 1000\sqrt{3}$

বা, $AD = \frac{1000\sqrt{3}}{4} = 250\sqrt{3}$ মিটার

$= 250 \times 1.732058$

$= 433.0127$

$= 433.013$ মিটার (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা = 433.013 মিটার।

শুভ নন্দী ০১৯১১ ৬১৩১০৩

ওরাকল বিসিএস সম্পাদনা পর্ষদের
ব্যবস্থাপনায় পরিচালিত হচ্ছে–

প্রিলিমিনারি
লিখিত
ভাইভা

Oracle BCS
BEST-200

ওরাকল BCS

- বিশ্ববিদ্যালয়ের শিক্ষক ও বিসিএস ক্যাডারদের দ্বারা ক্লাস গ্রহণ
- প্রচুর ফ্রি ক্লাস এবং ইংরেজি ও গণিতে বিশেষ কেয়ার
- ক্লাস টেস্ট ও অ্যাসাইনমেন্ট অনুশীলন
- পর্যাপ্ত সংখ্যক মডেল টেস্ট অনুশীলন
- পরীক্ষার প্রস্তুতির জন্য কতটুকু পড়তে হবে সে বিষয়ে গাইডলাইন
- প্রয়োজনীয় হ্যান্ডনোট ও লেকচার শিট প্রদান।

সকল শাখায় ভর্তি চলছে

নীলক্ষেত ০১৭১৩ ২৩৯৮১১-১৩, সদরঘাট ০১৭১৩ ২৩৯৮১৪-১৬, ফার্মগেট ০১৭১৩-২৩৯৮০১-০২, মালিবাগ ০১৭১৩ ২৩৯৮৩০
মিরপুর ০১৭১৩-২৩৯৮০৩, ময়মনসিংহ ০১৭১৩-২৩৯৮১৭-১৯, বরিশাল ০১৭১৩-২৩৯৮২১, রাজশাহী ০১৭১৩-২৩৯৮২৩
নরসিংদী ০১৭১৩-২৩৯৮৩১, নোয়াখালী ০১৭১৩-২৩৯৮২৯, কিশোরগঞ্জ ০১৭১৩-২৩৯৮৩৬, সাভার ০১৬৮১-১৮৮০০৯৭
যশোর ০১৭১৩-২৩৯৮৩৩, ফেনী ০১৮১৯-৩৬৫১০০, গাজীপুর ০১৭১৩-২৩৯৮৩৮, চট্টগ্রাম ০১৭১৩-২৩৯৮২৮, কিনাইদহ ০১৭৬৫-৫১৯৬১৯
কুমিল্লা ০১৭১৩-২৩৯৮২৬, পাবনা ০১৭১৩-২৩৯৮২৭, দিনাজপুর ০১৭১৩-২৩৯৮২৫, রংপুর ০১৭১৩-২৩৯৮২৪

প্রধান কার্যালয় : রাফিনপ্লাজা (৬ষ্ঠতলা) নীলক্ষেত, ঢাকা। ফোন : ০১৭১৩-২৩৯৮১১-১৩
সদরঘাট : মল্লিক টাওয়ার (৮ম তলা), সদরঘাট মোড়, ঢাকা। ফোন : ০১৭১৩-২৩৯৮১৪-১৫

Candidates' Expectation
Our Motto

ওরাকল পাবলিকেশন্স-ঢাকা